

# 通过被动介质耦合的两螺旋波的同步\*

陈醒基 田涛涛 周振玮 胡一博 唐国宁†

(广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004)

(2012年3月17日收到; 2012年5月17日收到修改稿)

采用 Bär 模型研究了通过被动介质耦合的两二维可激发系统中螺旋波的同步, 被动介质由可激发元素组成, 这些元素之间不存在耦合. 数值模拟结果表明, 被动介质对螺旋波的同步有很大影响, 当两系统中的初态螺旋波相同时, 被动介质可导致稳定螺旋波发生漫游, 螺旋波转变为螺旋波对或反靶波; 当两系统中的初态螺旋波不同步时, 在适当的参数下, 两螺旋波可以实现同步、相同步, 此外还观察到两螺旋波波头相互排斥、多螺旋波共存、同步的时空周期斑图、系统演化到静息态等现象. 在被动介质中, 一般可观察到波斑图, 但是在某些情况下, 被动介质会出现同步振荡现象. 这些结果有助于人们理解心脏系统中出现的时空斑图.

**关键词:** 螺旋波, 耦合, 同步, 被动介质

**PACS:** 05.45.Xt, 05.45.-a, 82.40.Ck

## 1 引言

在反应扩散系统的螺旋波是一种最常见的时空有序斑图, 在生物、物理、化学反应等系统中都被观察到<sup>[1-7]</sup>, 如蛙卵母细胞中的钙波<sup>[1]</sup>、心肌组织中的电活动<sup>[2,3]</sup>、Belousov-Zhabotinsky 化学反应系统<sup>[4]</sup>等. 在某些情况下, 反应扩散系统出现螺旋波是有害的, 例如在心脏病患者中观察到的一类心律不齐或心动过速现象, 可能是由于心肌电信号出现螺旋波而引起的, 而心颤致死的过程与螺旋心肌电波的失稳有密切的关系<sup>[8,9]</sup>. 如何有效地消除心脏中的螺旋波电信号, 是当前心脏病学研究热点之一, 它的最后解决有待于非线性科学界对螺旋波规律的彻底了解.

心脏的心室壁由心内膜、心外膜和其中的心肌三层组成, 这三层细胞的电生理特性各不相同<sup>[10]</sup>, 这些细胞被成纤维细胞包围, 成纤维细胞构成了被动介质<sup>[11]</sup>. 因为成纤维细胞在心脏功能调节方面也起重要作用<sup>[12]</sup>, 所以心肌细胞的耦合也与成纤维细胞有关. 心脏的动力学适合用多层

耦合介质系统来描述, 这样的研究有助于了解心脏的功能. 基于这个动机, 多层耦合介质中螺旋波的相互作用引起人们极大的兴趣<sup>[13-20]</sup>. 在两耦合介质系统中, 人们观察到稳定螺旋波出现漫游和漂移<sup>[13]</sup>、两螺旋波出现主从关系<sup>[14]</sup>; 在一定条件下, 两螺旋波可以实现完全同步<sup>[14-17]</sup>、广义同步<sup>[13,15]</sup>、延迟同步<sup>[18]</sup>、相同步<sup>[14]</sup>和投影同步<sup>[17]</sup>等. 在三层耦合介质系统中, 人们还观察到系统的螺旋波态转变为靶波或湍流态、系统的渐近态依赖初值等现象<sup>[20]</sup>. 然而, 通过被动介质耦合的螺旋波相互作用仍缺乏足够的研究.

本文采用 Bär 模型研究了通过被动介质耦合的两二维可激发系统中螺旋波的同步, 观察到如下现象: 稳定螺旋波出现漫游、漂移和破碎, 系统回到静息态, 两螺旋波实现同步和相同步, 这些现象在两螺旋波直接耦合下也会出现. 此外我们还观察到新现象, 如两螺旋波波头相互排斥、周期时空斑图、由被动介质因素导致的螺旋波漫游、螺旋波转变为多螺旋波共存或反靶波现象, 显示出被动介质对螺旋波演化有重要影响. 下面先介绍模型, 然后分两系统参数相同和不同两种情况介绍的数值

\* 国家自然科学基金(批准号: 11165004)资助的课题.

† E-mail: tangguoning@sohu.com

模拟结果,最后是结论.

## 2 模型

通过环境耦合的二维可激发系统的动力学方程由 Bär 模型方程给出 [21]:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = f_1(u_1, v_1) + D\nabla^2 u_1 + c(u_2 - u_1), \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = g(u_1, v_1), \quad (1b)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = f_2(u_2, v_2) + c(u_1 + u_3 - 2u_2), \quad (1c)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = g(u_2, v_2), \quad (1d)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} = f_3(u_3, v_3) + D\nabla^2 u_3 + c(u_2 - u_3), \quad (1e)$$

$$\frac{\partial v_3}{\partial t} = g(u_3, v_3), \quad (1f)$$

$$f_{1,2,3}(u, v) = \frac{1}{\varepsilon_{1,2,3}} u(1-u) \left( u - \frac{v + b_{1,2,3}}{a} \right),$$

$$g(u, v) = \begin{cases} -v & u < \frac{1}{3}, \\ 1 - 6.75u(u-1)^2 - v & \frac{1}{3} \leq u \leq 1, \\ 1 - v & u > 1, \end{cases}$$

式中  $u$  和  $v$  分别为快、慢变量,  $D$  为扩散系数,  $a, b, \varepsilon$  为系统参数,  $c$  为耦合强度. 角标 1, 2, 3 分别对应子系统 1, 2, 3, 其中子系统 2 为环境层, 对应的介质为被动介质, 在子系统 2 中不存在扩散; 子系统 1 和 3 为工作层, 对应的介质为活性介质. 从文献 [21] 知, 对于第一、三层子系统, 当系统参数取  $a = 0.84, b = 0.07$  时, 方程描述的系统为可激发系统,  $\varepsilon$  的大小反映了系统的激发性强弱,  $\varepsilon$  越小, 系统的激发性越强. 当  $0 < \varepsilon < 0.06$  时, 在适当初始条件下得到的螺旋波是稳定的; 当  $0.06 \leq \varepsilon \leq 0.069$  时, 螺旋波失稳发生漫游.

