

## 耦合可激发介质中螺旋波的控制研究\*

周振玮 陈醒基 田涛涛 唐国宁†

(广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004)

(2012年4月3日收到; 2012年5月23日收到修改稿)

采用 Bär 模型研究了三层耦合可激发介质中螺旋波的控制. 相邻层之间采用双向耦合. 利用加在第二层介质上的局域周期信号产生的平面波来消除螺旋波. 数值模拟表明: 只有当三层介质的耦合满足一定条件才可能实现螺旋波的控制, 可以通过耦合互补方式实现螺旋波的控制; 平面波与低频螺旋波的相互作用可以产生高频螺旋波, 导致螺旋波不能被消除; 存在优化的驱动宽度, 过大或过小的驱动宽度需要增加第一、三层介质的耦合强度. 观察到控制结果依赖控制时机的现象. 研究结果可用于植入式心脏除颤器的设计.

**关键词:** 螺旋波, 耦合, 心脏组织, 控制

**PACS:** 05.45.-a, 82.40.Ck, 47.54.-r

## 1 引言

螺旋波是一种可自维持的非线性波, 它广泛存在于自然界中, 已被生理学家、物理学家、数学家、化学家和生物学家们广泛研究. 由于心脏组织出现螺旋波电信号与心动过速有关, 螺旋波破碎形成时空混沌会导致心颤<sup>[1,2]</sup>, 所以对螺旋波控制的研究引起了人们的极大关注<sup>[3-5]</sup>. 在过去二十多年里, 人们采用不同的反应扩散系统研究了螺旋波动力学, 如 Ma 等<sup>[6]</sup>研究了耦合双层介质中钙离子螺旋波的传播演化问题, Wang 等<sup>[7]</sup>研究了延迟因素对耦合神经网络中螺旋波等斑图的影响. 人们还提出不少可以有效消除螺旋波和时空混沌的方法, 例如局域周期驱动<sup>[8-10]</sup>、外加梯度场<sup>[11]</sup>、全局参数调制<sup>[12,13]</sup>、全局驱动<sup>[14]</sup>、反馈控制<sup>[15,16]</sup>和一些特殊方法<sup>[17,18]</sup>. 然而, 在临床上只是用体外电击来除颤<sup>[19]</sup>, 这种除颤方法不仅给患者造成极大痛苦, 还有可能会损伤心脏组织; 此外, 这种体外电击除颤方法并不是百分之百有效, 需要多次电击或者提高电击能量才能达到除颤目的<sup>[20]</sup>. 在治疗

心脏性猝死的高危患者方面, 通常采用植入式心脏除颤器, 这种除颤方式同样存在有时需要提高起搏的能量才能达到目的的问题; 此外还存在导致心力衰竭的风险, 如何选择理想的起搏方式仍亟待解决. 研究表明, 在其他系统可以有效消除螺旋波和时空混沌的方法, 在用于心脏系统时, 可能变得不那么有效, 甚至无效<sup>[21,22]</sup>. 出现这样的现象是因为心脏系统十分复杂, 需要进一步研究除颤的物理机制.

心脏壁细胞分为内、中、外三层, 即心内膜下心室肌细胞、心室壁中层 M 细胞和心外膜下心室肌细胞<sup>[23]</sup>, 这三种细胞具有不同的电生理学特性<sup>[24]</sup>, 所以心脏动力学适合用耦合可激发介质描述. 虽然在两层或三层耦合可激发介质中的螺旋波动力学已经有一些研究成果<sup>[25-27]</sup>, 然而, 有关螺旋波和时空混沌控制的研究几乎都是在单层介质下获得的, 有必要研究耦合系统中螺旋波和时空混沌控制. 本文研究了在三层耦合可激发介质上螺旋波的控制. 考虑到心室壁的中间层是心室壁的主体和核心(起收缩射血作用), 三层介质采用如下方式耦合: 第二层介质采用扩散耦合, 第一、三层介质采用反馈耦合. 我们发现可以通过耦合互补实现螺

\* 国家自然科学基金(批准号: 11165004)资助的课题.

† E-mail: tangguoning@sohu.com

旋波的控制, 观察到平面波与低频螺旋波相互作用可产生高频螺旋波, 从而导致控制失败. 研究结果对心脏病的防治有参考价值.

