

# 周期性加隔板有限长圆柱壳声散射\*

潘安 范军<sup>†</sup> 卓琳凯

(上海交通大学海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

(2012年2月22日收到; 2012年5月10日收到修改稿)

研究内部真空周期性加隔板圆柱壳在水中的声散射特性. 壳体振动用薄壳理论的 Donnell 方程描述, 隔板振动用相互独立的薄板纯弯曲振动和平面应力状态下的振动方程描述. 考虑轴向、切向、径向三个方向的力和弯矩共同作用导出了散射声场的解析表达式. 数值计算给出远场收发合置情况下的角度-频率谱图, 并据此进行机理分析. 通过与内部周期性加环肋圆柱壳声散射的角度-频率谱图比较发现, 除周期加肋产生的 Bragg 散射波与弯曲 Bloch-Floquet 波外, 加隔板的情况还存在明显的隔板共振亮线, 并且发生隔板共振与壳体弹性波、Bragg 散射波、弯曲 Bloch-Floquet 波耦合的现象. 通过实验对理论进行了验证, 在实验的频率范围内, Bragg 散射亮线与理论符合得很好, 部分 Bloch-Floquet 波散射亮线和隔板共振散射亮线也与理论符合.

**关键词:** Bragg 散射波, Bloch-Floquet 波

**PACS:** 43.20.+g, 43.30.+m

## 1 引言

由于水下潜器的基本结构大多可以简化成多舱段的加肋圆柱壳, 所以水下多舱段加肋圆柱壳的声散射是国内外研究的热点问题. 以往的研究主要集中在加环肋圆柱壳的声散射, 较少涉及有隔板或舱壁板圆柱壳的声散射. 隔板或舱壁板与环肋有很大不同, 其刚度较大, 振动比较复杂, 对声散射的作用不可忽略. Guo<sup>[1]</sup> 研究过加单个舱壁板的无限长圆柱壳声散射, 指出舱壁板的轴向力与切向力主要在壳体的剪切波与纵波共振频点处对散射声场起作用, 而弯矩的影响远远小于其他三个方向的力. Cushieri 和 Feit<sup>[2,3]</sup> 计算了无限长加单舱壁板和对称加两个舱壁板圆柱壳的声散射问题, 除加两个舱壁板出现板与板的干涉现象外, Cushieri 和 Feit 得到的结论与 Guo 的结论类似, 但 Cushieri 和 Feit 对隔板的描述用的是 Mindlin 厚板方程. Douglas 等<sup>[4-6]</sup> 对周期加小肋骨圆柱壳做了一系列实验, 通过实验的频谱图可以看出, 除正

横附近壳体的剪切波与纵波外, 在其他大部分角度范围内出现了几何的 Bragg 散射和弹性的 Bloch-Floquet 弯曲波散射. 理论方面, 应用近似频散曲线对共振谱线进行预报, 在低频和高频与实验结果符合较好, 但中频有所偏差. Douglas 等怀疑是肋骨对 Bloch-Floquet 弯曲波的反射作用产生了快速的相位跳变, 扰乱了弯曲 Bloch-Floquet 波的频散关系或者在中频弯曲波与纵波发生耦合的结果. Tran-Van-Nhieu<sup>[7]</sup> 对有限长周期加小肋骨圆柱壳的声散射问题给出了理论推导, 壳体振动用的是薄壳理论 Donnell 方程, 但是把肋骨考虑成弯曲的梁并且只考虑了径向力, 所以肋骨振动的描述应用的是弯曲梁的振动方程, 在理论计算中所采用的模型参数与 Douglas 等实验的模型完全一致, 理论与实验在低频与高频符合较好, 而中频有所偏差. Tran-Van-Nhieu 给出的解释是中频肋骨不应该考虑为弯曲的梁而应该是环形圆板, 所以中频对肋骨的描述不应该用梁的振动方程而应该用板的振动方程.

本文主要研究内部真空加周期性隔板圆柱壳

\* 国家自然科学基金(批准号: 11104183)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: fanjun@sjtu.edu.cn

声散射特性,壳体振动用薄壳理论的 Donnell 方程描述,隔板振动用相互独立的薄板纯弯曲振动和平面应力状态下的振动方程描述<sup>[1]</sup>,考虑轴向、切向、径向三个方向的力和弯矩共同作用,导出了散射声场的解析表示式.利用隔板的周期性以及积化和差将  $4(2M-1) \times 4(2M-1)$  ( $2M-1$  为隔板个数)的方程组化为  $4 \times 4$  的方程组从而减小了计算量,大大提高了计算速度.从计算的角度-频率谱图可以清晰地看到隔板共振、Bragg 散射和 Bloch 散射共振等现象,而且可以看到各类波之间的耦合.通过分别计算各个力与弯矩对散射声场贡献的角度-频率谱图,可以清晰地看出各个力对散射声场的贡献大小以及角度范围.

## 2 理论分析

考虑有限长圆柱壳内部真空横向加载多个圆形弹性隔板,外部充满密度为  $\rho_f$  声速为  $c_f$  的流体,以圆柱壳中心为坐标原点  $O$ ,圆柱壳轴向方向为  $z$  轴建立直角坐标系,如图 1 所示.

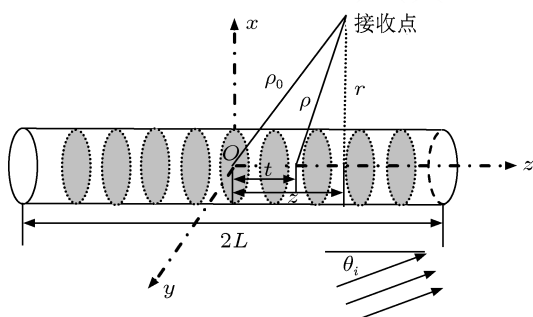


图 1 内部加多隔板圆柱壳

设圆柱壳半径为  $a$ ,总长度为  $2L$ ,厚度为  $h$ ,轴线上一点到中心点  $O$  的距离为  $\tau$ ,接收点到原点  $O$  的距离为  $\rho_0$ ,到轴线垂直距离为  $r$ ,到轴向上一点距离为  $\rho$ , $\rho = \sqrt{(z-\tau)^2 + r^2}$ ,平面波沿  $xOz$  平面入射与轴线夹角为  $\theta_i$ .隔板半径为  $a$ ,厚度为  $l_r$ ,隔板之间间距为  $d$ ,隔板坐标为  $z_m = -(M-1)d:(M-1)d$ , $M = L/d$ .假设有限长圆柱壳的两端满足简支条件,忽略圆柱壳两端面对散射声场的影响,并且  $2M-1 \gg 1$ ,圆柱壳为细长体 ( $a/L \gg 1$ ),圆柱壳壳厚满足 Donnell 薄壳理论,隔板厚度满足薄板理论.

