

利用因式化纠缠模拟纠缠动力学行为的有效性研究*

霍雅静 李军刚†

(北京理工大学物理学院, 北京 100081)

(2012年4月9日收到; 2012年5月15日收到修改稿)

研究了非马尔可夫噪声环境影响下两个量子比特纠缠的动力学行为. 对比讨论了因式化纠缠在描述纠缠动力学演化的有效性. 结果表明: 对于贝尔态、最大纠缠混合态等特殊初态, 当噪声环境的影响比较弱时, 利用纠缠的因式化分解形式可以有效地刻画纠缠的动力学演化; 对于一般初态的情况, 当系统的纠缠比较大, 噪声环境的影响比较弱时, 纠缠的因式化分解形式也可以有效地刻画纠缠的动力学演化.

关键词: 量子纠缠, 最大纠缠混合态, 因式化纠缠

PACS: 03.67.Mn, 03.65.Yz, 03.65.Ud

1 引言

纠缠态作为一种资源, 在量子信息^[1,2]的各个方面都起着重要作用. 然而, 在量子信息处理过程中, 量子系统不可避免地会受到外部环境的影响, 进而引起系统的能量耗散和相干性及纠缠的衰退^[3]. 因此, 对外部环境作用下量子系统的纠缠的动力学演化规律研究变得越来越重要^[4-11]. 一般情况下, 为了刻画纠缠的动力学演化, 需要首先求解出系统态的演化, 然后由系统的态求出系统的纠缠. 2008年, Konrad等^[8]指出, 对于由两个量子比特组成的系统, 如果系统初始处于纯态, 并且只有其中一个量子比特受到环境的影响时, 两量子比特之间的纠缠的动力学演化可以用初态纠缠乘以最大纠缠态在同等条件下的演化因子. 这就意味着我们只要知道最大纠缠态的演化规律, 不用求解系统的态演化就可以直接给出任意初态的纠缠动力学行为. 遗憾的是该方法要求系统初始处于纯态并且只能有一个量子比特受到环境的影响, 我们称之为局域单通道情况. 当系统初始处于混合态, 或者两个量子比特同时受到环境的

影响即局域双通道时, 因式化纠缠只是系统纠缠的上限.

Li等研究了局域双振幅耗散通道^[12]和局域双相位耗散通道^[13]作用下两量子比特的因式化纠缠. 结果表明, 对于局域双振幅耗散通道情况, 当量子比特系统只含有一个激发数时, 无论初始状态是纯态还是混合态, 其纠缠的演化都可以分解为初始纠缠和单振幅耗散通道对初始最大纠缠态的作用的乘积; 对于局域双相位耗散通道情况, 两量子比特初态处于三基矢态时, 其纠缠在随后的演化过程中可以分解为初始纠缠和单相位耗散通道对初始最大纠缠态的作用的乘积. 对于一般的初始状态, 系统的纠缠动力学行为非常复杂, 系统纠缠不再能够分解成因式化形式.

由于单耗散通道作用下最大纠缠态的演化行为容易求解, 尝试利用因式化纠缠来模拟任意初态时纠缠的动力学演化的行为可以大大简化对纠缠演化的模拟过程. 本文拟研究在非马尔可夫双局域耗散通道作用下两量子比特的动力学演化, 通过对比研究在多大程度上因式化纠缠可以有效地模拟系统纠缠的动力学演化.

* 国家自然科学基金(批准号: 11005008, 10974016)和北京理工大学基础研究基金资助的课题.

