

电路参数宽范围变化时电流控制开关变换器的动力学研究*

包伯成^{1)†} 杨平²⁾ 马正华¹⁾ 张希¹⁾

1) (常州大学信息科学与工程学院, 常州 213164)

2) (西南交通大学电气工程学院, 成都 610031)

(2012年3月31日收到; 2012年6月6日收到修改稿)

以电流控制 Buck-Boost 变换器为例, 通过对输入电压和负载电阻等电路参数宽范围变化时开关变换器的开关状态的完整描述, 导出了电流控制开关变换器的两个电感电流边界, 建立了它的精确离散时间模型, 并利用分段线性模型验证了离散时间模型的正确性. 基于离散时间模型, 揭示了开关变换器存在周期分岔、边界碰撞分岔、鲁棒混沌和阵发混沌等复杂动力学行为; 通过推演 Jacobi 矩阵, 给出了电路参数变化时最大 Lyapunov 指数和特征值的运动轨迹; 并采用参数空间映射图, 由电路参数域对开关变换器的工作状态域进行了估计. 最后进行了电路实验制作, 实验观察结果与理论分析结果一致. 本文系统研究了开关变换器的动力学理论, 其分析方法和研究结果对开关变换器的设计及控制都具有重要的指导意义.

关键词: 电流控制, 离散时间模型, 边界碰撞分岔, 开关变换器

PACS: 05.45.-a

1 引言

开关 DC-DC 变换器是开关电源的核心组成部分, 属于非线性时变动力学系统, 会产生各种类型的分岔和混沌等非线性物理现象^[1-7]. 这些现象影响了开关变换器的研究、设计和开发, 使得开关变换器性能的提高受到了极大的限制. 近几年来, 利用非线性动力学理论研究开关变换器的非线性行为一直是人们关注的热点^[2-20]. 通过分析和揭示开关变换器中的非线性现象及其产生的机理, 不仅有利于设计出更为可靠、合理的开关变换器, 也为在一定条件下利用开关变换器中这些固有的非线性现象来改善其工作特性提供了理论基础^[7], 如利用混沌功率谱特性降低开关变换器中的电磁干扰^[8]等. 因此, 系统地研究开关变换器的动力学建

模、分岔行为与稳定性, 对开关变换器有着理论物理意义和工程应用价值^[9].

电路参数选择不同, 开关 DC-DC 变换器将存在两种工作模式: 连续导电模式 (CCM) 和断续导电模式 (DCM). 当工作在 CCM 时, 开关变换器将在两种电路拓扑之间进行不断切换, 可以使用具有两段形式的离散时间模型对其进行研究^[10], 这时相应的离散系统存在一个边界, 运行轨道经倍周期分岔和边界碰撞分岔后直接由周期态通向混沌态. 但是, 当处于 DCM 时, 开关变换器将在三种电路拓扑之间进行不断切换, 需要使用具有三段形式的离散时间模型对其进行研究^[11-18], 这时离散系统存在两个边界, 运行轨道经边界碰撞分岔后将存在两条通往混沌的道路: 一条是直接进入 DCM 阵发混沌态; 另一条是先进入 CCM 鲁棒混沌态, 然后再转移至 DCM 阵发混沌态. 实际上, 在较宽的电路

* 国家自然科学基金 (批准号: 51177140)、江苏省常州市自然科学基金 (批准号: CJ20120004) 和浙江省教育厅科研项目 (批准号: Y201225848) 资助的课题.

† E-mail: mervinbao@126.com

参数变化区间内, 开关变换器的工作模式在 CCM 与 DCM 之间存在转移现象, 从而导致离散系统在一个边界与两个边界之间变换着^[15-17]. 为了能系统研究开关变换器的工作模式转移现象, 确定其边界条件, 大多数文献^[12-17]将输出电压保持在一个恒定值, 通过将二阶变换器电路降为一阶电路后展开相应的研究工作, 得到了一些较有价值的研究成果. 但对一个二阶开关变换器电路, 在电路参数宽范围变化时, 其动力学特性如何, 系统性分析的文献成果报道较少^[11,18]. 因此本文将以电流控制 Buck-Boost 变换器为例, 系统地研究二阶开关变换器电路的动力学特性.

本文首先通过对电流控制 Buck-Boost 变换器的开关状态进行完整描述, 推演出两个电感电流边界, 建立开关变换器的精确离散时间模型并进行分岔分析. 利用分段线性模型进行数值仿真, 得到开关变换器的时域波形和相轨图, 以验证动力学建模的正确性. 其次基于精确离散时间模型, 采用 Jacobi 矩阵求特征值和最大 Lyapunov 指数, 进行开关变换器的稳定性分析, 由此估计出不同电路参数时的工作状态域. 最后, 由实际电路制作得到实验观察结果, 以验证理论分析的正确性.

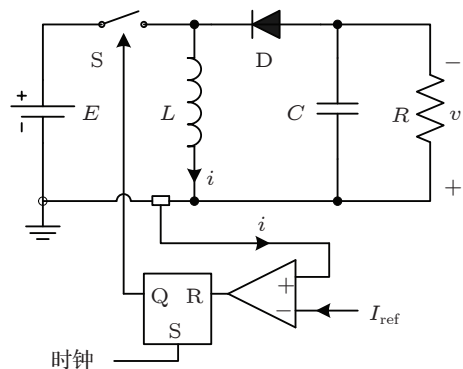


图1 电流控制 Buck-Boost 变换器

2 电流控制开关变换器动力学建模

以电流控制 Buck-Boost 变换器为例, 它的电路原理图如图 1 所示, 它具有两个状态变量, 分别为电感电流 i 和电容电压 v , 可表示为 $\boldsymbol{x} = [i, v]^T$. 这里, 上标 T 为矩阵转置, 电容电压与输出电压相同. 主电路拓扑以 E 为输入电压, 电阻 R 作为负载, 由一个开关管 S、一个二极管 D、一个电感 L 、一个电容 C 组成二阶动态电路. 电感电流与参考电

流 I_{ref} 进行比较后, 通过与 RS 触发器构成的反馈电路控制开关管 S 的导通和关断. 当开关起始时刻, 时钟脉冲来临, 开关管 S 导通, 电感电流 i 线性上升, 当 i 增加至峰值参考电流 I_{ref} 时, 比较器复位触发器, 开关管 S 关断, 电感与输出 RC 产生谐振, 电感电流 i 近似线性下降, 直至下一个时钟脉冲开始时, 开关管 S 再一次导通. 在电感电流 CCM 时, 电感电流始终为非零; 而在电感电流 DCM 时, 在开关管 S 关断期间, 电感电流下降到零值, 并保持到下一个时钟脉冲开始.

2.1 开关状态描述

在输入电压和负载电阻等电路参数宽范围变化时, Buck-Boost 变换器既可以工作在 CCM, 也可以工作在 DCM, 或者工作在 CCM 与 DCM 之间的转移模式. 因此 Buck-Boost 变换器在一个开关周期内最多可以存在三种不同的开关状态, 并具有三种不同的电路拓扑, 其三种主电路拓扑如图 2 所示. 三种开关状态及期间电感电流与输出电压的变化情况简述如下:

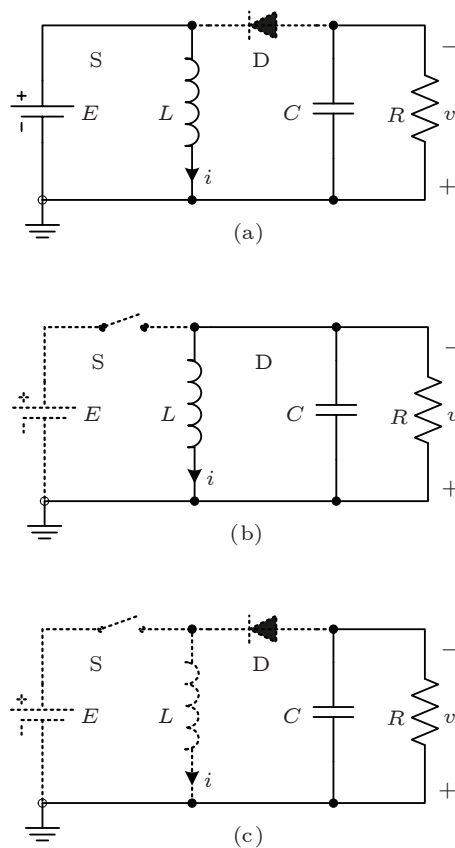


图2 不同开关状态对应的电路拓扑 (a) 开关状态一; (b) 开关状态二; (c) 开关状态三

1) 开关状态一: 开关管 S 导通, 二极管 D 关断. 电感电流 i 线性增大, 电容 C 向负载电阻 R 放电, 输出电压 v 下降.

2) 开关状态二: 开关管 S 关断, 二极管 D 导通. 电感电流 i 谐振下降, 电感电流为负载电阻 R 供电的同时为电容 C 充电, 输出电压升高.

3) 开关状态三: 开关管 S 关断, 二极管 D 关断. 电感电流下降到零并保持到下个开关周期开始, 电容向负载放电, 输出电压下降.