## 2.1 外部流体声场

圆柱壳外部流体声场  $p_e$  可以写成如下形式:

$$p_e = p_i + p_{\text{rig}} + p_{\text{res}}, \quad (1)$$

其中  $p_i$  为入射声场,  $p_i = e^{i(k_z z + k_x x - \omega t)}$ ,  $p_{\text{rig}}$  为刚性引起的散射声场,  $p_{\text{res}}$  为弹性引起的散射声场.  $\omega$  为角频率,  $k_z = k \cos \theta_i$ ,  $k_x = k \sin \theta_i$ ,  $k = \omega/c_f$  为外部流体波数,其中时间因子  $e^{-i\omega t}$  在后面推导中一概省略.

在柱坐标系下  $p_i, p_{\text{rig}}, p_{\text{res}}$  取如下形式<sup>[7]</sup>:

$$P_i = e^{ik_z z} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n \cos n\varphi J_n(k_x a), \quad (2)$$

$$p_{\text{rig}} = -\frac{k}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n \frac{\cos n\varphi}{\sin^n \theta_i} \left[ \frac{J'_n}{H'_n} \right] (k_x a) \times \int_{-L}^L h_n(k\rho) \left( \frac{r}{\rho} \right)^n e^{ik_z \tau} d\tau, \quad (3)$$

$$p_{\text{res}} = \frac{k}{\pi} \sum_{n,p,j} \varepsilon_n i^n \cos n\varphi b_{npj} \times \int_{-L}^L h_n(k\rho) \left( \frac{r}{\rho} \right)^n \Phi_{pj}(\tau) d\tau, \quad (4)$$

其中  $J_n$  是第一类柱贝塞尔函数,  $H_n$  和  $h_n$  分别是第一类柱汉克尔函数和第一类球汉克尔函数,  $\varepsilon_n$  为 Neumann 因子,当  $n=0$  时,  $\varepsilon_n = 1$ ,当  $n > 0$  时  $\varepsilon_n = 2$ .  $\Phi_{pj}(\tau) = \sin[k_{pj}(\tau + L)]$ ,  $k_{pj} = p\pi/2L + 2\pi j/d$ ,  $p, j$  取值参照文献 [8].  $b_{npj}$  是由壳体振动方程和肋骨振动方程并通过边界连续条件确定的未知数.

## 2.2 壳体振动

壳体振动应用薄壳 Donnell<sup>[9]</sup> 方程描述,值得说明的是在 Donnell 方程中  $p_i, p_{\text{rig}}, p_{\text{res}}$  是在圆柱壳体附近的声场,而当在圆柱壳体附近有  $r \ll L$ ,  $p_{\text{rig}}$  可以用无限长刚性圆柱的散射声压近似,并且对于在圆柱壳表面附近的弹性散射声场  $p_{\text{res}}$ ,应用流体与壳体的位移连续条件,可得  $(p_i + p_{\text{rig}})$  和  $p_{\text{res}}$  如 (5) 和 (6) 式.具体推导和有限长圆柱壳位移  $(u, v, w)$  形式解见文献 [7],其中  $w_{npj}$  为圆柱壳径向位移振幅.

$$(p_i + p_{\text{rig}})|_{r=a} = \sum_{n,p,j} \varepsilon_n i^n \cos n\varphi \times \sin[k_{pj}(z + L)] P_{npj}, \quad (5a)$$

$$P_{npj} = \frac{2}{\pi k_x a H'_n(k_x a)} f(k_z L, k_{pj} L), \quad (5b)$$

$$f(x, y) = \frac{\sin(x+y)}{x+y} e^{iy} - \frac{\sin(x-y)}{x-y} e^{-iy}, \quad (5c)$$

$$p_{\text{res}} = \sum_{n,p,j} \varepsilon_n i^n B_{npj} \cos n\varphi H_n(\alpha_{pj} r) \times \sin[k_{pj}(z+L)], \quad (6a)$$

$$B_{npj} = b_{npj} \left( \frac{\alpha_{pj}}{k} \right)^n, \quad (6b)$$

$$B_{npj} = \frac{\rho_f \omega^2}{\alpha_{pj} H'_n(\alpha_{pj} a)} w_{npj}, \quad (6c)$$

$$\alpha_{pj} = \begin{cases} [k^2 - k_{pj}^2]^{1/2} & k > |k_{pj}| \\ i[k_{pj}^2 - k^2]^{1/2} & k < |k_{pj}| \end{cases}. \quad (6d)$$

### 2.3 隔板振动

假设隔板作用力与弯矩 ( $P_z, P_\varphi, P_r, M_B$ ) 有如下形式:

$$\begin{cases} P_z = \sum_{m=-M+1}^{M-1} P_z^m \delta(z-md), \\ P_\varphi = \sum_{m=-M+1}^{M-1} P_\varphi^m \delta(z-md), \\ P_r = \sum_{m=-M+1}^{M-1} P_r^m \delta(z-md), \\ M_B = \sum_{m=-M+1}^{M-1} M_B^m \delta'(z-md), \end{cases} \quad (7)$$

其中上角标  $m$  代表隔板编号  $m = -(M-1):(M-1)$ ,  $\delta(z)$  是  $\delta$  函数,  $\delta'(z)$  是其导数. 然后对  $P_z, P_\varphi, P_r, M_B$  中的  $\delta(z-md)$  和  $\delta'(z-md)$ , 分别按  $\cos[k_{pj}(z+L)], \sin[k_{pj}(z+L)], \sin[k_{pj}(z+L)], \sin[k_{pj}(z+L)]$  做展开得到:

$$\begin{cases} P_z = \sum_{n,p,j,m} \varepsilon_n i^n \cos n\varphi \cos[k_{pj}(md+L)] \cos[k_{pj}(z+L)] P_{znj}^m / L, \\ P_\varphi = \sum_{n,p,j,m} \varepsilon_n i^n \sin n\varphi \sin[k_{pj}(md+L)] \sin[k_{pj}(z+L)] P_{\varphi nj}^m / L, \\ P_r = \sum_{n,p,j,m} \varepsilon_n i^n \cos n\varphi \sin[k_p(md+L)] \sin[k_{pj}(z+L)] P_{rnj}^m / L, \\ M_B = \sum_{n,p,j,m} \varepsilon_n i^n \cos n\varphi \cos[k_p(md+L)] \sin[k_{pj}(z+L)] (-k_{pj}) M_{Bnj}^m / L. \end{cases} \quad (8)$$

