

时延多智能体系统分组一致性分析*

纪良浩^{1)2)†} 廖晓峰¹⁾ 刘群²⁾

1) (输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室, 重庆大学计算机学院, 重庆 400044)

2) (重庆邮电大学计算机学院, 重庆 400065)

(2012年4月17日收到; 2012年6月10日收到修改稿)

研究了拓扑结构为连通无向图与连通二分图的一阶时延多智能体系统分别在两类控制协议下的分组一致性问题. 基于广义 Nyquist 准则与频域控制理论的方法, 分析并得到了多智能体系统渐进分组收敛一致的充分条件. 通过该条件发现系统分组一致性的达到与系统的时延以及智能体间的耦合强度相关. 同时, 时延的大小影响着系统的收敛速度与动态性能. 仿真实验的结果进一步验证了理论分析所得结论的正确性.

关键词: 多智能体, 分组一致性, 时延, 收敛

PACS: 02.30.Ks, 02.30.Yy, 05.65.+b

1 引言

作为分布式系统的一个重要分支, 多智能体系统的协调控制由于其在群集运动^[1]、分布式传感器网络^[2]等领域的广泛应用而引起了众多领域研究者的浓厚兴趣. 多智能体系统一致性问题是多智能体协调控制的基本问题之一, 近年来, 对一致性问题的研究更是受到了广泛的关注. 其是指在没有中央协调控制或者全局通信的情况下, 智能体之间通过彼此局部的耦合作用, 最终使得系统中所有智能体的状态趋于一致.

目前, 对多智能体系统一致性问题的研究已取得许多丰硕的成果. 1995年, Vicsek等^[3]提出了一个离散的多智能体模型, Jadbabaie等^[4]在线性化 Vicsek 模型的基础上, 研究并分析了多智能体的一致性. Olfati等^[5]分析并得到了无向连通、连接权重对称以及强连通拓扑结构的多智能体系统收敛一致的条件. Ren^[6]与 Moreau等^[7]在 Olfati 的基础上, 针对有向网络拓扑得到了与之类似的多智能体系统收敛条件. 此外, 针对具有时延、切换

等连续或者离散一阶、二阶多智能体系统一致性问题的研究也取得了比较丰富的成果^[8-16].

在多智能体一致性协调控制中, 系统中所有智能体在控制协议的作用下最终收敛到一致的状态, 然而在实际应用中, 随着系统复杂程度以及规模的不断增加, 此项工作的难度也随之不断加大甚至难以实现. 故有人提出了分组一致的控制策略. 在包含多个子网的复杂网络系统中, 分组一致的控制策略允许系统中所有智能体状态最终按组收敛到多于一个的状态值, 即同一子网中所有智能体状态收敛一致, 而不同的子网则收敛到不同的状态. Wang等^[17]基于图着色理论等知识, 研究了分组一致控制协议的设计方法. Xia等^[18]研究了特殊拓扑结构下具有相同自动态和不同自动态多智能体系统的分组一致性问题. Yu等^[19,20]研究了拓扑结构为无向图、强连通平衡图的多智能体系统分组一致性控制协议的设计, 并基于图论与矩阵理论的知识分析得到了系统分组一致的收敛判据. 此外, Yu等^[21,22]还在文献^[19,20]的基础上, 基于双树转化的思想, 对切换、时滞系统的分组一致性进行了分析研究, 并给出了系统收敛的条件. 王强等^[23]

* 国家自然科学基金 (批准号: 60973114, 61170249)、重庆市科委自然科学基金 (批准号: 2009BA2024, cstc2011jjA1320) 和重庆大学输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室基金 (批准号: 2007DA10512711206) 资助的课题.

† E-mail: jilh77@yahoo.com.cn

基于竞争机理的控制策略,研究了具有连通二分图拓扑结构的多智能体系统的分组一致性问题,并给出了分组一致达到时系统所能容许的时延上界.

分组一致的控制策略对大型复杂网络系统的协调控制能起到重要的作用.据我们所知,目前国际、国内有关此方面研究的文献资料还较少.受上述已有研究工作的启发,本文在当前多智能体系统分组一致性问题已有研究成果的基础上,研究了拓扑结构为连通无向图与连通二分图的两类一阶时延系统的分组一致性问题,并基于广义 Nyquist 准则与频域控制理论的方法,分析得到了两类系统各自达到分组一致的充分条件.其中,文献 [23] 中得到的系统时延上界与本文针对同类问题分析所得到的收敛条件相比,显得过于宽泛.文献 [19] 的研究内容是本文所讨论相关内容的特例,由于时延的普遍存在,文中针对时延系统的研究更具有现实意义.最后,通过仿真实验验证了本文理论分析所得结论的正确性.同时,对比实验结果,还可以看出时延的存在影响着系统的收敛速度与动态性能.