† E-mail: jungL@bit.edu.cn

2 理论模型

近年来,量子非马尔可夫过程在物理学的许多领域起着越来越重要的作用^[14-18],本文将考虑非马尔可夫环境下系统纠缠的动力学行为.本文的研究模型由两个部分组成,分别标记为 A 和 B .每个部分是由一个量子比特和与之相耦合的非马尔可夫噪声通道组成.两个量子比特分别用 a 和 b 来标记,噪声通道用 R_A 和 R_B 来标记.假定两部分之间没有相互作用,初始时噪声通道处于真空态并且与相应的量子比特处于直积态,则在 t 时刻单个部分的状态可以用以下约化密度矩阵来表示^[12]:

$$\rho^S(t) = \begin{pmatrix} \rho_{ee}^S(0)|h_S(t)|^2 & \rho_{eg}^S(0)h_S(t) \\ \rho_{ge}^S(0)h_S^*(t) & 1 - \rho_{ee}^S(0)|h_S(t)|^2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

相应的基矢为 $\{|e\rangle, |g\rangle\}$, $S = A, B$.上式中 $h_S(t)$ 可以由下面的积分微分方程解出:

$$\frac{d}{dt}h_S(t) = - \int_0^t dt_1 f(t-t_1)h_S(t_1), \quad (2)$$

$f(t-t_1)$ 代表两个时间点之间的噪声关联函数,可以用谱密度 $J(\omega)$ 的傅里叶变换的函数表示

$$f(t-t_1) = \int d\omega J(\omega) \exp[i(\omega_0 - \omega)(t-t_1)]. \quad (3)$$

我们选择系统的谱密度 $J(\omega)$ 为洛伦兹形式,即

$$J(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_0 \lambda^2}{(\omega_0 - \omega - \Delta)^2 + \lambda^2}, \quad (4)$$

其中 $\Delta = \omega_0 - \omega_c$ 是腔的中心频率 ω_c 和量子比特本征频率 ω_0 之间的失协量; λ 是噪声通道的谱宽度,它与噪声通道的关联时间之间的关系为 $\tau_R = \lambda^{-1}$; γ_0 与马尔可夫近似下量子比特激发态的弛豫时间 τ_S 的关系为 $\tau_S = \gamma_0^{-1}$.利用拉普拉斯变化和留数定理可以求出^[12]:

$$h_S(t) = e^{-\frac{1}{2}\xi_S t} \left[\cosh\left(\frac{d_S t}{2}\right) + \frac{\xi_S}{d_S} \sinh\left(\frac{d_S t}{2}\right) \right], \quad (5)$$

其中 $d_S = \sqrt{\xi_S^2 - 2\gamma_0 \lambda_S}$, $\xi_S = \lambda_S - i\Delta_S$.

我们根据单个量子比特的约化密度矩阵(1)可以建立两个量子比特的约化密度矩阵,选择基矢 $\{|1\rangle = |ee\rangle, |2\rangle = |eg\rangle, |3\rangle = |ge\rangle, |4\rangle = |gg\rangle\}$,两个量子比特系统的约化密度矩阵 $\rho(t)$ 的对角矩阵元可以写成^[12]:

$$\rho_{11}(t) = \rho_{11}(0)|h_A(t)|^2|h_B(t)|^2,$$

$$\begin{aligned} \rho_{22}(t) &= |h_A(t)|^2[\rho_{22}(0) \\ &\quad + \rho_{11}(0)(1 - |h_B(t)|^2)], \\ \rho_{33}(t) &= |h_B(t)|^2[\rho_{33}(0) \\ &\quad + \rho_{11}(0)(1 - |h_A(t)|^2)], \\ \rho_{44}(t) &= 1 - (\rho_{11}(t) + \rho_{22}(t) + \rho_{33}(t)), \end{aligned} \quad (6)$$

非对角矩阵元为

$$\begin{aligned} \rho_{12}(t) &= \rho_{12}(0)|h_A(t)|^2 h_B(t), \\ \rho_{13}(t) &= \rho_{13}(0)h_A(t)|h_B(t)|^2, \\ \rho_{14}(t) &= \rho_{14}(0)h_A(t)h_B(t), \\ \rho_{23}(t) &= \rho_{23}(0)h_A(t)h_B^*(t), \\ \rho_{24}(t) &= h_A(t)[\rho_{24}(0) \\ &\quad + \rho_{13}(0)(1 - |h_B(t)|^2)], \\ \rho_{34}(t) &= h_B(t)[\rho_{34}(0) \\ &\quad + \rho_{12}(0)(1 - |h_A(t)|^2)], \end{aligned} \quad (7)$$

其余的非对角矩阵元可以由密度矩阵的厄米性给出,即 $\rho_{ij}(t) = \rho_{ji}^*(t)$.需要指出的是,当我们令 $h_B(t) = 1$ 时,系统退化为局域单通道情况,即只有量子比特 a 受到耗散通道的影响;当我们令 $h_A(t) = 1$ 时,系统也退化为局域单通道情况,即只有量子比特 b 受到耗散通道的影响.