## 2 模型

本文采用的模型是二维 Bär 模型, 该模型是 Bär 和 Eiswirth 在 1993 年提出的 [28]. 基于该模型的三层耦合可激发系统的动力学方程如下:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_1} u_1(1 - u_1) \left( u_1 - \frac{v_1 + b}{a} \right) + D \nabla^2 u_1 + c_1(u_2 - u_1), \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = f(u_1) - v_1, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_2} u_2(1 - u_2) \left( u_2 - \frac{v_2 + b}{a} \right) + D \nabla^2 u_2 + \frac{c_2}{\Delta^2} (u_1 - 2u_2 + u_3) + \delta(\Omega) F(t), \quad (1c)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = f(u_2) - v_2, \quad (1d)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_3} u_3(1 - u_3) \left( u_3 - \frac{v_3 + b}{a} \right) + D \nabla^2 u_3 + c_3(u_2 - u_3), \quad (1e)$$

$$\frac{\partial v_3}{\partial t} = f(u_3) - v_3, \quad (1f)$$

$$f(u) = \begin{cases} 0 & 0 \leq u < 1/3 \\ 1 - 6.75u(u - 1)^2 & 1/3 \leq u \leq 1 \\ 1 & 1 < u \end{cases},$$

式中角标 1, 2, 3 分别表示第一、二、三层介质, 第二层采用扩散耦合, 其他层采用反馈耦合,  $u$  和  $v$  分别为快变量和慢变量,  $D$  为扩散系数,  $a, b, \varepsilon$  为系统参数, 二维算子  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ,  $c$  为耦合强度,  $\Delta$  为空间步长 (参见后面说明). 考虑到在心脏中, 采用方波能更好地消除螺旋波 [21], 我们选取  $F(t)$  为周期为  $T$  的方波驱动力, 施加周期驱动的时刻为  $t = t_0$ , 该力作用区间为  $\Omega$ , 驱动力强度为  $A$ ,  $\delta(\Omega)$  和  $F(t)$  可表示为

$$\delta(\Omega) = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Omega \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \quad (2)$$

$$F(t) = \begin{cases} A & \text{if } nT + t_0 \leq t < nT \\ & + T/2 + t_0 \\ -A & \text{if } nT + T/2 + t_0 \leq t < nT \\ & + T + t_0 \end{cases}, \quad (3)$$

式中驱动力的大小在两个正负值之间交替变化, 当力为正时, 可导致介质被激发, 当力为负时可导致介质快速趋向静息态. 当这种驱动力作用到心肌组织时, 可导致心肌细胞快速去极化和复极化, 有利于获得高频平面波.

研究表明 [28]: 在  $a = 0.84, b = 0.07$  的情况下, 方程描述的是激发系统, 当  $0.01 < \varepsilon < 0.06$  时, 系统能够产生稳定的螺旋波, 随着  $\varepsilon$  的增加, 系统的可激发性降低. 在本文中, 如不特殊说明, 我们选择参数  $A = 2.0, D = 1, \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0.04$ , 外力驱动作用区域  $\Omega$  为第二层介质左边界  $10 \times 300$  个格点区域. 数值求解上述方程时, 我们采用向前欧拉法和二阶精度的有限差分法. 空间步长均取  $\Delta x = \Delta y = \Delta = 0.4$ , 时间步长取  $\Delta t = 0.02$ , 采用无流边界条件, 系统尺寸均为  $L_x = L_y = 120$ , 空间离散成  $N_x \times N_y = 300 \times 300$  个格点.

驱动力  $F(t)$  可以产生向右传播的平面波, 利用此平面波来消除三层介质中的螺旋波. 在心脏中, 控制螺旋波和时空混沌所用的时间越短越好, 如不特殊说明, 我们认为, 在施加驱动 2600 个时间单位后, 三层介质被平面波占据, 这时取消驱动, 三层介质能够回到静息态, 就可认为螺旋波可以用周期驱动控制. 为了说明螺旋波是否被控制, 定义控制参数  $\sigma$  为

$$\sigma = \sum_{l=1}^3 \sum_{i,j}^N |u_{l,i,j}|_{t=3000+t_0}, \quad (4)$$

$\sigma$  表示在  $t = 2600 + t_0$  撤去驱动的情况下在  $t = 3000 + t_0$  时刻每层介质各格点的快变量绝对值之和.  $\sigma = 0$  表示系统回到静息态, 在下面的结果中我们以此为根据来判断螺旋波是否可控.

