

基于非线性振荡和混沌分析的单相 AC-DC 变流电路的摄动解析*

张扬^{1)†} 查晓明¹⁾ 刘雅琦²⁾ 张鲲¹⁾ 熊一¹⁾ 樊友平¹⁾

1) (武汉大学电气工程学院, 武汉 430072)

2) (武汉大学信息管理学院, 武汉 430072)

(2012 年 4 月 17 日收到; 2012 年 5 月 3 日收到修改稿)

针对单相交流全桥变流电路, 推导出其在脉宽调制下的连续等效摄动解析模型. 首先通过研究非线性振荡过程得到其连续微分方程, 该方程含有控制参数和摄动参数. 随后通过数学理论证明正则摄动方法能够求出其近似解, 求解后对比 PSCAD/EMTDC 的仿真结果从而验证了解析的正确性. 该方法在大规模计算中具有优势. 最后分析了控制参数和摄动参数的物理意义, 指出这两个参数能够影响变流器的工作状态, 甚至引发倍周期混沌. 该摄动建模方法不仅适用于单相变流电路, 也适用于三相变流电路甚至多相变流电路.

关键词: 非线性振荡, 混沌分析, 正则摄动, 单相变流电路

PACS: 05.45.Gg

1 引言

现代电力系统是智能化系统 (smart grid), 其大量采用 AC-DC 变流电路以实现灵活供电, 具有反应灵敏、信息化程度高和电能质量好等优点^[1]. 这主要是因为 AC-DC 变流电路所采用的绝缘栅双极型晶体管 (IGBT) 等全控型器件在微型处理器驱动下能实现智能信息化控制, 其反应时间可以满足不同的需求, 从秒级、毫秒级到微秒级不等. 变流电路包含单相、三相到多相等拓扑结构, 总体而言, 其基本电路都能够由单相变流器通过组合来表示^[2]. 然而单相变流器是一个复杂的典型非线性振荡电路, 具有离散的脉冲特性, 因此难于分析与控制, 尤其是对大规模电力系统更是如此, 因此必须深入研究其内在机理.

单相电路的机理研究起步较早, 早在 20 世纪 20 年代, 范德波尔 (van der Pol) 就针对电子管电

路展开研究并解析出范德波尔方程^[3]. 然而, 随着计算机技术的发展, 仿真计算方法更为普及. 仿真计算方法一般是采用隐式积分法等数值算法对方程组进行逼近, 受到计算机的计算能力的局限, 其在小规模系统中较为精确. 计算复杂度与规模呈指数相关, 容易导致维数灾^[4], 并难于分析机理性问题. 现代电力系统是一个大规模的高阶系统, 这导致模型难于同时满足精度和复杂度. 等效方法如同调等值方法^[2]、模式等值方法^[5]、微分同调等值方法^[6]等都能从不同的角度降低模型复杂度, 但其实际上牺牲了精度, 并且在近似混沌时并不适用^[7], 这严重制约了该类方法的推广.

本文基于一个电学公认的规律, 即任何多相系统都能够等效为单相系统的组合, 来回归物理系统的本质, 采用范德波尔的解析方法研究 IGBT 为开关的单相 AC-DC 变流系统的摄动建模理论. 首先分析该电路本身的非线性振荡规律, 将其等效为连续振荡电路, 并逐步推导出该电路连续形式的达芬

* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2012CB215100)、国家自然科学基金 (批准号: 61074101, 51177113) 和高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20090141120062) 资助的课题.

† E-mail: brillspark@vip.qq.com

型 (Duffing) 微分方程解析模型^[8], 其含有控制参数和与 IGBT 自身的非线性电容特性等相关的摄动参数. 然后根据 PSCAD/EMTDC 软件仿真, 并对比新的微分方程解析模型计算结果和仿真结果, 从而验证模型, 最后分析了每个参数的物理意义以及该方法的适用范围. 该研究为复杂度和精度的平衡提供了另一种新的途径.

2 单相变流电路的等效电路

本节从电路的物理过程推导出单相变流电路的等效电路, 该等效电路是一个连续电路, 这将大大简化单相变流电路的求解.

典型的单相变流电路的拓扑结构如图 1 所示.

图 1 中, U_s 是交流侧的电压, L_s 是交流侧的滤波电感, C_d 是直流侧的稳压电容, R_s 为线路的电阻, $V_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 为 IGBT, VD_i 为对应的续流二极管, 该型电路又被称作全桥变流电路, 是典型的单相变流电路. 该电路的控制方式多样, 典型的有脉宽调制 (pulse width modulation, PWM) 控制、正弦脉宽调制 (sine pulse width modulation, SPWM) 控制等. 本文研究最基本的 PWM 控制, 其他控制方式实际上是这种方式的特例.