3 因式化纠缠

我们选择 Wootters 定义的共生纠缠度来度量系统的纠缠^[19,20].如果用 $\rho(t)$ 来表示两量子比特的密度矩阵,则相应的共生纠缠度为

$$C(t) = \max\{0, \sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_3} - \sqrt{\mu_4}\}, \quad (8)$$

其中 μ_i 是非厄米矩阵 $R(t) = \rho(t)(\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B)\rho^*(t)$ ($\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B$) 的本征值, μ_i 从大到小排列,即 $\mu_1 \geq \mu_2 \geq \mu_3 \geq \mu_4$.

对于一些特殊形式的密度矩阵我们可以方便地给出系统纠缠的解析形式.例如,密度矩阵为

$$\rho(0) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 & \rho_{14} \\ 0 & \rho_{22} & \rho_{23} & 0 \\ 0 & \rho_{32} & \rho_{33} & 0 \\ \rho_{41} & 0 & 0 & \rho_{44} \end{pmatrix} \quad (9)$$

的 X 态的纠缠的解析形式为

$$C(t) = 2 \max \left\{ 0, |\rho_{14}(t)| - \sqrt{\rho_{22}(t)\rho_{33}(t)}, \right. \\ \left. |\rho_{23}(t)| - \sqrt{\rho_{11}(t)\rho_{44}(t)} \right\}. \quad (10)$$

对于一般形式的密度矩阵, 我们很难直接给出系统纠缠的解析形式, 需要采用数值模拟的方法来模拟系统纠缠的动力学演化.

为了避免求解系统态演化的麻烦, Konrad 等 [8] 证明, 对于任意的初始纯态, 当只有其中一个量子比特与耗散通道有相互作用时, 系统的纠缠可以表示为因式化形式:

$$C[(1 \otimes \$)|\chi\rangle\langle\chi|] = C[(1 \otimes \$)|\phi^+\rangle\langle\phi^+|]C(|\chi\rangle), \quad (11)$$

其中 $C[(1 \otimes \$)|\phi^+\rangle\langle\phi^+|]$ 为局域单耗散通道作用下最大纠缠态 $|\phi^+\rangle$ 的演化, $|\chi\rangle$ 为系统的初始纯态, $C(|\chi\rangle)$ 为系统的初始纠缠. (11) 式表明系统的纠缠等于系统初始纠缠乘以单耗散通道对最大纠缠态的影响. 对于局域双通道或者系统初始处于混合态的情况, 因式化纠缠只满足下面的不等式:

$$C[(\$1 \otimes \$2)\rho(0)] \leq C[(\$1 \otimes 1)|\phi^+\rangle\langle\phi^+|] \\ \times C[(1 \otimes \$2)|\phi^+\rangle\langle\phi^+|] \\ \times C[\rho(0)], \quad (12)$$

即, 因式化纠缠只给出了系统纠缠的上限.

Li 等 [12] 研究了局域双振幅耗散通道作用下两量子比特的因式化纠缠. 结果表明, 对于局域双振幅耗散通道的情况, 当量子比特系统只含有一个激发数时, 无论初态是纯态还是混合态, 其纠缠可以表示为因式化形式:

$$C^f(t) = |h_A(t)||h_B(t)|C(0), \quad (13)$$

其中, $C(0)$ 表示系统的初始纠缠, $|h_A(t)|$ 和 $|h_B(t)|$ 分别为只有量子比特 a 与相应的耗散通道相耦合和只有量子比特 b 与相应的耗散通道相耦合时最大纠缠态的演化.