应用薄板理论, 隔板的振动可以分解为相互独立的弯曲振动与伸缩振动, 弯曲振动产生轴向力和弯矩, 伸缩振动产生切向力和径向力. 通过 (8) 式以及在  $z = md$  处边界位移连续条  $\{u, v, w, \partial w / \partial z\} = \{\eta, z_\varphi, z_r, \partial \eta / \partial r\}$  得:

$$\begin{bmatrix} P_{znpj} \\ P_{\varphi npj} \\ P_{rnpj} \\ M_{Bnpj} \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} RT_{11} & 0 & 0 & RT_{12} \\ 0 & AB_{22} & AB_{21} & 0 \\ 0 & AB_{12} & AB_{11} & 0 \\ -k_{pj} \times RT_{21} & 0 & 0 & -k_{pj} \times RT_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sum_l \sum_q \sum_m \cos[k_{ql}(md+L)] \cos[k_{pj}(md+L)] u_{nql} \\ \sum_l \sum_q \sum_m \sin[k_{ql}(md+L)] \sin[k_{pj}(md+L)] v_{nql} \\ \sum_l \sum_q \sum_m \sin[k_{ql}(md+L)] \sin[k_{pj}(md+L)] w_{nql} \\ \sum_l \sum_q \sum_m \cos[k_{ql}(md+L)] \cos[k_{pj}(md+L)] k_{ql} w_{nql} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

如附录 (A7) 式的推导, 利用隔板的周期性以及积化和差公式可将合式结构  $\sum_q \sum_m \cos[k_{ql}(md+L)] \cos[k_{pj}(md+L)]$

$L)] \cos[k_{pj}(md+L)]$  与  $\sum_q \sum_m \sin[k_{ql}(md+L)] \sin[k_{pj}(md+L)]$  转化为两个常数分别是  $S_p$  和  $H_p$ , 大大减少了计算量, 得到:

$$\begin{bmatrix} P_{znpj} \\ P_{\varphi npj} \\ P_{rnpj} \\ M_{Bnpj} \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} RT_{11}S_p & 0 & 0 & RT_{12}S_p \\ 0 & AB_{22}H_p & AB_{21}H_p & 0 \\ 0 & AB_{12}H_p & AB_{11}H_p & 0 \\ -k_{pj} \times RT_{21}S_p & 0 & 0 & -k_{pj} \times RT_{22}S_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_l u_{npl} \\ \sum_l v_{npl} \\ \sum_l w_{npl} \\ \sum_l k_{pl}w_{npl} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中矩阵  $RT$ , 矩阵  $AB$  各元素以及  $S_p, H_p$  取值见附录 (A1)—(A7) 各式.

## 2.4 散射声场

将圆柱壳位移  $(u, v, w)$  展开式以及 (10) 式代入 Donnell 方程中, 得到:

$$\begin{bmatrix} u_{npj} \\ v_{npj} \\ w_{npj} \\ w_{npj}k_{pj} \end{bmatrix} = \frac{1}{\rho_s c_s^2 h L} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & -k_{pj}F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & -k_{pj}F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & -k_{pj}F_{33} \\ k_{pj}F_{31} & k_{pj}F_{32} & k_{pj}F_{33} & -k_{pj}^2F_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} RT_{11}S_p & 0 & 0 & RT_{12}S_p \\ 0 & AB_{22}H_p & AB_{21}H_p & 0 \\ 0 & AB_{12}H_p & AB_{11}H_p & 0 \\ RT_{21}S_p & 0 & 0 & RT_{22}S_p \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sum_l u_{npl} \\ \sum_l v_{npl} \\ \sum_l w_{npl} \\ \sum_l k_{pl}w_{npl} \end{bmatrix} - \frac{1}{\rho_s c_s^2 h} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & -k_{pj}F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & -k_{pj}F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & -k_{pj}F_{33} \\ k_{pj}F_{31} & k_{pj}F_{32} & k_{pj}F_{33} & -k_{pj}^2F_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_{npj} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其中矩阵  $F$  各元素见附录 (A8) 和 (A9) 式. 通过 (11) 式可以看出, 求解  $u_{npj}, v_{npj}, w_{npj}$  之前, 要间接求解  $\sum_l u_{npl}, \sum_l v_{npl}, \sum_l w_{npl}, \sum_l k_{pl}w_{npl}$ . 将 (11) 式按  $j = -N:N$  叠加, 再通过简单推导可以求得  $\sum_l u_{npl}, \sum_l v_{npl}, \sum_l w_{npl}, \sum_l k_{pl}w_{npl}$ , 进而得到  $w_{npj}$  有如下形式解:

$$w_{npj} = -\frac{F_{33}P_{npj}}{\rho_s c_s^2 h} + \frac{1}{\rho_s c_s^2 h L} \left( SA_{31} \sum_l F_{13}P_{npl} \right.$$

$$\left. + SA_{32} \sum_l F_{23}P_{npl} + SA_{33} \sum_l F_{33}P_{npl} + SA_{34} \sum_l F_{33}k_{pl}P_{npl} \right), \quad (12)$$

其中矩阵  $SA$  元素见附录 (A11) 式. 将 (12) 式代入 (6) 式中求出  $b_{npj}$ , 再将  $b_{npj}$  代入 (4) 式后, 将 (3) 和 (4) 式取球汉克尔函数在  $k\rho \gg 1$  时的渐近式, 可以得到与文献 [7] 类似的远场散射声场表示式. 对于收发合置 (反向散射) 情况,  $\theta = \pi - \theta_i, \varphi = \pi$ ,

