

考虑非牛顿引力下的快速转动混合星性质*

付宏洋 文德华[†] 燕晶

(华南理工大学物理系, 广州 510641)

(2012年1月17日收到; 2012年4月5日收到修改稿)

计算和讨论了考虑非牛顿引力下的快速转动混合星结构与性质, 包括质量-半径关系、Kepler 转速、转动惯量、引力红移以及转动动能和引力结合能之比等. 结果表明, 转动将有效地增大混合星能支持的最大质量, Kepler 转速下能支持的最大质量比静态时增加 20% 左右; 转动对于考虑非牛顿引力的混合星整体结构性质 (包括质量-半径关系、转动惯量、转动动能和引力结合能之比等) 具有明显的影响, 但对极向引力红移影响相对较小.

关键词: 混合星, 开普勒转速, 非牛顿引力

PACS: 97.10.Kc, 26.60.-c, 97.60.Jd, 04.40.Dg

1 引言

中子星是恒星演化到最终阶段的产物之一, 密度仅次于黑洞. 它的典型质量为 1.4 倍太阳质量, 典型半径约为 12 km, 中心密度可以达到 5—10 倍饱和核密度. 这样的高密度环境为我们提供了一个研究极端条件下物理规律的理想天然实验室, 其中最重要的意义就是通过对中子星的观测和理论研究来提高对强、弱相互作用以及引力理论的认识. 因此, 中子星一直是理论物理学家们研究的热点之一.

中子星的质量和半径是其重要的外部特性, 对于物理理论的验证有着非常关键的作用^[1,2]. 然而, 中子星距离地球都很遥远, 最近的中子星离地球都有数百光年^[3], 而它的半径只有十几千米. 因此, 很难直接精确测量它的半径. 另一方面, 对中子星的相对精确的质量观测也仅限于双星系统. 中子星质量的观测将对中子星的物态方程提供有效的约束, 特别是大质量中子星的观测和发现. 最近观测到的 PSR J1614-2230 中子星具有较大的星体质量, 被精确测定为 $(1.97 \pm 0.04) M_{\odot}$ ^[4]. 它对中子星物质物态方程提供了较为严格的约束, 即在经典理论框架下它将排除所有较软的物态方程.

但是, 近年的地面重离子碰撞试验却支持高密度非对称核物质具有较软物态方程的结论^[5]. 在各种理论模型中, 超子态、夸克态等的出现将会使物态方程软化. 例如, 混合星模型的物态方程就具有较软的物态方程: 该模型认为在密度较高的区域将出现超子和夸克解禁态的混合态, 在更高的区域将出现纯夸克解禁态^[6,7]. 这种偏软物态方程能支持的中子星最大质量在 $1.5 M_{\odot}$ 左右, 显然无法支持观测发现的大质量中子星. 但这是在经典理论框架下的结论. 由于在小尺度下牛顿引力会偏离万有引力的平方反比关系 (称为非牛顿引力)^[8-12], 这种非牛顿引力会对中子星的结构和性质产生明显的影响^[13]. 另一方面, 中子星具有较快的自转转速^[14], 最快自转中子星的转速达到毫秒量级, 其赤道物质转速接近光速量级, 因此中子星的自转也会对中子星的结构和性质产生显著影响. 本文中, 我们将主要研究考虑非牛顿引力下的快速转动混合星的结构和性质.

2 物态方程与非牛顿引力

物态方程是理论研究中子星结构和性质的重要输入量. 不同的物态方程, 会得出迥然不同的中

* 国家自然科学基金 (批准号: 10947023, 11275073)、中央高校基本科研业务费 (批准号: 2012ZZ0079) 和教育部留学回国人员科研启动基金资助的课题.

[†] E-mail: wendehua@scut.edu.cn

子星宏观特征. 作为中子星模型之一的混合星从中心到表层亦大致分为三部分: 液态核, 内壳层和外壳层. 它的液态核区域被认为是由纯夸克或者由束缚相物质 (超子态) 和非束缚相 (纯夸克态) 物质的混合相组成, 壳层区域由束缚相的强子物质组成 [15]. 本文中, 我们将采用文献 [15] 描述的混合星物态方程: 夸克物质采用麻省理工学院 (MIT) 科学家提出的口袋模型描述 [16,17], 超子物质采用能量动量依赖的相互作用 (MDI) 模型描述 [6]. 对于壳层物质的物态方程, 内壳层我们采用了一个带参数的物态方程 $P = a + b\epsilon^{4/3}$; 外壳层采用 BPS 物态方程 [18].