2 问题描述与预备知识

考虑具有 n 个智能体的系统,其拓扑结构用无向图 $G = \{V, E, A\}$ 表示,其中顶点集合 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. 边集合 $E \subseteq V \times V$, 结点的下标集合 $N = \{1, 2, \dots, n\}$. 定义结点 v_i 的邻居集合为 $N_i = \{v_j \in V : (v_i, v_j) \in E\}$. 图 G 的邻接矩阵 $A = \{a_{ij}\} \in R^{n \times n}$, 其中矩阵元素 a_{ij} 为结点 v_i 与结点 v_j 的连接权重. 当 $v_j \in N_i$ 时, $a_{ij} > 0$. 为便于讨论,文中假设图 G 中任一顶点无自环,即对于 $\forall i \in N, a_{ii} = 0$. 当 G 为无向图时,其邻接矩阵 A 为对称矩阵. 定义图 G 的度矩阵 $D = \text{diag}\{d_i, i \in N\}$, 其中 $d_i = \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}$, 其为结点 v_i 的出度.

在无向图中,如果顶点 v_i 和 v_j 之间存在一个无向序列 $(v_i, v_{i1}), (v_{i1}, v_{i2}), \dots, (v_{ir}, v_j)$, 则称顶点 v_i 和 v_j 是连通的. 如果图中任意两个顶点都是连通的,则称该图为无向连通图.

考虑一阶多智能体系统,其动态方程为

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), \quad (1)$$

其中 $x_i \in R$ 和 $u_i \in R$ 分别表示第 i 个智能体的状态和控制输入.

定义 1^[5] 对于一阶多智能体系统 (1), 当且仅当对于 $\forall i, j = 1, 2, \dots, n$, 系统中各智能体的状态满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0$ 时, 称系统 (1) 能渐进达到一致.

定义 2^[20] 对于图 $G = \{V, E, A\}$, $G_1 = \{V_1, E_1, A_1\}$, 当同时满足如下三个条件时, 称图 G_1 为图 G 的子图.

1) $V_1 \subseteq V$; 2) $E_1 \subseteq E$; 3) 邻接矩阵 A_1 包含于 A 中.

假设包含 $n + m$ ($n, m > 1$) 个智能体的系统 (1), 其拓扑结构 $G = \{V, E, A\}$ 包含两个子图分别为 $G_1 = \{V_1, E_1, A_1\}$ 与 $G_2 = \{V_2, E_2, A_2\}$, 其中 $V_1 = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $V_2 = \{v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+m}\}$. 定义有限下标集 $L_1 = \{1, 2, \dots, n\}$, $L_2 = \{n + 1, n + 2, \dots, n + m\}$. 结点 v_i 在两个子图中的邻居集合分别为 $N_{1i} = \{v_j \in V_1 : (v_i, v_j) \in E\}$, $N_{2i} = \{v_j \in V_2 : (v_i, v_j) \in E\}$, 易知有 $V = V_1 \cup V_2$, $N_i = N_{1i} \cup N_{2i}$. 在控制算法的作用下, 如果使前 n 个智能体收敛到某一致状态, 而另 m 个智能体收敛到其他不同的一致状态, 即系统中所有智能体的最终状态按组收敛到两个不同的值. 此时称系统实现了分组一致. 下面以两个分组为例 (多分组的情况与之类似), 介绍分组一致以及平均分组一致的定义.

定义 3^[19] 对于包含 $n + m$ ($n, m > 1$) 个智能体的一阶系统 (1), 当且仅当其智能体状态满足:

1) $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \forall i, j \in L_1$; 2) $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \forall i, j \in L_2$ 时, 称系统 (1) 能达到渐进分组一致.

定义 4^[19] 假设 $x_i(0)$ 为系统 (1) 中第 i 个智能体的初始状态, 如果

$$1) \lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j(0), \forall i \in L_1;$$

$$2) \lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = \frac{1}{m} \sum_{j=n+1}^{n+m} x_j(0), \forall i \in L_2$$

成立, 则称系统 (1) 能达到平均分组一致.

定义 5^[23]. 设无向图 $G = \{V, E, A\}$, 如果顶点集 V 可分割为两个互不相交的子集 $\{V_1, V_2\}$, 使得每条边 (v_i, v_j) 所关联的两个顶点 v_i, v_j 分别属于这两个不同的顶点集, 即 $v_i \in V_1, v_j \in V_2$, 则称图 G 为二分图.

以下是文中需要用到的几个引理.

引理 1^[23] 如果拓扑结构图 G 是一个连通二分图, 则矩阵 $D + A$ 的秩为 $n - 1$. 其中 D, A 分别

表示 G 的结点度矩阵与邻接矩阵.

