

# 基于差分进化算法的混沌时间序列预测模型 参数组合优化\*

张文专<sup>†</sup> 龙文 焦建军

(贵州财经大学, 贵州省经济系统仿真重点实验室, 贵阳 550004)

(2012年5月7日收到; 2012年5月29日收到修改稿)

为了提高混沌时间序列预测模型的预测精度, 提出一种基于差分进化 (DE) 算法的相空间重构和最小二乘支持向量机 (LSSVM) 模型参数组合优化方法. 该方法将相空间重构参数和 LSSVM 预测模型参数进行组合作为差分进化算法的个体, 以混沌时间序列预测精度作为个体的适应度函数, 通过循环迭代获得最优参数组合. 几个混沌时间序列的仿真实验结果表明, 与传统的优化方法相比, 参数组合优化方法具有更高的预测精度.

**关键词:** 混沌时间序列, 差分进化算法, 参数组合优化, 预测

**PACS:** 05.45.Gg, 05.45.Pg

## 1 引言

混沌系统在现实生活中普遍存在, 随着人们对混沌理论研究的不断深入, 混沌时间序列的预测与分析得到广泛研究<sup>[1]</sup>. 混沌时间序列的分析与预测基本上都是在重构相空间中进行的. 在混沌时间序列预测中, 相空间重构是将混沌时间序列演化轨迹无奇异地表达出来, 恢复混沌时间序列原动力系统, 然后利用预测模型对重构后的混沌时间序列数据集进行学习和建模, 并对未来时刻的值进行预测. 预测混沌时间序列时存在两个关键问题<sup>[2]</sup>: 一是混沌时间序列相空间重构过程中最佳延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $m$  的选择; 二是预测模型的选择及其参数优化.

在相空间重构过程中, 目前对延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $m$  的选择有两类方法: 一类是认为两者互不相关, 即延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $m$  的选取可以独立进行, 如文献<sup>[3]</sup>先采用互信息方法选取延迟时间  $\tau$ , 然后采用伪最近邻域方法确定嵌入维数  $m$ . 文献<sup>[4]</sup>则先采用自相关方法选取  $\tau$ , 然后利用 G-P

方法确定合适的  $m$ ; 另一类则认为延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $m$  是相关的, 时间窗口方法<sup>[5]</sup>、C-C 方法<sup>[6]</sup>等, 它们明确了延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $m$  具有整体的乘积关系. 文献<sup>[7]</sup>验证了在不同延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $m$  选择下, 一些典型混沌系统在预测时具有不同的误差, 这进一步说明相空间重构参数  $\tau$  和  $m$  是整体相关的, 在进行混沌时间序列预测时需要对  $\tau$  和  $m$  同时优化.

在选择预测模型的问题上, 由于混沌时间序列具有较强的非线性, 线性模型不能较好地刻画混沌时间序列, 导致预测精度不高. 神经网络作为一种性能较好的非线性智能预测模型, 在混沌时间序列预测中有着广泛的应用<sup>[8-10]</sup>. 但神经网络存在过拟合、易陷入局部极小值、网络结构的选择过分依赖于经验等缺陷<sup>[11]</sup>. 最小二乘支持向量机 (least square support vector machine, LSSVM) 是近年来提出一种非线性建模与预测的方法, 泛化能力强, 能以任意精度逼近非线性系统, 可克服神经网络过拟合、易陷入局部极小的缺点, 在混沌时间序列预测中取得了较好的效果<sup>[12]</sup>. 但 LSSVM 模型的学习性能和泛化能力在

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10961008) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: zhwenzh97@hotmail.com

很大程度上取决于其惩罚因子  $C$  和核函数参数  $\sigma$  的合理选择.