在数值解方程 (1) 中, 本文始终采用向前欧拉方法和二阶精度的有限差分法, 使用无流边界条件, 空间步长取  $\Delta x = \Delta y = 0.4$ , 时间步长取  $\Delta t = 0.02$ , 系统尺寸为  $N\Delta x \times N\Delta y = 120 \times 120$ , 即系统被离散成  $N \times N = 300 \times 300$  个格点. 在本文中, 我们固定取  $a = 0.84, b_{1,3} = 0.07, b_2 = 0, D = 1, \varepsilon$  为可调参数, 而且只考虑稳定螺旋波的耦合, 因此  $\varepsilon$  在  $[0.03, 0.06]$  范围内取值.

为了描述子系统之间同步的程度, 子系统 1

和 3 中斑图的同步差  $\delta$  定义为

$$\delta = \frac{1}{N \times N} \sum_{i,j=1}^N |u_1(i, j) - u_3(i, j)|, \quad (2)$$

当  $\delta \leq 10^{-12}$  时, 认为两个子系统达到完全同步.

## 3 在三子系统参数 $\varepsilon$ 相同下的数值模拟结果

为了说明子系统内初态螺旋波的差异, 我们这样定义螺旋波的相位: 当系统中的螺旋波为稳定螺旋波时, 螺旋波波头顺时针做圆周运动, 其轨迹近似为一个圆, 如图 1 所示; 螺旋波波头运动一周, 我们定义其相位改变  $2\pi$ , 规定最右边的点的相位为 0 (单位弧度), 等间隔划分相位, 得到其他各点相位如图 1 所示.

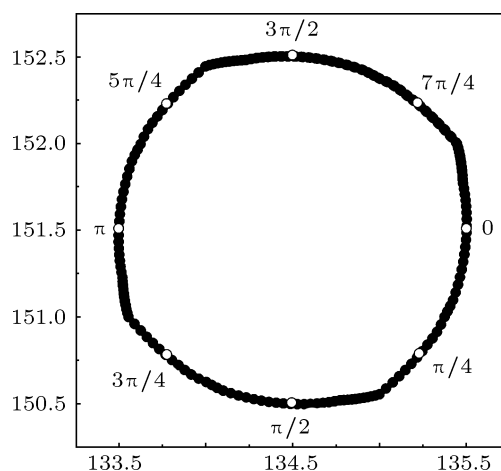


图 1 在  $\varepsilon = 0.03$  的情况下螺旋波波头的轨迹 (空心圆点与标注的相位对应)

下面研究螺旋波的同步. 取参数  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0.03$ , 环境层初态始终选为静息态 ( $u = v = 0$  的态), 子系统 1 和 3 的初态为稳定螺旋波态. 其中系统 1 的螺旋波相位为  $\phi_1 = 0$ , 子系统 3 的螺旋波相位为  $\phi_3$ , 相位差为  $\delta\phi = \phi_3 - \phi_1$ ,  $\delta\phi$  为可调参数. 考虑两种情况: 第一种情况, 螺旋波波头轨迹位置相同, 这时两子系统螺旋波波头的圆形轨迹的圆心距离  $d = 0$ ; 第二种情况, 螺旋波波头的轨迹位置不相同, 这时  $d > 0$ . 当  $\delta\phi, d$  和耦合强度  $c$  取不同值时, 我们观察到螺旋波漫游、漂移和破碎, 螺旋波破碎形成多个螺旋波共存、反靶波等时空斑图, 通过环境耦合的两子系统出现完全同步、出现周期性变化的斑图、系统回到静息态等现象.

图 2 给出了在  $d$  取不同值的情况下  $\delta\phi$ - $c$  平面上的相图. 从图 2 可以看出, 1) 当  $\delta\phi \neq 0$  时, 小的耦合强度不能使螺旋波同步, 但导致螺旋波漫游; 2) 当  $\delta\phi \leq \pi/2$  时, 耦合容易使子系统 1 和 3 同步, 同步的螺旋波在绝大部分情况下存在不同程度的漫游, 只有适当的耦合强度下螺旋波态才不出现漫游; 3) 当  $d > 0$  时, 子系统 1 和 3 出现了  $d = 0$  时未出现的现象, 如出现形状缓慢变化的周期斑图; 4) 对于  $d = 0$  的情况, 当相位差  $\delta\phi$  较小时, 螺旋波容易演化到反靶波上; 当相位差  $\delta\phi$  较大时, 系统 1 和 3 更容易演化到静息态; 反靶波和静息态的形成过程如下: 首先, 两系统的螺旋波波臂变宽, 波臂宽度达

到最大值后在介质中形成传导障碍, 然后在传导障碍作用下, 螺旋波波臂快速消失, 在边界附近残留的小片波臂, 要么相遇后消失, 或者运动出边界, 使系统回到静息态, 要么小片波臂演化为螺旋波, 导致边界附近出现多个螺旋波, 这些螺旋波波臂相遇后形成向中心传播的反靶波; 对于  $d = 2\Delta x$  的情况, 系统在更大的范围内出现同步, 但螺旋波容易破碎, 形成周期斑图, 这表明适当选取  $d$  值有利于同步; 5) 当  $\delta\phi = d = 0$  时, 子系统 1 和 3 始终同步. 直观感觉是, 两个子系统的螺旋波态应该不受耦合强度的影响, 但研究发现, 不同的耦合强度会导致系统演化到不同的态上, 这与我们的直觉不一致.

