

## 用空间光调制器产生三维光阱阵列\*

徐淑武<sup>1)2)</sup> 周巧巧<sup>1)</sup> 顾宋博<sup>1)</sup> 纪宪明<sup>1)†</sup> 印建平<sup>2)</sup>

1) (南通大学理学院, 南通 226007)

2) (华东师范大学精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062)

(2012年2月16日收到; 2012年6月12日收到修改稿)

本文提出了用液晶空间光调制器制作复合相位光栅、产生三维光阱阵列的新方案. 在本方案中, 首先将一维矩形光栅转变为能够产生纵向光阱阵列的环形光栅, 再把环形光栅和二维矩形光栅组合成复合光栅. 根据现有空间光调制器的技术参数, 模拟仿真设计了产生  $5 \times 5 \times 5$  光阱阵列的光栅, 以普通功率的高斯光波为输入光, 正透镜聚焦衍射光, 计算输出光强分布, 结果表明: 在透镜焦点附近获得具有很高峰值光强和光强梯度的三维光阱阵列, 囚禁冷原子的光学偶极势达到 mK 量级, 对原子的作用力远大于原子的重力. 用大功率激光作为输入光波时, 产生的光阱阵列也能用于囚禁 Stark 减速后的冷分子.

**关键词:** 原子光学, 光阱阵列, 空间光调制器

**PACS:** 37.10.Gh, 37.10.Jk, 42.79.Kr

## 1 引言

冷原子和冷分子的多光阱阵列囚禁及光学晶格已成为原子、分子物理的一个重要课题, 利用原子或分子阵列囚禁能够开展许多研究工作, 如量子输运与量子隧道效应<sup>[1,2]</sup>、波色-爱因斯坦凝聚与量子简并<sup>[3]</sup>、Bragg 衍射<sup>[4,5]</sup>、光子带隙<sup>[6,7]</sup>、Mott 绝缘态相变<sup>[8]</sup>、超流与超导<sup>[9,10]</sup>、量子逻辑门与量子计算<sup>[11-15]</sup>等. 早在 20 世纪 90 年代, 人们就对激光驻波干涉产生的光学晶格开展了多方面的研究工作<sup>[16-19]</sup>, 但驻波光阱阵列的光强梯度不大, 不能形成尖锐的峰值光强分布. 随着冷原子磁、光操控技术的发展, 人们采用衍射光学元器件、全息光学元器件和二元光学元器件及其阵列光学系统等, 相继研制成功了各种类型的多光阱及其光阱阵列<sup>[20-24]</sup>. 这些光阱阵列具有较高的光强梯度和良好可控性, 晶格常数的大小可根据要求在较大的范围内选择, 为多种粒子间的碰撞、纠

缠、干涉以及量子多体系统等方面的研究提供了理想的载体. 近年来, 人们又提出了多种用液晶空间光调制器 (LC-SLM) 制作衍射光学元件 (DOEs) 的方案<sup>[25-32]</sup>. LC-SLM 最显著的优点是能够方便地用计算机程序控制调节光波场的相位和光强分布, 同时, 液晶也还存在一定的局限性, 主要是液晶像素的大小有限, 相位按照灰度等级变化, 同时还有边缘效应, 限制了 LC-SLM 的分辨率和调制能力. 最近, 我们改进了光栅的设计方法, 在不改变 LC-SLM 硬件参数设置情况下, 利用 LC-SLM 制作产生一维 (1D) 和二维 (2D) 光阱阵列的矩形光栅<sup>[33]</sup>, 在这一设计方法中, 我们把光栅的一个周期分为若干个等宽度的小槽, 通过优化设计每条小槽的相位, 使光栅能够用于产生等强度的光阱阵列. 这种设计方法既充分利用和发挥 LC-SLM 的长处, 同时又较好地回避其所存在的缺陷.

在光学晶格的研究中, 三维 (3D) 光阱阵列更具有实际意义和应用价值, 有关 3D 光阱阵列的研究不同于 1D 和 2D 光阱阵列, 目前已有报道的 3D 光

\* 国家自然科学基金重点基金 (批准号: 11034002)、国家自然科学基金 (批准号: 10904037, 10974055)、科技部量子调控重大研究计划项目 (批准号: 2011CB921602)、华东师范大学精密光谱科学与技术国家重点实验室开放基金和江苏省自然科学基金 (批准号: BK2008183) 资助的课题.