为了简化原理, 本文忽略掉 IGBT 的死区效应, 所谓的死区效应是指为了防止上下桥臂 (如 1 和 2, 3 和 4) 同时导通引起短路而同时短暂关断所有 IGBT 开关所引起的效应. 根据 PWM 调制的原理, 有:

$$s_k = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases} \quad (k = 1, 2), \quad (1)$$

也即当 s_k 等于 1 时, 开通 V_1 和 V_4 , 关断 V_2 和 V_3 , 当 s_k 等于 -1 时, 开通 V_2 和 V_3 , 关断 V_1 和 V_4 , 当 s_k 等于 0 时, 属于死区效应, 本文忽略. 换言之, V_1, V_4 和 V_2, V_3 在任何时候都不能同时开通. 则根据该特性, 图 1 按照开关状态等效为图 2 的原理图.

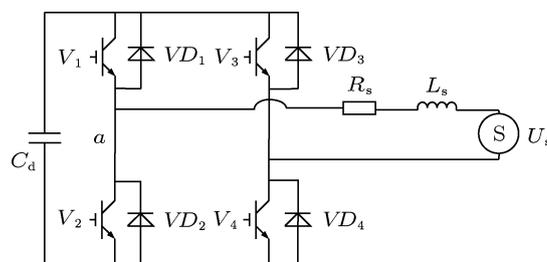


图 1 单相变流电路的拓扑结构

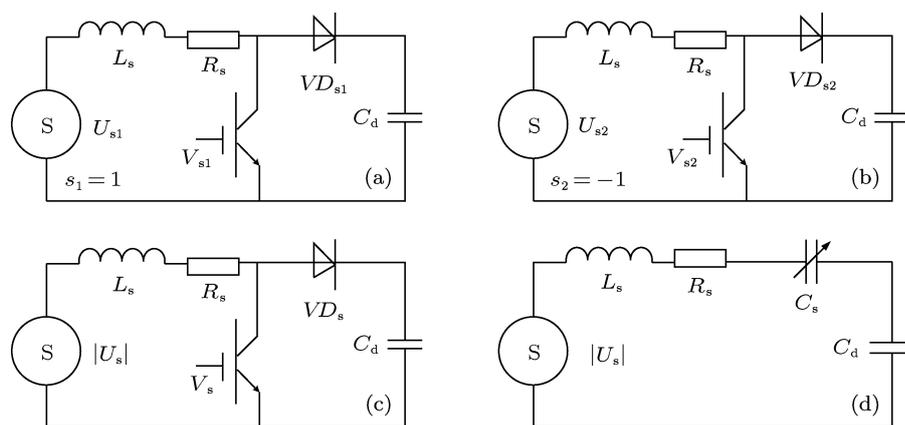


图 2 单相变流电路的分状态等效拓扑结构

图 2(a) 中, V_{s1} 实际上等效于 V_1 和 V_4 , VD_{s1} 等效于 VD_1 和 VD_4 , 图 2(b) 类似. 也即在两种开关状态下, 电路的结构基本上一致. 仔细研究图 1 和图 2 的区别, 不难发现, 在图 2(b) 中, $U_{s2} = -U_s$,

这保证了交直流变换的正常进行, 也使得直流侧的电压方向始终一致. 可采用绝对值函数来表示, 因此电路又能够进一步表示为图 2(c).

通过绝对值等效, 在图 2(c) 中, 将单相电路的

电源进行了绝对值化, 这样更趋近于一个连续形式. 此时的 V_s 等于 V_1, V_4 或者 V_2, V_3, VD_s 等于 VD_1, VD_4 或者 VD_2, VD_3 . 考虑到实际中 IGBT 和续流二极管的选择往往是相同型号, 这就可以近似认为 V_s 和 VD_s 的变化较小甚至是不变的.

然而该等效电路中仍然含有 IGBT 和二极管等开关电路, 如果按照开关来列方程仍然是离散的, 也就是说这种条件下仍然只能采用仿真模拟而无法列出微分方程, 这与本文研究的目标仍然有一定差距, 因此仍需要考虑实际的物理过程.

物理学上, 在时间足够短的情况下任何的实际过程都是一个连续过程, 该基本原理说明了开关的连续化是合理的. 已有研究证明 [9], IGBT 可以等效于一个非线性电容. 而在图 3 中, 由于电源已经被绝对值化, 因此, 二极管 VD 实际上相当于一直导通, 并且考虑到二极管的寄生电容的效应, 其和 IGBT 一起, 可以总体上等效为一个非线性电容 C_s , 由此单相变流电路的连续等效电路转化为图 2(d). 显然, 图 2(d) 的电路已经成为一个连续电路, 而连续电路才较容易列出微分方程, 从而进行解析建模.

