

# 应用多尺度纠缠重整化算法研究量子自旋系统的量子相变和基态纠缠\*

赵建辉<sup>1)2)†</sup> 王海涛<sup>2)</sup>

1) (重庆大学科学与工程博士后流动站, 重庆 400030)

2) (重庆大学物理学院, 重庆 400030)

(2012年4月27日收到; 2012年5月23日收到修改稿)

应用多尺度纠缠重整化算法模拟自旋为  $1/2$  的一维量子 XYX 模型, 通过计算局域序参量和度量纠缠的单缠节 (one-tangle)、并发纠缠 (concurrency) 和纠缠比率  $R$ , 确定系统的基态相图和纠缠相图. 发现系统的纠缠相图比基态相图包含更多的物理信息. 另外, 从局域序参量和能隙与外磁场的标度关系, 萃取出与磁化率和关联长度有关的临界指数  $\beta$  和  $\nu$ .

**关键词:** 量子纠缠, 多尺度纠缠重整化, 量子相变, 临界指数

**PACS:** 05.30.Rt, 02.70.-c, 75.10.Jm

## 1 引言

纠缠是一个量子态的两部分或多部分之间纯的量子关联, 它已经成为量子力学非局域关联的一个重要特征<sup>[1,2]</sup>. 最近, 人们对量子自旋多体系统的基态纠缠做了很多研究, 对这些系统的量子相变有了更加深入的认识<sup>[3-14]</sup>. 并发纠缠 (concurrency) 和冯若依曼熵是度量纠缠的两个重要的物理量. concurrency 度量了两个自旋之间的纠缠, 而冯若依曼熵度量的则是系统两个部分之间的纠缠. 两者都用来定量刻画量子多体系统在量子临界点和非量子临界点处纠缠的不同行为. 最近, 它们常被用来描述量子多体系统的量子相变<sup>[4-6]</sup>. 量子相变发生在绝对零度, 其驱动力不是引起经典相变的热涨落, 而是量子涨落<sup>[15]</sup>. 量子相变的发生是通过系统的非热学量 (压强、磁场和化学势等) 来控制的<sup>[15]</sup>.

绝大部分量子多体系统的理论模型是不能够应用解析方法求解的, 因此计算机数值模拟成为人们研究这些理论模型物理性质的重要手段之一.

最近基于基态波函数的矩阵乘积态 (matrix product states) 表示, 提出了模拟任意维数的有限和无限格子系统的多尺度纠缠重整化 (MERA) 算法<sup>[16,17]</sup>, 借助于平移不变性直接模拟一维无限格子系统的无限时间演化块截断 (infinity time-evolving block decimation, iTEBD) 算法<sup>[18]</sup>, 以及模拟二维无限格子系统的投影纠缠对态 (projected entangled-pair states, PEPS) 算法<sup>[19]</sup> 等. 这些数值模拟算法的提出, 为人们认识量子多体系统的物理性质提供了有力的数值模拟工具.

本文应用多尺度纠缠重整化 (MERA) 算法, 模拟自旋为  $1/2$  的一维量子 XYX 模型, 从量子纠缠的角度认识量子纠缠的非局域性以及量子自旋系统的量子相变. 通过对度量纠缠的单缠节 (one-tangle), concurrency 和纠缠比率  $R$  的计算<sup>[5]</sup>, 确定出系统的纠缠相图和基态相图, 发现纠缠相图并不是与基态相图一一对应的. 在量子临界点附近, 根据局域序参量和能隙与外磁场的标度关系, 萃取出与磁化率和关联长度有关的临界指数  $\beta$  和  $\nu$ .

本文的结构如下: 第二部分简要介绍研究的理

\* 重庆市博士后科研项目 (批准号: 渝 XM201103019) 资助的课题.

† E-mail: jhzaocqu@126.com

论模型和数值模拟算法; 第三部分回顾局域序参量和度量纠缠的 one-tangle, concurrence 和纠缠比率  $R$  的基本概念; 文章的第四部分是对数值模拟结果的讨论; 第五部分是萃取与磁化率和关联长度有关的临界指数  $\beta$  和  $\nu$ ; 最后一部分是对本文的总结.