可得:

$$D_{\text{rig}} = \frac{i}{\pi k} \frac{\sin[2kL \cos \theta_i]}{\cos \theta_i} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-1)^n \frac{J'_n(k_x a)}{H'_n(k_x a)},$$

$$D_{\text{res}}^{\text{ucs}} = \frac{2L}{(\pi k_x a)^2} \frac{\rho_f \omega^2 a}{\rho_s c_s^2 h} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p \in p_1} \varepsilon_n (-1)^n$$

$$\times \frac{f^2(k_z L, k_p L)}{[H'_n(k_x a)]^2} F_{33}$$

$$p_1 = \{k_p < k: |k_z - k_p| L < \pi\},$$

$$D_{\text{res}}^r = \frac{-2}{(\pi k_x a)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{(p,j) \in p_2} \varepsilon_n (-1)^n \frac{\rho_f \omega^2 a}{\rho_s c_s^2 h}$$

$$\times \frac{f^2(k_z L, k_{pj} L)}{[H'_n(k_x a)]^2} [SA_{31} F_{31} + SA_{32} F_{23}$$

$$+ SA_{33} F_{33} + SA_{34} F_{33} k_{pj}],$$

$$p_2 = \{2M > p > 0; |j|$$

$$\leq N: |k_z \pm k_{pj}| L < \pi\}. \quad (13)$$

### 3 数值结果

数值计算所采用的模型壳体参数、隔板厚度和间距与文献 [4—7] 的实验模型参数一致,不同的是文献中加小环肋,本文计算的是大隔板.模型参数如下:半径  $a = 6.92 \text{ cm}$ ,总长度  $2L = 0.84 \text{ m}$ ,壳体厚度  $h = 0.635 \text{ mm}$ ,隔板厚度  $l_r = 0.533 \text{ mm}$ ,隔板间距  $d = 1.05 \text{ cm}$ .隔板与壳体采用同种材料,杨氏模量  $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$ ,泊松比  $\sigma = 0.3$ ,密度  $\rho_s = 8800 \text{ kg/m}^3$ .外部流体声速  $c_f = 1500 \text{ m/s}$ ,密度  $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

首先计算了周期加隔板圆柱壳反向声散射的角度-频率谱.横坐标为平面波沿  $xOz$  平面入射与轴线夹角  $\theta_i$ ,取值范围为  $10^\circ$ — $90^\circ$ ,步长为  $1^\circ$ ;纵坐标为归一化频率  $\Omega = k_s a$ ,取值范围为  $1$ — $12$ ,步长为  $f_r/40$ , $f_r$  为圆柱壳的环频率.然后给出隔板伸缩振动共振的特征频率与散射声场的频谱图作对比,说明加大隔板比加环肋多出的近乎平行于横轴的亮线是由隔板共振所引起,并且确定了隔板共振亮线的阶次.最后将隔板三个方向的力与弯矩对散射声场的贡献分开考虑,通过角度-频率谱图可以清晰地看出各个力对散射声场的贡献大小以及角度范围.

图 2 和图 3 分别给出不加隔板和周期加隔板圆柱壳的反向散射角度-频率谱,幅度范围  $-30$ —

$0 \text{ dB}$ .不加隔板时的反向散射声场集中在正横附近,一部分是正横入射时的高幅值几何散射,另一部分是壳体的弹性波,分别是纵波  $S_0$  和剪切波  $T_0$  [10,11],但是这两种波存在截止角,纵波截止角为  $\theta_L = \cos^{-1}(c_f/c_L) = 73^\circ$ ,剪切波截止角为  $\theta_T = \cos^{-1}(c_f/c_T) = 60^\circ$ .

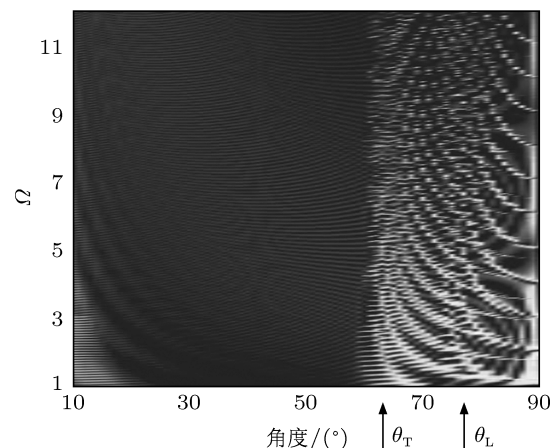


图 2 有限长圆柱壳散射声场

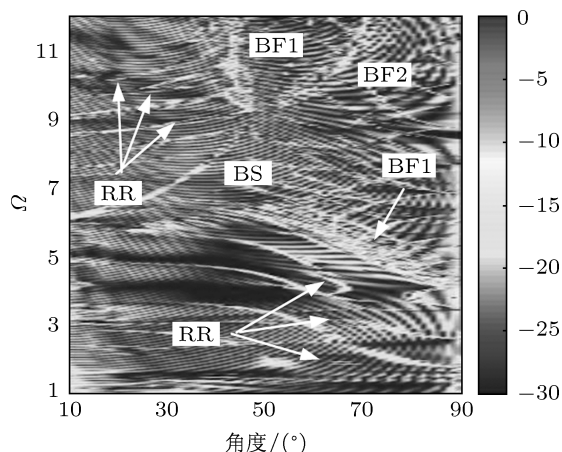


图 3 有限长周期加隔板圆柱壳散射声场

加隔板后的反向散射声场在正横附近由壳体弹性产生的剪切波和纵波几乎消失,这是因为壳体的剪切波与纵波是按螺旋环绕路径传播的,计算模型中隔板加载很密,间距很小,隔板的存在对以螺旋环绕路径传播的波起到了阻碍作用,抑制了其正常的辐射.

除此之外,周期性隔板引起角度范围广且强度高反向散射波.通过角度-频率谱图 3 可以清晰地看到由于周期性隔板产生的几何 Bragg 散射 (BS 表示) 和一阶二阶弯曲 Bloch-Floquet 波 (BF1 和 BF2 表示).角度-频率谱图中 Bragg 散射和 Bloch-Floquet 波出现的位置与国外学者通过实验 [4—7]

和理论 [12] 对周期性小肋骨的预报结果符合较好. 这是因为无论是小肋骨还是大隔板, Bragg 散射出现的位置主要取决于肋板间距, Bloch-Floquet 弯曲波出现的位置主要取决于壳体与隔板厚度和隔板间距. 而这里计算模型中壳体隔板厚度和隔板间距与文献中是一致的, 所以 Bragg 散射和弯曲 Bloch-Floquet 波出现的位置也应该一样.

周期加隔板与周期加环肋的主要区别之一在于角度-频率谱图中 RR 标示出的近似平行于横轴的亮线. 并且这些亮线在中低频随入射角增大向下弯曲, 高频随入射角增大向上弯曲. 这主要是由于高频时出现了 Bragg 散射和弯曲 Bloch-Floquet 波, 当入射角度增大时, 这些近乎平行于横轴的亮线与 Bragg 散射和弯曲 Bloch-Floquet 波发生耦合作用, 所以出现了弯曲而不再随角度呈直线. 低频也是如此, 随着入射角度的增加这些近乎平行于横轴的亮线与壳体的剪切波纵波发生耦合作用并向下弯曲.