综上所述, 本节通过单相变流电路的实际物理过程, 考虑到连续的可行性, 结合电路的等效方法, 将通常意义上的离散问题转化为连续问题, 从而为下一节中得到连续形式的微分方程提供依据.

3 单相变流连续电路的微分方程

本节通过振荡电路的特点列出单相变流连续电路的微分方程, 并尝试分析该微分方程中所含参数的特点.

不妨假设 C_d 两端的电压为 x , 根据基尔霍夫定律, 并基于 $C_s \ll C_d$, 则能够证明电路的微分方程为

$$L_s C_d \ddot{x}(t) + R_s C_d \dot{x}(t) + x(t) + U_{C_s} = |U_s|. \quad (2)$$

然而, (2) 式中非线性电容两端的电压 U_{C_s} 仍然不确定, 因此下面需要进一步研究其表示形式. 本文参考文献 [10], 并为了简化计算, 对 IGBT 的实测数据采用了曲线回归的方法来近似 U_{C_s} 的表达式, 也即考虑一组数据 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, m)$, 要求在函数类 $\Phi = \text{span}(\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n)$ 中找到一个

函数 $y = S^*(x)$, 使误差的平方和满足

$$\begin{aligned} \|\delta\|^2 &= \sum_{i=0}^m W(x_i) [S^*(x_i) - y_i]^2 \\ &= \min \sum_{i=0}^m W(x_i) [S(x_i) - y_i]^2, \end{aligned} \quad (3)$$

这里 $S(x) = a_0 \varphi_0(x) + a_1 \varphi_1(x) + \dots + a_n \varphi_n(x) (n < m)$.

IGBT 的型号多样, 本文采用的是英飞凌某一型号的 IGBT, 采取了 14 点的数据进行曲线回归 (见图 3). 由于 IGBT 结构的相似性, 可以认为该方法得到的结论也能够适用于其他型号.

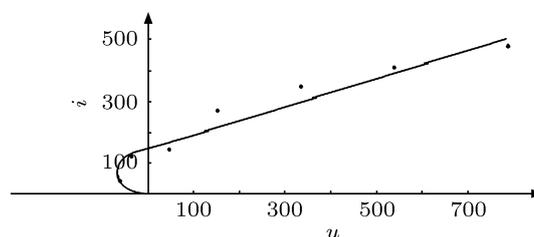


图 3 单相变流电路非线性特性的曲线回归

采用 matlab 进行回归得到该型号 IGBT 的曲线回归结果为

$$u_C = 1.8 \times 10^{-6} x^3 - 0.667x,$$

显然 $1.8 \times 10^{-6} \ll 1$, 这意味着采用一个形式为 $\epsilon x^3 + \mu x$ 的函数能够近似表示 U_{C_s} , 也即

$$U_{C_s} = \epsilon x^3 + \mu x, \quad (4)$$

ϵ 为摄动参数, 远远小于 1 而大于 0, μ 为控制参数. 实际上式 (4) 的形式接近于范德波尔在 20 世纪 20 年代对电子管研究的结论 [3], IGBT 继承了电子管的一些特性, 因此这种数学描述对于物理问题本身具有较强的可信度.

将 (4) 式代入 (2) 式, 最终得到单相变流器的连续微分方程为

$$L_s C_d \ddot{x} + R_s C_d \dot{x} + (1 + \mu)x + \epsilon x^3 = |U_s|, \quad (5)$$

初值为 $x(0) = 0$, 该型函数实际上属于达芬系统外加激励方程, 其参数会随着控制方式和状态的改变而发生改变. 达芬方程是一种典型的非线性方程, 容易发生混沌现象.

综上所述, 本节得到了一个连续型的单相变流电路的微分方程, 下节将主要针对该方程给出一种近似解析的方法.

4 单相变流电路的解析求解

本节通过分析两单元集成三相变流系统的混沌状态, 给出典型工况和近似混沌工况的参数, 为仿真计算提供依据.

根据目前常用的单相交直流系统的型号, 选取参数如表 1.

表 1 单相变流系统的典型参数表

名称	符号/单位	数值
滤波电感	L_s/H	0.001
稳压电容	C_d/mF	100
线路电阻	R_s/Ω	0.004
交流电压幅值	U_s/V	220
交流角速度	$\omega(f)$	100π

在实际装置中, 滤波电感和稳压电容的选择有一定范围, 本文所给的数值 $L_s C_d = 1$, 也即单位常数积是其中一种可行的参数. 实际上, 即便 $L_s C_d \neq 1$, 本文提出的方法仍然适用, 下文会给出说明. 取 $L_s C_d = 1$ 也即分母为 1 能大大化简运算. $U_s = 220 \sin(100\pi t)$, 也就是额定电压为 220 V、频率为 50 Hz 的工频交流电. 并且在正常工况下, 考虑到 $|U_s|$ 是周期函数, 为了方便下文的研究, 首先需要考虑其傅里叶级数展开式的特征以便引出摄动方法的试探解.