## 2 理论模型和数值算法

描述自旋为  $1/2$  的一维量子 XYX 模型的哈密顿量为:

$$H = \sum_{i=1}^L (S_i^x S_{i+1}^x + \Delta_y S_i^y S_{i+1}^y + S_i^z S_{i+1}^z + h S_i^z), \quad (1)$$

这里的  $S_i^\alpha (\alpha = x, y, z)$  是在格点  $i$  上的自旋  $1/2$  的泡利算符,  $\Delta_y$  表示在相互作用的自旋空间的各项异性系数,  $h$  为外加磁场. 各项异性系数  $\Delta_y \gg 1$  且  $\Delta_y \gg h$  时, 哈密顿量 (1) 就简化为  $H \approx \sum_{i=1}^L S_i^y S_{i+1}^y$ , 这时系统处在  $y$  方向的反铁磁态. 在另一个极限  $\Delta_y \ll -1$  且  $|\Delta_y| \gg h$  情况下, 哈密顿量 (1) 为  $H \approx -\sum_{i=1}^L S_i^y S_{i+1}^y$ , 这时系统处在  $y$  方向的铁磁态. 当外加磁场  $h \gg 1$  且  $h \gg \Delta_y$ , 系统的哈密顿量 (1) 为  $H \approx \sum_{i=1}^L h S_i^z$ , 这时自旋链的所有自旋全部沿着磁场的方向, 系统处在量子顺磁态 (无序态)<sup>[20,21]</sup>. 若  $-1 < \Delta_y < 1$  且  $h = 0$ , 这时系统的哈密顿量 (1) 在  $(x, z)$  平面上具有  $U(1)$  的对称性, 一旦外加磁场  $h \neq 0$ , 哈密顿量 (1) 就从  $U(1)$  对称性破缺为  $Z_2$  对称性<sup>[20,21]</sup>. 本文选取各项异性系数  $-1 < \Delta_y < 1$  且外加磁

场  $h \neq 0$ , 这时系统将随着外磁场  $h$  的增大从沿  $x$  方向的反铁磁态过渡到量子顺磁态. 这时系统的序参量为  $S^x$ , 在反铁磁相  $\langle S^x \rangle \neq 0$ , 在量子顺磁相是  $\langle S^x \rangle = 0$ <sup>[21]</sup>. 对于有限的格点系统, 自发性对称破缺 (spontaneous symmetry breaking) 是不发生的<sup>[15]</sup>. 在反铁磁相, 为了获得序参量  $S^x$  的平均值, 一般可以通过计算半无限长的关联函数:  $\langle S^x \rangle = |\langle S_i^x S_{i+L/2}^x \rangle|$ <sup>[5]</sup> 得到. 值得注意的是, 对于小于量子临界点  $h_c$  处, 这里还存在一个可以精确求解的乘积态点  $h_f$ , 其与各项异性系数  $\Delta_y$  遵循下列关系:  $h_f = \sqrt{2(1 + \Delta_y)}$ <sup>[5,22]</sup>.

MERA 算法是张量网络算法的一种, 其基本思想源于实空间重整化群理论<sup>[2,5,23]</sup>, 它可以模拟量子多体系统的基态及其激发态. 在 MERA 算法中, 解纠缠门 (disentangler gate)  $U$ , 同度量门 (isometric gate)  $W$  和因果锥 (past causal cone) 是三个最重要的基本概念. 具有么正性的解纠缠门  $U$  和同度量门  $W$  分别满足关系式  $U^\dagger U = U U^\dagger = I$  和  $W^\dagger W = I$ , 而因果锥是局域算符  $H_0$  的影响范围, 见图 1 中的阴影区域. 在图 1 中,  $L = 0$  是原始的自旋格点,  $L = 1$  是原始的自旋格点经过重整化后的自旋格点,  $L = 3$  是原始的自旋格点最终被重整化为两个格点, 然后对顶部的  $H_3$  进行本征值分解, 于是可以得到重整化后的基态或激发态. 在得到重整化后的基态或激发态的约化密度矩阵后, 采用逆过程就可以得到原始格点的基态或激发态的约化密度矩阵. 系统在重整化过程中需要对解纠缠门  $U$  和同度量门  $W$  进行优化, 具体的优化过程见