另一方面, 在小尺度下非牛顿引力的贡献将影响到高密度非对称核物质的物态方程. 例如, 利用矢量玻色子图像来描述的非牛顿引力贡献, 则相当于在高密度核物质中增加了排斥力 [13]. 本文中, 我们将考虑非牛顿引力对混合星物质物态方程的影响. 根据 Fujii [19] 的描述, 非牛顿引力可表示为

$$V(r) = -\frac{G_\infty m_1 m_2}{r} \left(1 + \alpha e^{-r/\lambda}\right), \quad (1)$$

其中 G_∞ 是引力常数, α 是无量纲的强度参数, λ 是特征长度. 利用矢量玻色子交换有

$$\alpha = \pm g^2 / (4\pi G_\infty m_b^2), \quad (2)$$

$$\lambda = 1/\mu, \quad (3)$$

其中, g , μ 和 m_b 分别是耦合常数, 玻色子质量以及重子质量. 在平均场近似下, 根据 Fujii 的理论, 这种非牛顿引力效应可通过物态方程来描述 [20]. 非牛顿引力并不影响广义相对论所描述的长程引力, 因此爱因斯坦场方程依然保持不变. 在平均场近似下, 非牛顿引力对能量密度的贡献为

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{UB}} &= \frac{1}{2V} \int \rho(\mathbf{x}_1) \frac{g^2 e^{-\mu r}}{4\pi r} \\ &\quad \times \rho(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{g^2 \rho^2}{\mu^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 V 是归一化常数, ρ 是重子数密度, $r = |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|$. 相应地, 非牛顿引力对压强的贡献为

$$P_{\text{UB}} = \frac{1}{2} \frac{g^2 \rho^2}{\mu^2} \left(1 - \frac{2\rho}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial \rho}\right). \quad (5)$$

假定玻色子质量与密度无关, 可以得到 $P_{\text{UB}} = \epsilon_{\text{UB}} = \frac{1}{2} \frac{g^2 \rho^2}{\mu^2}$. 图 1 是考虑非牛顿引力后混合星物质的物态方程.

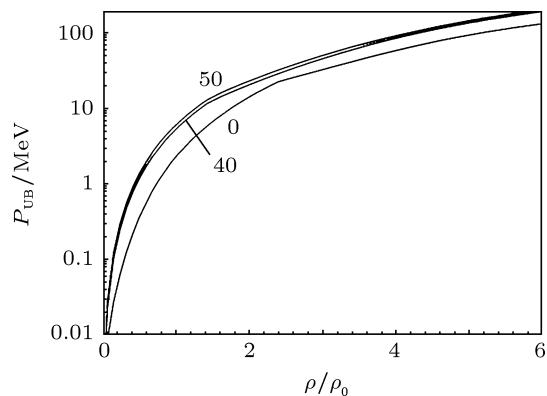


图 1 考虑非牛顿引力下的混合星物质物态方程, 曲线旁数值代表 g^2/μ^2 取值, 单位为 GeV^{-2}

3 中子星结构方程

对于静态球对称中子星, 其物质可以看作是理想流体, 能量动量张量可以表示为

$$T^{\alpha\beta} = -pg^{\alpha\beta} + (p + \epsilon)u^\alpha u^\beta, \quad (6)$$

在上述方程中, u^α 是流体四元速度, $u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\tau}$, 其中 $\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3$.

静态球对称中子星可用如下度规描述:

$$\begin{aligned} d\tau^2 &= e^{2\Phi(r)} dt^2 - e^{2\Lambda(r)} dr^2 \\ &\quad - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 Φ, Λ 仅为 r 的函数. 利用理想流体的能量动量张量及静态球对称中子星的度规, 根据爱因斯坦场方程

$$R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} R = 8\pi T^{\alpha\beta}, \quad (8)$$

可以得到静态球对称中子星的结构方程, 即 TOV (Tolman-Oppenheimer-Volkoff) 方程

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{[p(r) + \rho(r)][M(r) + 4\pi r^3 p(r)]}{r(r - 2M(r))}. \quad (9)$$

给定中心密度, 利用边界条件——星体表面压强为零, $p(R) = 0$; 星体中心点质量为零, 即 $M(0) = 0$, 就可数值求解无转动静态球对称星体的压强分布、密度分布、质量分布以及质量-半径关系.