一般情况下, 系统的纠缠不等于因式化纠缠. 但是, 因式化纠缠形式非常简洁, 利用它来描述系统纠缠的动力学行为可以避免繁冗复杂的求解系统态演化的过程, 所以我们可以尝试利用因式化纠缠来近似地模拟系统纠缠的动力学演化. 为了度量因式化纠缠的有效性, 定义因式化纠缠的有效度为

$$D(t) = \frac{C(t)}{C^f(t)}, \quad (14)$$

其中 $C(t)$ 是系统的纠缠, $C^f(t)$ 是系统的因式化纠缠. 由于 $C^f(t)$ 是系统纠缠的上限, 所以 $0 \leq D(t) \leq 1$. $D(t) = 1$ 表示系统的纠缠可以表示成因式化形式. 当 $D(t) \rightarrow 0$ 表示系统的纠缠与因式化形式差别很大.

4 纠缠的动力学演化

4.1 贝尔态初态

对于双量子比特组成的系统, 常见的纯态最大纠缠态是贝尔态. 当系统初始处于贝尔态 $|\psi^\pm\rangle = (|eg\rangle \pm |ge\rangle)/\sqrt{2}$ 时, 其初始纠缠 $C(0) = 1$, t 时刻的纠缠的因式化形式表示是 $C^f(t) = |h_A(t)||h_B(t)|$. 经过计算可以得到与这个态相对应的 t 时刻的纠缠是 $C(t) = |h_A(t)||h_B(t)|$, 与因式化纠缠完全吻合. 这是因为当系统初态为 $|\psi\rangle$ 时, 在演化过程中整个系统的激发数不大于 1, 系统的纠缠只与矩阵元 $\rho_{23}(t)$ 有关, 而 $\rho_{23}(t)$ 正好是标准的因式化形式. 这一结果与文献 [12] 的结论一致.

当系统的初态是贝尔态 $|\phi^\pm\rangle = (|ee\rangle \pm |gg\rangle)/\sqrt{2}$ 时, 在演化的过程中, 系统的激发数大于 1, 两量子比特在 t 时刻的纠缠变得比较复杂, 但是量子比特系统的密度矩阵在演化过程中将保持 X 态的形式, 由 (6) 和 (7) 式可以得到 t 时刻密度矩阵的各个矩阵元, 我们由 (10) 式可以得到系统的纠缠为

$$C_\phi(t) = |h_A(t)||h_B(t)|\chi_B, \quad (15)$$

其中 $\chi_B = 1 - \sqrt{(1 - |h_A(t)|^2)(1 - |h_B(t)|^2)}$. 从 (15) 式不难看出, 系统的纠缠不能够精确地用因式化纠缠

$$C_\phi^f(t) = |h_A(t)||h_B(t)| \quad (16)$$

来表示, 系统的纠缠等于因式化纠缠乘以因子 χ_B . 这里我们指出, 当 $|h_A(t)| = 1$ (或 $|h_B(t)| = 1$) 时, 演化系统退化成单耗散通道的情况, 相应的 $\chi_B = 1$, 系统的纠缠可以表示为因式化纠缠形式. 尽管一般情况下两个量子比特都会受到耗散通道的影响, 此时 $|h_A(t)|$ 和 $|h_B(t)|$ 都不等于 1, 但可以调控参数使得耗散通道的影响变小, 使得 $|h_A(t)|$ 和 $|h_B(t)|$ 接近 1, 进而使 χ_B 趋近 1. 系统的纠缠可以用因式化纠缠有效地模拟.