引理 2^[24] 对于任意 $\gamma \in [0, 1)$, 当 $w \in R$ 时, 凸包 $\gamma Co(0 \cup \{E_i(jw), i \in N\})$ 不包含 $(-1, j0)$ 点. 其中, $E_i(jw) = \frac{\pi}{2T} \times \frac{e^{-jwT}}{jw}$, T 为系统的时延.

引理 3^[25] 对于 $w \in R$, 凸包 $Co(0 \cup \{W_i(jw), i \in N\})$ 包含圆盘的集合 $\bigcup_{i \in N} G_i$.

3 时延多智能体系统的分组一致

本节分别针对拓扑结构为连通二分图以及连通无向图的时延一阶系统, 分析并得到了其实现分组一致时应满足的充分条件.

3.1 拓扑结构为连通二分图的一阶时延系统分组一致

文献 [23] 针对网络拓扑结构为二分图的多智能体系统 (1), 设计了一类基于竞争机理的控制协议 (2), 并分析得到了系统分组收敛一致的状态, 同时还给出了系统在协议 (3) 的作用下, 实现分组一致时所能容许的最大时延上界.

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t) + x_j(t)),$$

$$i \in N, \quad (2)$$

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t - \tau) + x_j(t - \tau)),$$

$$i \in N, \quad (3)$$

其中 τ 为系统的时延.

在网络通信过程中, 时延是难免存在的, 故而分析时延系统的协调控制也更加具有实际意义. 尽管王强等 [23] 分析得到了在协议 (3) 的作用下, 系统 (1) 实现分组一致时系统时延的上界, 但是并没有分析给出时延系统分组收敛一致的条件. 以下我们基于频域控制理论的方法, 分析并得到了系统分组一致收敛的充分条件.

系统 (1) 在协议 (3) 的作用下, 变为

$$\dot{x}_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t - \tau) + x_j(t - \tau)),$$

$$i \in N. \quad (4)$$

定理 1 拓扑结构为连通二分图且包含 n 个智能体的系统 (4), 对于 $\forall i \in N$, 如果 $\max\{d_i\tau\} < \frac{\pi}{4}$,

则系统 (4) 能渐进达到分组一致. 其中, $d_i = \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}$.

证明 对 (4) 式做 Laplace 变换, 容易得到系统的特征方程为 $\det(sI + e^{-\tau s}(D + A)) = 0$, 其中 I 为单位阵, D, A 分别表示系统拓扑结构所对应的结点度矩阵与邻接矩阵.

令

$$F(s) = \det(sI + e^{-\tau s}(D + A)). \quad (5)$$

根据系统稳定性的判定规则, 易知系统 (4) 要实现渐进分组一致, 等价于 $F(s)$ 的零点具有负实部或者 $s = 0$. 下面分两种情况进行分析与讨论.

1) 当 $s = 0$ 时, $F(s) = \det(D + A)$, 由引理 1 可知 $s = 0$ 为 $F(s)$ 的唯一零点.

2) 当 $s \neq 0$ 时, 令

$$P(s) = \det(I + G(s)). \quad (6)$$

其中

$$G(s) = \frac{D + A}{s} e^{-\tau s}. \quad (7)$$

易知, 如果 $F(s)$ 的零点都具有负实部, 等价于 $P(s)$ 的零点都具有负实部. 如果 $P(s)$ 的零点都具有负实部, 则系统 (4) 渐进达到分组一致.

令 $s = jw$, 对于 (7) 式, 根据广义 Nyquist 准则, 如果 $\forall w \in R$, $\lambda(G(jw))$ 的 Nyquist 曲线不包围复平面的 $(-1, j0)$ 点, 则 (7) 式所有的零点都具有负实部.

根据 Gerschgorin 圆盘定理, 矩阵 $G(jw)$ 的特征值 $\lambda(G(jw))$ 满足

$$\lambda(G(jw)) \in \bigcup_{i \in N} G_i. \quad (8)$$

且

$$G_i = \left\{ \zeta : \zeta \in C, \left| \zeta - \sum_{v_j \in N_i} a_{ij} \frac{e^{-jw\tau}}{jw} \right| \leq \left| \sum_{v_j \in N_i} a_{ij} \frac{e^{-jw\tau}}{jw} \right| \right\}, \quad (9)$$

其中, C 为复数域. 令 $d_i = \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}$, 则圆盘的中心

$$\text{为 } G_{i0}(jw) = d_i \frac{e^{-jw\tau}}{jw}.$$

当圆盘中心 $G_{i0}(jw)$ 的 Nyquist 曲线随着 $w \in R$ 变换时, 圆盘 G_i 也随之变化. 假设复平面的原点为 O , O 与 G_{i0} 连线的延长线交与圆盘的边界圆周于 W_i 点, 易知随着 G_i 的变化, 端点 W_i 的轨迹为 $W_i(jw) = 2d_i \frac{e^{-jw\tau}}{jw}$.