† E-mail: jixm@ntu.edu.cn

阱阵列大多是采用 CO<sub>2</sub> 激光驻波干涉的方法产生的, 光强按正弦函数的变化规律连续分布, 光强梯度较小. 在本文中, 我们提出一种用 LC-SLM 制作光栅、产生 3D 光阱阵列的新方法, 我们首先把文献 [33] 提出的 1D 矩形光栅演变为环形光栅, 再把环形光栅和 2D 矩形光栅组合成可用于产生 3D 光阱阵列的复合光栅.

## 2 矩形和环形相位光栅产生光阱阵列

### 2.1 矩形光栅产生二维光阱阵列

在文献 [33] 中, 我们设计的 1D 光栅在一个周期内的振幅透射率函数表示为

$$g_T(x_0) = \sum_{l=1}^p \text{rect} \left[ \frac{x - (l - 1/2)T_x/p}{T_x/p} \right] \exp(i\alpha_l \pi), \quad (1)$$

其中,  $T_x$  是沿  $x$  方向的周期,  $p$  为一个周期内的槽缝数, 每条槽的宽度相等, 槽缝的相位依次为  $\varphi_l = \alpha_l \pi, l = 1, 2, \dots, p$ , 把整个光栅透射率函数  $g(x_0)$  视为周期函数, 展开为傅里叶级数

$$g_{1D}(x_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp \left( i2\pi n \frac{x_0}{T_x} \right), \quad (2)$$

其中  $a_n$  为傅里叶系数,

$$a_n = \frac{1}{T_x} \int_0^{T_x} g_T(x_0) \exp \left( -i2\pi n \frac{x_0}{T_x} \right) dx_0. \quad (3)$$

以单色平面光波输入时, 第  $n$  级衍射光强的大小与  $|a_n|^2$  成正比, 通过优化设计, 选择合适的  $\alpha_l$ , 能够得到光强接近相等的  $N (= p + 1)$  列衍射光波 (称为有用衍射级), 且衍射效率  $\eta = \sum_{n \in n'} |a_n|^2 > 80\%$ , 其他衍射级光强很小 ( $|a_n|^2 \sim 0$ ), 这里的标记  $n'$  表示有用衍射级. 用正透镜聚焦衍射光波, 在透镜焦平面上获得 1D ( $1 \times N$ ) 光阱阵列. 两个 1D 光栅正交叠加 (相位相加) 构成 2D 光栅, 振幅透射率函数为

$$g_{2D}(x_0, y_0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n b_m \times \exp \left[ i2\pi \left( n \frac{x_0}{T_x} + m \frac{y_0}{T_y} \right) \right], \quad (4)$$

式中  $T_y$  是沿  $y$  方向的周期,

$$b_m = \frac{1}{T_y} \int_0^{T_y} g_T(y_0) \exp \left( -i2\pi n \frac{y_0}{T_y} \right) dy_0.$$

实际照明时, 输入窗口是有限的, 用  $W(x_0, y_0)$  表示实际输入窗口函数,  $u_0(x_0, y_0)$  表示输入光波的振幅分布, 透镜的焦距记为  $f$ , 光栅位于透镜的前焦平面上, 根据菲涅耳衍射积分公式, 在透镜后输出光振动为

$$U_2(r, z) = \frac{1}{\lambda f} \iint_{\infty} g_{2D}(x_0, y_0) u_0(x_0, y_0) W(x_0, y_0) \times \exp \left\{ i \frac{k}{2f} \left[ \left( \frac{z}{f} - 1 \right) (x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0 x + y_0 y) \right] \right\} dx_0 dy_0. \quad (5)$$

(4) 式代入上式, 得

$$U_2(r, z) = \frac{1}{\lambda f} \iint_{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n b_m u_0(x_0, y_0) W(x_0, y_0) \times \exp \left\{ i \frac{k}{2f} \left[ \left( \frac{z}{f} - 1 \right) (x_0^2 + y_0^2) - 2x_0 \left( x - n \frac{\lambda f}{T_x} \right) - 2y_0 \left( y - m \frac{\lambda f}{T_y} \right) \right] \right\} dx_0 dy_0. \quad (6)$$

显然, 光振动的分布与输入窗口函数  $W(x_0, y_0)$  和输入光波的振幅分布  $u_0(x_0, y_0)$  有关, 选取适当的  $W(x_0, y_0)$  和  $u_0(x_0, y_0)$ , 能够在透镜焦平面 ( $z = f$ ) 上,  $x = n \frac{\lambda f}{T_x}, y = m \frac{\lambda f}{T_y}$  处得到一系列光振动脉冲.