不同的开关状态内相应的电感电流 i 的时域波形如图 3 所示, 图中 I_{ref} 为参考电流, T 是开关周期, $\mathbf{x}_n = [i_n, v_n]^T$ 是状态变量在时钟 nT 时刻的采样值, $\mathbf{x}_{n+1} = [i_{n+1}, v_{n+1}]^T$ 是状态变量在下一个时钟 $(n+1)T$ 时刻的采样值, I_{b1} 和 I_{b2} 分别为电感电流的边界值, τ_1 , τ_2 和 τ_3 分别为三种开关状态区间的持续时间.

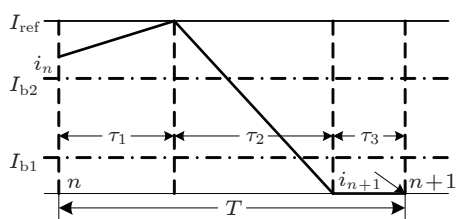


图 3 Buck-Boost 变换器电感电流波形示例

2.2 基于状态方程的时域分析

开关 DC-DC 变换器是一个典型的分段线性时变系统, 随着开关管 S 与二极管 D 的不断导通与关断, 其电路拓扑发生着变化. 因此, 在不同的开关状态下, 描述开关 DC-DC 变换器的状态方程有着较大的变化. 在三种不同的开关状态时, Buck-Boost 变换器的状态方程及其电感电流与输出电压的时域表达式可分别描述如下.

1) 开关状态一. Buck-Boost 变换器的状态方程是一组带有输入激励的非自治常微分方程, 即

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = \frac{E}{L}, \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{v}{RC}. \end{cases} \quad (1)$$

相应的时域解为

$$\begin{cases} i_1(t) = i_n + \frac{E}{L}t, \\ v_1(t) = v_n e^{-2\alpha t}. \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\alpha = 1/2RC$. 在此期间, 开关管 S 的导通时间可能会大于开关周期 T .

2) 开关状态二. 电压源 E 在电路拓扑之外, Buck-Boost 变换器的状态方程转变成一组自治常微分方程, 即

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\frac{v}{L}, \\ \frac{dv}{dt} = \frac{i}{C} - \frac{v}{RC}. \end{cases} \quad (3)$$

当电感电流到达参考电流 I_{ref} 后, Buck-Boost 变换器进入开关状态二区间. 在 (2) 式第一表达式中代入 $t = \tau_1$, 即令 $i_1(\tau_1) = I_{\text{ref}}$, 由此可求得开关状态一区间的持续时间 τ_1 , 即开关导通时间为

$$\tau_1 = \frac{(I_{\text{ref}} - i_n)L}{E}. \quad (4)$$

电感电流与电容电压在开关状态一结束时刻的值即为它们在开关状态二开始时刻的值, 分别为 I_{ref} 与 $v_1(\tau_1)$. 因此, 时域解为

$$\begin{cases} i_2(t) = e^{-\alpha t} [I_{\text{ref}} \cos \omega t + k_1 \sin \omega t], \\ v_2(t) = e^{-\alpha t} [v_1(\tau_1) \cos \omega t + k_2 \sin \omega t]. \end{cases} \quad (5)$$

其中, $R > \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$, $v_1(\tau_1) = v_n e^{-2\alpha\tau_1}$, $k_1 = \frac{\alpha L I_{\text{ref}} - v_1(\tau_1)}{\omega L}$, $k_2 = \frac{I_{\text{ref}} - \alpha C v_1(\tau_1)}{\omega C}$.

3) 开关状态三. Buck-Boost 变换器的电路拓扑只有输出电压回路, 电感电流恒为零, 这时其状态方程为

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = 0, \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{v}{RC}. \end{cases} \quad (6)$$

在 Buck-Boost 变换器进入开关状态三时, 电感电流 $i_2(t)$ 刚好下降零, 即 $i_2(\tau_2) = 0$. 在 (5) 式第一表达式中代入 $t = \tau_2$, 可求得开关状态二区间的持续时间 τ_2 为

$$\tau_2 = \begin{cases} -\frac{1}{\omega} \arctan\left(\frac{I_{\text{ref}}}{k_1}\right), & k_1 < 0, \\ \frac{1}{\omega} \left[\pi - \arctan\left(\frac{I_{\text{ref}}}{k_1}\right)\right], & k_1 > 0. \end{cases} \quad (7)$$

将 (7) 式代入 (5) 式, 可得开关状态二结束时刻的电容电压的值 $v_2(\tau_2)$. 因此, 在开关状态三区间, 电感电流的初始条件为零, 而电容电压的初始条件

为 $v_2(\tau_2)$, 相应的时域解有

$$\begin{aligned} i_3(t) &= 0, \\ v_3(t) &= v_2(\tau_2) e^{-2\alpha t}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$v_2(\tau_2) = e^{-\alpha\tau_2} [v_1(\tau_1) \cos \omega\tau_2 + k_2 \sin \omega\tau_2].$$

Buck-Boost 变换器在开关状态三区间的持续时间为 $\tau_3 = T - \tau_1 - \tau_2$. 开关状态三结束时刻, 刚好是下个开关周期开始时刻, 此刻电感电流与电容电压的值为第 $n+1$ 个开关周期的初始条件.

2.3 两个电感电流边界

工作于 DCM 的电流控制 Buck-Boost 变换器在离散状态空间中具有两个电感电流边界. 定义第一边界 I_{b1} 为电感电流在开关周期开始时的值, 这时在开关周期结束时电感电流刚好到达参考电流 I_{ref} ; 定义第二边界 I_{b2} 为电感电流在开关周期开始时的值, 这时在开关周期结束时电感电流刚好下降到零. 两个电感电流边界 I_{b1} 和 I_{b2} 的示意图如图 4 所示.

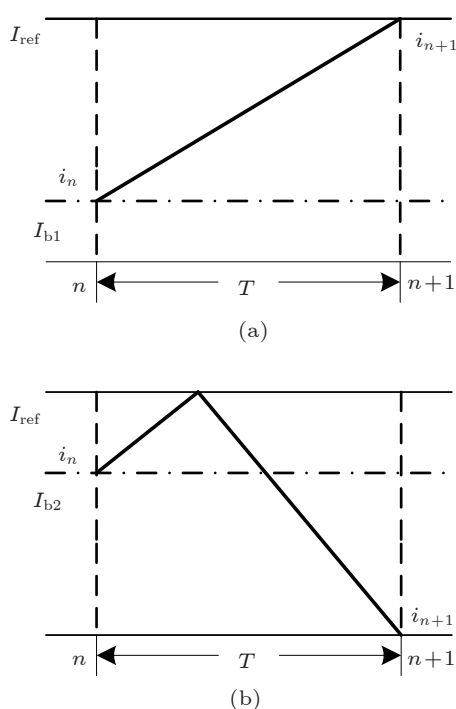


图 4 两个电感电流边界的示意图 (a) $i_n = I_{b1}$, $i_{n+1} = I_{ref}$; (b) $i_n = I_{b2}$, $i_{n+1} = 0$

按照电感电流边界 I_{b1} 和 I_{b2} 的定义和参照图 4 示意, 当第 n 个开关周期初始时刻电感电流

满足 $i_n = I_{b1}$ 时, 存在关系式 $\tau_1 = T$, 代入 (4) 式可得到

$$I_{b1} = I_{ref} - \frac{ET}{L}, \quad (9)$$

当第 n 个开关周期初始时刻电感电流满足 $i_n = I_{b2}$ 时, 有关系式 $\tau_1 = T - \tau_2$, 由 (4) 式可得

$$I_{b2} = I_{ref} - \frac{E}{L}(T - \tau_2), \quad (10)$$

这里, τ_2 满足 (7) 式.