在基于 LSSVM 的混沌时间序列预测过程中, 相空间重构参数  $\tau, m$  和 LSSVM 模型参数  $C, \sigma$  优化过程是相互依赖、相互制约, 为了使混沌时间序列预测模型整体性能达到最优, 参数  $\tau, m, C$  和  $\sigma$  必须同时优化. 本文提出一种基于差分进化算法的参数组合优化方法, 即将参数  $\tau, m, C$  和  $\sigma$  组合成一个多维向量作为差分进化算法的个体, 预测模型精度作为个体的适应度函数, 通过迭代从而获得模型的最优参数组合. 几个混沌时间序列的仿真实验结果表明了该方法的有效性.

## 2 最小二乘支持向量机

支持向量机 (SVM) 的基本思想是通过一个非线性映射, 把输入空间的数据映射到一个高维特征空间, 将实际问题转化为一个带不等式约束的二次规划问题. LSSVM 是 SVM 的一种扩展, 将不等式约束替代等式约束, 把误差平方和损失函数作为训练集的经验损失, 从而把问题转化为一个线性矩阵求解问题. 其具体原理如下 [13].

给定一组样本数据集  $\{x_i, y_i\}_{i=1}^m$ , 其中  $x_i$  是输入向量,  $x_i \in R^n$ ,  $y_i$  是对应的输出,  $y_i \in R$ .  $m$  为样本集大小. 通过一个非线性函数  $\varphi$  将样本映射到高维空间, 然后进行线性回归, 回归函数为

$$f(x) = w^T \varphi(x) + b, \quad (1)$$

其中,  $w$  为权值向量,  $b$  为偏差. 利用 LSSVM 进行函数回归时优化目标为

$$\begin{aligned} \min J(w, \xi) &= \frac{1}{2} w^T w + \frac{1}{2} C \sum_{i=1}^m \xi_i^2, \\ \text{s.t. } y_i &= w \varphi(x) + b + \xi_i, \\ & i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $C$  为误差惩罚含数据,  $\xi_i$  为松弛变量. 构造拉格朗日函数  $L$  为

$$\begin{aligned} L(w, b, \xi, a) &= \frac{1}{2} w^T w + \frac{1}{2} C \sum_{i=1}^m \xi_i^2 \\ &\quad - \sum_{i=1}^m a_i \{w^T \varphi(x_i) + b + \xi_i - y_i\}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $a_i$  为拉格朗日乘子, 根据 KKT 条件有

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial w} = 0 &\rightarrow w = \sum_{i=1}^m a_i \varphi(x_i), \\ \frac{\partial L}{\partial b} = 0 &\rightarrow \sum_{j=1}^m a_j = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \xi_i} = 0 &\rightarrow a_i = C \xi_i, \\ \frac{\partial L}{\partial a_i} = 0 &\rightarrow w^T \varphi(x_i) + b + \xi_i - y_i = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

消去  $w$  和  $\xi_i$ , 可得出

$$\begin{bmatrix} 0 & Q^T \\ Q & K + C^{-1}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中,  $Q = [1, \dots, 1]^T$ ,  $A = [a_1, a_2, \dots, a_m]^T$ ,  $Y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T$ . 根据 Mercer 条件可以确定核函数为

$$K(x_i, x_j) = \varphi(x_i)^T \varphi(x_j). \quad (6)$$

则 LSSVM 的函数估计为

$$f(x) = \sum_{i=1}^m a_i K(x, x_i) + b. \quad (7)$$

本文采用径向基函数 (RBF) 作为核函数

$$K(x, x_i) = \exp \{-\|x - x_i\|^2 / 2\sigma^2\}, \quad (8)$$

其中,  $\sigma$  是核函数宽度.

根据 LSSVM 回归理论可知, 它的主要参数是惩罚参数  $C$  和核函数参数  $\sigma$ , 这两个参数对 LSSVM 的学习和泛化能力影响很大.

## 3 影响模型预测性能的参数分析

相空间重构将具有混沌特性的时间序列重构成为一种低阶非线性动力学系统, 从而近似恢复系统的混沌吸引子 [14]. 假设混沌系统产生的时间序列为  $x(1), x(2), \dots, x(n), \dots$ , 根据 Takens 嵌入定理, 通过确定合适的  $m$  和  $\tau$  将混沌时间序列重构为

$$\begin{aligned} X(n) &= (x(n), x(n + \tau), \dots, x(n + (m - 1)\tau)) \\ &\in R^m. \end{aligned} \quad (9)$$

从 (9) 式可知, 相空间重构质量的优劣由时间延迟  $\tau$  和嵌入维数  $m$  决定.