利用 (6) 式进行数值模拟计算的结果表明: 以平面光波或 TEM<sub>00</sub> 模式的高斯光波为输入光波都能得到 2D ( $N \times N$ ) 光阱阵列, 阵列中光阱峰值光强的均匀度与输入窗口内光栅的周期数  $M$  有关. 用平面光波照明时, 只要求  $M \geq 4$ , 光阱阵列就可以有较好的均匀度,  $M$  愈大, 均匀度愈好; 若用高斯光波照明, 当光束的束腰截面大于输入窗口面积时, 光强分布与平面光波相似. 把高斯光束的束腰调节到光栅平面上, 并垂直于光栅平面照明, (5) 式中的  $u_0(x_0, y_0)$  写为

$$u_0(x_0, y_0) = \frac{\sqrt{2P/\pi}}{w_0} \exp \left[ -\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_0^2} \right], \quad (7)$$

式中  $w_0$  是束腰半径,  $P$  为激光功率.

根据 LC-SLM 的窗口面积, 我们取  $p = 4$ , 模拟设计了产生 2D  $5 \times 5$  光阱阵列的光栅, 并计算了光强分布. 图 1(a) 是产生 1D  $1 \times 5$  光阱阵列的光栅示意图 (一个周期), 在一个周期内分为 4 条槽缝; 两个 1D 光栅互相正交构成 2D 光栅, 一个周期内分为 16 个单元, 如图 1(b) 所示. 图中的数值表

示每个单元的相位值. 目前市场上可售的 LC-SLM 窗口面积在  $20\text{ mm} \times 20\text{ mm}$  左右, 取二维光栅周期  $T_x = T_y = T = 4.8\text{ mm}$ , 把 SLM 分为  $4 \times 4$  个周期 (实际使用面积为  $19.2\text{ mm} \times 19.2\text{ mm}$ ), 选用波长  $\lambda_l = 0.53\text{ }\mu\text{m}$ , 功率  $P = 2\text{ W}$  的激光照明, 用激光扩束系统把束腰半径扩大为  $w_0 = 10\text{ mm}$ , 用焦距为  $f = 48\text{ mm}$  的短焦距傅里叶透镜聚焦衍射光, 在焦平面上得到  $5 \times 5$  光栅阵列. 数值计算得到的光强分布如图 2, 其中图 2 (a) 是光栅阵列在焦平面上二维光强分布密度图, 相邻光栅在  $x, y$  方向的距离  $\Delta X = \Delta Y = f\lambda_l/T = 5.3\text{ }\mu\text{m}$ ,  $5 \times 5$  个

光栅的中心坐标为  $(\pm i\Delta X, \pm j\Delta Y)$ ,  $i, j = 0, 1, 2$ ; 图 2(b) 是焦平面上沿  $x$  轴方向 ( $y = 0$ ) 的光强分布,  $y = \pm\Delta Y, \pm 2\Delta Y$  时, 沿轴方向的光强分布与图 2(b) 无明显差异; 各个光栅的光强分布基本相同, 图 2(c) 是焦点处的光栅沿  $z$  轴方向的光强分布, 图 2(d), (e) 是该光栅在焦平面上的光强等值线和三维光强分布图. 焦平面上  $5 \times 5$  个光栅的峰值光强如表 1, 其中最大和最小峰值光强分别为  $25.39\text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$  和  $23.93\text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ , 平均峰值光强为  $24.57\text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ , 相对平均值偏差为 1.3%, 最大光强梯度