## 3 控制方法及数值模拟结果

首先在三层介质中产生稳定的螺旋波初态, 螺旋波的周期为  $T_s = 3.8$ , 在  $t = 0$  时刻考虑耦合, 施加驱动的时刻为  $t = t_0$ . 不同的  $t_0$  值意味着选择了不同的螺旋波初态. 要消除螺旋波, 平面波的

频率必须高于螺旋波的频率, 即必须取驱动力的周期小于螺旋波的周期. 下面固定取  $T = 3.32$ , 研究在对称耦合 ( $c_1 = c_3$ ) 和非对称耦合 ( $c_1 \neq c_3$ ) 下螺旋波的控制, 耦合强度限制在小于 5 的范围内变化.

先考虑在对称耦合  $c_1 = c_3 = c$  下螺旋波的控制. 通过数值模拟发现, 当  $c$  一定时,  $c_2$  存在一个控制阈值  $c_{2th}$ , 当  $c_2 \leq c_{2th}$  时三层介质中的螺旋波才可控. 因为当  $c_2$  较大时, 另外两层介质的螺旋波对第二层介质控制的反作用变大, 直接导致第二层介质上的平面波无法往右传播, 从而使螺旋波不可控制. 图 1 给出了一个成功控制螺

旋波的过程, 螺旋波可控表现为: 三层介质中的螺旋波逐渐被平面波驱赶出系统, 当平面波占据整个系统后取消驱动, 系统回到静息态. 图 2 给出了在对称耦合下  $c_{2th}$  随  $c$  的变化曲线, 图中曲线下方为可控区, 可控情况与  $t_0$  无关 (即与控制时机无关). 从图 2 可以看出,  $c_{2th}$  随  $c$  的增大而增大, 并且  $c$  存在一个最小值  $c_{min}$ , 约为 0.54, 如果  $c$  小于这个值, 不管  $c_2$  怎么取值都无法消除三层介质中的螺旋波. 因为当  $c$  较小, 第一、三层介质很难通过耦合产生平面波, 因此这两层介质中螺旋波无法被控制. 显然, 增大  $c$  有利于螺旋波的控制.

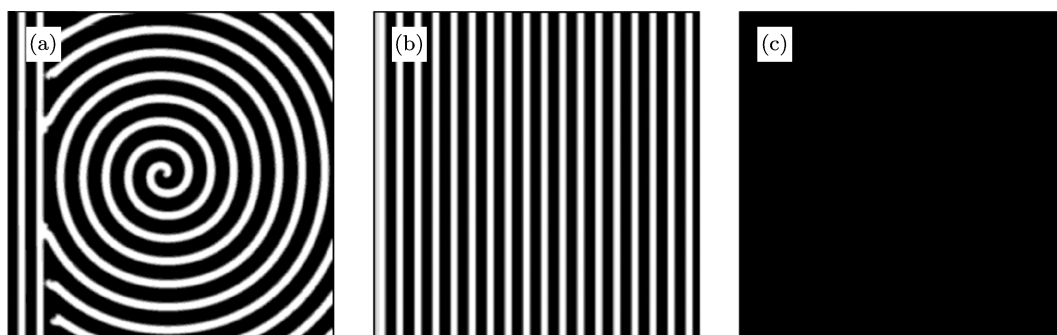


图 1 在  $c_1 = c_3 = 1.6$  和  $c_2 = 0.59$  的情况下第一层介质在不同时刻的  $u$  变量斑图 (a)  $t = 100$ , 此时  $\sigma = 95124$ ; (b)  $t = 680$ , 此时  $\sigma = 105371$ , 驱动被停止; (c)  $t = 800$ , 此时  $\sigma = 0$ , 系统回到静息态