由上述分析可知, 基于 LSSVM 的混沌时间序列预测模型在进行预测时需要优化的参数为  $\tau, m, C$  和  $\sigma$ . 图 1 ( $m = 8, C = 500, \sigma = 1$ )、图 2 ( $\tau = 3, C = 500, \sigma = 1$ )、图 3 ( $\tau = 3, m = 8, \sigma = 1$ ) 和

图 4 ( $\tau = 3, m = 8, C = 500$ ) 分别表示同一混沌时间序列在不同参数下的预测精度比较.

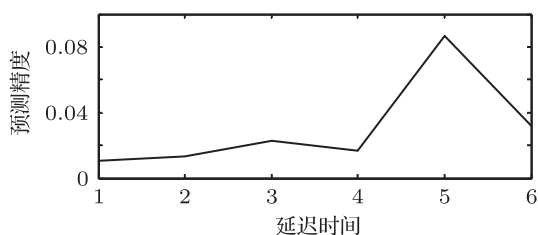


图 1 延迟时间  $\tau$  对预测精度的影响

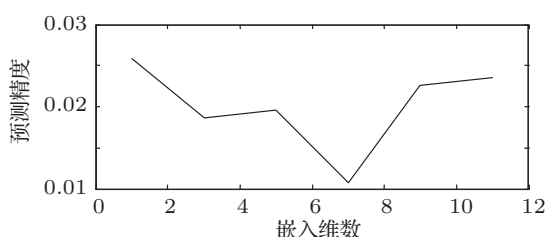


图 2 嵌入维数  $m$  对预测精度的影响

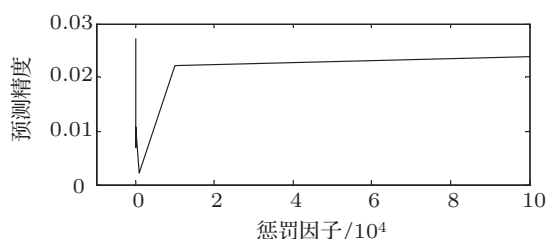


图 3 惩罚因子  $C$  对预测精度的影响

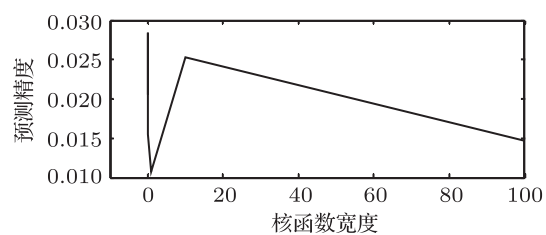


图 4 核函数宽度  $\sigma$  对预测精度的影响

由图 1 至图 4 可知, 相空间重构参数  $\tau, m$  和 LSSVM 模型参数  $C, \sigma$  对预测结果的影响均很大, 且这些参数之间有一定的关联. 然而, 一般方法通常将相空间重构参数和 LSSVM 模型参数分开优化, 这样就不能保证参数同时达到最优. 为了获得最优的混沌时间序列预测结果, 就需要使四个参数  $\tau, m, C$  和  $\sigma$  同时达到最优, 因此, 它们应该进行组合优化.

## 4 基于 DE 算法的参数组合优化

参数  $\tau, m, C$  和  $\sigma$  的组合优化显然是一个多参数组合优化问题, 如果采用穷举法进行求解, 计算量很大. 差分进化 (DE) 算法是由 Storn 等提出的一种基于种群迭代的随机搜索算法 [15]. 与遗传算法的原理相似, 它也是通过个体在变异、交叉及选择算子的作用下向更高的适应度进化以达到寻求问题最优解的目标. DE 算法已被证明在收敛速度和稳定性方面都超过了其他几种知名随机算法, 对于大多数的数值 Benchmark 问题, DE 算法要优于粒子群优化算法和其他进化算法 [16]. 因此, 本文采用 DE 算法对参数  $\tau, m, C$  和  $\sigma$  进行组合优化.