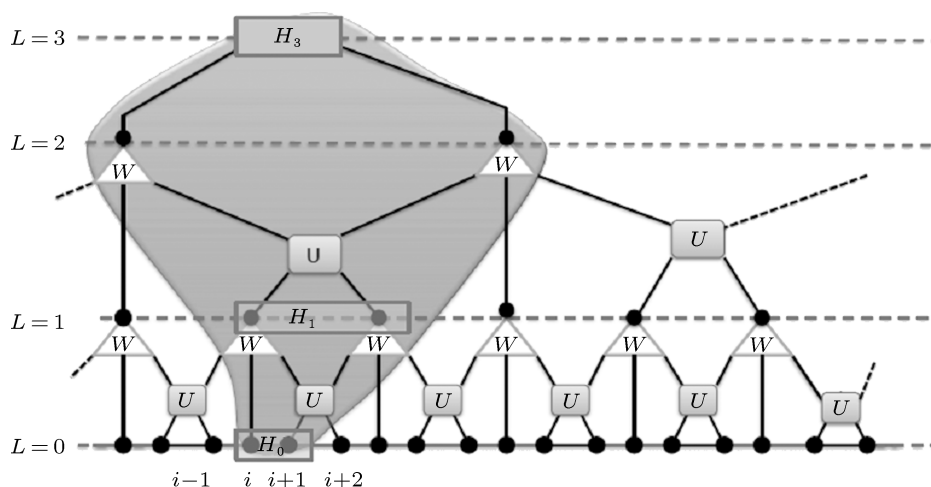


图 1 MERA 算法的重整化过程  $U$  是解纠缠门,  $W$  是同度量门,  $H$  是局域算符, 阴影区域为局域算符的因果锥影响的范围

文献 [16, 17, 23]. 在文献 [17] 中作者分别模拟了一维量子 Ising 模型、三态 potts 模型、XX 模型和 Heisenberg 模型来检验 MERA 算法的可靠性.

在 MERA 算法中, 系统的波函数由张量来表示, 张量各维数的大小决定着张量中元素的多少, 张量中的元素越多其表示的波函数就越精确. 在张量网络算法中, 一般把张量各维数中可以截断的维数  $\chi$  称为截断维数. 截断维数  $\chi$  越大模拟消耗的计算机内存就越多, 需要模拟的时间就越长. 本文采用的 MERA 算法, 计算资源的消耗与截断维数的关系为  $O(\chi^8)$  [16, 17, 23]. 这里应用具有平移不变性的有限格点的 MERA 算法, 模拟自旋为 1/2 的一维量子 XYX 模型. 为了去掉边界对量子系统的影响, 这里采用的是周期性边界条件.

### 3 局域序参量和自旋纠缠: one-tangle, concurrence 和纠缠比率 $R$

自发性对称破缺只发生在热力学极限下, 对于有限格点的量子自旋链, 系统的单点约化密度矩阵为:  $\rho_{\text{noSSB}}^1 = (I + M_i^z)/2$ , 这里的  $M_i^z = \langle S_i^z \rangle$  [24]. 在热力学极限下, 对于系统 (1) 描述的量子自旋链, 随着外控制参量越过量子相变点, 将发生自发性对称破缺 [15]. 在对称破缺相, 单点的约化密度矩阵具有下面的形式:  $\rho_{\text{SSB}}^1 = (I + \sum_{\alpha} S^{\alpha} M_i^{\alpha})/2$ , 这里的  $M_i^{\alpha} = \langle S_i^{\alpha} \rangle$ ,  $\alpha = x, y$  和  $z$  [5, 24]. 对于有限格点的系统, 磁化强度  $M^{\alpha}$  可以通过计算半无限长的关联函数:  $M^{\alpha} = |\langle S_i^{\alpha} S_{i+L/2}^{\alpha} \rangle|$ ,  $\alpha = x, y$  和  $z$  [5] 得到.

在量子自旋系统中 one-tangle 是量化系统的每个自旋与剩余自旋的纠缠, 表征的是系统整体的纠缠 [5, 6]. 当 one-tangle 数值为零, 说明系统的状态是乘积态. 反过来当系统处于乘积态时 one-tangle 数值为零, 其定义式为:  $\tau_1 = 4 \det(\rho^1)$  [5], 注意这里的单点约化密度矩阵是热力学极限下的形式.

两个格点之间的自旋的纠缠可以通过 concurrence 来度量, 其定义式为

$$C_{ij} = 2 \max \left( 0, |g_{ij}^{xx} - g_{ij}^{yy}| - \frac{1}{4} + g_{ij}^{zz}, |g_{ij}^{xx} + g_{ij}^{yy}| - \sqrt{\left( \frac{1}{4} + g_{ij}^{zz} \right)^2 - M_z^2} \right),$$

其中  $g_{ij}^{\alpha} = \langle S_i^{\alpha} S_j^{\alpha} \rangle$ ,  $\alpha = x, y$  和  $z$  是自旋关联函

数 [4]. 可以用  $\tau_2 = \sum_{i \neq j} C_{ij}^2$  来度量任意两个自旋之间的所有纠缠. 在文献 [5] 中, 作者通过两个自旋之间的所有的纠缠  $\tau_2$  和表征系统整体纠缠  $\tau_1$  的比值  $R = \tau_2/\tau_1$ , 来确定量子相变的临界点. 在量子临界点处, 三点、四点等自旋之间的非局域关联都呈现出来, 因此纠缠比率  $R$  的数值在量子临界点处将呈现最小值 [5].