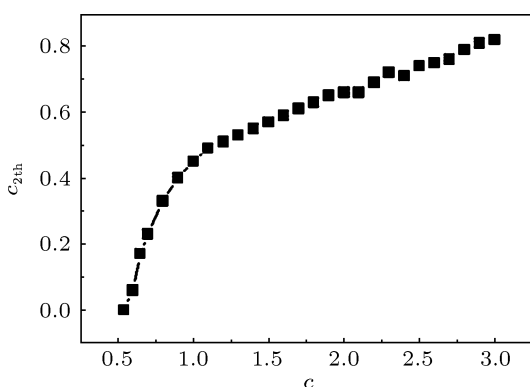


图 2 在对称耦合下  $c_{2th}$  随  $c$  的变化曲线, 曲线下方为可控区

下面考虑在非对称耦合下螺旋波的控制. 数值结果表明: 当固定  $c_2$  和  $c_1$  时,  $c_3$  存在一个可控阈值  $c_{3th}$ , 只有当  $c_3 \geq c_{3th}$  螺旋波才可控; 当固定  $c_2$  并改变  $c_1$  时, 模拟结果表明,  $c_{3th}$  会随着  $c_1$  的减小而增大. 图 3 给出了在  $c_2 = 0.77$  情况下  $c_{3th}$  随  $c_1$

变化曲线, 曲线上方为可控区, 选择其他的  $c_2$  值也会得到类似的结果. 当固定  $c_2$  时,  $c_1$  存在一个最小值  $c_{1min}$ . 当  $c_1 < c_{1min}$  时, 无论如何改变  $c_3$ , 螺旋波都不可控. 如果增大  $c_2$ ,  $c_{1min}$  也会增大. 图 4 给出了  $c_{1min}$  随  $c_2$  的变化.

我们发现非对称耦合控制与对称耦合控制之间存在某种关系. 数值结果表明, 对于对称耦合, 给定一个  $c_2$  值,  $c$  存在一个阈值  $c_{th}$ , 当  $c < c_{th}$  时, 螺旋波不可控. 根据图 3 这种近似线性关系我们得到: 如果给定一个  $c_2$  值, 减少第一层介质耦合强度, 即取  $c_1 = c_{th} - \Delta c_1$ , 则可通过增加第三层介质耦合强度, 即取  $c_3 = c_{th} + \Delta c_3$ , 使控制效果不变. 一般有, 给定一个  $\Delta c_1$ , 存在一个最小阈值  $\Delta c_{3th}$ . 使控制效果不变, 假设当  $\Delta c_1 = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  时, 有  $\Delta c_{3th} = \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ , 对所有情况取平均:

$$c_v = \frac{1}{2m} \sum_{k=1}^m [c_1(\alpha_k) + c_3(\beta_k)]$$

$$= c_{th} + \frac{1}{2m} \sum_{k=1}^m [\beta_k - \alpha_k]. \quad (5)$$

图 5 给出了  $c_{th}$  和  $c_v$  随  $c_2$  的变化. 从图 5 可以看出, 两曲线几乎重合, 说明有  $\Delta c_1 \approx \Delta c_{3th}$ . 这就是说, 当第一层介质的耦合强度减少  $\Delta c_1$  时, 第三层介质的耦合强度增加  $\Delta c_{3th}$ , 基本不改变控制效果, 这说明可以通过耦合互补实现螺旋波的控制.