### 4.1 个体编码及初始化

为实现自动选择和同时优化四个参数  $\tau, m, C$  和  $\sigma$ , 将四个参数组合成一个四维向量  $(\tau, m, C, \sigma)$  作为 DE 算法的个体, 本文采用混合编码方式, 即对每个个体同时采用二进制和实数编码, 其中, 二进制部分是对时间延迟  $\tau$  和嵌入维数  $m$  的编码, 实数部分是对惩罚因子  $C$  和核函数宽度进行编码, DE 算法中个体的混合编码结构如图 5 所示.

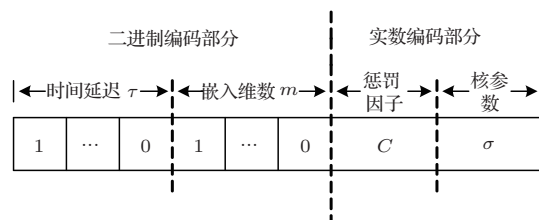


图 5 个体混合编码结构

由 DE 算法的机理可知, 变异操作、交叉操作和选择操作在一定程度上对种群具有依赖性. 如果随机初始化种群个体可能不具有代表性, 不利于搜索到全局最优解, 可能导致要增加迭代次数或种群规模来达到最优解或近似最优解. 而我们所期望的是, 在初始化种群时个体应尽可能均匀分布在问题的整个搜索空间中. 混沌是一种非线性现象, 具有遍历性和随机性等特点, 可在一定范围内按自身规律不重复地遍历所有状态, 可将其应用到优化算法中来提高算法的全局搜索能力.

本文混沌序列来初始化种群. 引入常用的一维 Logistic 映射混沌模型 [17] 进行初始化, 即

$$Z_i^{k+1} = \mu Z_i^k (1 - Z_i^k), \quad (10)$$

其中,  $Z_i \in (0, 1)$  表示混沌变量,  $i (i = 1, 2, \dots, D)$  为混沌变量的序号,  $k (k = 1, 2, \dots, N)$  表示种群序号,  $N$  为种群规模,  $\mu$  为控制参数. 当  $\mu = 4$  时, (10) 式完全处于混沌状态,  $\mu$  的取值不同, 混沌序列的搜索范围也不同.

利用混沌对初值敏感的特点, 给 (10) 式赋  $n$  个微小差异的初值, 即可得到  $n$  个混沌变量  $Z_i^k$ , 依次取  $k = 1, 2, \dots, N$ , 便可得到  $N$  个初始种群个体, 将  $n$  个混沌变量  $Z_i^k$  作逆映射得到相应优化空间中的变量

$$x_i^k = l_i + (u_i - l_i)Z_i^k, \quad (11)$$

式中,  $i = 1, 2, \dots, D$ ,  $[l_i, u_i]$  为  $x_i$  的变化区间.

## 4.2 适应度函数

差分进化算法的最终搜索目的是找到最优的模型参数组合  $(\tau, m, C, \sigma)$ , 从而提高混沌时间序列的预测精度, 减小预测误差, 由此可知, 算法中个体的适应度函数应与模型预测能力有关. 设第  $j$  组参数的预测均方差 (mean square error, MSE) 为

$$\text{MSE}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (12)$$

式中,  $n$  为混沌时间序列检验集样本数目,  $y_i$  和  $\hat{y}_i$  分别为混沌时间序列的实际值和预测值. 定义第  $j$  个个体的适应度函数为