2.4 精确离散时间模型

综上所述, 并通过在每个开关周期开始时刻对电感电流与电容电压作同步采样, 可得电流控制 Buck-Boost 变换器在宽电路参数变化时的精确离散时间模型^[13]. 在两个相邻时钟 nT 和 $(n+1)T$ 时刻, 具有两个边界的电流控制 Buck-Boost 变换器有三种类型的运行轨道, 分别表示为:

1) $i_n \leq I_{b1}$ 时, 在整个开关周期内, 开关管 S 保持在导通状态. 此时, Buck-Boost 变换器只存在开关状态一, 在第 n 个开关周期结束时, 离散时间映射模型为

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{bmatrix} i_{n+1} \\ v_{n+1} \end{bmatrix} = f_1(\mathbf{x}_n) = \begin{cases} i_n + \frac{E}{L}T, \\ v_n e^{-2\alpha T}. \end{cases} \quad (11)$$

2) $I_{b1} < i_n < I_{b2}$ 时, 电感电流上升到 I_{ref} , 开关状态发生切换, 开关管 S 从导通状态进入关断状态, 开关管关断后, 电感电流下降, 直到这个开关周期结束. 此时, Buck-Boost 变换器存在着两种开关状态, 其状态历经了 $\mathbf{x}_n \rightarrow \mathbf{x}(\tau_1) \rightarrow \mathbf{x}_{n+1}$ 的演变. 因此, 在第 n 个开关周期结束时, 离散时间映射模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n+1} &= f_2(\mathbf{x}_n) \\ &= \begin{cases} e^{-\alpha(T-\tau_1)} [I_{ref} \cos \omega(T-\tau_1) \\ + k_1 \sin \omega(T-\tau_1)], \\ e^{-\alpha(T-\tau_1)} [v_1(\tau_1) \cos \omega(T-\tau_1) \\ + k_2 \sin \omega(T-\tau_1)]. \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

3) $i_n \geq I_{b2}$ 时, 电感电流下降到 0, 即 Buck-Boost 变换器进入 DCM. 在这种情况下, Buck-Boost 变换器经历了三种开关状态, 其状态发生了 $\mathbf{x}_n \rightarrow \mathbf{x}(\tau_1) \rightarrow \mathbf{x}(\tau_2) \rightarrow \mathbf{x}_{n+1}$ 的演变. 因此, 在

第 n 个开关周期结束时, 相应的离散时间映射模型为

$$\mathbf{x}_{n+1} = f_3(\mathbf{x}_n) = \begin{cases} 0, \\ v_2(\tau_2) e^{-2\alpha(T-\tau_1-\tau_2)}. \end{cases} \quad (13)$$

上述 (11), (12) 和 (13) 式所描述的离散时间映射模型即为电流控制 Buck-Boost 变换器的精确离散时间模型, 它是二维离散动力学系统, 可以重写为如下形式:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{cases} f_1(\mathbf{x}_n), & i_n \leq I_{b1}, \\ f_2(\mathbf{x}_n), & I_{b1} < i_n < I_{b2}, \\ f_3(\mathbf{x}_n), & i_n \geq I_{b2}. \end{cases} \quad (14)$$

容易验证该映射模型在两个断点处是连续的. 基于 (14) 式, 可以对电流控制 Buck-Boost 变换器进行相应的动力学分析.

3 电流控制开关变换器动力学行为

3.1 倍周期分岔与边界碰撞分岔

一般情况下, 当电流控制开关 DC-DC 变换器的电路参数选定后, 可引起该变换器工作状态发生变化的主要参数有负载电阻 R 、输入电压 E 和参考电流 I_{ref} . 下面将以负载电阻为主, 输入电压和参考电流为辅, 分别作为分岔参数, 研究电流控制 Buck-Boost 变换器在电路参数宽范围发生变化时的动力学行为.

选取电路参数为 $E = 3 \text{ V}$, $I_{ref} = 2.5 \text{ A}$, $L = 200 \mu\text{H}$, $C = 200 \mu\text{F}$ 和 $T = 100 \mu\text{s}$, 负载电阻为分岔参数, 当 $R = 2\text{--}12 \Omega$ 范围内变化时, 基于 (14) 式采用 Matlab 数值仿真软件进行编程, 可得到电流控制 Buck-Boost 变换器电感电流和输出电压的分岔图分别如图 5(a) 和 (b) 所示, 图中虚线表示电感电流边界 I_{b1} , 点划线表示电感电流边界 I_{b2} .

从图 5(a) 和 (b) 中不难观察到, 当 $R = 2 \Omega$ 时, Buck-Boost 变换器表现为稳定的周期 1 振荡状态, 随着阻值增大即负载减轻, 在 $R = 2.57 \Omega$ 附近, Buck-Boost 变换器的工作状态失稳, 其运行轨道发生了倍周期分岔, Buck-Boost 变换器的工作状态进入周期 2 的次谐波振荡. 当 $R = 3.35 \Omega$ 时, Buck-Boost 变换器电感电流的运行轨道与电感电流边

界 I_{b1} 相遇发生了边界碰撞分岔, Buck-Boost 变换器的工作状态进入混沌振荡. 随着负载进一步减轻, 在 $R = 7.4 \Omega$ 附近, Buck-Boost 变换器电感电流的运行轨道与电感电流边界 I_{b2} 相遇引发了新的边界碰撞分岔, Buck-Boost 变换器的工作状态进入另一种混沌振荡. 在 $R = 3.35\text{--}7.4 \Omega$ 区域, 即两次边界碰撞分岔之间, Buck-Boost 变换器工作在 CCM 混沌态, 其运行轨道在整个区域内呈现为混沌鲁棒性, 因此该区域的工作状态称之为 CCM 鲁棒混沌态. 在 $R = 7.4\text{--}12 \Omega$ 区域, 即与边界 I_{b2} 发生边界碰撞分岔后, Buck-Boost 变换器工作在 DCM 混沌态, 在分岔图上出现了由切分岔引发的多周期窗口, 其运行轨道呈现为由混沌和超稳态极限环相间构成的弱混沌强阵发性, 因此该区域的工作状态称之为 DCM 阵发混沌态.

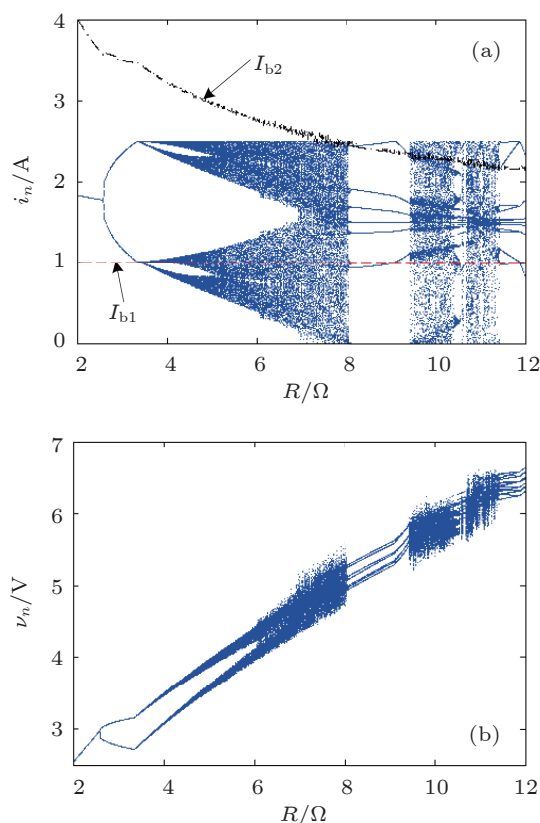


图 5 电流控制 Buck-Boost 变换器负载电阻变化时分岔图 (a) 电感电流; (b) 输出电压

固定 $R = 10 \Omega$, 分别选择输入电压和参考电流为分岔参数, 其变化范围为 $E = 1\text{--}9 \text{ V}$ 和 $I_{ref} = 0.5\text{--}5 \text{ A}$, 其他参数保持不变, 电流控制 Buck-Boost 变换器电感电流的分岔图分别如图 6(a) 和 (b) 所示. 当输入电压在变化范围内逐步增大时, Buck-Boost 变换器从最初的 CCM 鲁棒混

沌态在 $E = 2\text{ V}$ 附近经与电感电流边界 I_{b2} 发生边界碰撞分岔后进入 DCM 阵发混沌态, 然后运行轨道逐步退化成 DCM 周期 4 极限环并在 $E = 3.83\text{ V}$ 处与电感电流边界 I_{b1} 发生边界碰撞分岔后产生折叠, 折叠后的轨道在 $E = 4.49\text{ V}$ 处与 I_{b2} 再次发生边界碰撞分岔后进一步退化成 DCM 周期 2 极限环, 并经与 I_{b1} 和 I_{b2} 先后在 $E = 5.01\text{ V}$ 和 $E = 7.5\text{ V}$ 处发生边界碰撞分岔后转变成 CCM 周期 2 极限环, 在 $E = 7.8\text{ V}$ 附近发生倍周期逆分岔后进入稳定的周期 1 振荡状态. 当参考电流在变化范围内逐步增大时, Buck-Boost 变换器历经历了与输入电压逐步增大时刚好相反的动力学分岔行为, 其倍周期分岔点为 $I_{\text{ref}} = 0.96\text{ A}$, 第一次、二次、三次分别与 I_{b2} 发生边界碰撞分岔点为 $I_{\text{ref}} = 1\text{ A}$, 1.67 A , 2.15 A , 第一次、二次分别与 I_{b1} 发生边界碰撞分岔点为 $I_{\text{ref}} = 1.5\text{ A}$, 1.96 A , 从 DCM 阵发混沌态转移至 CCM 鲁棒混沌态时与 I_{b2} 发生边界碰撞分岔点为 $I_{\text{ref}} = 3.9\text{ A}$.