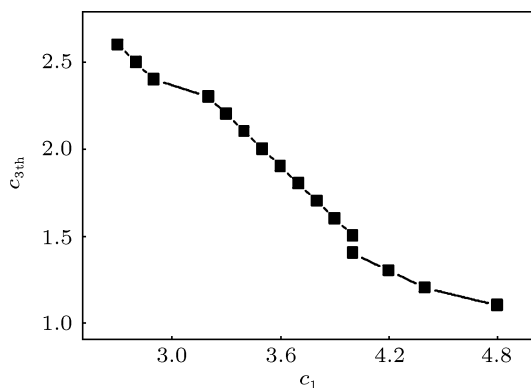


图 3 在  $c_2 = 0.77$  情况下  $c_{3th}$  随  $c_1$  变化曲线, 曲线上方为可控区

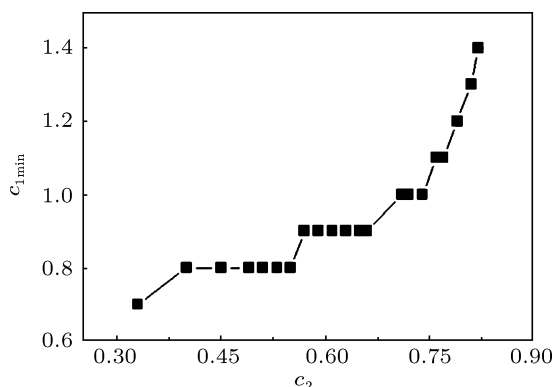


图 4 在非对称耦合下  $c_{1min}$  随  $c_2$  的变化, 曲线上方为可控区

在心脏系统中, 用局部周期驱动产生平面波消除螺旋波, 会出现平面波无法将螺旋波波头赶出系统的现象<sup>[21]</sup>. 在我们的研究中, 无论对称耦合或非对称耦合也发现类似的现象. 在不可控的情况下, 当控制参数在阈值附近取值时, 出现两种不可控制的现象 (在单层介质情况下没有观察到这些现象): 1) 有时出现平面波无法将螺旋波赶出系统的现象, 波头可长时间维持在右边边界上, 这个波头是由螺旋波破碎后形成的, 如果此时我们撤去驱动, 介质又会重新被螺旋波占据, 从而控制失败; 根据控制参

数和控制时机的不同 ( $t_0$  不同), 在右边边界上, 有时候出现两个波头, 分别位于右上角和右下角, 或者两个波头位于中间位置, 两螺旋波旋转方向相反, 有时候出现一个波头, 位于右上角或右下角, 如图 6 所示; 产生这种现象的原因是在平面波与低频螺旋波作用下产生了高频螺旋波, 其频率与平面波频率一致; 2) 三层介质都被平面波占据, 但是各层平面波有形变, 存在弯曲和粗细不均情况, 依赖撤去驱动的时机不同, 可能导致系统回到静息态, 也可能不能使系统回到静息态, 使控制失败; 当改变  $t_0$  而取消控制时刻相同时, 也得到类似结果, 这种不可控情形也表现为与控制时机有关.

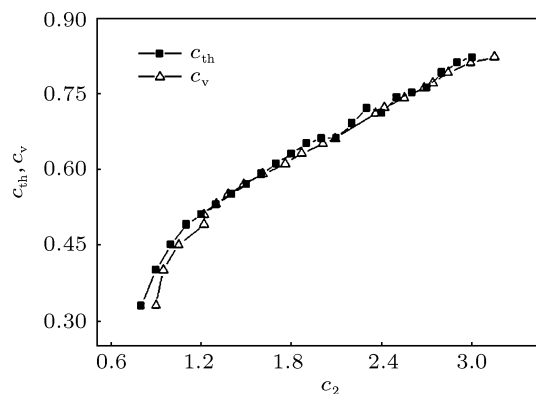


图 5  $c_{th}$  和  $c_v$  随  $c_2$  的变化曲线

为全面了解不同因素对控制的影响, 我们研究了在对称耦合中  $\Omega$  的面积对控制的影响. 取  $\Omega$  为第二层介质左边界  $R \times 300$  个格点区域, 驱动宽度为  $R$  个格点, 固定  $c_2 = 0.63$ , 取  $c_1 = c_3 = c$  为可调参数. 数值模拟发现, 给定一个  $R$ ,  $c$  存在一个最小值  $c_{min}$ , 当  $c \geq c_{min}$  时三层介质中螺旋波才可控. 图 7 给出了在  $c_2 = 0.63$  情况下  $c_{min}$  随  $R$  的变化曲线. 从图 7 可以看出, 驱动宽度并不是越宽越好, 驱动宽度较小时, 需要的耦合强度较大, 随着宽度的增加, 耦合强度呈现先下降后上升的趋势, 即存在优化的  $R$  值.

我们研究了在对称耦合中驱动力振幅  $A$  对控制的影响. 同样固定  $c_2 = 0.63$ , 取  $c_1 = c_3 = c$  为可调参数. 数值模拟发现, 给定一个  $A$ ,  $c$  存在一个最小值  $c_{min}$ , 当  $c \geq c_{min}$  时三层介质中螺旋波才可控. 图 8 给出在  $c_2 = 0.63$  情况下  $c_{min}$  随  $A$  的变化曲线. 从图 8 可以看出, 增大振幅  $A$  可以使  $c_{min}$  减少, 有利于控制.