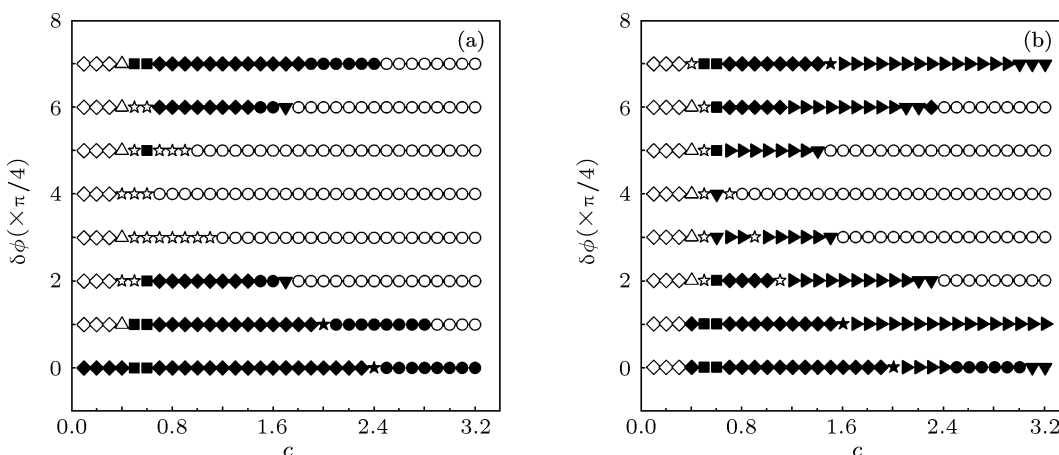


图 2 在  $\epsilon_{1,2,3} = 0.03$  和  $d$  取不同值的情况下  $\delta\phi$ - $c$  平面上的相图 (a)  $d = 0$ ; (b)  $d = 2\Delta x$ ; 图中实心符号表示两子系统 1 和 3 达到完全同步, 空心符号表示两子系统 1 和 3 不同步 (静息态除外). 其中符号  $\diamond$  表示螺旋波漫游, 符号  $\triangle$  表示一个子系统为螺旋波态, 另一个子系统的螺旋波发生了破碎, 符号  $\star$  表示螺旋波破碎形成时空斑图, 符号  $\blacksquare$  表示稳定螺旋波, 符号  $\blacktriangledown$  表示子系统出现多螺旋波, 符号  $\blacklozenge$  表示螺旋波漫游, 符号  $\star$  表示螺旋波破碎成螺旋波对, 符号  $\blacktriangleright$  表示子系统出现形状缓慢变化的周期斑图, 符号  $\bullet$  表示螺旋波演化为反靶波 (波向中心传播), 符号  $\circ$  表示两系统演化到静息态

为了对系统出现的现象有更直观的认识, 图 3 给出了在  $d = 0, \delta\phi = 0$  情况下不同耦合强度对应的螺旋波轨迹. 图 3 中灰色的圆环是耦合前的螺旋波轨迹的位置, 灰色轨迹线是耦合后处于暂态过程中的螺旋波波头轨迹, 深色线是进入渐进态后螺旋波波头的轨迹. 从图 3 可以看出, 只有当耦合强度适当选取时, 耦合后的螺旋波才不会发生漫游 (见图 3(c)), 维持稳定螺旋波. 图 4 给出了在  $d = 0$  和不同  $c, \delta\phi$  情况下螺旋波破碎出现的斑图. 从图 4 可以看出, 在子系统 1 和 3 的初态不同的情况下, 耦合导致螺旋波破碎后可以形成各种时空斑图, 例如蝴蝶状斑图、条纹状斑图、反靶波斑图 (图 4(b))、靶波斑图 (图 4(e)), 甚至出现时空混沌态 (图 4(f)).

当  $d = 2\Delta x$  时, 系统出现与  $d = 0$  不同的漫游和漂移现象. 图 5 给出了在  $d = 2\Delta x, \delta\phi = 0, c = 0.1$  情况下子系统 1 和 3 中螺旋波波头的轨迹. 从图 5 可以看出, 耦合后, 两螺旋波波头沿直径为  $d = 13\Delta x$  圆形轨道顺时针漫游, 两个波头分别位于圆形轨道的对称点上, 表现为两螺旋波波头相互追逐, 但始终无法接近. 图 6 给出了在  $d = 2\Delta x, \delta\phi = 0, c = 0.2$  情况下子系统 1 和 3 中螺旋波波头的轨迹. 从图 6 可以看出, 两螺旋波做缓慢无规漂移, 但是波头距离几乎在  $2\Delta x$  附近变化, 两个波头距离没有被拉大, 与图 5 情况不同. 对比图 2(b)、图 5 和图 6 可以看出, 当  $d = 2\Delta x, \delta\phi = 0$  时, 如果耦合强度较小, 耦合会导致两

波头相互排斥, 维持一定的距离; 如果耦合强度较大, 耦合才能导致两波头吸引, 使螺旋波实现同步.