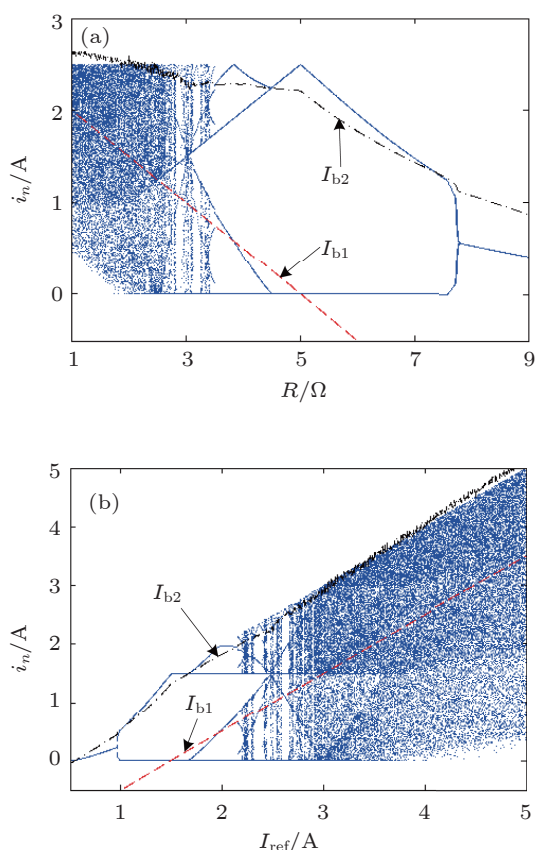


图 6 电流控制 Buck-Boost 变换器其他参数变化时电感电流分岔图 (a) 输入电压; (b) 参考电流

因此, 当电路参数在宽范围发生变化时, 电流控制 Buck-Boost 变换器的运行轨道历经历了倍周期

分岔和边界碰撞分岔两种分岔路由, 其工作状态存在稳定周期 1 态、CCM 鲁棒混沌态和 DCM 阵发混沌态三种状态, 有着混沌、阵发混沌、周期窗和超稳态极限环等复杂动力学行为. 需要说明的是, 电流控制 Buck-Boost 变换器的运行轨道与两个电感电流边界相遇引起边界碰撞分岔后, 其工作状态会有以下三种情形的转移:

- 1) 稳定周期 1 态的周期轨道经与边界 I_{b1} 发生边界碰撞分岔后, 其工作状态转移至 CCM 鲁棒混沌态;
- 2) 稳定周期 1 态的周期轨道经与边界 I_{b2} 发生边界碰撞分岔后, 其工作状态转移至 DCM 阵发混沌态;
- 3) 在 CCM 鲁棒混沌态的混沌轨道经与边界 I_{b2} 发生边界碰撞分岔后, 其工作状态则转移至 DCM 阵发混沌态.

3.2 典型时域波形与相轨图

上述 (1), (3) 和 (6) 式对应了电流控制 Buck-Boost 变换器在三种开关状态时状态变量的常微分方程组, 由此构成了一个分段光滑线性时变动力学系统. 对应于上述三种开关状态, Buck-Boost 变换器在第 n 个开关周期内的状态方程可统一为

$$\dot{x} = \begin{cases} \mathbf{A}_1 x + \mathbf{B}_1 E, & nT \leq t \leq nT + \tau_1, \\ \mathbf{A}_2 x + \mathbf{B}_2 E, & nT + \tau_1 \leq t \leq nT + \tau_1 + \tau_2, \\ \mathbf{A}_3 x + \mathbf{B}_3 E, & nT + \tau_1 + \tau_2 \leq t \leq (n+1)T, \end{cases} \quad (15)$$

其中, \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 和 \mathbf{A}_3 为系统的参数矩阵, \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_2 和 \mathbf{B}_3 为输入矩阵, 它们都是常数矩阵, 分别为

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/RC \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 1/L & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

(15) 式中的 τ_1 和 τ_2 可分别从 (4) 和 (7) 式求得. 当 $\tau_1 > T$ 时, (15) 式所表示的系统在第 n 个开关周期内只进行第一方程式的求解, 其解即为该开关周期结束时状态变量下个开关周期的初值. 当 $\tau_1 + \tau_2 > T$ 时, (15) 式所表示的系统在第 n 个开关周期内只进行第一和第二方程式的求解, 第二方程式的解为该开关周期结束时状态变量下个开关周期的初值. 基于 (15) 式的分段线性模型, 采用 Matlab 数值仿真软件中的 Runge-Kutta 算法进行每个开关周期循环数值求解, 可得到电流控制 Buck-Boost 变换器在典型电路参数时电感电流和输出电压的时域波形图、相轨图和庞加莱映射分别如图 7(a), (b) 和 (c) 所示, 这里电路参数为 $E = 3\text{ V}$, $I_{\text{ref}} = 2.5\text{ A}$, $R = 10\ \Omega$, $L = 200\ \mu\text{H}$, $C = 200\ \mu\text{F}$ 和 $T = 100\ \mu\text{s}$. 图 7(d) 给出了基于 (14) 式的离散时间模型得到的庞加莱映射, 与图 7(c) 作简单比较, 不难观察到分别从 (14) 式和 (15) 式所得到的两个结果是一致的. 从图 7 中可以看出, 电感电流在某些开关周期内将下降到零, 这时 Buck-Boost 变换器运行在 DCM, 其运行轨道具有阵发性,

在混沌轨道邻域存在无数多个超稳态周期轨道. 需说明的是, 有些文献称这种模式为 CCM-DCM 转移模式 [13].

与图 5 分岔图所选择参数相同, 当负载电阻分别选为 $R = 2\ \Omega$, $R = 3\ \Omega$, $R = 6\ \Omega$ 和 $R = 9\ \Omega$ 时, 电流控制 Buck-Boost 变换器电感电流和输出电压的时域波形图和相轨图分别如图 8(a), (b), (c) 和 (d) 所示, 这里图 8(a1), (b1), (c1) 和 (d1) 表示时域波形图, 图 8(a2), (b2), (c2) 和 (d2) 表示相轨图. 图 8 所示的时域波形图和相轨图所反映的 Buck-Boost 变换器的工作状态与图 5 分岔图所描述的运行状态是完全一致的.

4 基于离散时间模型的稳定性分析

通过对不动点邻域的 Jacobi 矩阵的特征值进行分析, 可确定开关 DC-DC 变换器稳态工作时的稳定性. 此外, 通过研究电路参数变化时 Jacobi 矩阵特征值的运动轨迹, 可估计出开关 DC-DC 变换器稳定性状态, 例如倍周期分岔点和工作状态域边

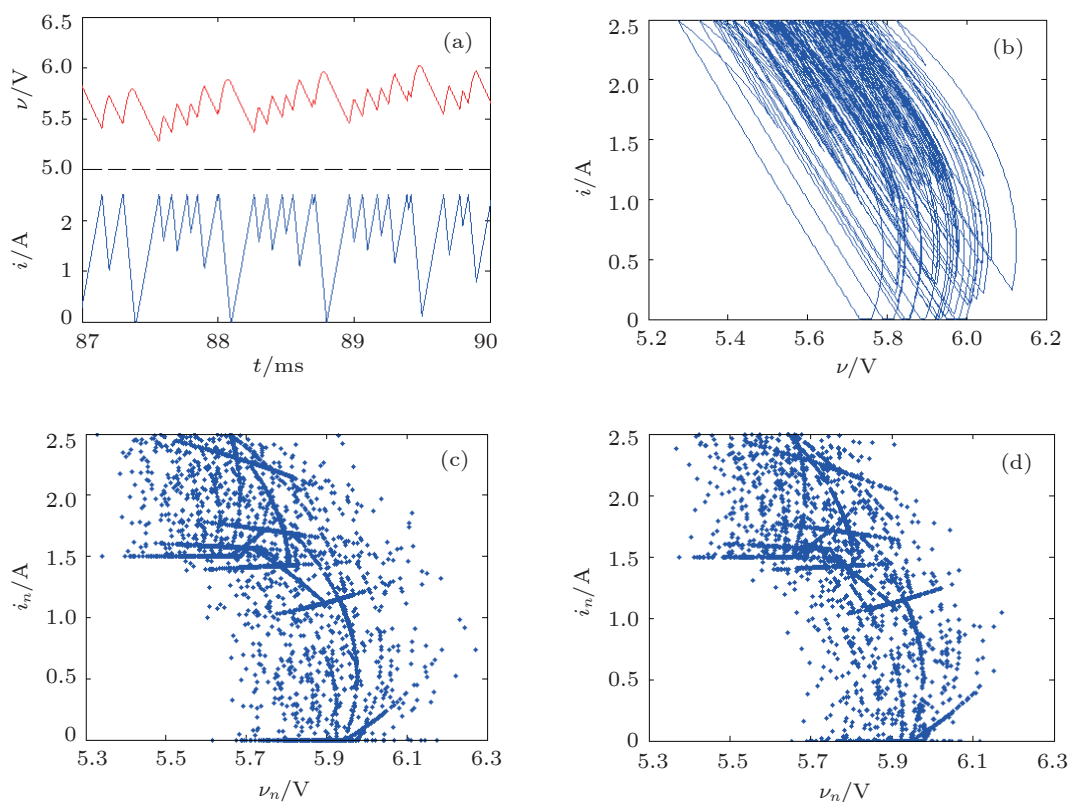


图 7 典型电路参数时基于分段线性模型得到的电感电流和输出电压 (a) 时域波形; (b) 相轨图; (c) 基于 (15) 式的庞加莱映射; (d) 基于 (14) 式的庞加莱映射