计算快转中子星时, 一般做如下近似 [21]: 1) 物质可以被视为理想流体, 能量动量张量仍然可以用 (6) 式描述; 2) 物质分布和时空是轴对称的, 并且不随时间改变; 3) 物质没有径向运动, 角速度相对于观测者是恒定的. 在这些假设下, 快转中子星的时空度规可以描述为

$$\begin{aligned} d\tau^2 &= e^{2\nu(r,\theta)} dt^2 - e^{2\phi(r,\theta)} (dr^2 + r^2 d\theta^2) \\ &\quad - e^{2\psi(r,\theta)} r^2 \sin^2 \theta (d\phi - \omega(r,\theta) dt)^2, \end{aligned} \quad (10)$$

其中的 ν, ϕ, ω, ψ 只是 r 和 θ 的函数. 对于转动中子星, 其四维速度为

$$u^\alpha = \frac{e^{-\nu}}{\sqrt{1-v^2}}(1, 1, 1, \Omega), \quad (11)$$

其中

$$v = r \sin \theta e^{\psi-\nu} (\Omega - \omega). \quad (12)$$

容易理解, 给定物态方程、星体的中心密度及自转频率, 转动中子星的结构应该被惟一确定. 然而, 要数值计算得到转动中子星的结构并不容易. 下面简要列出计算转动中子星结构的数值方法. 平衡状态的中子星模型需要满足爱因斯坦场方程和流体静力学平衡方程. 流体静力学平衡方程可以从运动方程中推导出, 形式为 [22]:

$$\frac{1}{p+\rho} \nabla p + \nabla \nu - \frac{1}{2} \nabla \ln(1-v^2) = 0. \quad (13)$$

运用合理的边界条件, 结合物态方程、爱因斯坦场方程以及转动中子星的流体静力学平衡方程, 转动中子星的结构即可数值求解. 本文将采用已公开的计算转动中子星结构和性质的共享程序 RNS 进行数值计算 [23-25].

除了质量和半径, 还有其他一些重要的物理量可以描述中子星的整体性质. 例如, 转动惯量、引力红移等. 转动惯量定义为

$$I = \frac{J}{\Omega}, \quad (14)$$

其中 J 是角动量, Ω 是星体转动角速度. J 可以表示为 [22]

$$J = 2\pi \int_0^R e^{2\phi+2\psi} \frac{(p+\rho)v}{1-v^2} r^3 \sin^2 \theta dr d\theta. \quad (15)$$

对于转速远低于 Kepler 速度的中子星, 运用 ω 和 Ω 的一阶近似, 转动惯量可以近似表示为

$$I = \frac{8\pi}{3} \int_0^R r^4 e^{-\Phi} \frac{p+\rho}{\sqrt{1-\frac{2m(r)}{r}}} \frac{\bar{\omega}}{\Omega} dr, \quad (16)$$

其中 $e^{-\Phi}$ 是具有相同中心密度的相应静态中子星的度规函数. Lattimer 和 Schutz [26] 给出了慢转中子星转动惯量的近似表达:

$$I \approx (0.237 \pm 0.008) MR^2 \times \left[1 + 4.2 \frac{M}{M_{\text{sun}}} \cdot \frac{km}{R} + 90 \left(\frac{M}{M_{\text{sun}}} \cdot \frac{km}{R} \right)^4 \right]. \quad (17)$$

另外, 转动中子星的极向引力红移定义为

$$z_p = \sqrt{|g_{tt}|} - 1 = e^{-\nu_p} - 1. \quad (18)$$

4 数值计算结果与讨论

本文利用计算转动中子星结构的公开共享程序 RNS, 数值计算了考虑非牛顿引力效应的快速转动混合星的结构和性质.