$$f(j) = \frac{1}{\text{MSE}(j)}. \quad (13)$$

## 4.3 参数组合优化的具体步骤

参数组合优化的思想是通过迭代算法搜索一组相空间重构和 LSSVM 模型参数组合  $(\tau, m, C, \sigma)$ , 使目标函数 (13) 达到最小. 本文采用差分进化算法来进行优化, 将定义域内一组相空间重构和 LSSVM 模型参数组合  $(\tau, m, C, \sigma)$  序列作为 DE 算法中的个体, 各个体的适应度函数取 (13) 式. 首先将 DE 算法产生的初始种群作为预测模型的参数, 利用这些参数分别进行相空间重构和 LSSVM 模型训练和预测, 得到测试误差 MSE, 然后由 (13) 式计算每个个体的适应度值, 通过变异、交叉和选择等操作产生下一代参数种群, 反复迭代直至 DE 算法条件满足为止, 利用最优参数组合进行建模和预测. 基于 DE 优化参数组合的具体步骤如下:

**步骤 1** 设置参数, 令进化代数  $t = 0$ .

**步骤 2** 对四个参数  $\tau, m, C$  和  $\sigma$  进行编码, 采用混沌序列产生初始种群个体.

**步骤 3** 将个体解码成实际参数, 根据  $\tau$  和  $m$  对混沌时间序列数据进行重构, LSSVM 模型根据参数  $C$  和  $\sigma$  进行训练和预测, 记录每组参数的预测精度, 并计算每个个体的适应度值.

**步骤 4** 种群个体执行变异、交叉和选择操作, 产生下一代种群,  $t = t + 1$ .

**步骤 5** 判断是否满足结束条件, 若满足, 则进入步骤 6; 否则, 返回步骤 3.

**步骤 6** 输出最优个体的  $\tau, m, C$  和  $\sigma$  值.

**步骤 7** 采用最优  $\tau$  和  $m$  重构混沌时间序列数据, 采用最优  $C$  和  $\sigma$  作为 LSSVM 的参数对重构的混沌时间序列进行训练、建模和预测.

## 5 实例仿真与分析

为了验证本文方法的有效性, 我们对模拟混沌时间序列和实际混沌时间序列进行预测.

### 5.1 Lorenz 时间序列预测

非线性混沌 Lorenz 系统的表达式为

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -a(x - y), \\ \frac{dy}{dt} &= -xz + cx - y, \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz. \end{aligned} \quad (14)$$

当  $c \geq 28$  时系统 (14) 处于混沌状态. 选取参数  $a = 16, b = 4, c = 45.92$ , 惩罚因子  $C$  的取值范围为  $C \in [1, 1000]$ , 核函数宽度  $\sigma$  的取值范围为  $\sigma \in [0.1, 10]$ , 初始值为  $[-1, 0, 1]$ , 步长为  $h = 0.01$ , 采用四阶 Runge-Kutta 法生成包含 3000 个数据的混沌时间序列, 选取其中前 1500 个数据作为训练样本, 用于建立预测模型, 后 1500 个数据作为测试样本, 用于检验模型的有效性. 为保证 LSSVM 模型的预测精度, 在进行建模与预测之前, 对样本数据进行归一化处理:

$$X(i) = \frac{x(i) - E_x}{\delta_x}, \quad (15)$$

其中  $\{X(i)\}$  为归一化后的标准时间序列,  $\{x(i)\}$  为原始时间序列,  $E_x$  为原始时间序列的均值,  $\delta_x$  为原始时间序列的标准差.

通过本文提出的参数组合优化方法, 获得最优参数为: 时间延迟  $\tau = 3$ , 嵌入维数  $m = 5$ , 惩罚因子  $C = 386.52$ , 核参数  $\sigma = 2.18$ . 利用获得的最优参数建立 LSSVM 模型对测试样本进行预测, 预测值与实际输出值及绝对误差结果如图 6 和图 7 所示. 由图 6 和图 7 可知, 预测值与实际输出值符合的较好, 从而表明本文提出的基于差分进化的 LSSVM 组合优化方法是有效的, 且具有较高的预测精度.