在  $d = 2\Delta x$  情况下, 不同的  $c$  和  $\delta\phi$  会导致系统出现不同形式的多螺旋波共存现象, 甚至出现形状缓慢变化的周期斑图. 图 7 给出了在  $d = 2\Delta x$  和不同的  $c$  和  $\delta\phi$  情况下子系统 1 和 3 同步后的多螺旋波共存斑图, 在  $d = 0$  的情况, 适当选择参数也会得到类似的多螺旋波共存斑图. 图 8 给出了在  $d = 2\Delta x$ ,  $\delta\phi = \frac{\pi}{4}$ ,  $c = 2.2$  情况下子系统 1 和 3 同步后在不同时刻的斑图. 从图可以看出斑图周期

为 3.8 单位时间, 周期斑图经过一段时间后发生小变化.

图 2(b) 的结果表明,  $d \neq 0$  将导致子系统 1 和 3 中螺旋波通过环境耦合更难同步, 因为螺旋波容易破碎, 为了了解增大  $d$  对螺旋波同步的影响, 固定  $c = 0.7$  和  $\delta\phi = 0$ , 让  $d$  逐渐增大. 数值模拟结果发现, 当  $d \leq 7\Delta x$  时, 子系统 1 和 3 的螺旋波可以达到完全同步, 完全同步状态下的螺旋波发生小幅无规则漫游; 当  $d \geq 8\Delta x$  时, 子系统 1 和 3 可以同步, 但两系统的螺旋波破碎而形成形状缓慢变化的周期斑图.

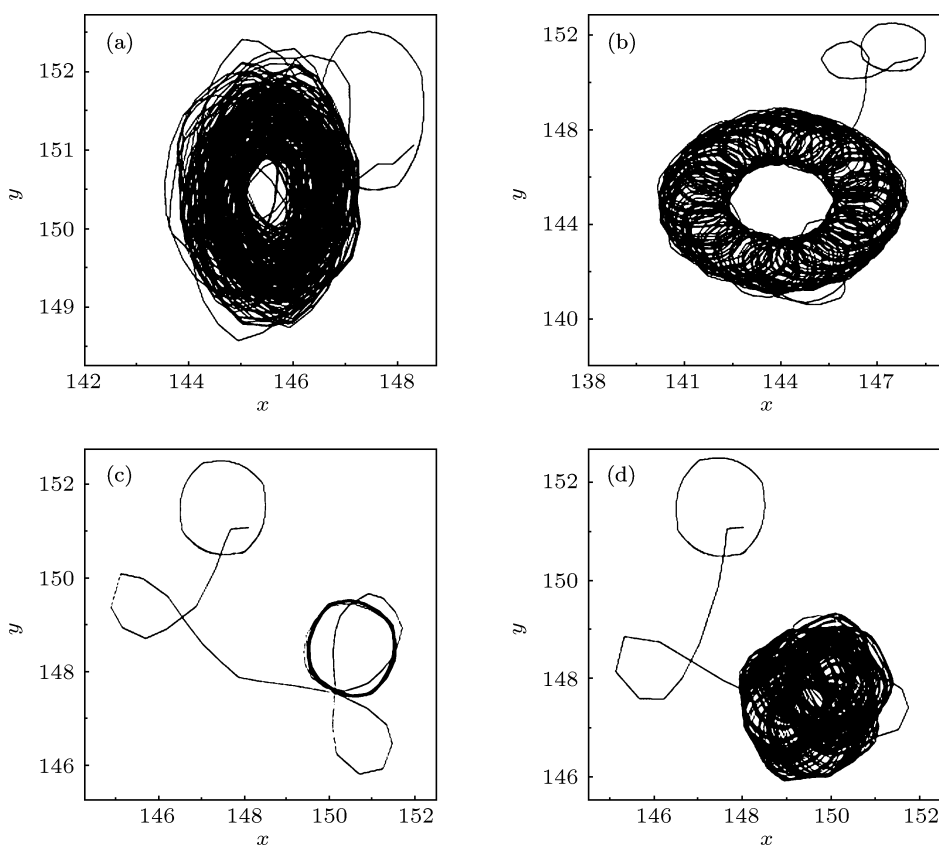


图 3 在  $d = 0$ ,  $\delta\phi = 0$  情况下不同耦合强度对应螺旋波轨迹 (a)  $c = 0.2$ ; (b)  $c = 0.3$ ; (c)  $c = 0.6$ ; (d)  $c = 0.8$

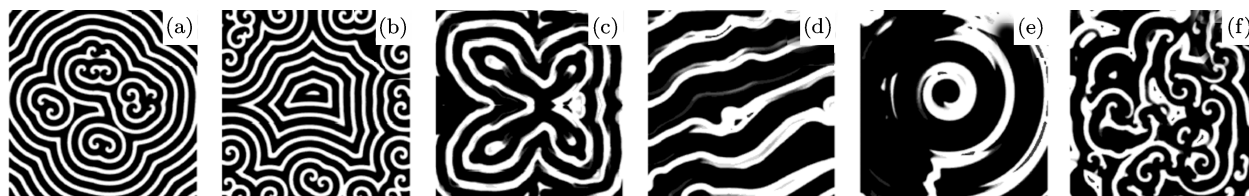


图 4 在  $d = 0$  和不同  $c$ ,  $\delta\phi$  情况下螺旋波破碎出现的斑图 (a)  $\delta\phi = 0$ ,  $c = 2.4$ , 与图 2 中的符号  $\star$  对应; (b)  $\delta\phi = 0$ ,  $c = 2.5$ , 与图 2 中的符号  $\bullet$  对应; (c)  $\delta\phi = \frac{3\pi}{4}$ ,  $c = 0.9$ ; (d)  $\delta\phi = \pi$ ,  $c = 0.4$ ; (e)  $\delta\phi = \frac{5\pi}{4}$ ,  $c = 0.4$ ; (f)  $\delta\phi = \frac{6\pi}{4}$ ,  $c = 0.6$ ; 图 (c)—(f) 与图 2 中的符号  $\star$  对应