### 4 数值模拟结果的讨论

应用 MERA 算法模拟在外磁场中的自旋为 1/2 的一维量子 XYX 模型, 其各项异性系数  $\Delta_y = 0.25$ . 这里对自旋链, 采用周期性边界条件, 链长分别为  $N = 54, 162$  和  $486$ , 表示波函数的张量的最大截断维数取  $\chi = 12$ . 下面将从系统的局域序参量和系统的自旋纠缠两个方面来讨论在外磁场中的自旋为 1/2 的一维量子 XYX 模型的量子相变.

当哈密顿量 (1) 中各项异性系数  $\Delta_y = 0.25$  且外加磁场  $h \neq 0$ , 这时系统将随着外磁场  $h$  的增大, 从沿  $x$  方向的反铁磁态转变为量子顺磁态 [20]. 这个从反铁磁态转变为量子顺磁态的量子相变可以用局域序参量  $M^x$  来描述. 在反铁磁态局域序参量  $M^x \neq 0$ , 而在量子顺磁态  $M^x = 0$  [5, 20, 21] (见图 2), 量子相变只发生在热力学极限下, 因此链长越长越接近热力学极限下的自旋系统的性质 [15]. 在图 2 中可以看出, 链长越长, 局域序参量  $M^x$  描述的量子相变的相边界越清晰. 图 2 的插图是系统的能隙  $\Delta$  随外磁场  $h$  的变化而变化. 在量子临界点附近处, 随外磁场  $h$  向临界磁场  $h_c$  的靠近系统的能隙变小, 而在量子临界点处能隙闭合, 即系统关联长度在临界点处发散 [5, 15].

图 3 是  $\tau_1$  和  $\tau_2$  随外磁场  $h$  增加而变化, 发现  $\tau_1$  的数值大于或等于  $\tau_2$  的数值 [5]. 因为系统处于乘积态时是没有纠缠的, 所以在图 3 中看到, 在乘积态点  $h_f$  处,  $\tau_1$  和  $\tau_2$  的数值为零. 在大于乘积态点  $h_f$  处,  $\tau_1$  出现了一个峰值  $h \simeq 3.215$ , 这个数值已经很接近量子临界点. 同样在大于乘积态点  $h_f$  处,  $\tau_2$  却是不太明显的峰值. 在量子临界点附近,  $\tau_1$  和  $\tau_2$  描述的纠缠的含义不同 [5].  $\tau_1$  描述系统整体的纠缠, 而  $\tau_2$  是系统两个自旋之间所有的纠缠. 与  $\tau_1$  相比,  $\tau_2$  只是系统纠缠的一部分. 这就是为什么  $\tau_2$  在量子临界点没有一个明显峰值的原因 [5].

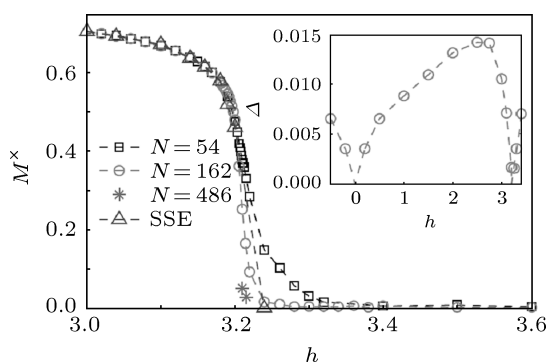


图2 一维量子XYX模型的局域序参量 $M^x$ 随外加磁场 $h$ 的变化而变化,其中各项异性系数 $\Delta_y = 0.25$ ,正方形、圆形和星形分别对应着链长为 $N = 54, 162$ 和 $486$ ,三角形是stochastic series expansion (SSE) 蒙特卡罗模拟得到的局域序参量 $M^x$ [5].插图是系统的能隙 $\Delta(h)$ 随外加磁场 $h$ 的变化的示意图

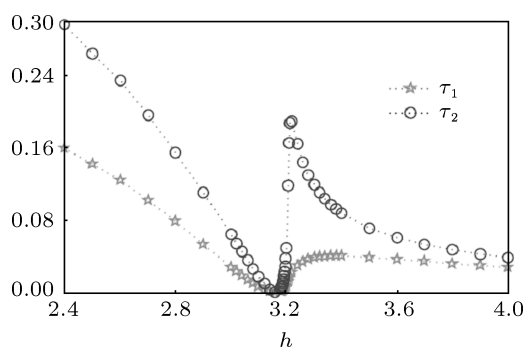


图3  $\tau_1$  和  $\tau_2$  随外加磁场  $h$  的变化而变化,这里的链长  $N = 162$ ,最大截断维数  $\chi = 12$