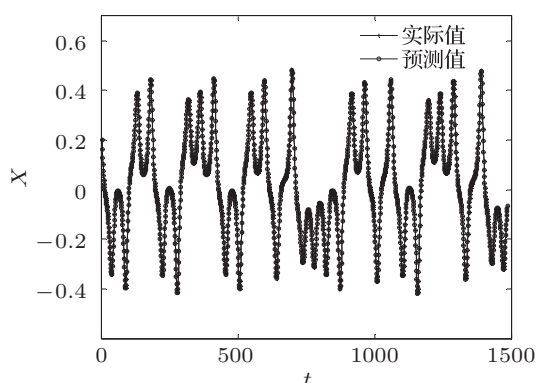


图 6 Lorenz 混沌时间序列预测结果

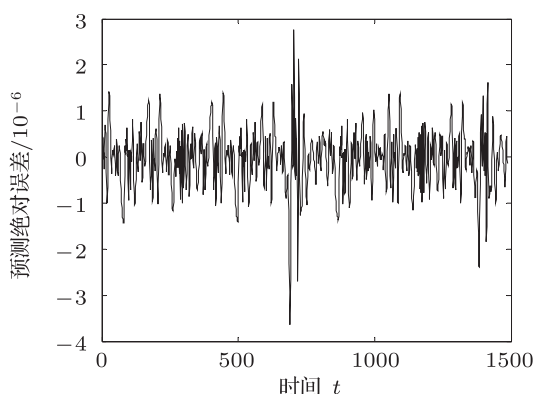


图 7 Lorenz 混沌时间序列预测绝对误差

## 5.2 Chen's 混沌时间序列预测

Chen's 混沌吸引子由如下三维自治系统所产生:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a(y - x), \\ \frac{dy}{dt} &= -xz + (c - a)x + cy, \\ \frac{dz}{dt} &= y - bz. \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $a = 35$ ,  $b = 3$ ,  $c = 28$ , 惩罚因子  $C$  的取值范围为  $C \in [1, 1000]$ , 核函数宽度  $\sigma$  的取值范围为  $\sigma \in [0.1, 10]$ , 初始值为  $[-1, 0, 1]$ , 步

长为  $h = 0.01$ , 采用四阶 Runge-Kutta 法生成包含 2000 个数据的混沌时间序列, 选取其中前 1200 个数据作为训练样本, 用于建立预测模型, 后 800 个数据作为测试样本, 用于检验模型的有效性. 为保证 LSSVM 模型的预测精度, 在进行建模与预测之前, 对样本数据也按照 (9) 式进行归一化处理.

通过参数组合优化方法得到最优参数为  $\tau = 1$ ,  $m = 5$ ,  $C = 496.03$  和  $\sigma = 1.26$ , 利用获得的最优参数建立 LSSVM 模型对测试样本进行预测, 预测值与实际输出值及绝对误差结果如图 8 和图 9 所示.

由图 8 可以看出, 本文方法得到的结果较好, 具有较高的预测精度, 图 9 中较小的预测误差也充分说明了这一点.