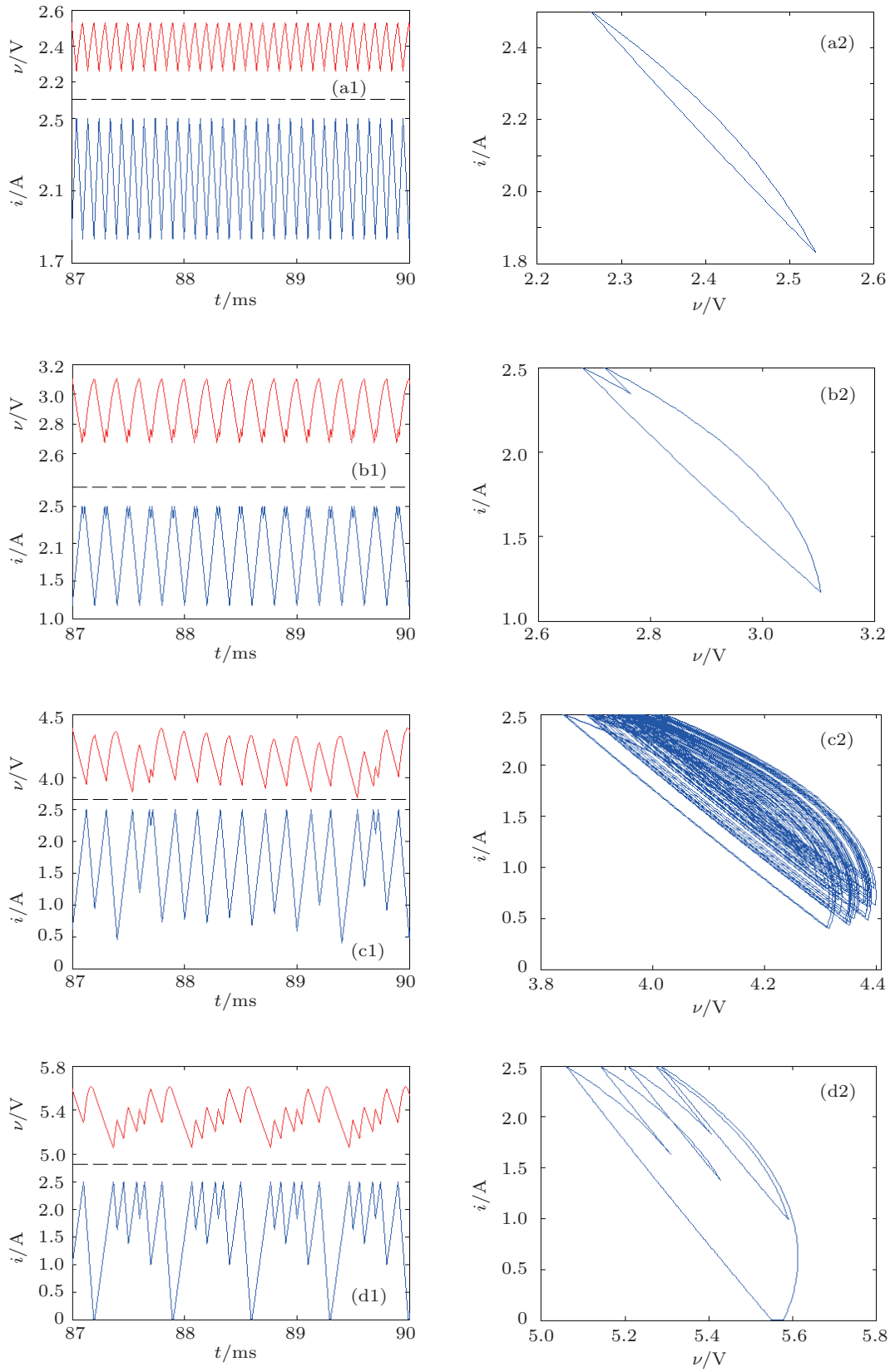


图 8 电感电流和输出电压的时域波形图和相轨图 (a) $R = 2 \Omega$; (b) $R = 3 \Omega$; (c) $R = 6 \Omega$; (d) $R = 9 \Omega$

界线等.

4.1 不动点和 Jacobi 矩阵

令 $\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n = \mathbf{X}_Q$, 利用 Newton-Raphson 法或其他数值算法 [19], 可求出不动点 $\mathbf{X}_Q = [I \ V]^T$. 电流控制 Buck-Boost 变换器的精确离散时间模型在不动点 \mathbf{X}_Q 邻域的 Jacobi 矩阵为

$$\mathbf{J}_n(\mathbf{X}_Q) = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

其中, $J_{11} = \frac{\partial i_{n+1}}{\partial i_n}$, $J_{12} = \frac{\partial i_{n+1}}{\partial v_n}$, $J_{21} = \frac{\partial v_{n+1}}{\partial i_n}$ 和 $J_{22} = \frac{\partial v_{n+1}}{\partial v_n}$.

(16) 式的特征方程为

$$\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{J}_n(\mathbf{X}_Q)] = 0. \quad (17)$$

由 (17) 式即可得到两个特征根或特征值.

在两个相邻时钟 nT 和 $(n+1)T$ 时刻, 对应于电流控制 Buck-Boost 变换器三种类型的运行轨道, 可分别对其不动点及其稳定性进行分析:

1) 当 $i_n \leq I_{b1}$ 时, 由 (14) 式所表示的离散系统不存在不动点 \mathbf{X}_Q , 这意味着不能使用离散系统的 Jacobi 矩阵来判别其稳定性. 由 (11) 式可导出

$$J_{11} = 1, \quad J_{12} = 0, \quad J_{21} = 0, \quad J_{22} = e^{-2\alpha T}.$$

特征多项式为

$$\lambda^2 - (1 + e^{-2\alpha T})\lambda + e^{-2\alpha T} = 0. \quad (18)$$

容易得到

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = e^{-2\alpha T}. \quad (19)$$

即离散系统的 Jacobi 矩阵有两个正实根, 其中一个为 1.

2) 当 $I_{b1} < i_n < I_{b2}$ 时, 离散系统存在一个不动点 \mathbf{X}_Q , 通过将 $\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n = \mathbf{X}_Q$ 代入 (12) 式求解超越方程可得到此不动点. 由 (4) 和 (12) 式可导出在此不动点邻域 Jacobi 矩阵的元素分别为

$$\begin{aligned} J_{11} &= -e^{-\alpha(T-\tau_1)} \left\{ \frac{v_1(\tau_1)}{E} \cos \omega(T-\tau_1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\omega E} \left[\frac{I_{\text{ref}}}{C} + \alpha v_1(\tau_1) \right] \sin \omega(T-\tau_1) \right\}, \\ J_{12} &= -\frac{1}{\omega L} e^{-\alpha(T+\tau_1)} \sin \omega(T-\tau_1), \\ J_{21} &= \frac{L}{E} e^{-\alpha(T-\tau_1)} \left\{ \frac{I_{\text{ref}}}{C} \cos \omega(T-\tau_1) \right. \end{aligned}$$

$$\left. - \frac{1}{\omega C} \left[\alpha I_{\text{ref}} + \frac{v_1(\tau_1)}{L} \right] \sin \omega(T-\tau_1) \right\},$$

$$J_{22} = e^{-\alpha(T+\tau_1)} \left[\cos \omega(T-\tau_1) - \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega(T-\tau_1) \right].$$

特征多项式为

$$\lambda^2 - (J_{11} + J_{22})\lambda + J_{11}J_{22} - J_{12}J_{21} = 0. \quad (20)$$

解特征多项式方程得到

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= 0.5(J_{11} + J_{22}) \\ &\quad \pm 0.5\sqrt{(J_{11} + J_{22})^2 - 4(J_{11}J_{22} - J_{12}J_{21})}. \end{aligned} \quad (21)$$

即离散系统的 Jacobi 矩阵有两个非零特征根.