在图4中计算了纠缠比率 $R$ 来确定量子临界点 $h_c$ [5].系统的临界点就是纠缠比率 $R$ 数值的最小点.从模拟的数据可知:链长为 $N = 162$ 相变点为 $h_c = 3.209$ .在量子临界点,随着系统链长的增加纠缠比率 $R$ 变小,其原因是随着系统链长的增加,格点数目对系统的影响越来越小,系统中两个自旋之间的纠缠的比重变小.这也说明在量子临界点处,系统基态中三点、四点等多个自旋之间的纠缠所占的比重在增加[5].这里确定的量子临界点 $h_c = 3.209$ 数值比文献[25, 26]中的量子临界点 $h_c = 3.2048 \pm 0.0003$ 要大,其原因是有限格点数目和有限截断维数的限制,另外在文献[25, 26]中的临界点是外推的结果.本文确定的临界点比文献[5]中应用蒙特卡罗方法确定的临界点 $h_c = 3.210(6)$ 的数值要更靠近文献[25, 26]中的结果,不过文献[5]的最大链长为 $L = 100$ ,而本文的最大链长 $L = 162$ .

为了更进一步了解量子临界点处的纠缠行为,我们计算了不同间距的 $C_{i,j}^{[3,5]}$ .图5是不同间距的 $C_{i,j}$ 随外加磁场 $h$ 的增大而变化的情况.其中图5(a)是格点间隔为1的 $C_{i,i+1}$ ,在乘积态点 $h_f$ 处 $C_{i,i+1} = 0$ ,而在附近的量子临界点 $h_c$ 处只有一个不太明显的峰值;图5(b)—(d)分别是格点数目间隔为2,3和4的 $C_{i,j}$ ,在乘积态点 $h_f$ 处有 $C_{i,j} = 0$ ,此时在量子临界点 $h_c$ 处的 $C_{i,j}$ 的相对于非临界点处的数值最大.在量子临界点对于非近邻的 $C_{i,j}$ 呈现出峰值,这说明 $C_{i,j}$ 具有对非局域长程关联的度量.从模拟的数据可知,图5(b)—(d)量子临界点的峰值分别为 $h^b = 3.26, h^c = 3.24, h^d = 3.215$ ,其数值随着间距的增加向量子临界点 $h_c$ 靠近,而乘积态点却没有变化.

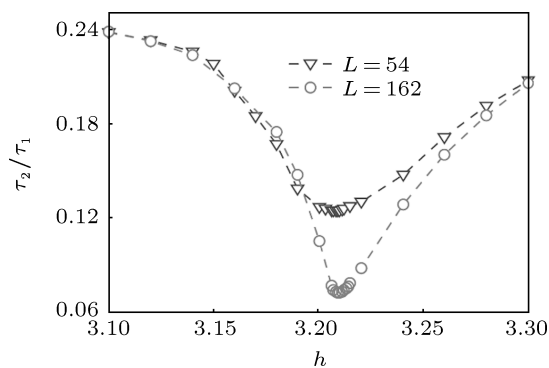


图4 不同链长纠缠比率 $R$ 随外加磁场 $h$ 的增大而变化

根据上面的数值模拟结果,可以得到系统的纠缠相图和基态相图[5,20,21,27],见图6(a)和(b).在图6中系统的基态相图和纠缠相图的不同之处在于,纠缠相图不仅可以确定出量子相变的临界点 $h_c$ ,还可以确定出纠缠为零乘积态点 $h_f$ .因此纠缠相图不仅包含量子相变的基本信息,还包含系统基态波函数所具有的特征信息.

## 5 萃取临界指数 $\beta$ 和 $\nu$

磁化强度 $M^x = \langle S^x \rangle$ 是自旋为 $1/2$ 的一维量子XYX模型且各项异性系数 $\Delta_y = 0.25$ 的局域序参量.在量子临界点 $h_c$ 附近,局域序参量与外加磁场和量子临界点遵循 $M^x \sim |h - h_c|^\beta$ 的标度关系,其中 $\beta$ 是与具体模型无关的临界指数[21,27,28],这里根据文献[25, 26],量子临界点选取 $h_c = 3.205$ ,根据上面的标度关系萃

取出的临界指数  $\beta = 0.118$ , 其数值与精确数值  $1/8$  相比较接近, 见图 7(a). 在量子临界点附近, 系统的关联长度与外磁场遵循以下标度关系:  $\xi \sim |h - h_c|^{-\nu}$ <sup>[15]</sup>, 系统的能隙  $\Delta$  与关联长度  $\xi$  具有  $\Delta = \xi^{-z}$ . 因此在量子临界点附近, 系统的能隙  $\Delta$  随着外磁场向临界点  $h_c$  靠近, 其遵循  $\Delta \sim$