这些近乎平行于横轴的亮线是由于隔板共振所引起, 通过求板内伸缩振动特征方程 (A6) 式矩阵  $B$  的共振频点 (以白色直线表示), 得到板内伸缩振动各阶次共振频率与角度-频率谱图的对比如图 4. 这些近乎平行于横轴的亮线对应于不同阶次的共振频率, 小角度时两者符合较好. 值得说明的是, 虽然矩阵  $B$  的各个元素并没有与入射角有关的项, 对应的特征方程是隔板自由伸缩振动方程, 不能反映不同角度时与壳体的耦合作用, 但仿真计算得到的隔板共振线谱在角度-频率谱图上不再表现为一条不随角度变化的直线, 而表现为随入射角度是弯曲的, 这是因为前面提到的隔板共振与几何 Bragg 散射、弯曲 Bloch-Floquet 波、壳体剪切波、纵波发生耦合的结果.

为了分析各个力和弯矩对散射声场的贡献大小, 将隔板单独产生的散射声场  $D_{res}^r$  分成四部分, 分别是三个力与弯矩的贡献, 并且考虑一项作用时令其他三项等于 0. 如图 5 所示, 通过四幅图对比可以清晰地看出轴向力与剪切力只在剪切波和纵波的截止角范围内起重要作用, 径向力则在剪切波和纵波截止角外大部分角度范围内起重要作用. 这也是前面求隔板共振只用板内伸缩振动方程的原因. 弯矩的贡献很小, 只在高频有所贡献, 在中低频弯矩贡献可以忽略. 这主要是因为轴向力、切向力、径向力等效于偶极子声源而弯矩等效于四极子声

源 [13], 偶极子声源的声压与频率平方成正比, 四极子声源的声压与频率的立方成正比, 因此在中低频偶极子声源的辐射效率远高于四极子声源.

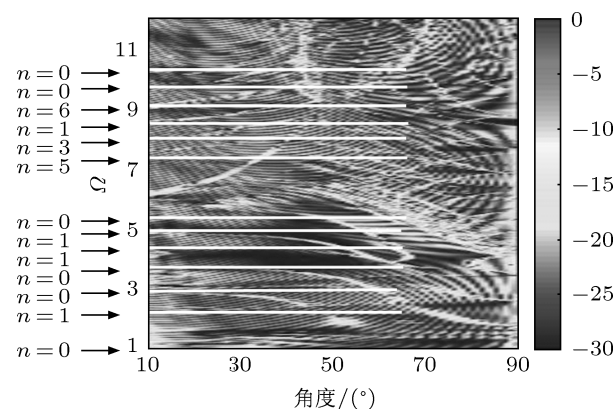


图 4 隔板共振与频谱图对比

### 4 实验

本次实验在德清县对河口水库完成, 水库水域开阔, 水深 20 m. 目标与换能器布放深度都为 4 m, 尽量保证目标与换能器在同一水平线上. 换能器为收发合置阵, 需要说明的是换能器设计频带为 100—200 kHz, 中心频率处水平开角与垂直开角均为 9°. 由于实验条件所限, 实验中用此换能器发 20—200 kHz 线性调频信号, 所以低频段的频响较差. 为此在距离换能器 3 m 处同一深度上放一铅球, 利用铅球的几何回波对换能器做频响修正. 换能器到目标声中心距离为 6 m, 通过换能器指向性可知, 这个距离可以保证满足自由场条件并避开水底水面反射干扰. 实验中模型尺寸为半径 6 cm, 长度 75 cm, 在 6 m 距离上可以保证声波均匀照射. 壳体与隔板厚度均为 1 mm, 隔板间距 1.5 cm, 共加载 49 块隔板, 材料为不锈钢, 模型如图 6 所示. 实验测量带宽 20—200 kHz、脉宽 2 ms 的线性调频脉冲的回波特性. 目标由步进电机控制, 可以保持匀速旋转. 图 7 是实验测量与理论计算得到的角度-频率谱对比结果.

通过实验与理论对比可以清晰地看到, 三条 Bragg 散射亮线实验与理论符合得很好, 频点在 70 kHz 附近的 Bloch 波散射亮线实验与理论也符合得很好, 此外频点在 80 kHz 的隔板共振散射实验与理论基本符合. 但是频率在 120—160 kHz 隔板共振与 Bloch 波散射亮线实验与理论不符. 从理论