由引理 2, 令 $W_i(j\omega) = \gamma_i \times E_i(j\omega)$. 当 $\gamma_i < 1$ 时, 容易得到 $d_i\tau < \frac{\pi}{4}$.

令 $\gamma = \max\{\gamma_i, i \in N\}$, 显然当 $\gamma < 1, \forall i \in N$, 下式成立:

$$\begin{aligned} \gamma Co(0 \cup \{E_i(j\omega)\}) &\supseteq \gamma_i Co(0 \cup \{E_i(j\omega)\}) \\ &= Co(0 \cup \{W_i(j\omega)\}). \end{aligned}$$

根据引理 2, $(-1, j_0) \notin \gamma Co(0 \cup \{E_i(j\omega), i \in N\})$, 所以 $(-1, j_0) \notin Co(0 \cup \{W_i(j\omega), i \in N\})$. 由引理 3 知, $Co(0 \cup \{W_i(j\omega), i \in N\}) \supseteq \bigcup_{i \in N} G_i$, 所以 $(-1, j_0) \notin \bigcup_{i \in N} G_i$. 故特征值 $\lambda(G(j\omega))$ 的轨迹不包含 $(-1, j_0)$ 点. 根据广义 Nyquist 判据, 特征方程 (6) 的所有特征根都具有负实部, 即系统 (4) 的状态渐进达到分组一致.

定理 1 证毕.

注释 1 文献 [23] 中得到了系统达到分组收敛一致时系统时延的上界. 然而, 从定理 1 中系统分组收敛的条件可知, 系统的收敛要受到时延与智能体间耦合强度的影响, 从后文实验 2 的分析与实验对比结果容易知道, 文献 [23] 中所得到的系统时延上界过于宽泛.

3.2 拓扑结构为无向连通图的一阶时延系统分组一致

基于图论以及矩阵理论的知识, 文献 [19—22] 针对以下控制算法:

$$u_i = \begin{cases} \sum_{v_j \in N_{1i}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) \\ + \sum_{v_j \in N_{2i}} a_{ij}x_j(t), & \forall i \in L_1, \\ \sum_{v_j \in N_{2i}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) \\ + \sum_{v_j \in N_{1i}} a_{ij}x_j(t), & \forall i \in L_2, \end{cases} \quad (10)$$

研究了拓扑结构为无向图、强连通平衡图(含时滞与切换两类情况)的多智能体系统的分组平均一致性问题, 并给出了相应的判据.

在协议 (10) 中, 对于 $\forall i, j \in L_1, a_{ij} \geq 0; \forall i, j \in L_2, a_{ij} \geq 0; \forall i, j \in \phi = \{(i, j) : i \in L_1, j \in L_2\} \cup \{(i, j) : j \in L_1, i \in L_2\}, a_{ij} \in R$. 同时假设协议 (10) 满足如下两个条件, 以平衡两个分组间的相互影响.

$$1) \sum_{j=n+1}^{n+m} a_{ij} = 0, \forall i \in L_1;$$

$$2) \sum_{j=1}^n a_{ij} = 0, \forall i \in L_2.$$

Yu 等 [21,22] 基于控制协议 (10), 研究了拓扑结构为强连通平衡图的时滞切换系统, 并给出了系统分组收敛的相关判据. 受其相关工作的启发, 下面我们分析拓扑结构为无向连通图的一阶时延系统, 并给出系统分组收敛一致的充分条件.

在协议 (10) 的基础上, 考虑如下控制协议:

$$u_i = \begin{cases} \sum_{v_j \in N_{1i}} a_{ij}(x_j(t - \tau) - x_i(t - \tau)) \\ + \sum_{v_j \in N_{2i}} a_{ij}x_j(t - \tau), & \forall i \in L_1, \\ \sum_{v_j \in N_{2i}} a_{ij}(x_j(t - \tau) - x_i(t - \tau)) \\ + \sum_{v_j \in N_{1i}} a_{ij}x_j(t - \tau), & \forall i \in L_2, \end{cases} \quad (11)$$

其中 τ 为系统的时延.