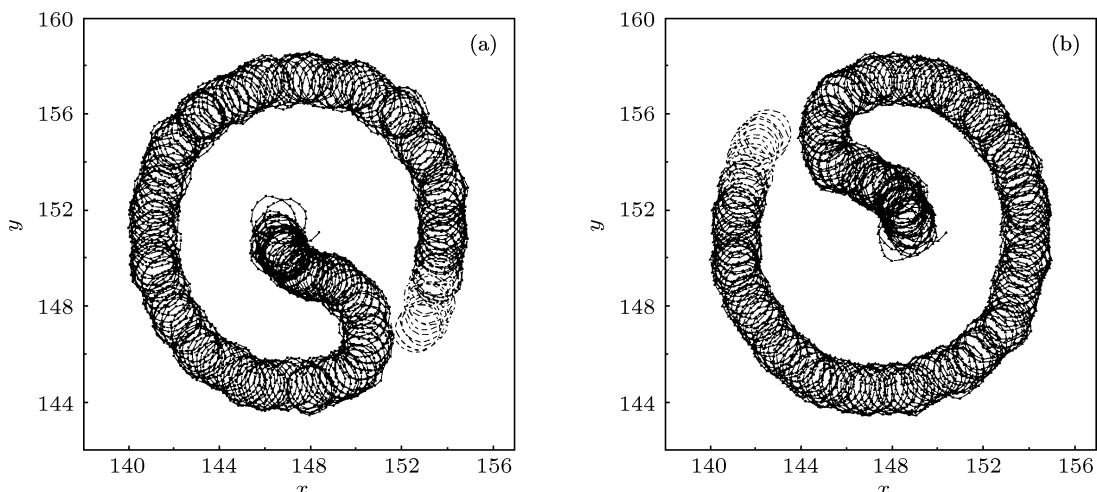


图5 在  $d = 2\Delta x$ ,  $\delta\phi = 0$ ,  $c = 0.1$  情况下子系统 1(a) 和 3(b) 中螺旋波波头轨迹图, 轨迹从中心开始, 为了看出波头在末态的位置, 接近末态的波头轨迹用灰色线表示

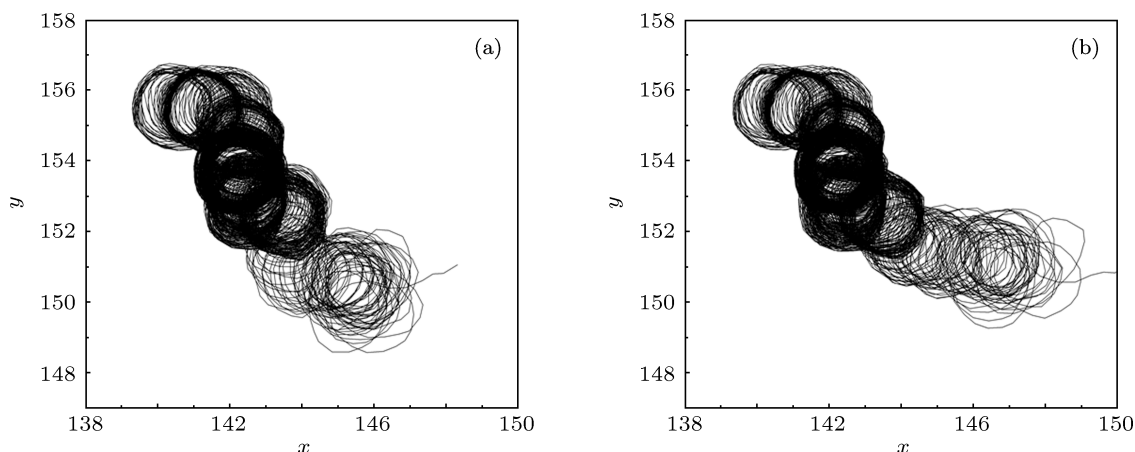


图6 在  $d = 2\Delta x$ ,  $\delta\phi = 0$ ,  $c = 0.2$  情况下子系统 1(a) 和 3(b) 中螺旋波波头轨迹图

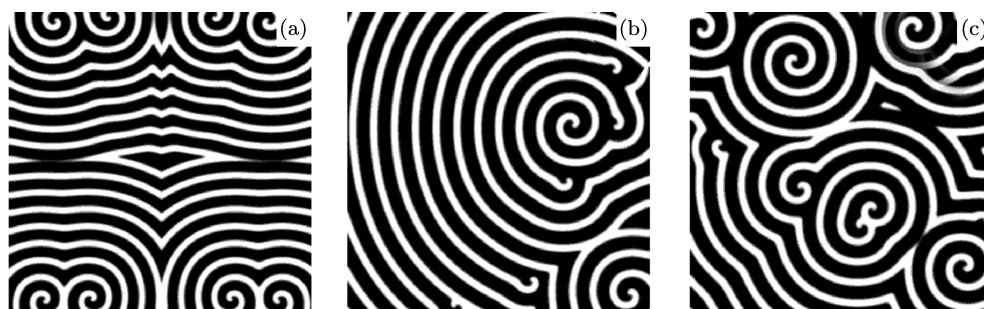


图7 在  $d = 2\Delta x$  和不同的  $c$  和  $\delta\phi$  的情况下子系统 1 和 3 同步后的多螺旋波共存斑图, 与图 2 中的符号  $\blacktriangledown$  对应 (a)  $\delta\phi = 0$ ,  $c = 3.1$ ; (b)  $\delta\phi = \frac{3\pi}{4}$ ,  $c = 0.6$ ; (c)  $\delta\phi = \pi$ ,  $c = 0.6$