$|h - h_c|^{z\nu}$  的标度关系<sup>[15]</sup>, 其中  $z$  和  $\nu$  是与具体模型无关的临界指数. 自旋为  $1/2$  的一维量子 XYX 模型且各项异性系数  $\Delta_y = 0.25$  的量子相变属于量子 Ising 普适类, 其临界指数  $z = 1$  和  $\nu = 1$ <sup>[21,27]</sup>. 按照上面的标度关系式萃取出临界指数  $\nu = 1.013$ , 其数值和解析解  $\nu = 1$  十分接近, 见图 7(b).

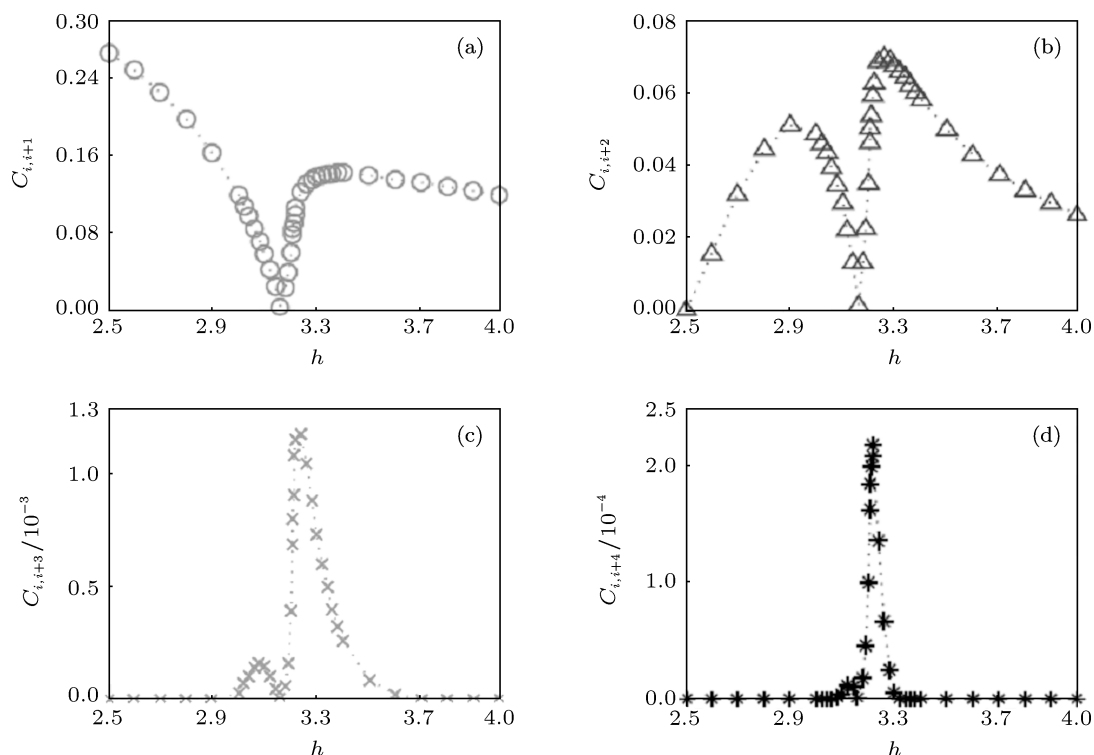


图 5 不同间距的并发纠缠  $C_{ij}$  随外加磁场  $h$  的变化而变化, 系统的链长  $N = 162$  (a) 格点间隔为 1 的  $C_{i,i+1}$ ; (b) 格点间隔为 2 的  $C_{i,i+2}$ ; (c) 格点间隔为 3 的  $C_{i,i+3}$ ; (d) 格点间隔为 4 的  $C_{i,i+4}$