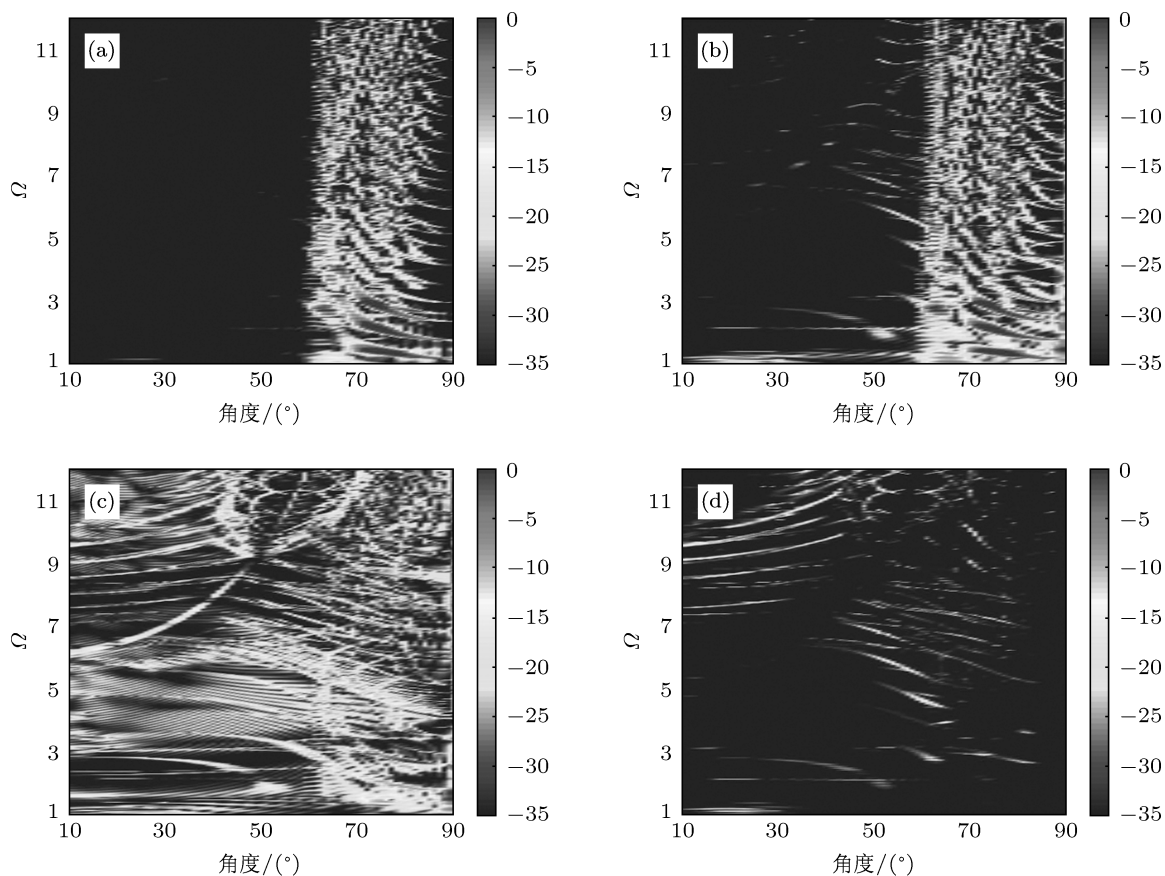


图5 三个力与弯矩各自对散射声场贡献 (a) 轴向力贡献; (b) 切向力贡献; (c) 径向力贡献; (d) 弯矩贡献

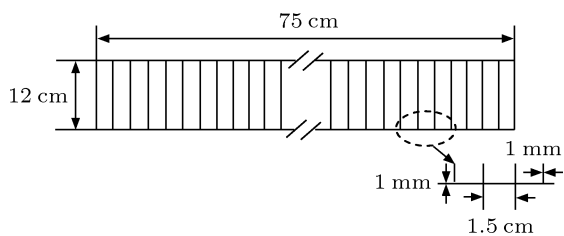


图6 模型示意图

上看这个频段内亮线很多, 而实验中这个频段内虽然亮点也很多, 但构不成有规律的亮线. 这可能是由于实验的分辨率不如理论, 所以无法分辨. 从实验得到的角度-频率谱可以看出 40 kHz 以下和 160 kHz 以上目标回波信号很弱, 这主要是由于发射阵的声源级在此频段范围内很低, 以至发射信号很弱所导致.

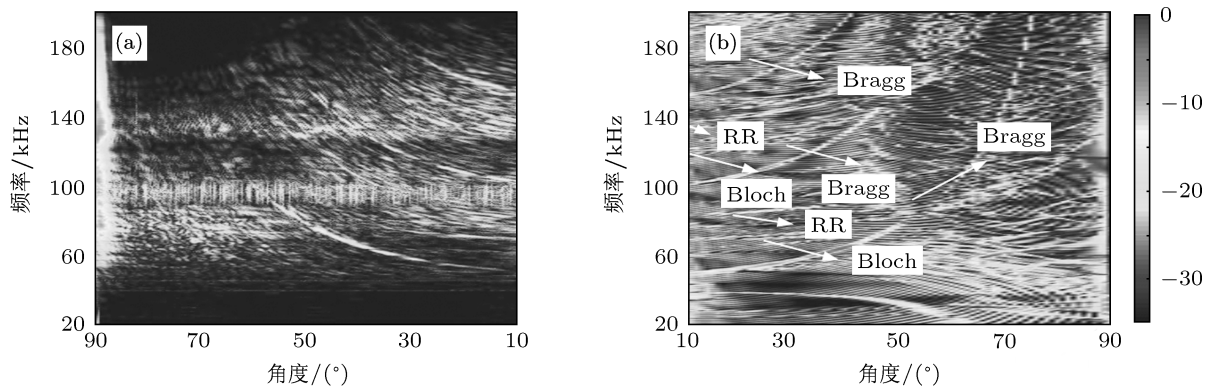


图7 实验与理论对比 (a) 实验结果; (b) 理论计算结果

## 5 结论

为了研究多舱段圆柱壳的声散射, 导出了周期性加隔板有限长圆柱壳声散射解析表达式. 壳体振动用薄壳理论的 Donnell 方程描述, 隔板振动用相互独立的薄板纯弯曲振动和平面应力状态下的振动方程描述, 同时考虑轴向、切向、径向三个方向的力和弯矩. 利用隔板的周期性以及积化和差将  $4(2M-1) \times 4(2M-1)$  ( $2M-1$  为隔板个数) 的方程组化为  $4 \times 4$  的方程组, 大大减小了计算量.

数值计算给出远场收发合置情况下的角度-频率谱图, 通过分析、比较研究了周期性隔板对反向散射声场的作用. 这些作用包括:

1) 当隔板加载很密间距很小时, 隔板的存在对沿螺旋环绕路径传播的波起到了阻碍作用, 导致加隔板后在正横附近由壳体弹性产生的剪切波和纵波几乎消失;

2) 增加了下面几类非镜散射回波: 第一类是由于周期性隔板形成的 Bragg 散射, 这类波是几何回波; 第二类是由于周期性排列的隔板形成的弯曲 Bloch-Floquet 波, 这类波是弹性回波; 第三类是由于隔板共振引起的弹性回波, 主要是隔板伸缩振动共振; 这一类回波是周期性小肋骨所不能产生的.

因为计算模型的壳体厚度和隔板间距与国外文献中加小肋骨的参数一致, 所以 Bragg 散射与弯曲 Bloch-Floquet 波出现的位置与国外相关文献的结果符合较好. 隔板的共振谱线随入射角增加发生弯曲, 这主要是由于随入角度增加隔板共振与 Bragg 散射波、Bloch-Floquet 波以及壳体的剪切波纵波发生耦合.

分别计算了隔板产生的轴向力、切向力、径向力与弯矩对散射声场的贡献. 通过计算对比可以看出, 轴向力与切向力只在壳体的剪切波、纵波截止角范围内起重要作用, 径向力在此范围外起重要作用, 弯矩的作用很小, 只在高频有所贡献, 在中低频可以忽略.

最后通过实验对理论进行了验证. 在实验的频率范围内, 三条 Bragg 散射亮线与理论符合得很好, 频点在 70 kHz 附近的 Bloch 波散射亮线与理论也符合得很好. 实验还测量到了频点在 80 kHz 的隔板共振散射亮线, 与理论基本符合. 由于实验分辨率的限制, 在 120—160 kHz 频率范围内虽然测量到许多亮点, 但是无法分辨究竟是隔板共振还是 Bloch

波散射.