3) 当 $i_n \geq I_{b2}$ 时, 离散系统存在一个不动点 \mathbf{X}_Q , 且 $I = 0$. 由 (7) 和 (13) 式可导出

$$J_{11} = 0, \quad J_{12} = 0,$$

$$\begin{aligned} J_{21} &= e^{-\alpha(2T-2\tau_1-\tau_2)} \left\{ \frac{I_{\text{ref}}}{C} \cos \omega\tau_2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\omega C} \left[\alpha I_{\text{ref}} - \frac{v_1(\tau_1)}{L} \right] \sin \omega\tau_2 \right\} \frac{\partial \tau_2}{\partial i_n} \\ &\quad - \frac{2\alpha L}{E} \left(k_2 + \frac{\alpha}{\omega} v_1(\tau_1) \right) \\ &\quad \times e^{-\alpha(2T-2\tau_1-\tau_2)} \sin \omega\tau_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{22} &= e^{-\alpha(2T-2\tau_1-\tau_2)} \left\{ \frac{I_{\text{ref}}}{C} \cos \omega\tau_2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\omega C} \left[\alpha I_{\text{ref}} - \frac{v_1(\tau_1)}{L} \right] \sin \omega\tau_2 \right\} \frac{\partial \tau_2}{\partial v_n} \\ &\quad + e^{-\alpha(2T-\tau_2)} \left(\cos \omega\tau_2 - \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega\tau_2 \right). \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_2}{\partial i_n} &= \frac{2\alpha v_1(\tau_1) \sin \omega\tau_2}{\omega^2 E (k_1 \cos \omega\tau_2 - I_{\text{ref}} \sin \omega\tau_2)}, \\ \frac{\partial \tau_2}{\partial v_n} &= \frac{e^{-2\alpha\tau_1} \sin \omega\tau_2}{\omega^2 L (k_1 \cos \omega\tau_2 - I_{\text{ref}} \sin \omega\tau_2)}. \end{aligned}$$

特征多项式为

$$\lambda^2 - J_{22}\lambda = 0. \quad (22)$$

由此得到

$$\lambda_1 = J_{22}, \quad \lambda_2 = 0. \quad (23)$$

从上式可知, 离散系统总是有一个零特征根和一个非零特征根.

4.2 最大 Lyapunov 指数

Lyapunov 指数可以表征系统运动的特征, 它沿某一方向取值的正负和大小, 表示长时间系统在吸

引子中相邻轨道沿该方向平均发散或收敛的快慢程度^[19]. 电流控制 Buck-Boost 变换器的 Lyapunov 指数可表示为

$$\begin{bmatrix} \lambda_{L1} \\ \lambda_{L2} \end{bmatrix} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln |\text{eig}(J_n J_{n-1} \cdots J_1)|, \quad (24)$$

由此可得到其最大 Lyapunov 指数为

$$\lambda_L = \max(\lambda_{L1}, \lambda_{L2}). \quad (25)$$

其中, $\text{eig}(J_n J_{n-1} \cdots J_1)$ 为 $J_n J_{n-1} \cdots J_1$ 的特征根的函数, $\max(\lambda_{L1}, \lambda_{L2})$ 为 λ_{L1} 与 λ_{L2} 两者之间最大值的函数.

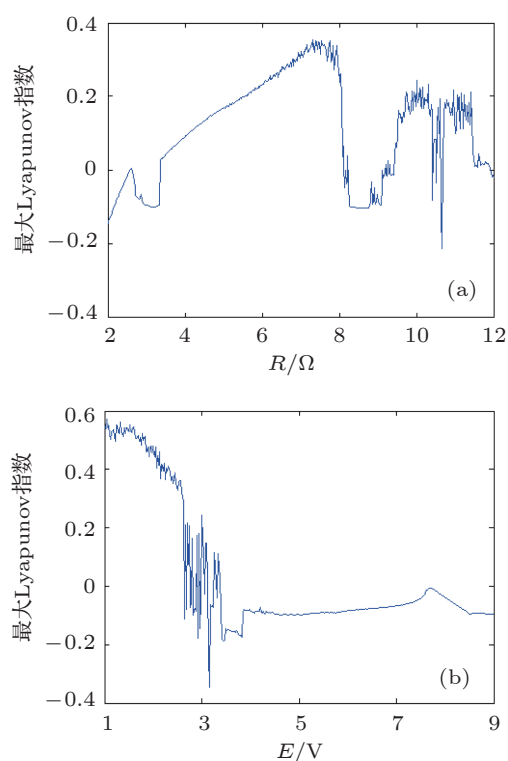


图9 电路参数变化时的最大 Lyapunov 指数 (a) 负载电阻; (b) 输出电压

基于 (24) 和 (25) 式, 对应于图 5(a) 和图 6(a) 的最大 Lyapunov 指数如图 9(a) 和 (b) 所示. 从图 9(a) 中可以观察到, 随着负载电阻 R 增大, 最大 Lyapunov 指数一开始从负值上升, 并在 $R = 2.6 \Omega$ 附近上升到零值然后又折回负值区域, 刚好对应了分岔图中的倍周期分岔点; 当 $R = 3.35 \Omega$ 时, 最大 Lyapunov 指数从负值上升并穿过零值变成了正值, Buck-Boost 变换器进入了混沌区域; 当 $R = 8.07 \Omega$ 时, 最大 Lyapunov 指数从正值下降刚好穿过零值变成负值, 对应于图 5(a) 中最大的周期窗口, Buck-Boost 变换器进入了周期窗口中的周期区域; 负载电

阻进一步增大时, 最大 Lyapunov 指数在正值和负值区域交替变化着, 说明 Buck-Boost 变换器进入了强阵发性的弱混沌区域. 从图 9(b) 中可以观察到, 随着输入电压 E 增大, 最大 Lyapunov 指数一开始处于稳定的正值区域, Buck-Boost 变换器的运行轨道呈现混沌鲁棒性; 而在 $E = 2.63\text{—}3.38 \text{ V}$ 区域, 最大 Lyapunov 指数在正值和负值区域交替变化着; 输入电压进一步增大, 最大 Lyapunov 指数总是处于负值区域, Buck-Boost 变换器的运行轨道呈现周期轨道; 当 $E = 7.8 \text{ V}$ 时, 最大 Lyapunov 指数从负值往零值上升并折回负值区域, 这意味着在此处发生了倍周期行为. 比较负载电阻和输入电压变化时的分岔图和最大 Lyapunov 指数, 两者的变化趋势是一致的, 各区域所对应的 Buck-Boost 变换器的运行状态是一致的.

4.3 特征值轨迹

基于由 (14) 式描述的精确离散时间模型和由 (18) 式给出的 Jacobi 矩阵, 通过检查所选电路参数变化时特征值的运动轨迹, 可以获得电流控制 Buck-Boost 变换器的分岔路由和稳定特性. 特征值的运动轨迹揭示了分岔现象和电路参数变化对变换器工作状态影响的途径. 如果 Jacobi 矩阵所有特征值位于单位圆内, 变换器是稳定的. 任何特征值轨迹从单位圆内部穿越到外部, 意味着平衡状态失稳, 即在该交叉点上发生了分岔行为^[20].

表 1 不同负载电阻的特征值

R/Ω	特征值	运行状态
2.4	-0.9667, 0.7182	周期 1 轨道
2.5	-0.9901, 0.7269	周期 1 轨道
2.52	-0.9958, 0.7279	周期 1 轨道
2.53	-1.0001, 0.7275	周期 2 轨道
2.54	-1.0063, 0.7258	周期 2 轨道
2.6	-1.0376, 0.7130	周期 2 轨道
2.8	-1.0762, 0.7023	周期 2 轨道

以负载电阻和输入电压为例. 当 Buck-Boost 变换器的负载电阻变化时, 其特征值的轨迹穿越单位圆时所对应的值即为负载电阻的临界值. 利用 (16) 和 (17) 式进行数值仿真, 可以得到该特征值的运动轨迹如图 10(a) 所示, 图中轨迹的箭头表示随负载电阻增大时特征值运动的方向. 相应地, 当 Buck-Boost 变换器的输入电压变化时, 特征值的

运动轨迹如图 10(b) 所示. 表 1 和表 2 分别列出了在发生倍周期分岔行为附近不同负载电阻和输入电压所对应的特征值. 当 R 从 2.4Ω 增大至 2.8Ω 时, 负特征值通过 -1 离开单位圆, 意味着倍周期分岔发生; 而当 E 从 7.6 V 增大至 8.1 V 时, 负特征值通过 -1 进入单位圆, 意味着倍周期逆分岔发生.

表 2 不同输入电压值的特征值

E/V	特征值	运行状态
7.6	-1.0189, 0.9000	周期 2 轨道
7.9	-1.0020, 0.9131	周期 2 轨道
7.91	-1.0009, 0.9131	周期 2 轨道
7.92	-0.9998, 0.9131	周期 1 轨道
7.93	-0.9987, 0.9131	周期 1 轨道
8.0	-0.9909, 0.9130	周期 1 轨道
8.1	-0.9799, 0.9129	周期 1 轨道

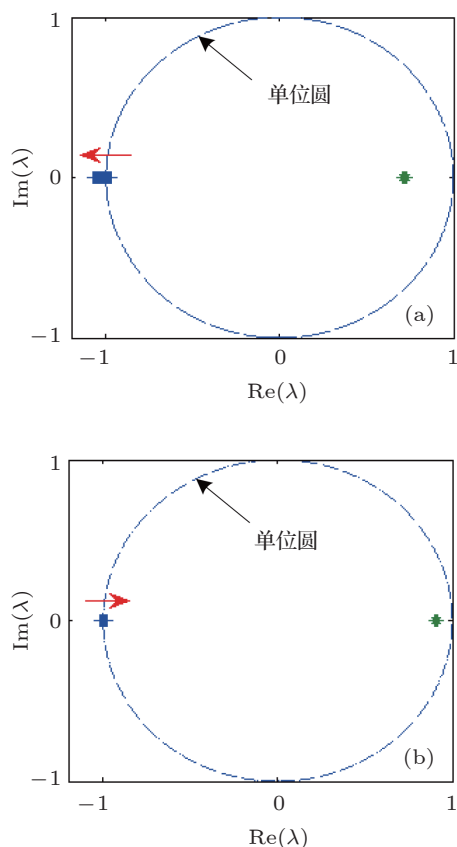


图 10 电路参数变化时特征值的运行轨迹 (a) $R = 2.4\text{—}2.8 \Omega$; (b) $E = 7.6\text{—}8.1 \text{ V}$