系统 (1) 在 (11) 式的作用下变为

$$\dot{x}_i(t) = \begin{cases} \sum_{v_j \in N_{1i}} a_{ij}(x_j(t - \tau) - x_i(t - \tau)) \\ + \sum_{v_j \in N_{2i}} a_{ij}x_j(t - \tau), & \forall i \in L_1, \\ \sum_{v_j \in N_{2i}} a_{ij}(x_j(t - \tau) - x_i(t - \tau)) \\ + \sum_{v_j \in N_{1i}} a_{ij}x_j(t - \tau), & \forall i \in L_2. \end{cases} \quad (12)$$

定理 2 考虑拓扑结构为无向连通图 G 且包含 $n + m$ ($n, m > 1$) 个智能体的系统 (12), 其子图 G_1 与 G_2 分别包含系统的前 n 和后 m 个结点, 假设 $\sum_{j=n+1}^{n+m} a_{ij} = 0, \forall i \in L_1$ 且 $\sum_{j=1}^n a_{ij} = 0, \forall i \in L_2$, 如果 $\max\{\tilde{d}_i\tau\} < \frac{\pi}{4}, i = 1, 2, \dots, n + m$, 则系统 (12) 能渐进达到分组一致. 其中, $\tilde{d}_i = \sum_{k=1, k \neq i}^{m+n} a_{ik}$.

对 (12) 式做 Laplace 变换, 易得到其特征方程为 $\det(sI + L(s)) = 0$. 其中 $L(s)$ 定义如下:

$$L(s) = (l_{ij}(s)) = \begin{cases} -a_{ij}e^{-s\tau}, & j \neq i; \\ \sum_{k=1, k \neq i}^{m+n} a_{ik}e^{-s\tau}, & j = i. \end{cases}$$

定理 2 的证明过程与定理 1 类似, 受篇幅限制, 此处不再赘述.

注释 2 当 $\tau = 0$ 时, 系统 (12) 与文献 [19] 的 (7) 式一致, 即文献 [19] 的研究内容为系统 (12) 的特例.

注释 3 当 $\tau \neq 0$ 时, 考虑如下两种情况: 1) $n \neq 0, m = 0$; 2) $n = 0, m \neq 0$, 此时分组一致协议 (10) 变为传统的一致性控制协议, 且与文献 [5] 中协议 (A2) 一致, 容易看出定理 2 所得到的系统收敛条件与文献 [5] 中 (44) 式一致.

注释 4 从定理 1、定理 2 所得到的系统收敛条件可知, 当系统拓扑中其结点拥有较大出度时, 系统不能同时容忍较高时延. 然而, 系统的动态性能一般能随着其拓扑连通强度的增大而得到改善. 所以在时延多智能体系统中, 系统的性能与时延两者之间存在着一个平衡. 同时, 随着系统拓扑连通强度的增大, 网络系统通信开销的成本也会随之增加, 故多智能体网络系统的性能与其通信开销的成本之间也存在着一个平衡的问题.

4 仿真实验

本节分别针对定理 1、定理 2, 结合具体实例进行仿真实验, 以验证所得结论的正确性.

假设系统 (4) 的拓扑结构如图 1 所示.

实验 1 假定智能体的初始状态为 $x(0) = [10.0 \ 35.0 \ 25.0 \ 40.0 \ 50.0]^T$, 系统中各智能体间的连接权重如图 1 中所示. 现分别取时延 τ 的值为 $\tau = 0.1 \text{ s}$ 、 $\tau = 0.25 \text{ s}$, 易知时延 τ 的取值都满足定理 1 的条件. 系统 (4) 中各智能体的状态分别如图 2 所示.

从图 2 仿真实验的结果可以看出, 系统均实现了分组一致 (状态收敛到两个不同的值). 且时延越小, 系统相对分组收敛得越快.

现将图 1 中各结点间的连接权重值由 1 均改

为 0.5, 根据注释 4 的分析, 理论上系统的动态性能会随着权重的降低而减弱, 即系统的收敛时间会相对变长. 此条件下, 系统 (4) 中各智能体的状态如图 3 所示.

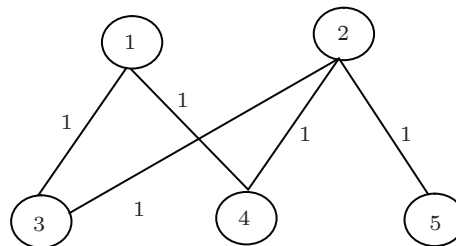


图 1 系统拓扑结构图

对比图 2、图 3 的实验结果可以看出随着结点间耦合强度的降低, 系统的收敛速度会随之而变慢. 由此, 进一步验证了文中相关理论分析内容的正确性.

实验 2 从图 1 得知, $d_{\max} = 3$, 结合定理 1 的收敛条件, 可知时延 $\tau < \frac{\pi}{12} = 0.26 \text{ s}$. 在实验 1 的基础上, 现取 $\tau = 0.26 \text{ s}$, 系统 (4) 中各智能体的状态如图 4(a) 所示.

从图 4(a) 的实验结果可以看出, 系统 (4) 不能达到渐进分组一致.