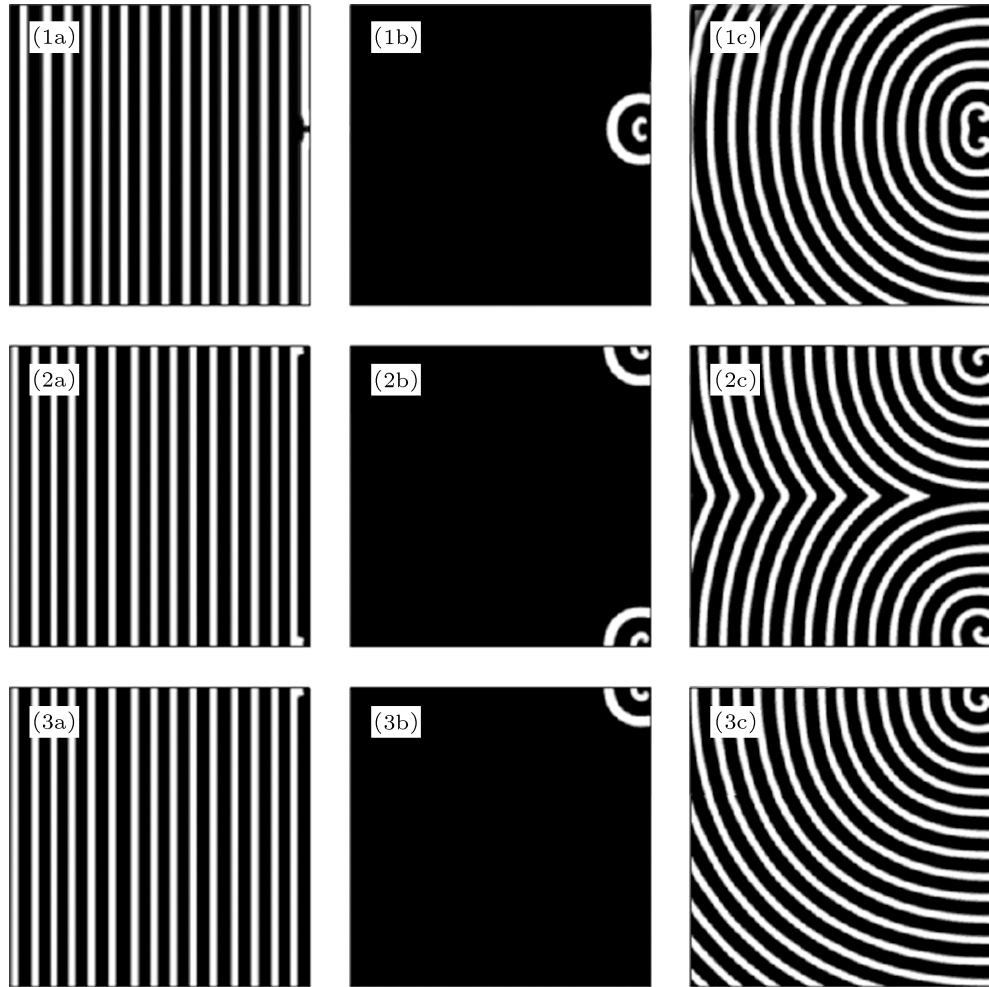


图 6 在不同参数下控制螺旋波的过程中第一层介质在不同时刻的斑图 (1a—3a)  $t = 2500$ ; (1b—3b)  $t = 2660$ ; (1c—3c)  $t = 3200$ ; 去掉驱动在  $t = 2600$  时刻, (1a, 1b, 1c) 的参数为  $c_1 = 1.70, c_2 = 0.59, c_3 = 1.40, t_0 = 3.8$ ; (2a, 2b, 2c) 的参数为  $c_1 = c_3 = 1.6, c_2 = 0.60, t_0 = 0.02$ ; (3a, 3b, 3c) 的参数为  $c_1 = c_3 = 1.6, c_2 = 0.60, t_0 = 0.04$