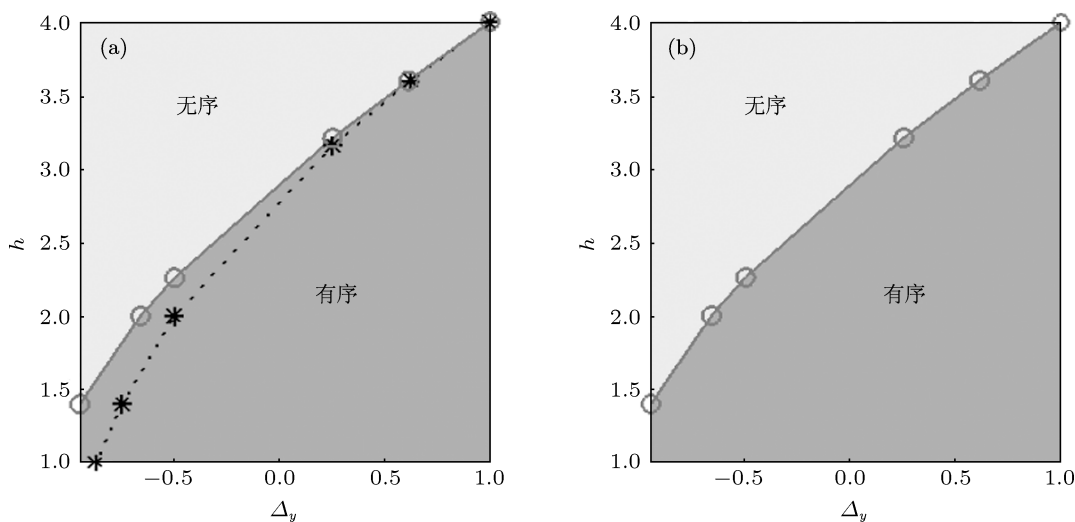


图 6 自旋为  $1/2$  的一维量子 XYX 模型各项异性系数  $-1 < \Delta_y < 1$  的基态相图和纠缠相图 (a) 系统的纠缠相图, 在有序相中存在纠缠为零的基态 (见图中虚线); (b) 系统的基态相图: 有序相和无序相

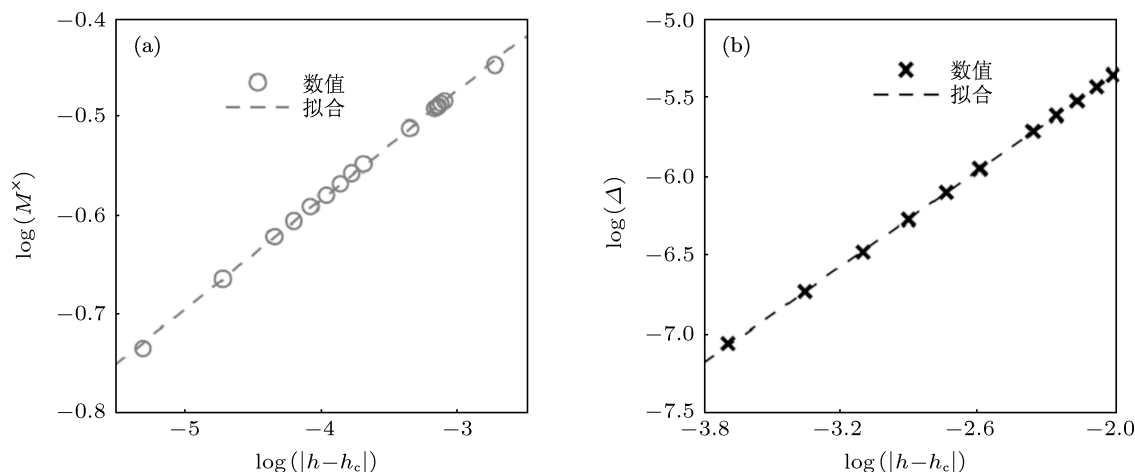


图 7 在量子临界点附近, 从局域序参量和系统的能隙与外磁场的标度关系萃取临界指数  $\beta$  和  $\nu$ , 系统的链长  $N = 162$  (a) 在量子临界点附近, 从局域序参量与外磁场的标度关系萃取临界指数  $\beta$ ; (b) 在量子临界点附近, 从系统的能隙与外磁场的标度关系萃取临界指数  $\nu$

## 6 总结

本文应用 MERA 算法模拟自旋为 1/2 的一维量子 XYX 模型. 对于各项异性系数  $\Delta_y = 0.25$  的系统, 分别从局域序参量和量子纠缠的角度研究量子自旋系统的量子相变. 应用局域序参量和度量纠缠的 one-tangle, concurrence 和纠缠比率  $R$ , 确定了系统的基态相图和纠缠相图. 在纠缠相图中存在一条纠缠为零乘积态的线, 而在基态相图中这条线处于反铁磁相的区域, 应用局域序参量是探测不到

的<sup>[5]</sup>. 一般局域序参量刻画的是系统的基态所处的序, 并未刻画系统基态中不同格点之间的非局域的长程关联. 纠缠是两部分或多部分之间纯的量子关联. 纠缠相图不但包含量子相变的基本的物理信息, 还包含基态波函数本身特性的物理信息, 如纠缠为零的乘积态. 在量子临界点不同间距的 concurrence 的行为, 说明其刻画了非局域的长程关联. 另外, 本文还萃取出与磁化率和关联长度有关的临界指数  $\beta$  和  $\nu$ .