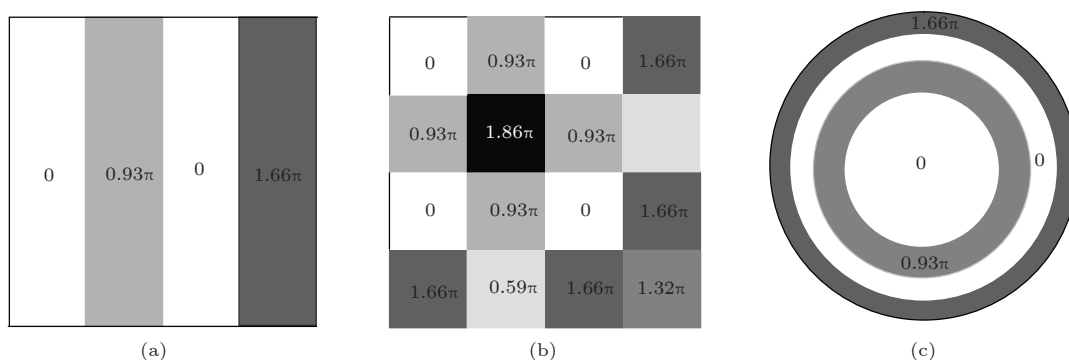


图 1 光栅相位分布示意图 (a) 1D 矩形光栅 (一个周期); (b) 2D 矩形光栅; (c) 环形光栅

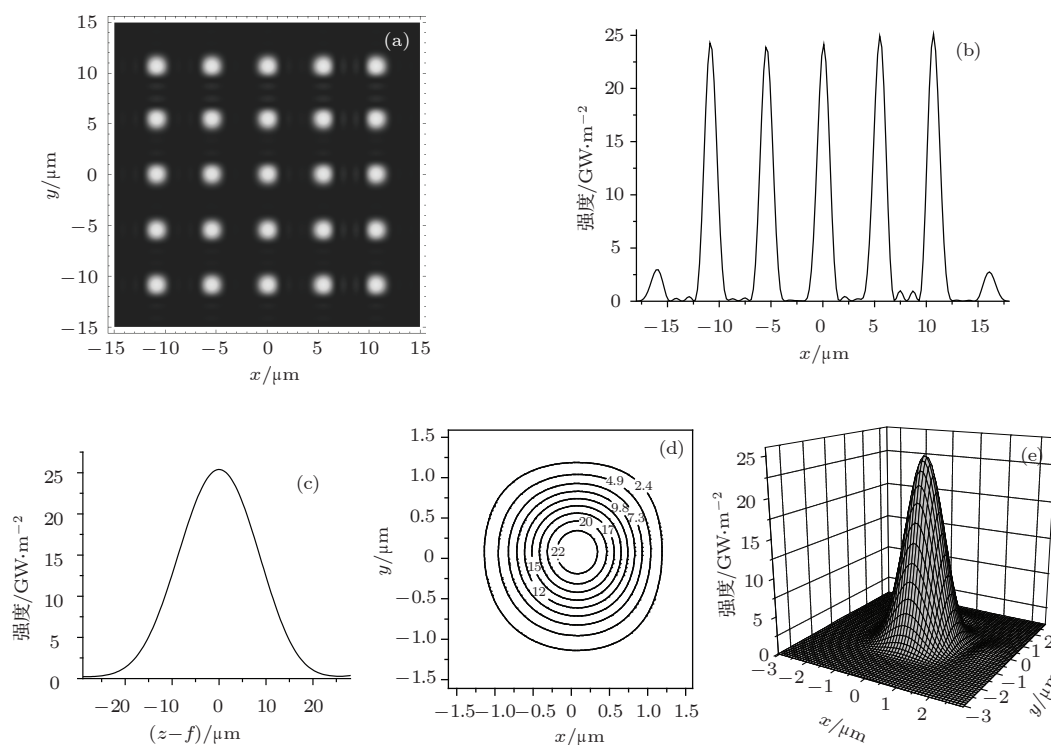


图 2 2D 光栅的光强分布 (a)  $5 \times 5$  光栅阵列在焦平面上 ( $z = f$ ) 2D 光强分布密度图; (b) 焦平面上沿  $x$  轴方向 ( $y = 0$ ) 的光强分布; (c) 单个光栅沿  $z$  轴方向的光强分布; (d), (e) 在焦平面上单个光栅的光强等值线和 3D 光强分布图

$$\frac{\partial I}{\partial x} \Big|_{\max} = \frac{\partial I}{\partial y} \Big|_{\max} \sim 10^{16} \text{ W} \cdot \text{m}^{-3},$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} \Big|_{\max} \sim 10^{15} \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}.$$

 表 1  $5 \times 5$  光栅阵列的峰值光强 ( $\text{GW}/\text{m}^2$ ),  $\Delta X = \Delta Y = 5.3 \mu\text{m}$ 

$y \backslash x$	$-2\Delta X$	$-\Delta X$	0	$\Delta X$	$2\Delta X$
$-2\Delta Y$	24.67	24.35	24.30	24.75	25.02
$-\Delta Y$	24.35	24.03	23.99	24.43	24.70
0	24.30	23.98	23.93	24.38	24.65
$\Delta Y$	24.75	24.43	24.38	24.83	25.11
$2\Delta Y$	25.03	24.70	24.65	25.11	25.39