根据图 1, 容易计算得到矩阵 $-(D + A)$ 的特征根分别为 $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -0.8299, \lambda_3 = -2, \lambda_4 = -2.6889, \lambda_5 = -4.4812$. 根据文献 [23] 中所得到的时延上界条件容易计算得到, 当 $\tau \in (0, 0.35)$ 时, 系统达到渐进分组一致. 现取 $\tau = 0.3 \text{ s}$, 系统状态曲线如图 4(b) 所示. 显然, 系统没能达到分组一致, 从而说明文献 [23] 中所得到的时延上界过于宽泛.

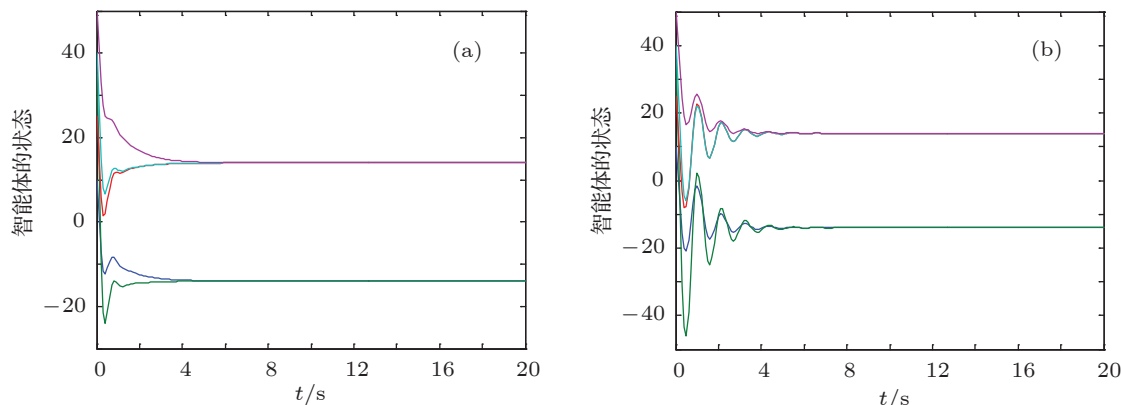


图 2 多智能体系统状态图 (a) $\tau = 0.1 \text{ s}$; (b) $\tau = 0.25 \text{ s}$

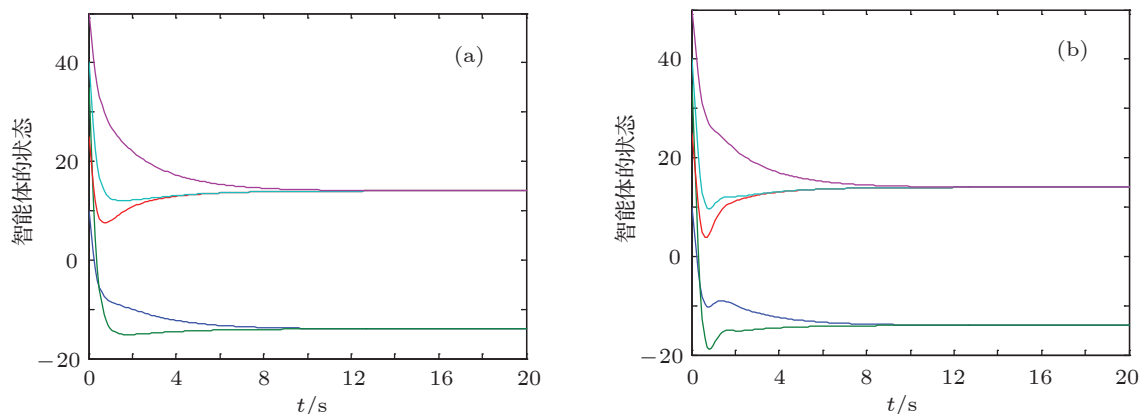


图3 多智能体系统状态图 (a) $\tau = 0.1$ s; (b) $\tau = 0.25$ s

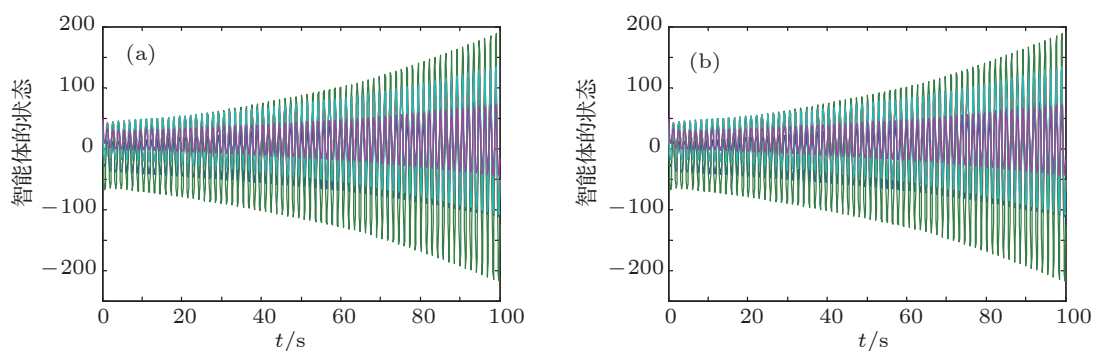


图4 多智能体系统状态图 (a) $\tau = 0.26$ s; (b) $\tau = 0.3$ s

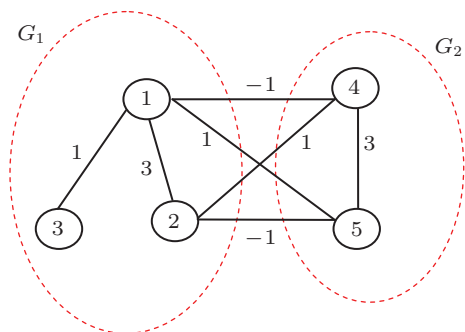