4.4 工作状态域估计

利用电流控制 Buck-Boost 变换器的参数空间映射图来划分不同参数区域所对应的工作状态区

域, 即利用基于 (14) 式所描述的 Buck-Boost 变换器的离散时间模型, 来研究在 R - E 和 R - I_{ref} 的参数空间上的分岔模式 [15]. 分别确定两组电路参数的变化范围为 $R = 2\text{—}12 \Omega$, $E = 1\text{—}9 \text{ V}$ 及 $R = 2\text{—}12 \Omega$, $I_{\text{ref}} = 0.5\text{—}5 \text{ A}$, 其他电路参数与图 5 和图 6 所选取的相同, 可得到 Buck-Boost 变换器的参数空间映射分别如图 11(a) 和 (b) 所示. 图 11 中, 根据运行轨道所含周期数的大小使用相应的黑白灰度将该映射在两参数平面中绘出, 白色区域代表低周期轨道, 黑色区域代表混沌轨道, 周期数越大则灰度越深. 为了图示清晰, 在图中加上了虚线以区分不同周期数轨道的分界线.

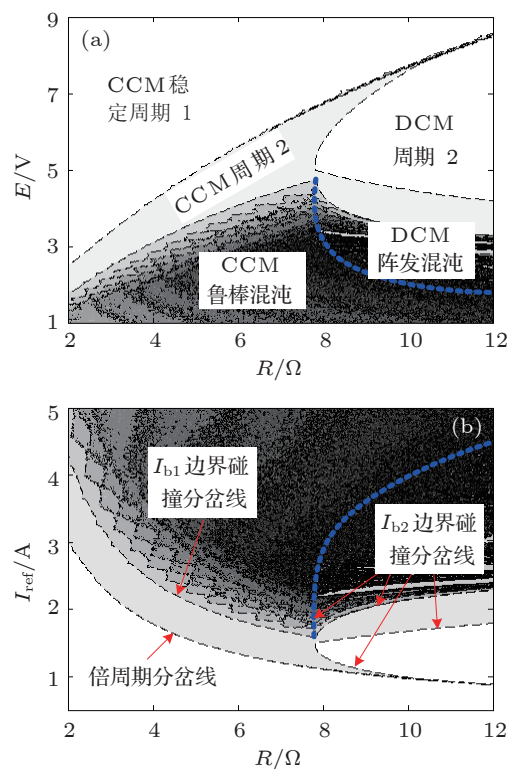


图 11 电路参数变化时空间映射图 (a) $R = 2\text{—}12 \Omega$, $E = 1\text{—}9 \text{ V}$; (b) $R = 2\text{—}12 \Omega$, $I_{\text{ref}} = 0.5\text{—}5 \text{ A}$

从图 11(a) 和 (b) 中可以观察到, 在参数空间中 Buck-Boost 变换器主要存在三种工作状态区域: CCM 稳定的周期 1 区域, CCM 鲁棒混沌区域和 DCM 阵发混沌区域. 需要说明的是, CCM 稳定的周期 1 区域与 CCM 次谐波振荡、鲁棒混沌区域以倍周期分岔线为分界线, CCM 次谐波振荡区域与鲁棒混沌区域以 I_{b1} 边界碰撞分岔线为分界线, 鲁棒混沌区域与 DCM 阵发混沌区域以 I_{b2} 边界碰撞分岔线为分界线, DCM 次谐波振荡区域与 DCM 阵发混沌区域以 I_{b2} 边界碰撞分岔线为分界线.

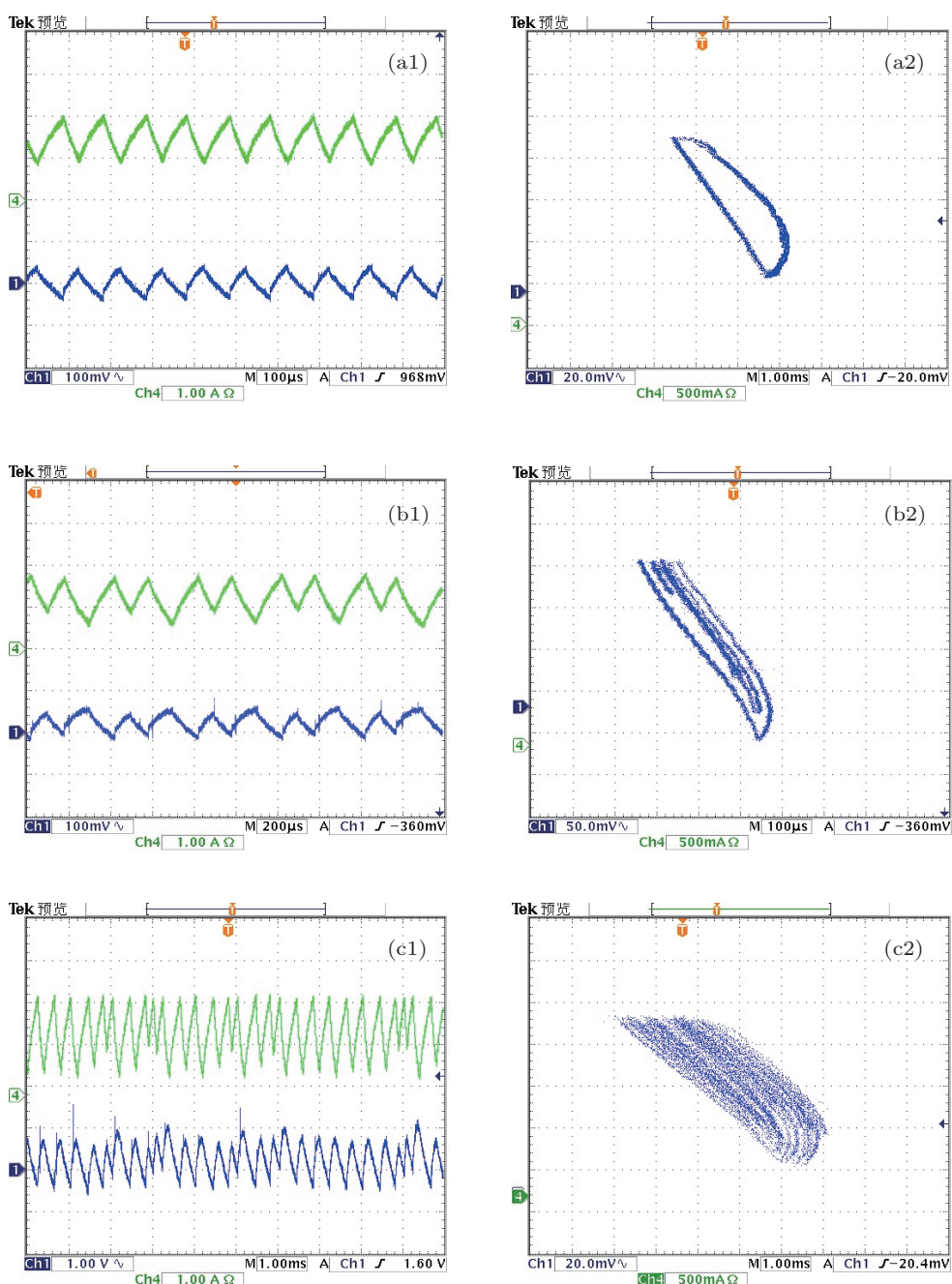
因此, 在电路参数宽范围变化时, 电流控制 Buck-Boost 变换器的开关管和二极管有三种可切换的开关状态, 使得各个参数区域所对应的 Buck-Boost 变换器工作状态存在复杂的动力学行为.

5 电路实验验证

电流控制 Buck-Boost 变换器实验主电路选用型号 IRFZ34 的 MOSFET 开关管, 型号 MBR1560 的二极管, 感值 $200\ \mu\text{H}$ 、额定电流 $3\ \text{A}$ 的电感, 以

及选用容值 $200\ \mu\text{F}$ 、ESR 值 $50\ \text{m}\Omega$ 的瓷片电容作为输出电容, 输出电阻范围确定为 $2\text{--}10\ \Omega$. 在电流控制 Buck-Boost 变换器实验控制电路中, 采样电阻为 $50\ \text{m}\Omega$, 采样电阻两端的电压经过 LT1357 运算放大器放大后作为电感电流采样信号. 电流参考信号为 $2.5\ \text{V}$, 参考电流与电流采样信号经过 LM319N 比较器输出作为 RS 触发器的输入信号. RS 触发器采用 HD74LS02P 或非门搭建. 采用型号 IR2125 的驱动电路, 其输出信号驱动主电路的 MOSFET 开关管.