- [1] Syljuasen O F 2003 *Phys. Rev. A* **68** 060301(R)
- [2] Schrödinger E 1935 *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **31** 555
- [3] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245
- [4] Amico L, Osterloh A, Plastina F, Fazio R, Massimo P G 2004 *Phys. Rev. A* **69** 022304
- [5] Roscilde T, Verrucchi P, Fubini A, Haas S, Tognetti V 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 167203
- [6] Coffman V, Kundu J, Wootters W K 2000 *Phys. Rev. A* **61** 052306
- [7] Gu S J, Lin H Q, Li Y Q 2003 *Phys. Rev. A* **68** 042330
- [8] Chung Y H, Landau D P 2011 *Phys. Rev. B* **83** 113104
- [9] Kopp A, Jia X, Chakravarty S 2006 *Ann. Phys.* **322** 1466
- [10] Chen Y, Zanardi P, Wang Z D, Zhang F C 2006 *New J. Phys.* **8** 97
- [11] Amico L, Fazio R, Osterloh A, Vedral V 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 517
- [12] Si L M, Hou J X 2008 *Science China G* **38** 1558 (in Chinese) [司黎明, 侯吉旋 2008 中国科学 G 辑 **38** 1558]
- [13] Wang F, Jia H H, Zhang H L, Zhang X A, Chang S L 2009 *Science China G* **39** 1052 (in Chinese) [王飞, 贾红辉, 张海良, 张学鹭, 常胜利 2009 中国科学 G 辑 **39** 1052]
- [14] Cai Z, Lu W B, Liu Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7267 (in Chinese) [蔡卓, 陆文彬, 刘拥军 2008 物理学报 **57** 7267]
- [15] Sachdev S 1999 *Quantum Phase Transitions* (Cambridge: Cambridge University Press) p3
- [16] Vidal G 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 220405
- [17] Evenbly G, Vidal G 2009 *Phys. Rev. B* **79** 144108
- [18] Vidal G 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 070201
- [19] Jordan J, Orus R, Vidal G, Verstraete F, Cirac J I 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 250602
- [20] Yang C N, Yang C P 1966 *Phys. Rev. B* **150** 321
- [21] Dmitriev D V, Krivnov V Y, Ovchinnikov A A 2002 *Phys. Rev. B* **65** 172409
- [22] Kurmann J, Thomas H, Muller G 1982 *Physica* **112A** 235
- [23] Evenbly G, Vidal G 2011 *arXiv*: 1109.5334 [cond-mat]
- [24] Amico L, Osterloh A 2004 *Phys. Rev. A* **69** 022304
- [25] Zhao J H, Wang H L, Li B, Zhou H Q 2010 *Phys. Rev. E* **82** 061127
- [26] Liu J H, Shi Q Q, Zhao J H, Zhou H Q 2011 *J. Phys. A: Math. Theor.* **44** 495302
- [27] Dmitriev D V, Krivnov V Ya, Ovchinnikov A A, Langari A 2002 *J. Exp. Theor. Phys.* **95** 538
- [28] Tagliacozzo L, de Oliveira Thiago R, Iblisdir S, Latorre J I 2008 *Phys. Rev. B* **78** 024410

# Quantum phase transition and ground state entanglement of the quantum spin system: a MERA study\*

Zhao Jian-Hui<sup>1)2)†</sup> Wang Hai-Tao<sup>2)</sup>

1) (*Postdoctoral Research Station of Materials Science and Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China*)

2) (*College of Physics, Chongqing University, Chongqing 400030, China*)

(Received 27 April 2012; revised manuscript received 23 May 2012)

## Abstract

We use the multi-scale entanglement reorganization ansatz algorithm to simulate the spin 1/2 quantum XYX model and determine its ground-state phase diagram and entanglement phase diagram by using local order parameter and characterizing quantum entanglement: one-tangle, concurrence, and entanglement ratio  $R$ . We find that the information in entanglement phase diagram is more than in ground-state phase diagram. In addition, we extract the critical exponents  $\beta$  and  $\nu$  from the numerical data near critical point.

**Keywords:** quantum entanglement, multi-scale entanglement reorganization ansatz, quantum phase transitions, critical exponent

**PACS:** 05.30.Rt, 02.70.-c, 75.10.Jm

---

\* Project supported by the Chongqing Postdoctoral Sustentation Fund, China (Grant No. CQXM201103019).

† E-mail: jhzhao@cqu@126.com