图 1 给出了 $\lambda_A = \lambda_B = 0.01\gamma_0, \Delta_A = \Delta_B = \Delta > 0.5\gamma_0$ 时, 因式化纠缠的有效度 $D(t)$ 随 Δ 和标度时间 $\gamma_0 t$ 的演化. 这里我们指出 Δ 是量子比特本征频率与光腔中心频率的失协量, 当 Δ 增大时, $|h_A(t)|$ 和 $|h_B(t)|$ 接近于 1, 此时, 耗散通道对量子比特的影响变弱. 由图 1 不难看出在动力学演化过程中, 当耗散通道对系统的影响很小, 即 $|h_A(t)|$ 和 $|h_B(t)|$ 接近 1 时, 因式化纠缠的有效度 $D(t)$ 近似为 1, 系统的纠缠可以用因式化纠缠有效地模拟.

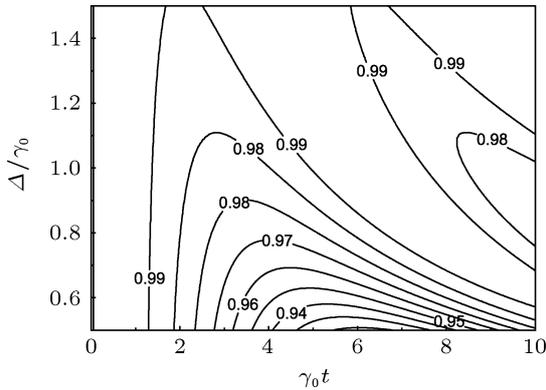


图 1 有效度 $D(t)$ 随 Δ 和标度时间 $\gamma_0 t$ 的演化 (初态是 $|\phi^+\rangle = (|ee\rangle + |gg\rangle)/\sqrt{2}$, 参数 $\lambda_A = \lambda_B = 0.01\gamma_0, \Delta_A = \Delta_B = \Delta$)

4.2 最大纠缠混合态

最大纠缠混合态是给定混合度后能够实现最大可能纠缠的量子态^[21-24]. 最大纠缠混合态的特

性之一是经过酉变换之后纠缠不会增加. 对于两量子比特系统, 选择不同纠缠度量和混合度, 得到的最大纠缠混合态形式也各不相同^[23]. 这里我们选择如下形式的最大纠缠混合态^[18,23]:

$$\rho(0) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(r) & 0 & 0 & \rho_{14}(r) \\ 0 & \rho_{22}(r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho_{41}(r) & 0 & 0 & \rho_{44}(r) \end{pmatrix}, \quad (17)$$

当 $0 \leq r \leq \frac{2}{3}$ 时,

$$\begin{aligned} \rho_{11}(r) &= \frac{1}{3}, & \rho_{14}(r) &= \frac{r}{2}, \\ \rho_{22}(r) &= \frac{1}{3}, & \rho_{41}(r) &= \frac{r}{2}, & \rho_{44}(r) &= \frac{1}{3}; \end{aligned} \quad (18)$$

当 $\frac{2}{3} \leq r \leq 1$ 时,

$$\begin{aligned} \rho_{11}(r) &= \frac{r}{2}, & \rho_{14}(r) &= \frac{r}{2}, \\ \rho_{22}(r) &= 1 - r, & \rho_{41}(r) &= \frac{r}{2}, & \rho_{44}(r) &= \frac{r}{2}. \end{aligned} \quad (19)$$

不难看出, 最大纠缠混合态的密度矩阵为 X 态形式, 容易得到初始纠缠为 r . 量子比特系统的密度矩阵在演化过程中保持 X 态的形式, 由 (6) 和 (7) 式可以得到 t 时刻密度矩阵的各个矩阵元, 由 (10) 式可以得到系统 t 时刻的纠缠为

$$C_r(t) = r|h_A(t)||h_B(t)|\chi_r, \quad (20)$$

其中

$$\chi_r = \max \left\{ 0, 1 - \sqrt{\frac{\rho_{11}(r)}{\rho_{14}(r)} [(\rho_{22}(r) + \rho_{11}(r) - \rho_{11}(r)|h_B(t)|^2)(1 - |h_A(t)|^2)]} \right\}.$$

从 (20) 式可以看出, 系统的纠缠等于因式化纠缠

$$C_r^f(t) = r|h_A(t)||h_B(t)| \quad (21)$$

乘以因子 χ_r . 值得指出的是, 当噪声通道 R_a 对量子比特 a 没有作用即 $|h_A(t)| = 1$ 时, 演化系统退化成单耗散通道的情况, 此时只有量子比特 b 受到耗散通道 R_b 的影响, 可以得到 $\chi_r = 1$, (20) 式可以简化为 (21) 式. 也就是说, 对于单耗散通道情况, 初始处于最大纠缠混合态时, 纠缠的动力学演化可以分解为因式化形式.