图5 系统拓扑结构图

假设系统 (12) 的拓扑结构如图 5 所示.

实验 3 假定智能体的初始状态为 $x(0) = [-5 \ 2 \ 3 \ -1 \ 8]^T$, 系统中各智能体间的连接权重如图 5 所示. 现分别取时延 τ 的值为 $\tau = 0$ s, $\tau = 0.15$ s. 易知时延 τ 的取值都满足定理 2 的条件. 系统 (12) 中各智能体的状态分别如图 6 所示.

从图 6 两组实验的结果可以看出, 系统均实现了分组一致, 且随着时延的不断增大, 系统的收敛时间也随之变长, 所以时延的存在, 影响着系统的动态性能.

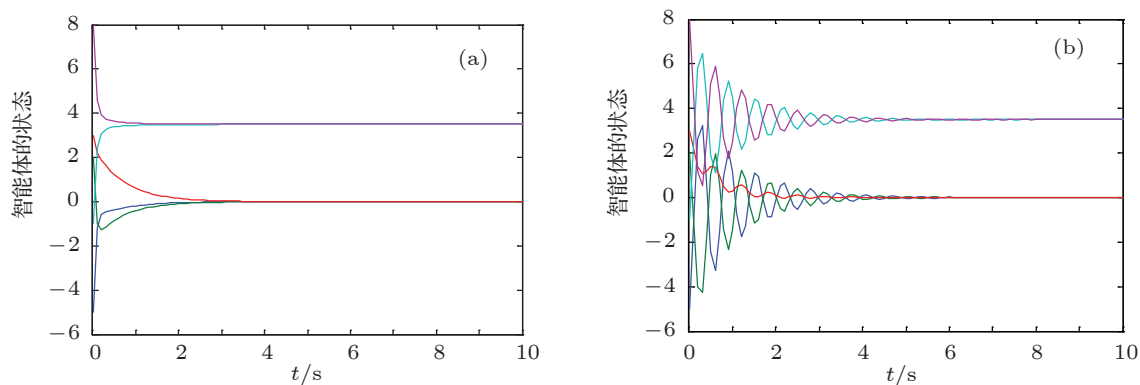
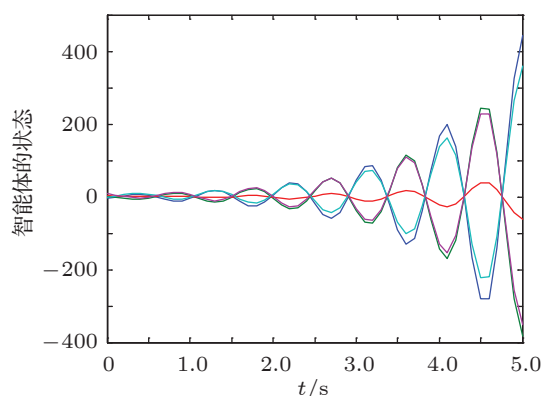


图6 多智能体系统状态图 (a) $\tau = 0$ s; (b) $\tau = 0.15$ s

图7 多智能体系统状态图 ($\tau = 0.20$ s)

根据图 5, 易知 $\max \tilde{d}_i = 4$, 由定理 2 的收敛条件知 $\tau < \frac{\pi}{16} \approx 0.20$. 现取 $\tau = 0.20$ s, 系统 (12) 中各智能体的状态曲线如图 7 所示. 显然, 系统 (12) 没能达到分组一致. 由此, 进一步说明了定理 2 中所得结论的正确性.