上面研究了被动介质对活性介质状态演化的影响, 下面研究活性介质状态如何影响被动介质的动力学行为. 数值模拟结果表明, 当  $c \geq 0.4$  时,

由于耦合较强, 所以子系统 2 的斑图基本与子系统 1 和 3 的斑图相似或相同. 当耦合强度  $c \leq 0.3$  时, 子系统 1 和 3 中的螺旋波一般不同步 ( $d = 0$ ,

$\delta\phi = 0$  除外), 且处于漫游状态, 在  $\delta\phi, d, c$  取不同值的情况下, 子系统 2 可出现靶波状、有线缺陷的靶波状、螺旋波状和复杂波形等四种类型的斑图, 如图 9 所示. 在  $d = 0$  和  $\delta\phi = 0$  的特殊情况下, 子系统 2 出现同步振荡斑图, 如图 10

所示. 子系统 2 从图 10(a) 状态演化到图 10(e) 状态, 然后反向演化, 即从图 10(e) 状态从右向左演化到 10(a) 状态, 介质各格点完成一次振荡. 产生这种现象的原因是两子系统初态螺旋波相同 (即同步).

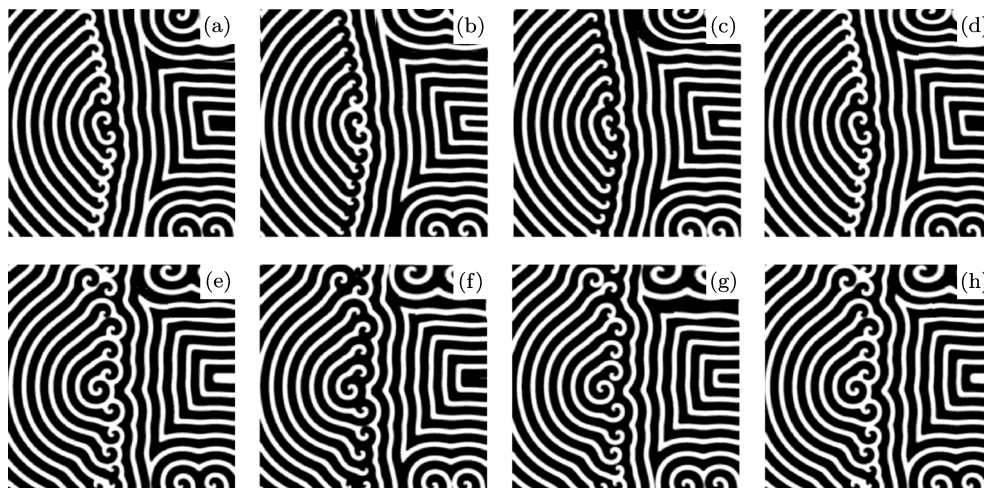


图 8 在  $d = 2\Delta x, \delta\phi = \frac{\pi}{4}, c = 2.2$  情况下子系统 1 和 3 同步后在不同时刻的斑图 (a) 100.2; (b) 101.4; (c) 102.6; (d) 103.8; (e) 1900.2; (f) 1901.4; (g) 1902.6; (h) 1903.8

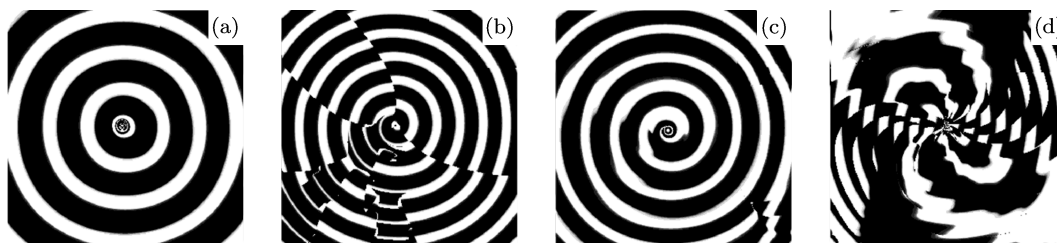


图 9 在不同参数下子系统 2 在  $t = 1000$  时刻的斑图 (a)  $d = 0, \delta\phi = \frac{\pi}{4}, c = 0.1$ ; (b)  $d = 0, \delta\phi = \frac{\pi}{4}, c = 0.2$ ; (c)  $d = 0, \delta\phi = \frac{\pi}{4}, c = 0.3$ ; (d)  $d = 2\Delta x, \delta\phi = 0, c = 0.1$

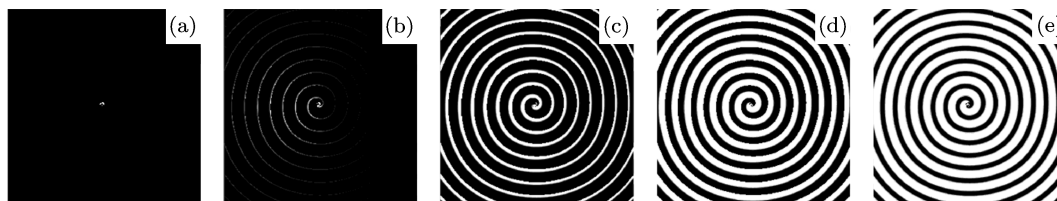


图 10 在  $d = 0, \delta\phi = 0, c = 0.1$  情况下不同时刻子系统 2 的斑图 (a)  $t = 993.6$ ; (b)  $t = 994.4$ ; (c)  $t = 995.2$ ; (d)  $t = 996$ ; (e)  $t = 996.8$

#### 4 在三子系统参数 $\varepsilon$ 不相同下的数值模拟结果

下面我们取  $\varepsilon_1 = 0.06, \varepsilon_2 = 0.03, \varepsilon_3 = 0.04$  来研究螺旋波的同步. 考虑到在系统参数相同的情况下, 只有  $\delta\phi = 0$  才容易同步, 当参数不同时, 螺旋波的频率不同, 螺旋波更不容易同步, 所以这里我们选子系统 1 和 3 的螺旋波初相位是 0 (即取  $\delta\phi = 0$ ) 和  $d = 0$ , 子系统 2 的初态仍为静息态, 而耦合系数在  $c = [0.1, 1.5]$  范围内取值, 即我们不考虑耦合强度较小的情况.