## 2.2 环形光栅产生纵向光栅阵列

把图 1(a) 所示的光栅变成圆环形光栅, 光栅相位沿径向按  $\rho^2$  呈周期性变化, 周期为  $\rho_{T_c}^2$ , 即振幅透射率函数满足

$$g_c(\rho^2) = g_c(\rho^2 + n\rho_{T_c}^2), \quad (8)$$

再把每个周期分为  $p$  个等面积的小环带, 每个小环带的相位取 2.1 节中矩形光栅各条刻槽的相位. 图 1(c) 是环形光栅示意图, 一个周期的振幅透射率函数为

$$g_{T_c}(\rho^2) = \sum_{l=1}^p \text{rect} \left[ \frac{\rho^2 - (l-1/2)\rho_{T_c}^2/p}{\rho_{T_c}^2/p} \right] \exp(i\alpha_l \pi). \quad (9)$$

展开为傅里叶级数

$$g_c(\rho^2) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} c_h \exp\left(i2\pi h \frac{\rho^2}{\rho_{T_c}^2}\right), \quad (10)$$

$$c_h = \frac{1}{\rho_{T_c}^2} \int_0^{\rho_{T_c}^2} g_{T_c}(\rho^2) \exp\left(-i2\pi h \frac{\rho^2}{\rho_{T_c}^2}\right) d(\rho^2). \quad (11)$$

(9)—(11) 式与 (1)—(3) 式相比较, 当  $\alpha_l$  相同时, 傅里叶系数  $a_n$  与  $c_h$  亦相同. 输入单色光波的振幅分布为  $u_0(\rho, \varphi)$ , 聚焦透镜的焦距为  $f$  时, 在透镜后输出光振动为

$$U_{\text{gc}}(r, z) = \frac{1}{\lambda f} \int_0^{\rho_m} \int_0^{2\pi} \sum_{h=-\infty}^{\infty} c_h \exp\left(i2\pi h \frac{\rho^2}{\rho_{T_c}^2}\right)$$

$$\times u_0(\rho, \varphi) \exp\left\{-i\frac{k}{2f} \left[\left(\frac{z}{f} - 1\right)\rho^2 - 2\rho r \cos(\varphi - \phi)\right]\right\} \rho d\rho d\varphi, \quad (12)$$

$\rho_m$  是输入窗口的半径 (亦即光栅的最大圆环半径). 当  $u_0(\rho, \varphi)$  为平面光波, 且  $\rho_m \rightarrow \infty$  时,

$$U_{\text{gc}}(r, z) \Big|_{\rho_m \rightarrow \infty} \rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta\left(z - f - \frac{2n\lambda f^2}{\rho_{T_c}^2}\right), \quad (13)$$

式中  $\delta(\cdot)$  是狄拉克函数. (13) 式表明, 沿光轴方向有一系列光强峰值点, 相邻峰值点的间距为

$$\Delta Z = \frac{2\lambda f^2}{\rho_{T_c}^2}. \quad (14)$$

选择合适的  $\alpha_l$ ,  $l = 1, 2, \dots, p$  可在透镜光轴上得到  $(p+1)$  峰值光强接近相等的纵向光栅阵列. 在实际光路中, 输入窗口的大小 (亦即 (13) 式中的  $\rho_m$ ) 是有限的, 数值计算表明: 平面光波照明时, 纵向阵列中光栅峰值光强的均匀度也与输入窗口内光栅的周期数  $M$  有关,  $M \geq 8$  时, 才有较好的均匀度, 周期数越大时, 均匀度越好; 光栅沿光轴方向的长度 (以峰值光强的  $1/e^2$  为界)  $\Delta z_{1/e^2} \propto \lambda(\rho_m/f)^2$ , 横向宽度  $\Delta r_{1/e^2} \propto \lambda(\rho_m/f)$ , 峰值光强  $I_m \propto I_0(\rho_m^2/\lambda f)^2$ , 其中  $I_0$  是照明光的光强; 用高斯激光光波照明, 当光束的束腰  $w_0 > \rho_m$  时, 光强分布也与平面光波相似.