图 2 给出了考虑非牛顿引力下静态和最大转速 (Kepler 转速) 下混合星的质量 (M)-半径 (R) 的关系. 从图 2 可以看出, 不考虑非牛顿力影响时 ($g^2/\mu^2 = 0 \text{ GeV}^{-2}$), 静止混合星的最大质量仅为 $1.5 M_\odot$, 即使是 Kepler 转速下其最大质量也只有 $1.77 M_\odot$, 因此, 在经典理论框架下, 无论是静态还是极速转动下的混合星都无法支持中子星 J1614-2230 的观测质量 [4] ($1.97 M_\odot \pm 0.04 M_\odot$). 如果考虑非牛顿引力, 当参数 $g^2/\mu^2 \approx 50 \text{ GeV}^{-2}$ 时静态混合星就可以支持 $2 M_\odot$ 中子星的观测. 如果再考虑转动, 则可以支持更大的星体质量. Kepler 转速下 g^2/μ^2 为 40 和 50 GeV^{-2} 对应的最大质量分别达到 2.15 和 $2.24 M_\odot$, 其能支持的最大质量超过相应静态星最大质量约 20% 左右.

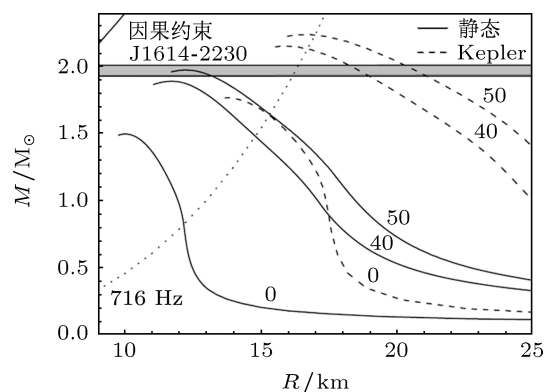


图 2 考虑非牛顿引力下静态和 Kepler 转动混合星质量-半径关系, 曲线旁的数值代表 g^2/μ^2 取值, 单位为 GeV^{-2}

Kepler 转速被认为是动力学平衡时中子星转动理论上所允许的最大转速. 某种物态方程所描述的中子星 Kepler 转速必须大于观测上已发现的中子星最快转速 (例如 716 Hz). 图 3 给出了考虑非牛顿引力混合星的最大转速 (Kepler 转速) (f) 随星体质量变化关系. 容易看出, 随着星体质量的增加, 其能支持的最大星体转速也随之增加. 目前观测确认的最大中子星转速为 716 Hz [14], 考虑非牛顿引力后 (例如 $g^2/\mu^2 = 40 \text{ GeV}^{-2}$) 要支持 716 Hz 的自转转速, 中子星的质量必须至少达到 $1.5 M_\odot$. 如果中子星的转动频率能达到观测上尚未完全确认的 1122 Hz [27], 考虑非牛顿引力下的混合星则需要更大的质量才能支持如此快速的自转.

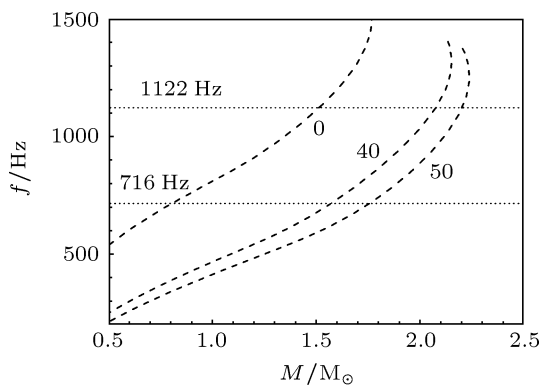


图3 考虑非牛顿引力混合星的最大转速 (Kepler 转速) 随星体质量变化关系, 曲线旁边的数值代表 g^2/μ^2 取值, 单位为 GeV^{-2}

中子星的转动惯量也可能被精确观测到^[1], 其观测可对中子星物态方程及其他重要性质进行约束, 因此中子星的转动惯量也是一个重要的性质参量. 图4给出了快转和慢转近似下考虑非牛顿引力混合星的转动惯量 I . 从图4可以看出, 具有相同质量的混合星, Kepler 转速下的转动惯量要比相应的慢转星的转动惯量大, 对于质量较大的混合星, 这种转动惯量增量达到 35% 左右.