首先令 $u = 100\pi t$, 则 $|U_s| = 220|\sin u|$, 其中 $-\pi \leq u < \pi$, 由于其为偶函数, 因此需要进行偶延拓, 也即:

$$|\sin u| = \frac{2}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4}{4m^2 - 1} \cos 2mu$$

$$= \frac{2}{\pi} \left[1 - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos 2mu}{4m^2 - 1} \right], x \in R, \quad (6)$$

则

$$|U_s| = 220|\sin u|$$

$$= \frac{440}{\pi} \left[1 - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos 2mu}{4m^2 - 1} \right], x \in R. \quad (7)$$

这说明在这种激励之下, 微分方程的可能解是原有激励的倍数频率的解. 针对 (5) 式,

令 $y = L_s C_d x$, 则其可变形为

$$\ddot{y} + \frac{R_s}{L_s} \dot{y} + \frac{1 + \mu}{L_s C_d} y + \varepsilon \frac{1}{L_s^3 C_d^3} y^3 = |U_s|, \quad (8)$$

或者为

$$h = \ddot{y} + \frac{R_s}{L_s} \dot{y} + \frac{1 + \mu}{L_s C_d} y + \varepsilon \frac{1}{L_s^3 C_d^3} y^3 - |U_s| = 0. \quad (9)$$

解析该方程的方法一般为摄动方法^[10], 本文需要考虑采用何种摄动方法求解. 常用的摄动方法有正则摄动和奇异摄动等, 适用于不同的范围, 错误的方法将导致结果错误. 在给出具体的判定定理之前, 先给出一些定义.

定义 1 $L_\varepsilon = L_0 + \varepsilon L_1 + \varepsilon^2 L_2 + \dots + \varepsilon^n L_n$ 称为摄动算子, 其中 L_0 是 L_ε 的主要部分, $\varepsilon L_1 + \varepsilon^2 L_2 + \dots + \varepsilon^n L_n$ 是 L_ε 的摄动部分, $\varepsilon > 0$ 是小参数.

定义 2 若摄动问题 A_ε : 在 n 维空间的有界区域 $Q + \Gamma$ 内求方程 $L_\varepsilon u_\varepsilon(x) = h(x)$, $x = (x_1, \dots, x_n) \in Q$ 在一定边界条件下的解, Γ 是区域 Q 的边界. 其退化问题是指 $A_0(\varepsilon = 0)$: 在 $Q + \Gamma$ 内求方程 $L_0 u_0 = h(x)$, $x = (x_1, \dots, x_n) \in Q$ 在一定边界条件下的解.

定义 3 如果方程 $L_\varepsilon y_\varepsilon(x) = h(x)$ 能够通过摄动因子 $L_\varepsilon = L_0 + \varepsilon L_1 + \varepsilon^2 L_2 + \dots + \varepsilon^n L_n$ 直接代入并展开而进行求解, 则该方法被称为正则摄动法, 或者称为正规摄动, 或叫做直接展开法, 如果不能展开, 被称为奇异摄动法.

实际上, 判断该采用正则摄动法或是奇异摄动法, 一般是考虑余项, 如定理 1 所示.

定理 1 若原微分方程, 假定在构造问题 A_ε 级数的解有形式如 $y_\varepsilon(x) = y_0(x) + \varepsilon y_1(x) + \dots + \varepsilon^n y_n(x) + \dots$ 的展开式, 对于任意正整数 N 有 $y_\varepsilon(x) = y_0(x) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i y_i(x) + R_N(x, \varepsilon)$, 其余项 $R_N(x, \varepsilon) = O(\varepsilon^{N+1})$, $\varepsilon \rightarrow 0$, 在 $Q + \Gamma$ 内一致收敛于 0, 则可以采用正则摄动方法, 否则需要采用奇异摄动方法.