数值模拟结果表明, 这时无无论耦合强度多大, 子系统 1 和 3 不会出现完全同步. 当  $c < 0.3$  时, 两系统出现的斑图不相似, 例如系统 1 出现螺旋波局部发生破碎, 而子系统 3 的螺旋波只发生漂移, 因为子系统 3 的  $\varepsilon_3$  比较小, 系统的激发性较高, 相应的螺旋波抗干扰能力较强, 这时子系统 2 的斑图与子系统 1 斑图相似. 当  $c \geq 0.3$  时, 两系统出现相似的

斑图, 而且随着耦合强度的增大, 同步差逐渐减小, 斑图的相似性就越高, 这时子系统 2 的斑图与子系统 1 和 3 的斑图相似. 图 11 给出了不同耦合强度下系统 1 出现的斑图. 当  $c = 0.4$  时, 两系统螺旋波破碎, 当  $0.5 \leq c \leq 0.8$  时, 螺旋波不破碎 (图 11(b)), 子系统 1 与系统 3 的螺旋波处于锁频状态, 两螺旋波具有相同的频率, 波头轨迹也相似, 如图 12 所示, 这时我们说两系统达到相同步. 继续增大耦合强度, 螺旋波将失稳, 当  $0.9 \leq c \leq 1.1$  时, 出现远端的螺旋波波臂发生折断现象, 如图 11(c) 所示; 当  $1.2 \leq c \leq 1.3$  时, 螺旋波开始由于传导障碍而破碎, 在边界附近的波臂碎片演化为稳定的螺旋波对, 如图 11(d) 所示; 当耦合强度  $c \geq 1.4$  时, 系统回到静息态, 如图 11(e) 所示, 其机制与图 2 所示的静息态出现的机制相同. 上述结果表明, 当两系统参数相差较大时, 不可能出现螺旋波同步, 只可能出现相同步. 当两螺旋波具有不同的初相位时, 数值模拟显示, 相同步与两螺旋波的初相位有密切关系.

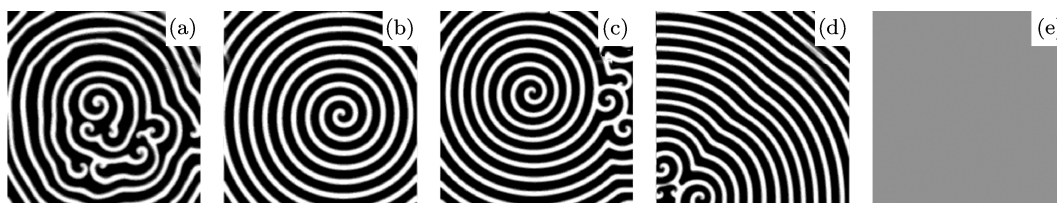


图 11 不同耦合强度下子系统 1 在  $t = 1000$  时刻的斑图 (a)  $c = 0.1$ ; (b)  $c = 0.5$ ; (c)  $c = 1.0$ ; (d)  $c = 1.3$ ; (e)  $c = 1.4$

#### 5 结论

本文采用 Bär 模型研究了二维耦合可激发系统中的螺旋波动力学, 通过被动介质耦合的两个稳定的螺旋波, 在适当的参数下, 稳定螺旋波出现漫游和漂移, 螺旋波破碎成多个螺旋波和各种时空斑图, 两螺旋波实现同步和相同步, 耦合使系统回到静息态, 这些现象是直接耦合系统可出现的现象. 但是我们还观察到新现象: 1) 即使两子系统的螺旋波初态完全相同, 不同耦合强度对螺旋波的演化有不同影响, 在耦合强度较小时, 耦合导致稳定螺旋波漫游, 只有在适当的耦合强度下耦合的稳定螺旋波才不出现漫游, 当耦合强度较大时, 耦合导致螺旋波破碎, 螺旋波演化为反靶波; 2) 当初态螺旋波波头轨迹的位置不相同且耦合强度较小时, 耦合导致螺旋波的波头相互排斥, 使两波头维持一定的距离; 当耦合强度足够大时, 耦合才能使螺旋波的波

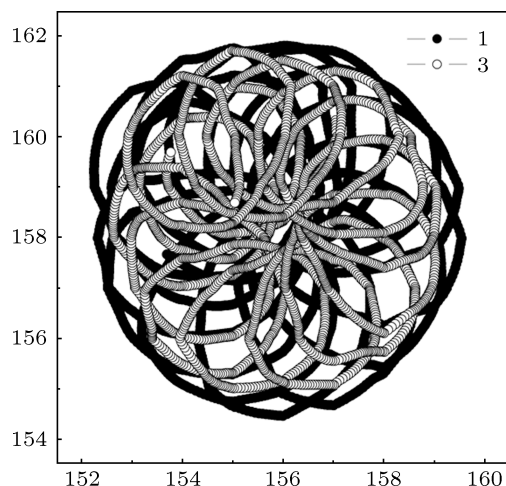


图 12 在耦合强度  $c = 0.8$  下子系统 1 和 3 的螺旋波轨迹图 (实圆心点代表子系统 1, 空圆心点代表子系统 3)

头相互靠近, 实现同步; 3) 观察到形状缓慢变化的周期斑图, 不同参数下得到的周期斑图不相同.