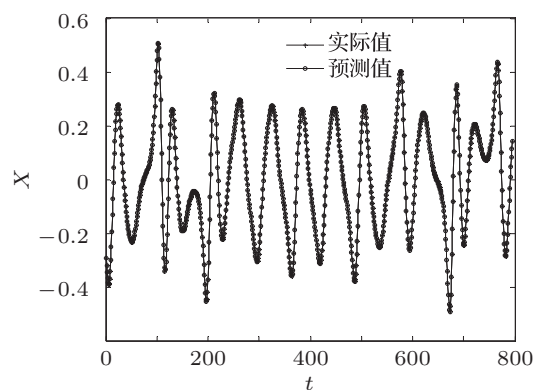


图 8 Chen's 混沌时间序列的预测结果

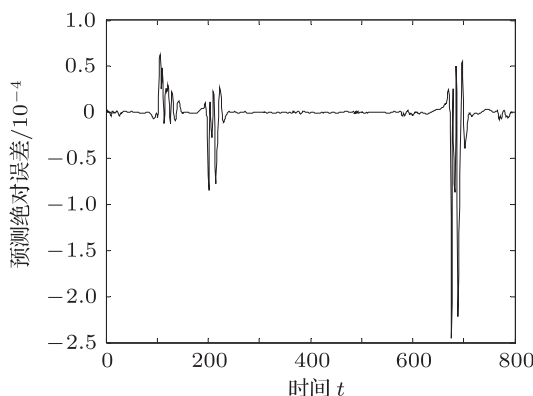


图 9 Chen's 混沌时间序列预测绝对误差

## 5.3 预测太阳黑子时间序列

太阳黑子活动数的月均值时间序列具有较大的起伏和非线性特征, 因此, 对其进行预测通常被认为是检验和比较各种非线性系统模型和算法的一个著名例子. 我们

对 1755 年 1 月至 2008 年 12 月的平滑月平均黑子数进行研究, 具体数据是从网上 (网址: <ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/STP/SOLAR.DATA/>) 下载得到, 共 3036 个数据构成时间序列, 如图 10 所示.

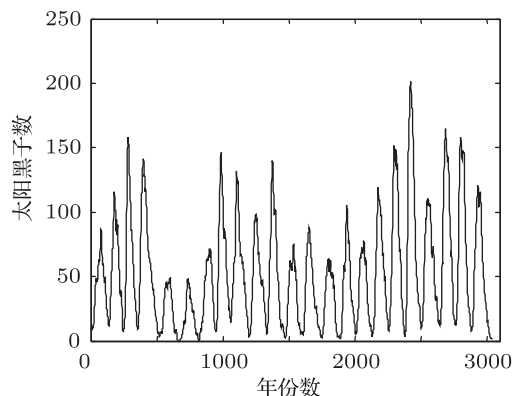


图 10 1775 年 1 月至 2008 年 12 月太阳黑子数

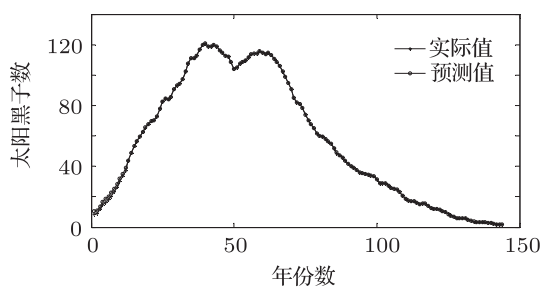


图 11 太阳黑子时间序列的预测结果

将 1755 年 1 月至 1995 年 12 月的 2880 个数据作为训练样本集, 用来训练建立预测模型, 1996 年 1 月至 2007 年 12 月的 144 个数据作为检验样本集, 用来测试预测模型的性能. 利用参数组合优

化方法得到最优参数为  $\tau = 10$ ,  $m = 3$ ,  $C = 502.30$  和  $\sigma = 2.41$ , 利用获得的最优参数建立 LSSVM 模型对测试样本进行预测, 预测值与实际输出值及绝对误差结果如图 11 和图 12 所示. 由图可知, 基于差分进化算法的参数组合优化方法预测值与真值相当符合, 其预测绝对误差较小, 具有较高的预测精度.

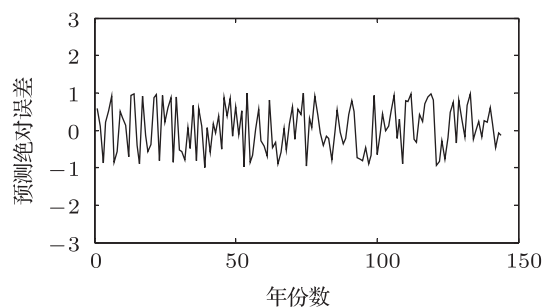


图 12 太阳黑子时间序列预测绝对误差

## 6 结论

文章提出了一种基于差分进化算法组合优化相空间重构和 LSSVM 参数的混沌时间序列预测方法. 利用 LSSVM 模型预测混沌时间序列面临的关键问题是混沌时间序列重构和 LSSVM 参数的优化. 利用参数间的相互联系, 提出一种基于差分进化算法的参数组合优化方法, 将相空间重构参数和 LSSVM 模型参数组合作为差分进化算法的个体, 混沌时间序列预测精度作为个体的适应度函数. 几个不同混沌时间序列的仿真实验结果表明, 该方法不仅能获得适当的预测模型参数, 而且提高了预测精度.