证明 将式 $y_\varepsilon(x) = y_0(x) + \varepsilon y_1(x) + \dots + \varepsilon^n y_n(x) + \dots$ 代入摄动问题 A_ε 的方程 $L_\varepsilon y_\varepsilon(x) = h(x)$ 中, 并与方程右端比较系数, 得到一组递

推方程:

$$\begin{cases} L_0 y_0 = h, \\ L_0 y_1 = -L_1 y_0, \\ L_0 y_2 = -L_1 y_1 - L_2 y_0, \\ \dots \end{cases} \quad (10)$$

容易发现

$$y_\varepsilon(x) = y_0(x) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i y_i(x) + R_N(x, \varepsilon). \quad (11)$$

另外考虑到泰勒级数的一般展开式为

$$\begin{aligned} y(x) &= y(x_\varepsilon) + \sum_{i=1}^n \frac{y^{(i)}(x_\varepsilon)}{i!} (x - x_\varepsilon)^i \\ &\quad + \frac{y^{(n+1)}(\varepsilon)}{(n+1)!} (x - x_\varepsilon)^{n+1} \\ &\approx y(x_\varepsilon) + \sum_{i=1}^n \frac{y^{(i)}(x_\varepsilon)}{i!} (x - x_\varepsilon)^i \\ &\quad + \frac{y^{(n+1)}(\varepsilon)}{(n+1)!} \varepsilon^{n+1}, \end{aligned} \quad (12)$$

数值逼近下逐步逼近真值 x_ε , 因此将 (11) 式和 (12) 式进行对比, 容易得到其解相同的条件为 $R_N(x, \varepsilon) = O(\varepsilon^{N+1}), \varepsilon \rightarrow 0$, 且其趋近于 0. 而能够泰勒展开直接求解就意味着可以采用直接展开法, 或者称为正则摄动法. 证毕.

现在来分析 (9) 式是否能够采用正则摄动法. 由于该摄动方程实际上是一种强迫振荡方程, 其振幅和频率都与激励源 U_s 直接相关, 因此只需要分析 $|U_s|$ 的余项特性就能够确定合适的方法.

根据 (6) 式, 可知 $R_N = \frac{\cos(2N+2)u}{4(N+1)^2 - 1} \leq \frac{1}{4(N+1)^2 - 1} \rightarrow 0$, 因此根据定理 1, 该方程的解析应当采用正则摄动法, 不需要采用奇异摄动法.

首先要求解出退化问题也即 $\varepsilon = 0$ 时的退化解, 该解决定于原摄动问题的初值解, 此时 (9) 式转化为下式:

$$\begin{cases} h = \ddot{y} + \frac{R_s}{L_s} \dot{y} + \frac{1+\mu}{L_s C_d} y - |U_s| = 0, \\ y(0) = 0, \end{cases} \quad (13)$$

这实际上是一个普通的非齐次线性方程. 通过待定系数法并根据 (9) 式来猜测解的形式, 展开成基波倍频的形式, 为了简化计算, 本文只展开到 1 倍频形式, 假设

$$y = A_1 + A_2 \sin u, \quad (14)$$

将 (14) 式代入 (13) 式, 考虑到本例中 $L_s C_d = 1$, 即可得到待定系数为

$$\begin{aligned} &-A_2 \sin u + \frac{R}{L} A_2 \cos u + (1+\mu)(A_1 + A_2 \sin u) \\ &= \frac{440}{\pi} \left[1 - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos 2mu}{4m^2 - 1} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

展开并进行和差化积, 并使得形式一致, 可以得到

$$\begin{aligned} &(1+\mu)A_1 + A_2 \cos 2u \sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \mu^2} \\ &= \frac{440}{\pi} - \frac{880}{3\pi} \cos 2u. \end{aligned} \quad (16)$$

根据傅里叶分解的误差公式

$$R \leq O(k+1), \quad (17)$$

代入 $k = 1$, 则该方法误差小于 $1/15$, 约 6.7%, 在工程中可以满足精度. 对于更高精度的要求, 可以展开到 $\sin 2u$ 及其更高次数, 但是本文的重点在于说明方法, 因此不做更复杂的计算.

根据 (17) 式, 可以得到:

$$\begin{cases} A_1 = \frac{440}{\pi(1+\mu)}, \\ A_2 = -\frac{880}{3\pi\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \mu^2}}, \end{cases} \quad (18)$$

代入式 (14), 得到退化问题的一个近似解为

$$y_0 = \frac{440}{\pi(1+\mu)} - \frac{880}{3\pi\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \mu^2}} \sin u. \quad (19)$$

现继续研究摄动问题的近似解, 也即方程

$$\begin{cases} h = \ddot{y} + \frac{R_s}{L_s} \dot{y} + \frac{1+\mu}{L_s C_d} y \\ \quad + \varepsilon \frac{1}{L_s^3 C_d^3} y^3 - |U_s| = 0, \\ y(0) = 0. \end{cases} \quad (20)$$

根据 (10) 式中的第二个等式, 设系数为 B , 并考虑到摄动方程的解不需要考虑高阶 (这是因为摄动项很小, 高阶就已经是 0), 因此只考虑常数阶, 也即令 $y_1 = 1$ 即可. 由于 $\frac{880}{3\pi\sqrt{\frac{R_s^2}{L_s^2} + \mu^2}} \ll 1$, 则可