取周期为  $\rho_{T_c}^2 = 11.52 \text{ mm}^2$ , 亦即第一个周期的半径为  $\rho_{T_c} = 3.4 \text{ mm}$ , 每个周期分为 4 个小环, 每个小环的相位依次为  $0, 0.93\pi, 0, 1.66\pi$ , 共 8 个周期, 最大环的半径  $\rho_m = \sqrt{8}\rho_{T_c} = 9.6 \text{ mm}$ . 用与 2.1 节相同的激光照明, 同样的透镜聚焦, 得到的光强分布如图 3. 图 3(a) 是纵向光栅阵列在  $xoz$  平面上的 2D 光强分布密度图, 图 3(b) 是 3D 光强分布图, 图 3(c) 是沿  $z$  轴方向的光强分布, 图 3(d) 是单个光栅沿  $x$  方向的光强分布, 整个光强分布关于  $z$  轴对称. 5 个光栅的峰值光强分别为  $120.9 \text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ ,  $116.5 \text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ ,  $113.2 \text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ ,  $115.6 \text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ ,  $119.6 \text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ , 平均峰值光强为  $117.2 \text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ , 相对平均值偏差为 2%, 相邻光栅的间距  $\Delta Z = 0.211 \text{ mm}$ .

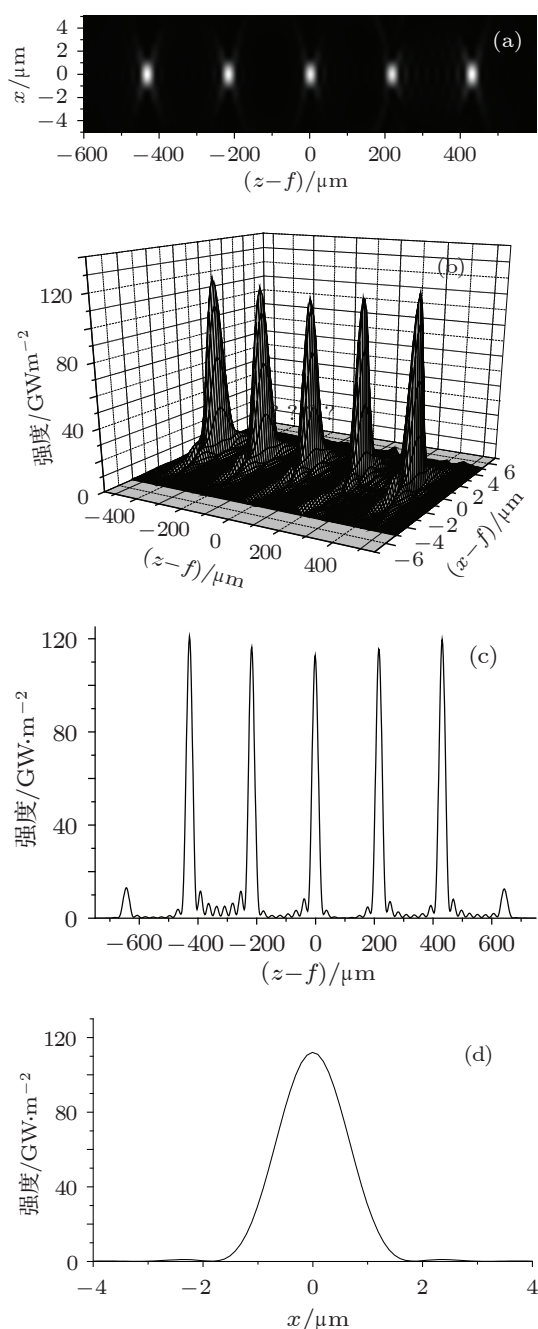


图3 纵向光栅阵列光强分布 (a)  $xoz$  平面上 2D 光强分布密度图; (b) 3D 光强分布图; (c) 沿  $z$  轴方向的光强分布; (d) 沿  $x$  方向的光强分布

### 3 复合相位光栅产生三维光阱阵列

环形光栅和二维正交光栅叠加构成复合光栅, 这种叠加实际上是两光栅的相位相加, 由于光栅透射率函数中的相位因子  $e^{i\varphi_{\Sigma}}$  是以  $2\pi$  为周期的函数, 相位相加后  $\varphi_{\Sigma}$  大于  $2\pi$  时应减去  $2\pi$  的整数倍, 使得复合光栅的相位仍然在  $0$  到  $2\pi$  范围内. 复合

光栅的透射率函数为

$$\begin{aligned} G_{\text{com}}(x_0, y_0) &= g_c(\rho^2)g_x(x_0)g_y(y_0) \\ &= \sum_{h=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n b_m c_h \\ &\quad \times \exp \left[ i2\pi \left( n \frac{x_0}{T_x} + m \frac{y_0}{T_y} + h \frac{x_0^2 + y_0^2}{\rho_{T_c}^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