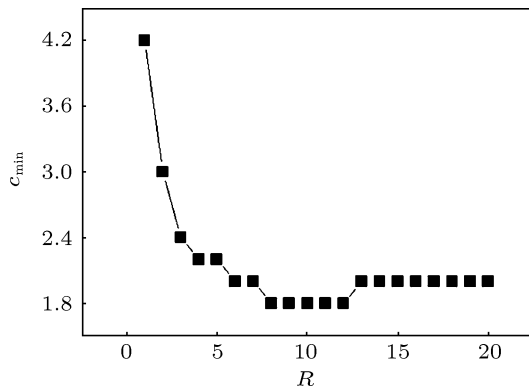


图 7 在  $c_2 = 0.63$  情况下  $c_{\min}$  随刺激宽度  $R$  的变化曲线, 曲线上方为可控区

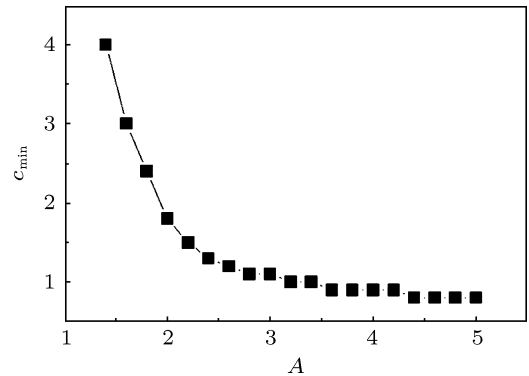


图 8 在  $c_2 = 0.63$  情况下  $c_{\min}$  随振幅  $A$  的变化曲线, 曲线上方为可控区

## 4 结论

本文采用 Bär 模型研究了三层耦合可激发介质中螺旋波的控制. 数值模拟发现: 当驱动力只加在中间层介质时, 其他两层介质的耦合强度不同, 对螺旋波控制有很大影响: 1) 只有第二层介质的耦合强度小于临界值, 而第一、三层介质的耦合强度大于临界值, 才能有效控制螺旋波, 否则会导致控制失败; 2) 当第二层介质的耦合强度一定时, 可以通过耦合互补方法实现螺旋波的控制, 即当第一层介质的耦合强度减少到螺旋波不可控时, 可通过增大第三层介质的耦合强度使得螺旋波又可以被控制; 3) 存在控制效果依赖控制时机的现象. 这些结果可以解释在心脏系统中为什么有时无法用周期驱动消除螺旋波. 缝隙连接是心脏细胞之间的特殊连接方式, 由于心室的异常起搏会导致缝隙连接蛋

白减少和分布重构<sup>[29]</sup>, 使心脏出现心脏记忆效应. 由心肌缺血引起的细胞死亡和由心动过速引起的心脏记忆效应都可以导致心室壁三层介质之间的耦合发生改变, 正是这种变化使得心脏中的螺旋波比较难控制.

通过研究多层介质中螺旋波的控制我们观察到: 平面波与低频螺旋波相互作用可以产生高频螺旋波, 导致螺旋波控制失败, 螺旋波的旋转方向既可以是顺时针方向也可以是逆时针方向. 当第二层介质耦合强度一定时, 存在优化的驱动宽度, 过大或过小的驱动宽度需要增加第一、三层介质的耦合强度. 增加驱动力的振幅有利于螺旋波的控制. 这就解释了在心脏除颤时, 提高能量有利于除颤. 希望我们的研究结果对植入式心脏起搏器的设计能提供有益的参考.