计算出

$$B y_1 = B = -\varepsilon y_0^3$$

$$= -\varepsilon \left(\frac{440}{\pi(1+\mu)} - \frac{880}{3\pi\sqrt{\frac{R_s^2}{L_s^2} + \mu^2}} \sin u \right)^3$$

$$\approx -\varepsilon \frac{440^3}{\pi^3(1+\mu)^3} \quad (21)$$

代入到摄动方程的一般解中, 可得该方程的一个近似解析为

$$y = \frac{440}{\pi(1+\mu)} - \frac{880}{3\pi\sqrt{\frac{R_s^2}{L_s^2} + \mu^2}} \sin u$$

$$- \varepsilon \frac{440^3}{L_s^3 C_d^3 \pi^3 (1+\mu)^3}$$

$$\approx \frac{440}{\pi(1+\mu)} - \varepsilon \frac{440^3}{\pi^3(1+\mu)^3}$$

$$- \frac{880}{3\pi\sqrt{\frac{R_s^2}{L_s^2} + \mu^2}} \sin u. \quad (22)$$

反向换元, 则可得关于 x 的解析式为

$$x = \frac{440}{\pi(1+\mu)L_s C_d} - \frac{440^3 \varepsilon}{L_s C_d \pi^3 (1+\mu)^3}$$

$$- \frac{880}{3\pi\sqrt{R_s^2 C_d^2 + \mu^2 L_s^2 C_d^2}} \sin u, \quad (23)$$

即为要求的解析解, 其中 $u = 100\pi t$, ε 为摄动参数, μ 为控制参数, 它决定了单相变流电路直流侧电压的大小, 与控制方式有关.

进一步分析, 假如 $L_s C_d \neq 1$, 则需要考虑分母为 $L_s C_d$ 时的系数, 这时候本方法仍然适用, 这是由于 $L_s C_d$ 是一个常数, 影响收敛性的主要是外加激励源 $|U_s|$, 而常数仅对待定系数的大小产生影响, 也即影响了计算的复杂度却不影响算法本身的可行性.

综上所述, 本小节根据摄动理论分析并证明了单相变流器的连续微分方程适合的解析方法为正则摄动方法. 首先利用退化问题, 得到了一个近似特解, 随后引出原摄动问题的一个近似解, 通过该解, 方便在下一节中研究控制参数 μ 和摄动参数 ε 的物理意义, 从而解释连续微分方程的实际作用.

5 仿真与模型验证

本节通过 PSCAD/EMTDC 仿真软件进行计算, 采用隐式梯形积分法. 步长选择为 $1 \mu\text{s}$, 仿真时

间选定为 1.5 s , 为了得到准确的结果, 用计算机大约计算了 5 min . 典型参数如表 1 所示, 控制方式为 PWM 中最普遍的一种 SPWM 控制. 按照前述的试验控制参数取 $\varepsilon = 1.8 \times 10^{-6}$, $\mu = -0.667$.

首先将该结果代入 (23) 式中, 可得

$$x \approx 420 + 39.3 \sin u. \quad (24)$$

也即在此种控制方式下, 直流侧电容 C_d 两端的电压约为一个直流 420 V 的电压外加工频 50 Hz 的纹波信号 39.3 V , 通过 PSCAD/EMTDC 仿真, 能够得到该种工况和控制要求下的直流侧电压和谐波含量, 见图 4. 进一步分析其谐波含量, 可得如图 5 所示.

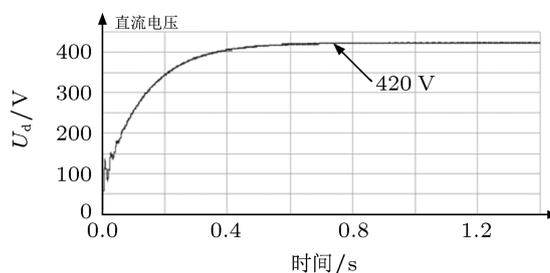


图 4 单相变流器的直流侧电压仿真结果

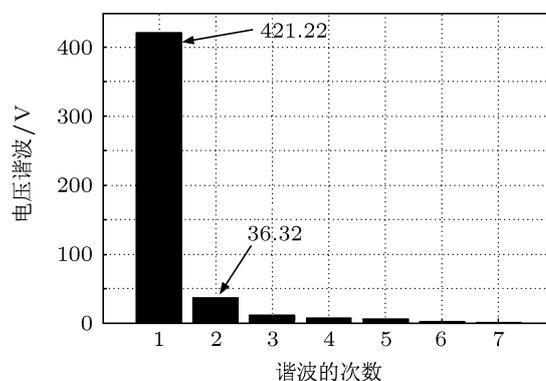


图 5 单相变流器的直流侧电压傅里叶系数

对比计算结果和仿真结果, 能够发现其误差很小. 这也意味着, 如果计算正确, 单相变流器的模型能够通过连续微分方程解析得到. 而使用解析的结果, 只需要代入实际的参数, 计算非常简单, 通过软件分析时间远远小于 5 min , 且并无太大的硬件开销. 这说了解析方法在解决大规模计算问题上具有明显的优势.