附录

通过板外弯曲振动方程可得轴向力、弯矩与轴向位移的关系如下:

$$\begin{bmatrix} P_{znj}^m \\ M_{Bnj}^m \end{bmatrix} = \mathbf{RR} \begin{bmatrix} E_n \\ F_n \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \eta_n^m \\ \frac{\partial \eta_n^m}{\partial r} \end{bmatrix} = \mathbf{TT} \begin{bmatrix} E_n \\ F_n \end{bmatrix}, \quad (\text{A1})$$

其中  $E_n, F_n$  为轴向位移的未知系数. 矩阵  $\mathbf{RR}$  与矩阵  $\mathbf{TT}$  中各个元素如下:

$$\begin{aligned} RR_{11} = D & \left[ J_n'''(\lambda r) \lambda^3 + \frac{\lambda^2}{r} J_n''(\lambda r) \right. \\ & \left. - \frac{1 + (2 - \sigma_r) n^2}{r^2} \lambda J_n'(\lambda r) \right. \\ & \left. + \frac{(3 - \sigma_r) n^2}{r^3} J_n(\lambda r) \right], \end{aligned} \quad (\text{A2a})$$

$$\begin{aligned} RR_{12} = D & \left[ I_n'''(\lambda r) \lambda^3 + \frac{\lambda^2}{r} I_n''(\lambda r) \right. \\ & \left. - \frac{1 + (2 - \sigma_r) n^2}{r^2} \lambda I_n'(\lambda r) \right. \\ & \left. + \frac{(3 - \sigma_r) n^2}{r^3} I_n(\lambda r) \right], \end{aligned} \quad (\text{A2b})$$

$$\begin{aligned} RR_{21} = D & \left[ J_n''(\lambda r) \lambda^2 + \frac{\sigma_r}{r} \lambda J_n'(\lambda r) \right. \\ & \left. - \frac{\sigma_r}{r^2} n^2 J_n(\lambda r) \right], \end{aligned} \quad (\text{A2c})$$

$$\begin{aligned} RR_{22} = D & \left[ I_n''(\lambda r) \lambda^2 + \frac{\sigma_r}{r} \lambda I_n'(\lambda r) \right. \\ & \left. - \frac{\sigma_r}{r^2} n^2 I_n(\lambda r) \right]; \end{aligned} \quad (\text{A2d})$$

$$TT_{11} = J_n(\lambda r), \quad (\text{A3a})$$

$$TT_{12} = I_n(\lambda r), \quad (\text{A3b})$$

$$TT_{21} = J_n'(\lambda r) \lambda, \quad (\text{A3c})$$

$$TT_{22} = I_n'(\lambda r) \lambda; \quad (\text{A3d})$$

其中  $J, I$  分别为第一类柱贝赛尔函数和第一类修正柱贝赛尔函数,

$$\lambda^4 = \rho_r l_r \omega^4 / D, \quad D = E_r l_r^3 / 12(1 - \sigma_r^2).$$

同样通过板内伸缩振动可得切向力、径向力与切向位移、径向位移的关系如下:

$$\begin{bmatrix} P_{rnj}^m \\ p_{\varphi nj}^m \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} Z_{rn}^m \\ Z_{\varphi n}^m \end{bmatrix} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix}, \quad (\text{A4})$$



其中  $C_n$  是纵波势函数系数,  $D_n$  是横波势函数系数. 矩阵  $\mathbf{A}$  与矩阵  $\mathbf{B}$  中各个元素如下:

$$A_{11} = -\frac{E_r l_r}{1 - \sigma_r^2} \left[ J_n''(k_a r) k_a^2 + \frac{\sigma_r}{r} k_a J_n'(k_a r) - \frac{\sigma_r}{r^2} n^2 J_n(k_a r) \right], \quad (\text{A5a})$$

$$A_{12} = -\frac{E_r l_r}{1 - \sigma_r^2} \left[ \frac{1 - \sigma_r}{r} n k_b J_n'(k_b r) - \frac{1 - \sigma_r}{r^2} n J_n(k_b r) \right], \quad (\text{A5b})$$

$$A_{21} = -\frac{E_r l_r}{1 - \sigma_r^2} \frac{1 - \sigma_r}{2} \left[ \frac{2n}{r^2} J_n(k_a r) - \frac{2n}{r} k_a J_n'(k_a r) \right], \quad (\text{A5c})$$

$$A_{22} = -\frac{E_r l_r}{1 - \sigma_r^2} \frac{1 - \sigma_r}{2} \left[ -J_n''(k_b r) k_b^2 + \frac{1}{r} J_n'(k_b r) k_b - \frac{n^2}{r^2} J_n(k_b r) \right]; \quad (\text{A5d})$$

$$B_{11} = k_a J_n'(k_a r), \quad (\text{A6a})$$

$$B_{12} = \frac{1}{r} J_n(k_b r) n, \quad (\text{A6b})$$

$$B_{21} = -\frac{n}{r} J_n(k_a r), \quad (\text{A6c})$$

$$B_{22} = -J_n'(k_b r) k_b; \quad (\text{A6d})$$

其中  $k_a = \omega/c_a$ ,  $k_b = \omega/c_b$ ,  $c_a = \sqrt{E/\rho_r(1 - \sigma_r^2)}$  是隔板纵波波速,  $c_b = \sqrt{E/2\rho_r(1 + \sigma_r)}$  是隔板剪切波波速, 矩阵  $\mathbf{RT} = \mathbf{RR} \times \mathbf{TT}^{-1}$ , 矩阵  $\mathbf{AB} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}^{-1}$ .

由于  $k_{pj}d = \pi p/2M + 2\pi j$ ,  $k_{ql}d = \pi q/2M + 2\pi l$ , 所以  $SS$  有如下形式:

$$SS = \sum_{m=-M+1}^{M-1} \cos[k_{ql}(md + L)] \cos[k_{pj}(md + L)] = \sum_{m=1}^{2M-1} \cos m \frac{\pi p}{2M} \cos m \frac{\pi q}{2M}, \quad (\text{A7a})$$