一般情况下量子比特 a 不可避免地也会受到

耗散通道的影响, 尽管此时 $h_A(t) \neq 1$, 但是当耗散通道的影响比较小时, 系统的纠缠可以用因式化纠缠近似表示. 图 2 给出了 $\lambda_A = \lambda_B = 0.01\gamma_0$ 时, 对应不同的 Δ 值, 因式化纠缠的有效度 $D(t)$ 随 r 和标度时间 $\gamma_0 t$ 的演化. 图 2(a) 中 $\Delta_A = 1.0\gamma_0, \Delta_B = 0.1\gamma_0$, 在这个条件下, 量子比特 a 受到耗散通道 R_A 的影响小, 而量子比特 b 受到耗散通道 R_B 的影响大. 我们发现在动力学演化过程中, 尽管耗散通道 R_B 对系统的影响很大, 但 $D(t)$ 随 r 增大而逐渐趋近于 1, 因式化纠缠仍然可以有效地模拟系统的纠缠. 图 2(b) 中 $\Delta_A = 0.1\gamma_0, \Delta_B = 1.0\gamma_0$, 此时,

量子比特 a 受到耗散通道 R_A 的影响大, 而量子比特 b 受到耗散通道 R_B 的影响小. 不难发现在动力学演化过程中, 由于耗散通道 R_A 对系统的影响很大, $|h_A(t)|$ 不接近于 1, $D(t)$ 的值也很小, 系统的纠缠不可以用因式化纠缠表示. 由图 2 还可以看出, 有效度 $D(t)$ 随 r 的增大而增大, 即有效度随着系统纠缠的增加而增加.

4.3 一般形式的初态

下面我们研究一般形式初态的情况. 假定两量子比特初态是一般形式的态 $|\varphi\rangle = c_1|ee\rangle + c_2|eg\rangle + c_3|ge\rangle + c_4|gg\rangle$, 其中系数 c_i 满足归一化条件 $\sum_i^4 |c_i|^2 = 1$. 通过数值方法可以模拟系统纠缠 $C_\varphi(t)$ 和因式化纠缠 $C_\varphi^f(t)$.

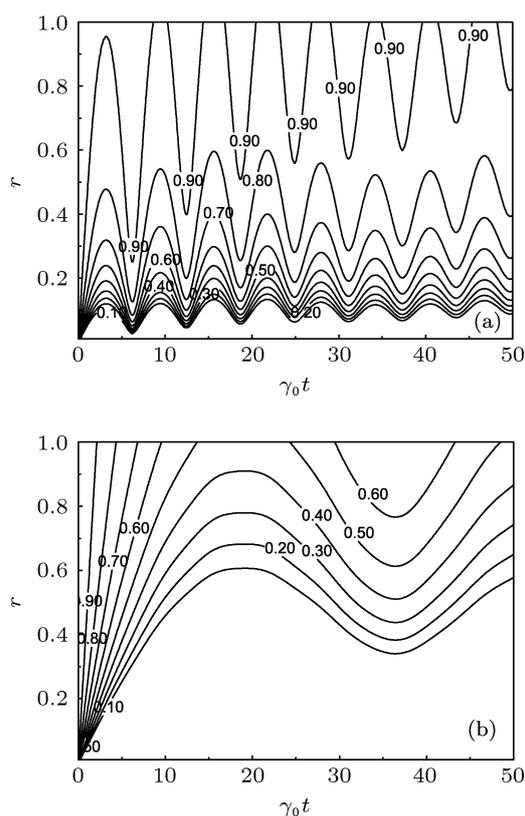


图 2 有效度 $D(t)$ 随 r 和标度时间 $\gamma_0 t$ 的演化 (初态是最大纠缠混合态, 参数 $\lambda_A = \lambda_B = 0.01\gamma_0$) (a) $\Delta_A = 1.0\gamma_0, \Delta_B = 0.1\gamma_0$; (b) $\Delta_A = 0.1\gamma_0, \Delta_B = 1.0\gamma_0$