光栅位于透镜前焦面上, 输入光波的振幅分布为  $u_0(x_0, y_0)$ , 在透镜后输出光振动为

$$\begin{aligned} U_{\text{com}}(r, z) &= \frac{1}{\lambda f} \iint_{\infty} G_{\text{com}}(x_0, y_0) W(x_0, y_0) u(x_0, y_0) \\ &\quad \times \exp \left\{ i \frac{k}{2f} \left[ \left( \frac{z}{f} - 1 \right) (x_0^2 + y_0^2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2(xx_0 + yy_0) \right] \right\} dx_0 dy_0, \end{aligned} \quad (16)$$

把 (15) 式代入 (16) 式, 得

$$\begin{aligned} U_{\text{com}}(r, z) &= \frac{1}{\lambda f} \iint_{\infty} W(x_0, y_0) u(x_0, y_0) \\ &\quad \times \sum_{h=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n b_m c_h \\ &\quad \times \exp \left\{ i \frac{k}{f} \left[ \left( \frac{z-f-h\Delta z}{2f} \right) (x_0^2 + y_0^2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - x_0 \left( x - n \frac{\lambda f}{T_x} \right) - y_0 \left( y - m \frac{\lambda f}{T_y} \right) \right] \right\} dx_0 dy_0, \end{aligned} \quad (17)$$

选取适当的  $W(x_0, y_0)$  和  $u_0(x_0, y_0)$ , (17) 式能够在  $z-f = h\Delta z = \frac{2h\lambda f^2}{\rho_{T_c}^2}$ ,  $x = n \frac{\lambda f}{T_x}$ ,  $y = m \frac{\lambda f}{T_y}$  处得到光振动脉冲, 也就是说, 在透镜的焦点附近得到 3D 光阱阵列. 利用 (17) 式进行数值模拟计算的结果也表明: 以平面光波或  $\text{TEM}_{00}$  模式的高斯光波输入时都能得到 3D 光阱阵列, 3D 阵列中光阱峰值光强的均匀度比 2D 阵列要差一点, 这是由于环形光栅和正交光栅的几何对称性不相同, 当输入窗口为圆形时, 环形光栅能够有完整的周期数, 正交光栅的四个角被截断; 当输入窗口为矩形时, 正交光栅能够有完整的周期数, 环形光栅的四边被截断, 两者是相互矛盾的, 不能同时兼顾. 适当增大光栅的周期数  $M$ , 用高斯光波照明时, 同时增大光束的束腰半径, 也能够获得均匀度较好的光阱阵列. 根据上文所

讲的 LC-SLM 的窗口尺寸, 我们仍然取  $p = 4$ , 正交光栅的周期  $T_x = T_y = 2.4 \text{ mm}$ , 环形光栅的周期为  $\rho_{TC}^2 = 11.52 \text{ mm}^2$  (第一个周期的半径为  $\rho_{TC} = 3.4 \text{ mm}$ ), 输入窗口为  $19.2 \text{ mm} \times 19.2 \text{ mm}$  的矩形, 每种光栅都有 8 个完整的周期, 照明激光的功率、束腰半径和波长分别取  $P = 10 \text{ W}$ ,  $w_0 = 20 \text{ mm}$ ,  $\lambda_l = 0.53 \text{ }\mu\text{m}$ . 利用 (17) 式数值模拟计算光强分布, 在透镜的后焦平面附近 (如图 4) 得到  $3\text{D } 5 \times 5 \times 5$  光栅阵列, 在垂直于光轴的 5 个横向平面上, 每个平面上的光强分布与图 2 所示的  $2\text{D } 5 \times 5$  光栅阵列相似, 沿  $z$  方向的光强分布与图 3 所示的纵向 5 光栅阵列相似, 相邻光栅沿  $z$  方向 (纵向) 的间距  $\Delta Z = 0.211 \text{ mm}$ , 沿  $x, y$  方向 (横向) 的间距  $\Delta X = \Delta Y = 10.6 \text{ }\mu\text{m}$ . 图 5 是部分光栅的光强分布, 其中图 5(a), (c), (f) 分别是  $z = f - 2\Delta Z, f - \Delta Z, f$  三个横向平面上光强分布密度图, 图 5(b), (d), (e) 是三个横向平面上沿  $x$  方向的光强分布, 在  $z = f + \Delta Z, f + 2\Delta Z$  平面上的光强分布与  $z = f - \Delta Z, f - 2\Delta Z$  平面上基本相同, 125 个光栅中最大和最小峰值光强分别为  $13.14, 10.92 \text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ , 平均峰值光强为  $11.9 \text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ , 相对平均值偏差为  $3.4\%$ . 各个光栅的光强分布也没有显著的差异, 图 5(g), (i) 是焦点处光栅和图 5(a) 右上角 (第 1 行、第 1 列) 的光栅在  $xoy$  平面 ( $z = f$  和  $z = f - 2\Delta Z$ ) 上的三维光强分布, 图 5(h), (j) 是这两个光栅在  $z$  方向 ( $x = 0, y = 0$  和  $x = -2\Delta X, y = 2\Delta Y$ ) 的一维光强分布. 利用图 5 (g)—(h) 我们估算了单个光栅的几何尺寸和光强梯度, 横向宽度  $\Delta x = \Delta y = 2.0 \text{ }\mu\text{m}$ , 纵向长度  $\Delta z = 28 \text{ }\mu\text{m}$ , 纵向光强梯度  $\left. \frac{\partial I}{\partial x} \right|_{\max} = \left. \frac{\partial I}{\partial y} \right|_{\max} \sim 10^{16} \text{ W}\cdot\text{m}^{-3}$ , 纵