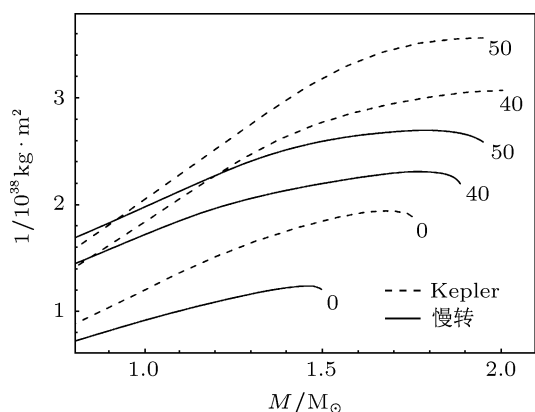


图4 考虑非牛顿引力的混合星转动惯量, 其中虚线代表 Kepler 转速下的转动惯量, 实线代表慢转近似下的转动惯量, 曲线旁边的数值代表 g^2/μ^2 取值, 单位为 GeV^{-2}

引力红移是中子星的一个重要的可观测属性^[28]. 图5给出了静态和 Kepler 转速下的混合星极向引力红移 Z_p . 从图5可以看出, 转动对混合星的极向引力红移影响较小, 只有大质量混合星才表现出较明显的差异.

转动动能和引力结合能之比 (T/W) 在研究中子星振动及其引力辐射等方面具有十分重要的意义^[29]. 图6给出了最大转动速度 (Kepler 转速) 下转动动能和引力结合能之比随中子星质量变化关

系. 从图6容易看出, 非牛顿引力将有效地降低转动动能和引力结合能之比. 如果固定中子星的转速 (例如 716 Hz), 转动动能和引力结合能之比将随着星体质量的增加而减小.

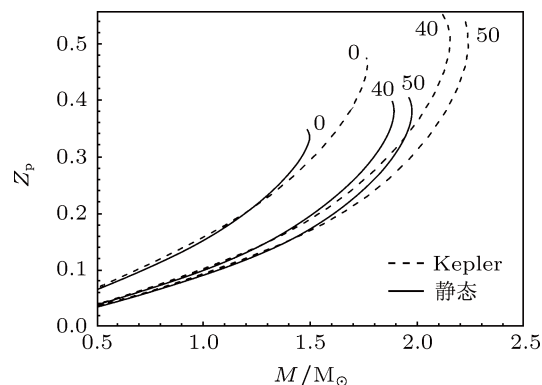


图5 静态和 Kepler 转速下的混合星极向引力红移, 曲线旁边的数值代表 g^2/μ^2 取值, 单位为 GeV^{-2}

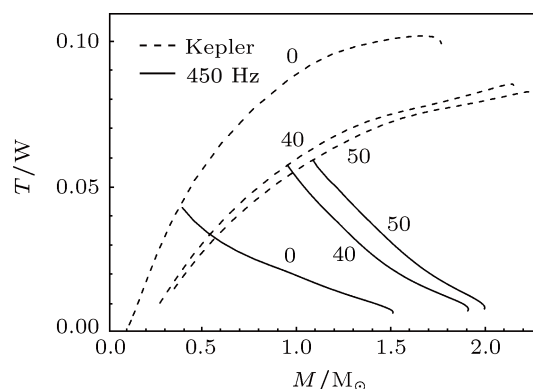


图6 转动动能和引力结合能之比, 虚线代表 Kepler 转速, 实线代表固定转速 450 Hz, 曲线旁边的数值代表 g^2/μ^2 取值, 单位为 GeV^{-2}

5 结论

本文利用 RNS 程序计算了考虑非牛顿引力下快速转动混合星的性质, 包括质量-半径关系、Kepler 转速、转动惯量、引力红移以及转动动能和引力结合能之比等. 研究结果表明, 转动将有效地增大混合星能支持的最大质量, Kepler 转速下能支持的最大质量比静态时增加约 20%. 综合来看, 转动对考虑非牛顿引力混合星的性质: 包括质量-半径关系、转动惯量、转动动能和引力结合能之比等都具有明显的影响, 但对极向引力红移影响却相对较小.