我们首先利用计算机随机生成参数 $\{c_1, c_2\}$, 然后给出系统纠缠 $C_\varphi(t)$ 、因式化纠缠 $C_\varphi^f(t)$ 以及相似度 $D(t)$ 随 c_3 和 $\gamma_0 t$ 的演化. 通过多次重复模

拟我们发现在系统纠缠 $C_\varphi(t)$ 比较大的区域, $D(t)$ 接近于 1, 也就是说在系统纠缠比较大时, 因式化纠缠可以有效地模拟系统的纠缠. 图 3(a) 和 (b) 分别给出了初态为一般形式纯态时系统纠缠 $C_\varphi(t)$ 和有效度 $D(t)$ 随 c_3 和标度时间 $\gamma_0 t$ 的演化. 相应的参数为 $\lambda_A = \lambda_B = 0.01\gamma_0, \Delta_A = \Delta_B = 0.5\gamma_0, c_1 = 0.470377, c_2 = 0.775656$. 由图 3 不难看出, 系统纠缠比较大时, 有效度趋近于 1. 也就是说系统纠缠比较大时, 因式化纠缠提供了一种很好的模拟系统纠缠的方法. 综上所述, 对于初态是一般形式的态, 因式化纠缠可以在一定程度上有效地刻画纠缠的动力学演化.

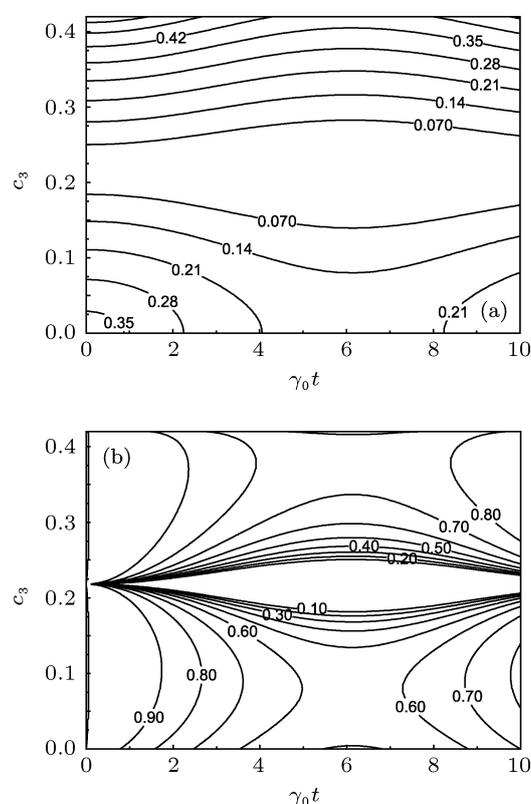


图 3 系统纠缠 $C_\varphi(t)$ 和有效度 $D(t)$ 随 c_3 和标度时间 $\gamma_0 t$ 的演化 (初态是一般形式的纯态, 参数 $\lambda_A = \lambda_B = 0.01\gamma_0, \Delta_A = \Delta_B = 0.5\gamma_0, c_1 = 0.470377, c_2 = 0.775656$) (a) 纠缠; (b) 有效度

5 结论

本文讨论了初态属于各种不同类型状态的两量子比特系统的纠缠在非马尔可夫双局域环境作用下的动力学演化. 结果表明, 对于初态是贝尔态 $|\psi^\pm\rangle = (|eg\rangle \pm |ge\rangle)/\sqrt{2}$ 的情况,