- [1] Witkowski F X, Joshua L L, Penkoske P A, Giles W R, Spano M L, Ditto W L, Winfree A T 1998 *Nature* **392** 78
- [2] Gray R A, Jalife J, Panfilov A V, Baxter W T, Cabo C, Davidenko J M, Pertsov A M 1995 *Science* **270** 1222
- [3] Yuan G Y, Xu L, Xu A G, Wang G R, Yang S P 2011 *Chaos, Solitons and Fractals* **44** 728
- [4] Hendrey M, Ott E, Antonsen Jr T M 2000 *Phys. Rev. E* **61** 4943
- [5] Wang C N, Yang L J, Yuan L H, Ma J 2010 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **15** 3913
- [6] Ma J, Tang J, Wang C N, Jia Y 2011 *Int. J. Bifurc. Chaos* **21** 587
- [7] Wang Q Y, Perc M, Duan Z S, Chen G R 2008 *Phys. Lett. A* **372** 5681
- [8] Yuan G Y, Wang G R, Chen S G 2005 *Commun. Theor. Phys.* **44** 858
- [9] Cao Z J, Li P F, Zhang H, Xie F G, Hu G 2007 *Chaos* **17** 015107
- [10] de la Casa M A, de la Rubia F J, Ivanov P C 2007 *Chaos* **17** 015109
- [11] Cao Z J, Zhang H, Xie F G, Hu G 2006 *Europhys. Lett.* **75** 875
- [12] Zhong M, Tang G N 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3070 (in Chinese) [钟敏, 唐国宁 2010 物理学报 **59** 3070]
- [13] Ma J, Jia Y, Yi M, Tang J, Xia Y F 2009 *Chaos, Solitons and Fractals* **41** 1331
- [14] Sakaguchi H, Fujimoto T 2003 *Phys. Rev. E* **67** 067202
- [15] Zykov V S, Mikhailov A S, Müller S C 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3398
- [16] Qian Y, Song X Y, Shi W, Chen G Z, Xue Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4420 (in Chinese) [钱郁, 宋宣玉, 时伟, 陈光旨, 薛郁 2006 物理学报 **55** 4420]
- [17] Gray R A, Chattipakorn N 2005 *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **102** 4672
- [18] Gao J Z, Xie L L, Xie W M, Gao J H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 080503 (in Chinese) [高加振, 谢玲玲, 谢伟苗, 高继华 2011 物理学报 **60** 080503]
- [19] Piller L W 1970 *Electronic Instrumentation Theory of Cardiac Technology* (London: Staples Press)
- [20] Walker R G, Koster R W, Sun C, Moffat G, Barger J, Dodson P P, Chapman F W 2009 *Resuscitation* **80** 773
- [21] Stamp A T, Osipov G V, Collins J J 2002 *Chaos* **12** 931
- [22] Allesie M, Kirchhof C, Scheffer G J, Chorro F, Brugada J 1991 *Circulation* **84** 1689
- [23] Yu C G, Bai R, Chen D L, Huang Y 2008 *Cardiac Electrophysiology Basic and Clinical* (WuHan: Huazhong University of Science and Technology Press) p4 (in Chinese) [余承高, 白融, 陈栋梁, 黄勇 2008 心脏电生理学基础与临床 (武汉: 华中科技大学出版社) 第 4 页]
- [24] Antzelevitch C 2001 *Cardiovascular Research* **50** 426
- [25] Wang J M, Xue Y 2011 *International Conference on Network Computing and Information Security* Guilin, China, May 14–15, 2011 pp49–53
- [26] Yuan G Y, Yang S P, Wang G R, Chen S G 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1510 (in Chinese) [袁国勇, 杨世平, 王光瑞, 陈式刚 2005 物理学报 **54** 1510]
- [27] Li G Z, Chen Y Q, Tang G N 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020502 (in Chinese) [黎广钊, 陈咏琪, 唐国宁 2012 物理学报 **61** 020502]
- [28] Bär M, Eiswirth M 1993 *Phys. Rev. E* **48** R1635
- [29] Li X C, Wu X Y, Zhang S, Zhou Z H, Li L, Liang Z G, Li W M 2008 *Chinese Journal of Cardiac Pacing and Electrophysiology* **22** 347 (in Chinese) [李秀春, 吴晓羽, 张姝, 周中华, 李磊, 梁兆光, 李为民 2008 中国心脏起搏与心电生理杂志 **22** 347]

# Study on the control of spiral waves in coupled excitable media\*

Zhou Zhen-Wei   Chen Xing-Ji   Tian Tao-Tao   Tang Guo-Ning<sup>†</sup>

(College of Physics and Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

(Received 3 April 2012; revised manuscript received 23 May 2012)

## Abstract

The control of spiral waves in three-layer coupled excitable media is studied by using the Bär model. The bidirectional coupling between adjacent layers is adopted. We use planar waves generated by a local periodic signal added to the second layer to eliminate spiral waves in the media. The numerical results show that when the couplings among three layer media meet some conditions the spiral waves in the media can be controlled. The control of spiral waves may be achieved by using the complementary coupling strategy. The interaction between planar wave and low-frequency spiral wave can produce high-frequency spiral wave, leading to failure to eliminate spiral waves. There exists an optimal drive width. Both larger and smaller drive width may need larger coupling strength between the first and third layers. The control results depending on the control opportunity are observed. We hope that this study will contribute to the design of the implantable cardioverter defibrillator.

**Keywords:** spiral wave, coupling, heart tissue, control

**PACS:** 05.45.-a, 82.40.Ck, 47.54.-r

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11165004).

<sup>†</sup> E-mail: tangguoning@sohu.com