综上所述, 本节对比了常用的仿真软件的结果和解析计算得到的结果, 在做前述近似的情

况下, 仍然能够计算得到一个较为精确的结果, 且计算时间远远小于仿真计算, 这能够有效回避“维数灾”。

6 分析与讨论

本小节继续讨论连续微分方程的解析解中的两个参数, 控制参数 μ 和摄动参数 ε 的物理意义, 并研究极限的一种情况, 也即发生混沌的情况来说明该方程能够模拟此种情况. 最后研根据三相电路的等效来说明该方法具有较高的普适性, 能够应用于三相及多相电路.

先来讨论参数 μ . 实际上其直接控制着直流侧电压的大小, 这个参数可以是正值, 也可以为负值, 这意味着变流电路可以升压也可以降压, 其依赖于控制策略, 这也符合物理的实际过程. 再来分析讨论摄动参数 ε . 先给出一个定义, 其条件本文不给出, 详细过程可参见文献 [11].

定义 4 如果系统存在参数 ε , 若 $\varepsilon = \varepsilon_0$ 时, 系统的稳态振动有周期 T , 随着 ε 变化到 $\varepsilon = \varepsilon_1$, 稳态振动周期变为 $2T$, 一般地, 当 $\varepsilon = \varepsilon_k$ 时, 稳态振动周期变为 $2^{k+1}T$. 其称为倍周期分岔混沌, 或称为 Feigenbaum 混沌.

取 $\varepsilon = 0.32$, 采用四阶五级的龙格库塔法, 用数值逼近的方法重新计算 (20) 式, 容易得到相图如图 6 所示.

如图 6 所示, (23) 式发生了倍周期分岔并产生

了混沌, 这说明解析方法对于研究大扰动情况, 包括混沌状态都具有一定作用.

进一步研究三相变流电路. 根据文献 [2], 三相变流电路能够通过等效为三个独立的单相电路来进行分析, 如图 7 所示. 图 7(a) 到图 7(b) 即为等效过程, 而等效后的电路将能够使用本文的方法, 多相电路如十二相电路、十五相电路以及二十四相电路等从原理上都能够等效为单相电路的组合, 这进一步拓宽了该方法的适用性.

综上所述, 单相变流电路的连续微分方程能够有效地表示变流电路的控制实际状况, 并且能够分析常规方法较困难的大扰动情况, 尤其是混沌状态. 并且本文提出的方法不仅适用于单相电路, 理论上也适用于三相电路和多相电路.