- [1] Peng S G, Yu S M 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3758
- [2] Xiang C S, Yuan Z M, Zhou Z Y 2011 *Information and Control* **40** 673 (in Chinese) [向昌盛, 袁哲明, 周子英 2011 信息与控制 **40** 673]
- [3] Fraser A M 1989 *IEEE Trans. Inform. Theory* **35** 245
- [4] Albano A M 1988 *Phys. Rev. A* **38** 3017
- [5] Kugiumtzis D 1996 *Physica D* **95** 13
- [6] Kim H S, Eykholt R, Salas J D 1999 *Physica D* **127** 48
- [7] Ataei M, Lohmann B, Khaki-Sedigh A, Lucas C 2004 *Chaos, Solitons and Fractals* **19** 1131
- [8] Chen D Y, Liu Y, Ma S Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 100501 (in Chinese) [陈帝伊, 柳焯, 马孝义 2012 物理学报 **61** 100501]
- [9] Ma Q L, Zheng Q L, Peng H, Zhong T W, Qin J W 2008 *Chin. Phys. B* **17** 536
- [10] Wang Y S, Sun J, Wang C J, Fan H D 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6120 (in Chinese) [王永生, 孙瑾, 王昌金, 范洪达 2008 物理学报 **57** 6120]
- [11] Zhang J F, Hu S S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2708 (in Chinese) [张军峰, 胡寿松 2008 物理学报 **57** 2708]
- [12] Ye M Y, Wang X D 2004 *Chin. Phys.* **13** 454
- [13] Long W, Liang X M, Long Z Q, Li Z H 2011 *J. Central South University* **42** 3408 (in Chinese) [龙文, 梁昔明, 龙祖强, 李朝辉 中南大学学报 **42** 3408]
- [14] Zhang Q R, Ma Q L, Peng H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7623 (in Chinese) [张春涛, 马千里, 彭宏 2010 物理学报 **59** 7623]
- [15] Storn R, Price K 1997 *J. Global Optim.* **11** 341
- [16] Wang Y, Cai Z X, Zhang Q F 2011 *IEEE Trans. Evolu. Comput.* **15** 55
- [17] Ren Z W, San Y 2007 *Acta Elec. Sin.* **35** 269 (in Chinese) [任子武, 伞冶 2007 电子学报 **35** 269]

# Parameter determination based on composite evolutionary algorithm for reconstructing phase-space in chaos time series\*

Zhang Wen-Zhuan<sup>†</sup> Long Wen Jiao Jian-Jun

(Guizhou Key Laboratory of Economics System Simulation, Guizhou University of Finance and Economics, Guiyang 550004, China)

(Received 7 May 2012; revised manuscript received 29 May 2012)

## Abstract

To improve the prediction accuracy of the chaotic time series prediction model, a composite optimization method of the differential evolution (DE) algorithm that is based on the phase space reconstruction and least square supported vector machine (LSSVM), is proposed. The phase space parameters and LSSVM model parameters are taken as differential evolution algorithm individuals while the prediction accuracy of the chaotic time series is used as the evaluation function of DE algorithm. The optimal parameters are obtained by mutation, crossover, and selection operators of DE algorithm. Several numerical simulation results show that not only four parameters are determined at the same time, but also the performance of chaotic time series prediction is improved.

**Keywords:** chaotic time series, differential evolution algorithm, parameter composite optimization, prediction

**PACS:** 05.45.Gg, 05.45.Pg

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10961008).

<sup>†</sup> E-mail: zhwenzh97@hotmail.com