系统的纠缠可以分解为初始纠缠和单耗散通道对最大纠缠态作用的乘积; 对于初态是贝尔态 $|\phi^\pm\rangle = (|ee\rangle \pm |gg\rangle)/\sqrt{2}$ 的情况, 当调控相应参数使得其中一个耗散通道的影响变小时, 系统的纠缠也可以有效地用因式化纠缠模拟; 对于初态是最大纠缠混合态的情况, 当演化系统由双耗散通道退化成对量子比特 b 有影响的单耗散通道 R_B

时, 系统的纠缠可以分解成因式化形式, 当两个局域环境同时起作用时, 可以通过调控第一个耗散通道 R_A 的参数使它对系统的影响变小, 因式化纠缠也可以来表示系统的纠缠. 对于一般形式的初态, 在系统的纠缠比较大的区域, 因式化纠缠可以有效地模拟系统的纠缠.

-
- [1] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (1st Edn.) (Cambridge: Cambridge University Press) p353
- [2] Bennett C H, DiVincenzo D P 2000 *Nature* **404** 247
- [3] Breuer H P, Petruccione F 2002 *The Theory of Open Quantum Systems* (1st Edn.) (Oxford: Oxford University Press) p219
- [4] Yu T, Eberly J H 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 140403
- [5] Dodd P J, Halliwell J J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052105
- [6] Życzkowski K, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki R 2001 *Phys. Rev. A* **65** 012101
- [7] Verstraete F, Dehaene J, De Moor B 2001 *Phys. Rev. A* **64** 010101(R)
- [8] Konrad T, Melo de F, Tiersch M, Kasztelan C, Aragao A, Buchleitner A 2008 *Nat. Phys.* **4** 99
- [9] Piilo J, Maniscalco S, Härkönen K, Suominen K A 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 180402
- [10] Li Z G, Fei S M, Wang Z D, Liu W M 2009 *Phys. Rev. A* **79** 024303
- [11] Yu C S, Yi X X, Song H S 2008 *Phys. Rev. A* **78** 062330
- [12] Li J G, Zou J, Shao B 2010 *Phys. Rev. A* **82** 042318
- [13] Li J G, Zou J, Shao B 2011 *Phys. Lett. A* **375** 2300
- [14] Piilo J, Härkönen K, Maniscalco S, Suominen K A 2009 *Phys. Rev. A* **79** 062112
- [15] Breuer H P, Piilo J 2009 *Europhys. Lett.* **85** 50004
- [16] Maniscalco S, Petruccione F 2006 *Phys. Rev. A* **73** 012111
- [17] Bellomo B, Lo Franco R, Compagno G 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 160502
- [18] Ban M 2009 *Phys. Rev. A* **80** 032114
- [19] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245
- [20] Hill S, Wootters W K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 5022
- [21] Ishizaka S, Hiroshima T 2000 *Phys. Rev. A* **62** 022310
- [22] Verstraete F, Audenaert K, De Moor B 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012316
- [23] Wei T C, Nemoto K, Goldbart P M, Kwiat P G, Munro W J, Verstraete F 2003 *Phys. Rev. A* **67** 022110
- [24] Li S B 2007 *Phys. Rev. A* **75** 054304

On the validity of factorization law for the entanglement evolution of two qubits*

Huo Ya-Jing Li Jun-Gang[†]

(School of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

(Received 9 April 2012; revised manuscript received 15 May 2012)

Abstract

The validity of factorization law for the entanglement evolution of two qubits coupled to two independent non-Markovian channels is investigated. It is found that for some initial states, such as the Bell state and the maximally entangled mixed state, the entanglement can be characterized by the factorized entanglement when the effects of the channels are weak. For the general initial states, the factorized entanglement provides us with a good approximation to characterize the entanglement dynamics when the entanglement is large.

Keywords: quantum entanglement, maximally entangled mixed states, factorization law

PACS: 03.67.Mn, 03.65.Yz, 03.65.Ud

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11005008, 10974016), and the Fundamental Research Fund of Beijing Institute of Technology.

[†] E-mail: jungL@bit.edu.cn