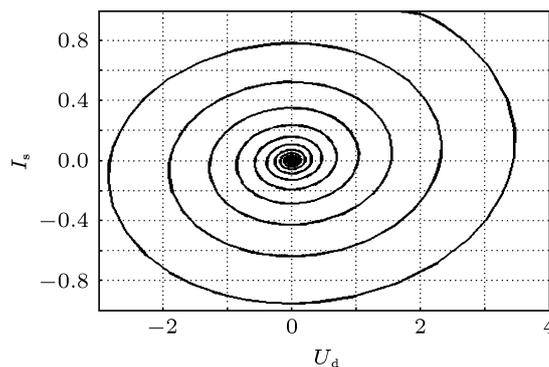


图 6 当 $\varepsilon = 0.32$ 时的电压的倍周期混沌

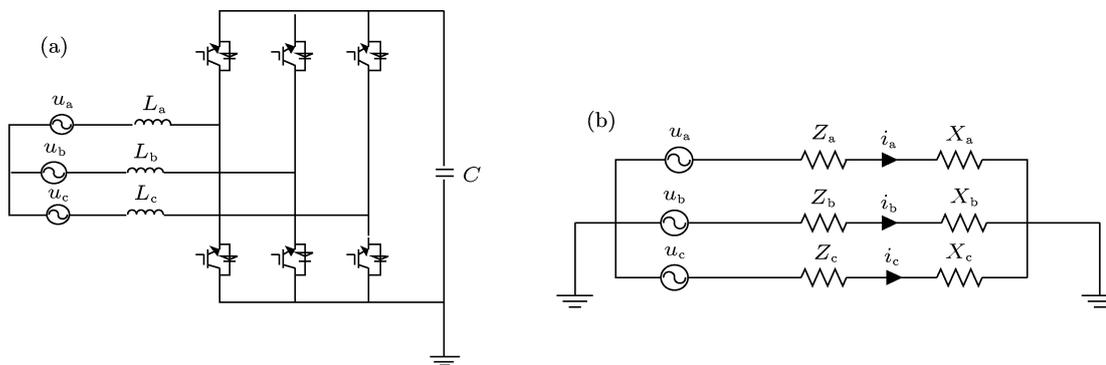


图 7 三相变流电路的单相等效

7 结论

本文回归了单相变流电路的物理过程, 采用了解析建模的方法给出了其等效的连续微分方程. 针对该方程, 通过比较展开式的余项特征, 证明了正则摄动方法能够求解该方程. 通过研究退化问题的解从而寻找摄动问题的近似解, 并采

用 PSCAD/EMTDC 软件在典型工况下进行仿真, 两者的结果比较接近, 而解析方法更少地依赖计算机的计算能力且形式简单, 这实际上证明了该方法的正确性并显示出其在大规模计算中的优势. 最后, 进一步分析控制参数和摄动参数的物理意义, 并从单相电路推广到三相电路等多相电路, 体现了本研究具有较广泛的适用性.

-
- [1] Yu Y X, Luan W P 2011 *J. Tianjin Univ.* **44** 377 (in Chinese) [余贻鑫, 栾文鹏 2011 天津大学学报 **44** 377]
- [2] Hao L L, Xue Y S, Dong Z Y, Wu Q H, Xu T S 2010 *Automation of Electric Power Systems* **34** 11 (in Chinese) [郝丽丽, 薛禹胜, Dong Z Y, Wu Q H, 徐泰山 2010 电力系统自动化 **34** 11]
- [3] van der Pol B 1920 *Radio Rev.* **1** 701
- [4] Zhou H Q, Ju P, Song Z P, Jin Y Q, Sun G Q 2011 *Proceeding of The CSEE* **31** 19 (in Chinese) [周海强, 鞠平, 宋忠鹏, 金宇清, 孙国强 2011 中国电机工程学报 **31** 19]
- [5] Liu H T, Gong L N 2010 *Power System Protection and Control* **38** 1 (in Chinese) [刘海涛, 龚乐年 2010 电力系统保护与控制 **38** 1]
- [6] Cha X M, Zhang Y, Cheng Y, Fan Y P 2012 *Trans. China Electrotech. Soc.* **27** 24 (in Chinese) [查晓明, 张扬, 成燕, 樊友平 2012 电工技术学报 **27** 24]
- [7] Zha X M, Zhang Y, Sun J J, Fan Y P 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020505 (in Chinese) [查晓明, 张扬, 孙建军, 樊友平 2012 物理学报 **61** 020505]
- [8] Wu Y F, Zhang S P, Sun J W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020511 (in Chinese) [吴勇峰, 张世平, 孙金玮 2011 物理学报 **60** 020511]
- [9] Hefner A R, Diebolt D M 1994 *IEEE Trans. Power Elec.* **9** 233
- [10] Mo J Q, Lin Y H, Lin W T 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3974 (in Chinese) [莫嘉琪, 林一骅, 林万涛 2005 物理学报 **54** 3974]
- [11] Feigenbaum M J, Jensen M H, Itamar P 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 1503

Perturbation solution of single-phase AC-DC converter based on nonlinear oscillation and chaotic analysis*

Zhang Yang¹⁾ Zha Xiao-Ming¹⁾ Liu Ya-Qi²⁾ Zhang Kun¹⁾
Xiong Yi¹⁾ Fan You-Ping¹⁾

1) (School of Electric Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

2) (School of Information Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

(Received 17 April 2012; revised manuscript received 3 May 2012)

Abstract

This paper deals with the issue of modeling method by perturbation solution to the single-phase AC-DC converter. A continuous circuit that includes a single-phase AC-DC converter is inducted first. And then a differential equation is presented with two parameters, which are controlling parameter and small perturbation parameter. A strict proof indicates that this equation can be solved by the regular perturbation. The comparison between the result and the simulation figures of PSCAD/EMTDC, shows that the result is correct and simple, thus avoiding the requirements for large computation capacity. Finally, the physical significance of the two parameters is analyzed, showing that they may incur the period-doubling chaos. This method not only fits the single-phase AC-DC converter circuit, but also meets the need of two-phase or N -phase circuits.

Keywords: nonlinear oscillation, chaotic analysis, regular perturbation, single-phase AC-DC converter

PACS: 05.45.Gg

* Project supported by National Basic Research Program of China (Grant No. 2012CB215100), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61074101, 51177113) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20090141120062).

† E-mail: brillspark@vip.qq.com