5 结论及展望

论文针对两种拓扑结构的一阶时延多智能系统, 研究了其分组一致性的问题. 基于频域控制理论的方法, 分析并得到了系统分组收敛一致的充分条件. 文献 [23] 的研究结论与文中定理 1 的结论相比, 时延的上界过于宽泛. 同时, 由于时延的普遍存在, 定理 2 的研究内容与文献 [19] 相比, 更具有现实意义. 最后, 通过仿真实验验证了理论分析所得结论的正确性.

尽管目前国际、国内众多的研究者对多智能体系统一致性问题研究已取得了丰硕的成果, 但是据我们所知, 针对多智能体系统分组一致性的研究还鲜有报道. 故而, 我们所做的工作是对目前该领域相关研究工作的一个探讨与补充, 相信针对不同拓扑结构以及不同条件, 如多时延、切换、高阶等多智能体系统分组一致性问题研究后续将会得到越来越多研究者的关注.

- [1] Olfati-Saber R 2006 *IEEE Trans. on Autom. Control* **51** 401
- [2] Yu W W, Chen G R, Wang Z D, Yang W 2009 *IEEE Trans. on Syst. Man Cybern.* **39** 1568
- [3] Vicsek T, Czirok A, Ben-Jacob E 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 1226
- [4] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S 2003 *IEEE Trans. on Autom. Control* **48** 988
- [5] Olfati-Saber R, Murray R M 2004 *IEEE Trans. on Autom. Control* **49** 1520
- [6] Ren W, Beard R W 2005 *IEEE Trans. on Autom. Control* **50** 655
- [7] Moreau L 2005 *IEEE Trans. on Autom. Control* **50** 169
- [8] Wang W, Slotine J J E 2006 *IEEE Trans. on Autom. Control* **51** 712
- [9] Tan F X, Guan X P, Liu D R 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3531
- [10] Sun Y Z, Ruan J 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4137
- [11] Bliman P A, Ferrari-Trecate G 2008 *Automatica* **44** 1985
- [12] Tian Y P, Liu C L 2008 *IEEE Trans. on Autom. Control* **53** 2122
- [13] Li Y M, Guan X P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3355
- [14] Hu J P, Yuan H W 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3777
- [15] Tian Y P, Liu C L 2009 *Automatica* **45** 1347
- [16] Lin P, Jia Y M 2010 *IEEE Trans. on Autom. Control* **55** 778
- [17] Wang Y Z, Zhang C H, Liu Z B 2012 *Automatica* **10** 1016
- [18] Xia W G, Gao M 2011 *Automatica* **11** 2395
- [19] Yu J Y, Wang L 2009 *Proceeding of the 7th Asian Control Conference*, Hong Kong, China, August 27–29, 2001, p105
- [20] Yu J Y, Wang L 2012 *International Journal of Systems Science* **43** 334
- [21] Yu J Y, Wang L 2009 *Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, Shanghai, China, December 16–18, 2009, p2652
- [22] Yu J Y, Wang L 2010 *Systems & Control Letters* **59** 340
- [23] Wang q, Wang Y Z, Yang R M 2012 *Control and Decision* **27** 1586 (in Chinese) [王强, 王玉振, 杨仁明 2012 控制与决策 **27** 1586]
- [24] Tian Y, Yang H. 2004 *Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Hangzhou, China, June 14–15, 2004 p15
- [25] Yang H Y, Tian S W, Zhang S Y 2011 *Acta Electronica Sinica* **39** 872 (in Chinese) [杨洪勇, 田生文, 张嗣瀛 2011 电子学报 **39** 872]

Group consensus analysis of multi-agent systems with delays*

Ji Liang-Hao^{1)2)†} Liao Xiao-Feng¹⁾ Liu Qun²⁾

1) (State Key Lab. of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

2) (College of Computer Science and Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

(Received 17 April 2012; revised manuscript received 10 June 2012)

Abstract

In this paper, a new consensus problem is investigated which is group consensus. It contains such consensus problem as a special case that all agents in a network reach a consistent value asymptotically. Consider a dynamic multi-agent system with connected undirected or connected bipartite graph topology and delays, two novel consensus protocols are introduced to solve the group consensus problem. The convergence analysis is discussed and the sufficient condition for system group convergence is obtained based on the frequency-domain analysis and generalized Nyquist criterion, respectively. And we know that the condition of group convergence is only depended on system's time delay and the adjacent weight between the agents, meanwhile, delay can affect the dynamic characteristics of the system. Finally, simulations are provided to demonstrate the effectiveness of our theoretical results.

Keywords: multi-agent, group consensus, time delay, convergence

PACS: 02.30.Ks, 02.30.Yy, 05.65.+b

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60973114, 61170249), the Natural Science Foundation of CQCSTC (Grant Nos. 2009BA2024, cstc2011jjA1320), and the State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, Chongqing University (Grant No. 2007DA10512711206).

† E-mail: jilh77@yahoo.com.cn