这些结果表明, 被动介质对螺旋波演化的影响是很大的.

被动介质的状态也受活性介质状态的影响. 当耦合强度较大时, 子系统 2 与子系统 1 和 3 的斑图相似, 但是随着耦合强度的增大, 三层介质的耦合行为一般不会趋向于两层活性介质直接耦合的行为. 当耦合强度较小时, 被动介质的斑图一般与活性介质的波斑图不相同, 甚至导致被动介质集体同步振荡, 这时被动介质一般导致活性介质中的螺旋波漫游, 影响活性介质中螺旋波的稳定性. 这些结

果表明, 成纤维细胞与心肌细胞耦合对心肌细胞正常工作有影响. 有实验表明<sup>[22]</sup>, 成纤维细胞可以调节心脏电脉冲传导. 我们的结果可以帮助人们去理解成纤维细胞如何调节电传导. 由于心脏内成纤维细胞与心肌细胞耦合远比本文考虑的耦合复杂, 甚至成网络式耦合, 因此有必要仔细研究心壁中成纤维细胞对心脏动力学行为的影响, 以便弄清楚心脏中螺旋波动力学行为, 提出有效抑制心脏中螺旋波的方法. 希望本文的研究成果对心脏病的研究提供有益参考.

- 
- [1] Lechleiter J, Girard S, Peralta E, Clapham D 1991 *Science* **252** 123
- [2] Gray R A, Pertsov A M, Jalife J 1998 *Nature* **392** 75
- [3] Witkowski F X, Leon L J, Penkoske P A, Giles W R, Spano M L, Ditto W L, Winfree A T 1998 *Nature* **392** 78
- [4] Zaikin A N, Zhabotinsky A M 1970 *Nature* **225** 535
- [5] Bär M, Gottschalk N, Ertl G 1994 *J. Phys. Chem. B* **100** 1202
- [6] Harris-White M E, Zanotti S A, Frautschy S A, Charles A C 1998 *J. Neurophysiol.* **79** 1045
- [7] Wilkins M, Sneyd J 1998 *J. Theor. Biol.* **191** 299
- [8] Deng M Y, Tang G N, Kong L J, Liu M R 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2339 (in Chinese) [邓敏艺, 唐国宁, 孔令江, 刘慕仁 2010 物理学报 **59** 2339]
- [9] Tang D N, Tang G N 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2319 (in Chinese) [唐冬妮, 唐国宁 2010 物理学报 **59** 2319]
- [10] Antzelevitch C 2001 *Cardiovasc. Res.* **50** 426
- [11] Petrov V S, Osipov G V, Kurths J 2010 *Phys. Rev. E* **82** 026208
- [12] Miragoli M, Salvarini N, Rohr S 2007 *Circ. Res.* **101** 755
- [13] Li G Z, Chen Y Q, Tang G N, Liu J X 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 020504
- [14] Nie H C, Gao J H, Zhan M 2011 *Phys. Rev. E* **84** 056204
- [15] Hildebrand M, Cui J X, Mihaliuk E, Wang J C, Showalter K 2003 *Phys. Rev. E* **68** 026205
- [16] Qian Y, Song X Y, Shi W, Chen G Z, Xue Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4420 (in Chinese) [钱郁, 宋宣玉, 时伟, 陈光旨, 薛郁 2006 物理学报 **55** 4420]
- [17] Nie H C, Xie L L, Gao J H, Zhan M 2011 *Chaos* **21** 023107
- [18] Yuan G Y, Yang S P, Wang G R, Chen S G 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1510 (in Chinese) [袁国勇, 杨世平, 王光瑞, 陈式刚 2005 物理学报 **54** 1510]
- [19] Gao J Z, Yang S X, Xie L L, Gao J H 2011 *Chin. Phys. B* **20** 030505
- [20] Li G Z, Chen Y Q, Tang G N 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020502 (in Chinese) [黎广钊, 陈永淇, 唐国宁 2012 物理学报 **61** 020502]
- [21] Bär M, Eiswirth M 1993 *Phys. Rev. E* **48** R1635
- [22] Miragoli M, Gaudesius G, Rohr S 2006 *Circ. Res.* **98** 801



# Synchronization of two spiral waves interacting through a passive medium\*

Chen Xing-Ji Tian Tao-Tao Zhou Zhen-Wei Hu Yi-Bo Tang Guo-Ning†

(College of Physics and Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

(Received 17 March 2012; revised manuscript received 17 May 2012)

## Abstract

Synchronization of two spiral waves in two-dimensional excitable systems interacting through a passive medium is studied by using the Bär model. The passive medium is composed of excitable elements. There are no couplings among these elements. The numerical results show that synchronization of spiral waves is significantly affected by the passive medium. When two subsystems have the same initial spiral waves, the passive medium can induce meander of stable spiral waves and cause spiral waves to transform into multi-spiral waves or anti-target waves. When initial spiral waves are in an asynchronization state, the synchronization and phase-synchronization between two spiral waves are established if the relevant parameters are properly chosen. In addition, the following phenomena are observed: the tips of two spiral waves repel each other, multi-spiral waves coexist, synchronized spatiotemporal pattern repeats periodically, and the two systems evolves into the resting state. Wave patterns can generally be observed in passive medium. However, passive medium can exhibit synchronous oscillation in certain circumstances. These results can help one understand the formation of spatiotemporal patterns in the cardiac system.

**Keywords:** spiral wave, coupling, synchronization, passive medium

**PACS:** 05.45.Xt, 05.45.-a, 82.40.Ck

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11165004).

† E-mail: tangguoning@sohu.com