对应于图 7 和图 8 在不同负载电阻时电感电



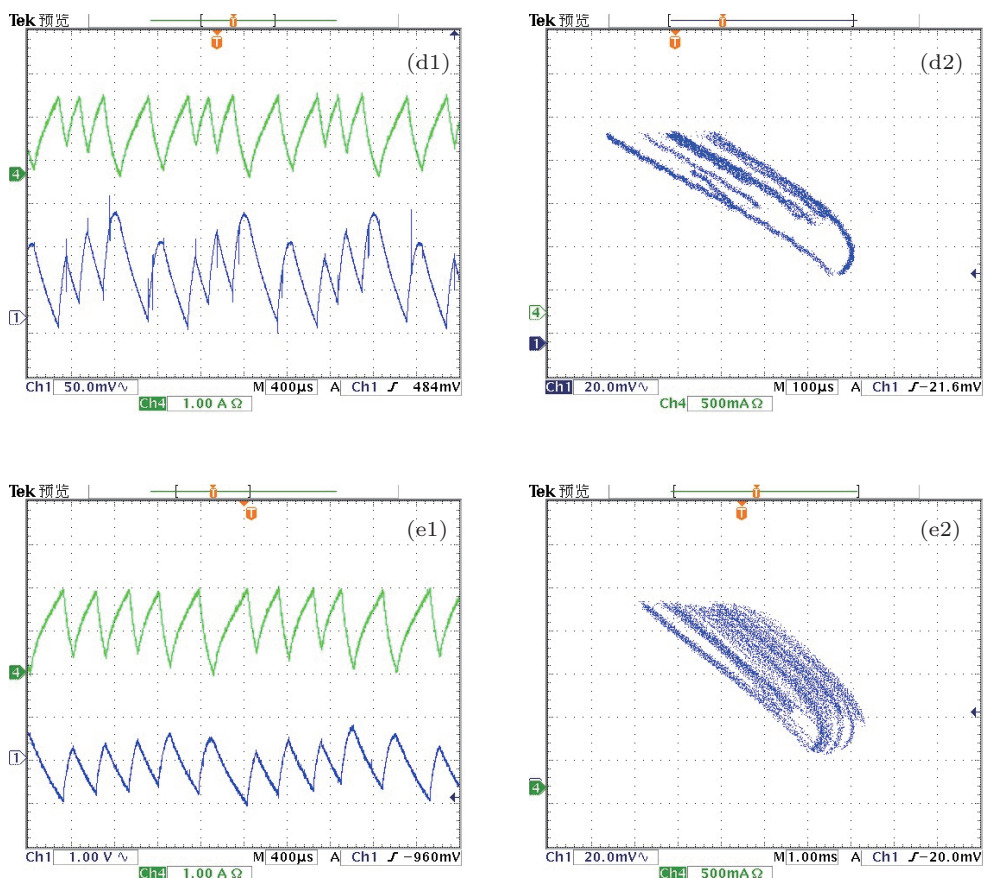


图 12 电感电流和输出电压实验结果 (a1), (b1), (c1), (d1) 和 (e1) 为时域波形图, (a2), (b2), (c2), (d2) 和 (e2) 为相轨图 (a) $R = 2 \Omega$; (b) $R = 3 \Omega$; (c) $R = 6 \Omega$; (d) $R = 9 \Omega$; (e) $R = 10 \Omega$

流和输出电压的时域波形图和相轨图, 可得到相应的电路实验结果如图 12 所示. 观察图 12 不难看出, 当 R 分别为 2Ω 和 3Ω 时, Buck-Boost 变换器分别工作在 CCM 周期 1 状态和 CCM 周期 2 状态; 当 R 分别为 6Ω 和 10Ω 时, Buck-Boost 变换器分别工作在 CCM 鲁棒混沌状态和 DCM 阵发混沌状态; 而当 R 为 9Ω 时, Buck-Boost 变换器则工作在 DCM 多周期状态. 因此, 不同负载电阻时的实验结果与数值仿真结果是一致的, 从而验证了理论分析的正确性.

需说明的是, 图 12 中电感电流在上升和下降时存在一定的弯曲度, 这是由于电流控制 Buck-Boost 变换器的实验电路中开关管和二极管的导通电阻、电感和电容的串联等效电阻等寄生参数所导致的.

6 结论

本文以电流控制 Buck-Boost 变换器为例, 系统地研究电流控制开关变换器的动力学理论, 包括动力学离散时间建模、分岔分析、稳定性分析、工作状态域估计, 以及分段线性模型仿真验证和电路制作实验验证等. 由动力学理论分析和电路实验观察得知, 在电路参数宽范围变化时, 电流控制 Buck-Boost 变换器历经了倍周期分岔和边界碰撞分岔两种分岔道路, 存在稳定周期 1、CCM 鲁棒混沌和 DCM 阵发混沌三种工种状态, 且不同电路参数变化时其工作状态有着三种转移情形. 因此, 在电路参数宽范围变化时, 电流控制开关 DC-DC 变换器呈现出了复杂的动力学行为.

- [1] Deane J H B, Hamill D C 1990 *IEEE Trans. Power Electron.* **5** 260
- [2] Liu F 2010 *Chin. Phys. B* **19** 080511
- [3] Wang J P, Xu J P, Xu Y J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 058401 (in Chinese) [王金平, 许建平, 徐杨军 2011 物理学报 **60** 058401]
- [4] Zhou G H, Xu J P, Bao B C, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060508
- [5] Wang F Q, Ma X K, Yan Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060510 (in Chinese) [王发强, 马西奎, 闫晔 2011 物理学报 **60** 060510]
- [6] Basak B, Parui S 2010 *IEEE Trans. Power Electron.* **25** 1556
- [7] Tse C K, Bernardo M D 2002 *Proc. IEEE* **90** 768
- [8] Giral R, El Aroudi A, Martinez-Salamero L, Leyva R, Maixe J 2001 *Electron. Lett.* **37** 274
- [9] El Aroudi A, Rodriguez E, Leyva R, Alarcon E 2010 *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs* **57** 218
- [10] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2008 *J. Univ. of Electronic Science and Technology of China* **37** 397 (in Chinese) [包伯成, 许建平, 刘中 2008 电子科技大学学报 **37** 397]
- [11] Dai D, Ma X K, Li X F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2729 (in Chinese) [戴栋, 马西奎, 李小峰 2003 物理学报 **52** 2729]
- [12] Banerjee S, Parui S, Gupta A 2004 *IEEE Trans. Circuits and Systems-II* **51** 649
- [13] Parui S, Banerjee S 2003 *IEEE Trans. Circuits and Systems-I* **50** 1464
- [14] Saito T, Kabe T, Ishikawa Y, Matsuoka Y, Torikai H 2007 *Int. J. Bifur. Chaos* **17** 3373
- [15] Bao B C, Zhou G H, Xu J P, Liu Z 2011 *IEEE Trans. Power Electron.* **26** 1968
- [16] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4742
- [17] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2949 (in Chinese) [包伯成, 许建平, 刘中 2009 物理学报 **58** 2949]
- [18] Xie F, Yang R, Zhang B 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8393 (in Chinese) [谢帆, 杨汝, 张波 2010 物理学报 **59** 8393]
- [19] Elaydi S N 2008 *Discrete Chaos With Applications in Science and Engineering* (Chapman & Hall/CRC)
- [20] Chen Y F, Tse C K, Qiu S S, Lindenmüller L, Schwarz W 2008 *IEEE Trans. Circuits Syst. -I* **55** 3335

Dynamics of current controlled switching converters under wide circuit parameter variation*

Bao Bo-Cheng^{1)†} Yang Ping²⁾ Ma Zheng-Hua¹⁾ Zhang Xi¹⁾

1) (School of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

2) (School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(Received 31 March 2012; revised manuscript received 6 June 2012)

Abstract

With current-controlled buck-boost converter used as an example, through a detailed description of the switch state of the switching converter under wide circuit parameter variation, such as input voltage and load resistance variation, two inductor current borders in the current controlled switching converter are derived and an accurate discrete-time model is established. The validation of the discrete-time model is verified by a piecewise-linear model. Based on the discrete-time model, the complex dynamical behaviors existing in switching converter, such as period-double bifurcation, border-collision bifurcation, robust chaos and intermittent chaos, etc., are revealed. By formulating the Jacobian, the maximum Lyapunov exponent and the movement trajectories of eigvalues with the variations of circuit parameters are obtained. By utilizing the parameter-space maps, the operation-state regions corresponding to circuit parameter regions are estimated. Finally, an experimental setup is implemented, the corresponding observation results are consistent with those of theory analyses. In this paper the dynamics theory in switching converters is investigated systematically; the analysis methods and research results are helpful for designing and controlling switching converters.

Keywords: current control, discrete-time model, border-collision bifurcation, switching converter

PACS: 05.45.-a

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51177140), the Natural Science Foundation of Changzhou, Jiangsu Province, China (Grant No. CJ20120004), and the Scientific Research Foundation of Zhejiang Provincial Education Department, China (Grant No. Y201225848).

† E-mail: mervinbao@126.com