- [1] Lattimer J M, Prakash M 2007 *Phys. Rep.* **442** 109
- [2] Lattimer J M, Prakash M 2004 *Science* **304** 536
- [3] Frederick M W 2001 *Astrophys. J.* **433** 549
- [4] Demorest P, Pennucci T, Ransom S, Roberts M, Hessels J 2010 *Nature* **467** 1081
- [5] Li B A, Chen L W, Ko C M 2008 *Phys. Rep.* **464** 113
- [6] Xu J, Chen L W, Ko C M, Li B A 2010 *Phys. Rev. C* **81** 055803
- [7] Wen D H, Li B A, Chen L W 2011 arXiv: 1101.1504v1 [astro-ph.SR]
- [8] Adelberger E G, Heckel B R, Nelson A E 2003 *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **53** 77
- [9] Adelberger E G, Gundlach J H, Heckel B R, Hoedl S, Schlamminger S 2009 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **62** 102
- [10] Akmal A, Pandharipande V R, Ravenhall D G 1998 *Phys. Rev. C* **58** 1804
- [11] Arkani-Hamed N, Dimopoulos S, Dvali G 1998 *Phys. Lett. B* **429** 263
- [12] Azam M, Sami M, Unnikrishnan C S, Shiromizu T 2008 *Phys. Rev. D* **77** 101101
- [13] Wen D H, Li B A, Chen L W 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 211102
- [14] Hessels J W T, Ransom S M, Stairs I H, Freire P C C, Kaspi V M, Camilo F 2006 *Science* **311** 1901
- [15] Glendenning N K 2001 *Phys. Rep.* **342** 393
- [16] Chodos A, Jaffe R L, Johnson K, Thorn C B, Weisskopf V F 1974 *Phys. Rev. D* **9** 3471
- [17] Heinz U, Subramanian P R, Stocker H, Greiner W 1986 *Nucl. Phys.* **12** 1237
- [18] Baym G, Pethick C, Sutherland P 1971 *Astrophys. J.* **170** 299
- [19] Fujii Y 1971 *Nature* **234** 5
- [20] Fujii Y 1988 *Large Scale Structures of the Universe* (Germany: Garching)
- [21] Butterworth E M, Ipser J R 1976 *Astrophys. J.* **204** 200
- [22] Nozawa T, Stergioulas N, Gourgoulhon E, Eriguchi Y 1998 *Astron. Astrophys.* **132** 431
- [23] Komatsu H, Eriguchi Y, Hachisu I 1989 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **237** 355
- [24] Cook G B, Shapiro S L, Teukolsky S A 1994 *Astrophys. J.* **422** 273
- [25] Stergioulas N, Friedman J L 1995 *Astrophys. J.* **444** 306
- [26] Lattimer J M, Schutz B F 2005 *Astrophys. J.* **629** 979
- [27] Kaaret P, Prieskorn J, In't Zand J J M, Brandt S, Lund N, Mereghetti S, Gotz D, Kuulkers E, Tomsick J A 2007 *Astrophys. J.* **657** L97
- [28] Cottam J, Paerels F, Mendez M 2002 *Nature* **420** 51
- [29] Andersson N 2003 *Class. Quantum Grav.* **20** R105

Properties of rapidly rotating hybrid stars with non-Newtonian gravity*

Fu Hong-Yang Wen De-Hua[†] Yan Jing

(Department of Physics, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

(Received 17 January 2012; revised manuscript received 5 April 2012)

Abstract

The properties of rapidly rotating hybrid stars are calculated and discussed with an equation of state considering non-Newtonian gravity (described by the Yukawa contribution). The said properties include the mass-radius relationship, the Kepler rotating frequency, the moment of inertia, the gravitational redshift and the ratio of the rotational energy to the gravitational energy. It is shown that at the Kepler frequency, the maximum stellar mass increases up to about 20% compared with that from the static model at the same central density. It is also shown that for a rapidly rotating hybrid star, the rotation has an obvious influence on the bulk properties, such as the mass-radius relationship, the moment of inertia, the ratio of the rotational energy and gravitational energy, but has a faint effect on the polar gravitational redshift.

Keywords: hybrid star, Kepler frequency, non-Newtonian gravity

PACS: 97.10.Kc, 26.60.-c, 97.60.Jd, 04.40.Dg

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10947023, 11275073), the Fundamental Research Fund for the Central Universities, China (Grant No. 2012ZZ0079), and the Scientific Research Starting Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars, Ministry of Education of China.

[†] E-mail: wendehua@scut.edu.cn