通过积化和差公式得:

$$p = q = 0: SS = 2M - 1, \quad (\text{A7b})$$

$$p = q = 2M: SS = 2M - 1, \quad (\text{A7c})$$

$p, q$  为其他情况时应用公式

$$\frac{1}{2} + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cdots + \cos(n\alpha) = \frac{\sin(n + 1/2)\alpha}{2 \sin(\alpha/2)}, \quad (\text{A7d})$$

$$p = q \neq 2M: SS = M - 1, \quad (\text{A7e})$$

$$p \neq q \text{ 且 } p, q \text{ 都为奇数, 都为偶数: } SS = -1, \quad (\text{A7f})$$

$$p \neq q \text{ 且 } p, q \text{ 为一奇一偶: } SS = 0. \quad (\text{A7g})$$

将 (A7a)—(A7g) 式总结到一起, 并且计算多肋板情况  $2M \gg 1$ , 所以可得  $S_p = \sum_q SS = \sum_q \sum_{m=-M+1}^{M-1} \cos[k_{ql}(md + L)] \cos[k_{pj}(md + L)]$  有如下形式:

$$S_p \begin{cases} p = 0, 2M & 2M - 1 \\ \text{其他} & M - 1 \end{cases}, \quad (\text{A7h})$$

同理可得  $H_p$  表达式

$$H_p = \begin{cases} p = 0, 2M & 0 \\ \text{其他} & M \end{cases}. \quad (\text{A7i})$$

对于矩阵  $\mathbf{F}$  中的各个元素是矩阵  $\mathbf{S}$  求逆后所对应的元素. 其中  $\mathbf{S}$  中的各元素如 (A8) 式,  $Z_n^f$  为外部流体阻抗.

$$\begin{aligned} S_{11} &= k_{pj}^2 + \frac{1 - \sigma}{2a^2} n^2 - k_s^2, \\ S_{12} &= -\frac{1 + \sigma}{2a} n k_{pj}, \\ S_{13} &= -\frac{\sigma}{a} k_{pj}, \\ S_{21} &= -\frac{1 + \sigma}{2a} k_{pj} n, \\ S_{22} &= \frac{1 - \sigma}{2} k_{pj}^2 + \frac{n^2}{a^2} - k_s^2, \\ S_{23} &= \frac{n}{a^2}, \\ S_{31} &= -\frac{\sigma}{a} k_{pj}, \\ S_{32} &= \frac{n}{a^2}, \\ S_{33} &= \frac{1}{a^2} + \beta_s^2 \left( a^2 k_{pj}^4 + 2k_{pj}^2 n^2 + \frac{n^4}{a^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

$$-k_s^2 + \frac{\rho_f \omega^2 a}{\rho_s c_s^2 h} Z_n^f;$$

$$Z_n^f(\alpha_{pj} a) = \frac{H_n(\alpha_{pj} a)}{H_n'(\alpha_{pj} a) \alpha_{pj} a},$$

$$\alpha_{pj} = \begin{cases} [k^2 - k_{pj}^2]^{1/2} & k > |k_{pj}| \\ i[k_{pj}^2 - k^2]^{1/2} & k < |k_{pj}| \end{cases}. \quad (\text{A9})$$

对于矩阵  $\mathbf{SA}$  的推导, 首先定义  $\mathbf{SAF}$  为如下形式:

$$SAF = \sum_l \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & -k_{pl}F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & -k_{pl}F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & -k_{pl}F_{33} \\ k_{pl}F_{31} & k_{pl}F_{32} & k_{pl}F_{33} & -k_{pl}^2F_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} RT_{11}S_p & 0 & 0 & RT_{12}S_p \\ 0 & AB_{22}H_p & AB_{21}H_p & 0 \\ 0 & AB_{12}H_p & AB_{11}H_p & 0 \\ RT_{21}S_p & 0 & 0 & RT_{22}S_p \end{bmatrix}, \quad (A10)$$

$$SA = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & -k_{pj}F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & -k_{pj}F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & -k_{pj}F_{33} \\ k_{pj}F_{31} & k_{pj}F_{32} & k_{pj}F_{33} & -k_{pj}^2F_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} RT_{11}S_p & 0 & 0 & RT_{12}S_p \\ 0 & AB_{22}H_p & AB_{21}H_p & 0 \\ 0 & AB_{12}H_p & AB_{11}H_p & 0 \\ RT_{21}S_p & 0 & 0 & RT_{22}S_p \end{bmatrix} / SAF. \quad (A11)$$

- [1] Guo Y P 1994 *J. Acoustic. Soc. Am.* **95** 2550
- [2] Cushieri J M, Feit D 1995 *J. Acoustic. Soc. Am.* **98** 320
- [3] Cushieri J M, Feit D 1995 *J. Acoustic. Soc. Am.* **98** 339
- [4] Douglas M P, Joseph A B, Brian H H 1994 *J. Acoustic. Soc. Am.* **96** 2785
- [5] Brian H H, Bucaro J A, Douglas M P 1995 *J. Acoustic. Soc. Am.* **98** 2851
- [6] Douglas M P, Brian H H, Williams E G, Bucaro J A 2000 *J. Acoustic. Soc. Am.* **108** 1027
- [7] Tran-Van-Nhieu M 2001 *J. Acoustic. Soc. Am.* **110** 2858
- [8] Miles R N 1989 *J. Sound Vib.* **134** 165
- [9] Miguel C J, Feit D 1986 *Sound Structures and Their Interaction* (2nd Edn.) (Cambridge, MA: MIT Press)
- [10] Rumerman M L 1993 *J. Acoustic. Soc. Am.* **93** 55
- [11] Rumerman M L, Schreppler S C 1991 *J. Acoustic. Soc. Am.* **90** 2340
- [12] Liétard R, Décultot D, Maze G, Tran-Van-Nhieu M 2005 *J. Acoustic. Soc. Am.* **118** 2142
- [13] Guo Y P 1993 *J. Acoustic. Soc. Am.* **93** 857

# Acoustic scattering from a finite periodically bulkheads in cylindrical shell\*

Pan An Fan Jun<sup>†</sup> Zhuo Lin-Kai

(State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

(Received 22 February 2012; revised manuscript received 10 May 2012)

## Abstract

Acoustic scattering from a submerged finite cylindrical shell with periodically bulkheads, insonified by an incident plane wave, is studied. The motion of shell is described by Donnell equations, while the motion of bulkheads is described by thin plate motion equations and plane stress equations with considering axial force circumferential force radial force and bending moment simultaneously. Through angle-frequency spectrum besides the surface elastic waves, Bragg waves and Bloch-Floquet waves for the periodically bulkheads, the interactions between bulkheads resonance can be seen. Finally the theory is verified by experiment. Bragg waves, partial Bloch-Floquet waves and resonance of bulkheads highlight are all accordant with theory.

**Keywords:** Bragg waves, Bloch-Floquet waves

**PACS:** 43.20.+g, 43.30.+m

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11104183).

<sup>†</sup> E-mail: fanjun@sjtu.edu.cn