$$\text{向光强梯度 } \left. \frac{\partial I}{\partial z} \right|_{\max} \sim 10^{15} \text{ W}\cdot\text{m}^{-3}.$$

## 4 可行性分析与潜在应用讨论

### 4.1 可行性分析

本方案产生光栅阵列所用的光路很简单, 所用的光源是普通功率的激光, 实施本方案的主要技术是光栅制作, 在我们的方案中, 正交光栅的每个小单元宽度是相同的, 环形光栅的每个圆环带的面积相等, 宽度随着半径的增大而减小, 在我们所设计的两种正交光栅中每个小单元的宽度分别为  $1200 \text{ }\mu\text{m}$  和  $600 \text{ }\mu\text{m}$ , 环形光栅中每个圆环带的面积为  $2.88\pi\cdot\text{mm}^2$ , 圆环的最大半径为  $\rho_m = 9.6 \text{ mm}$ , 边缘最小带宽为  $152 \text{ }\mu\text{m}$ , 这些尺寸都远大于 LC-SLM 像素的尺寸 (目前市场上可售的 LC-SLM 的像素约为  $8 \text{ }\mu\text{m}$ ). 光栅的相位分布也比较简单, 包括零相位在内正交光栅有 5 个不同的相位值, 环形光栅与正交光栅组合成复合光栅有 8 个不同的相位值, 每个相位值只要求精确到两位小数, LC-SLM 按 256 个灰度等级调节相位, 完全可以达到这一精度要求. 因此, 用 LC-SLM 制作上文所设计的几种光栅在技术上没有太大的难度. 在 LC-SLM 分辨率允许的条件下, 运用我们的设计方法, 也可以制作能产生更大光栅数目的光栅, 如在 (1) 式中取  $p = 8$ , 优化计算  $\alpha_l$ , 取相同的周期、周期个数及圆环的最大半径, 正交光栅中小单元的宽度变为  $300 \text{ }\mu\text{m}$ , 环形光栅中最小带宽为  $76 \text{ }\mu\text{m}$ , 增大输入激光功率, 可以产生  $9 \times 9 \times 9$  光栅阵列.

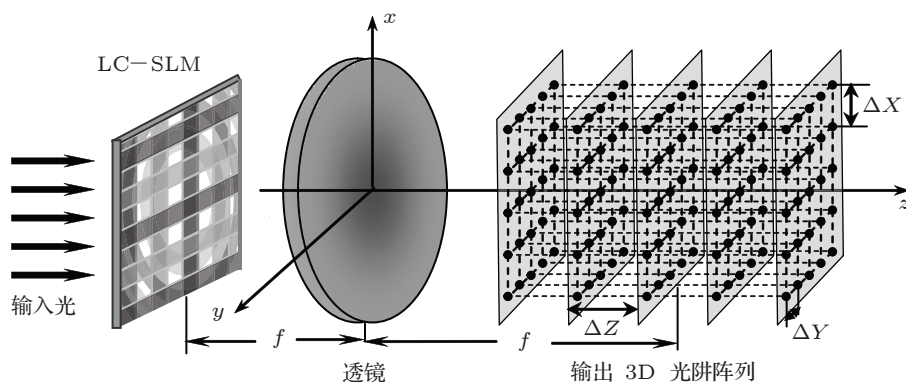


图 4 产生 3D 光栅阵列示意图

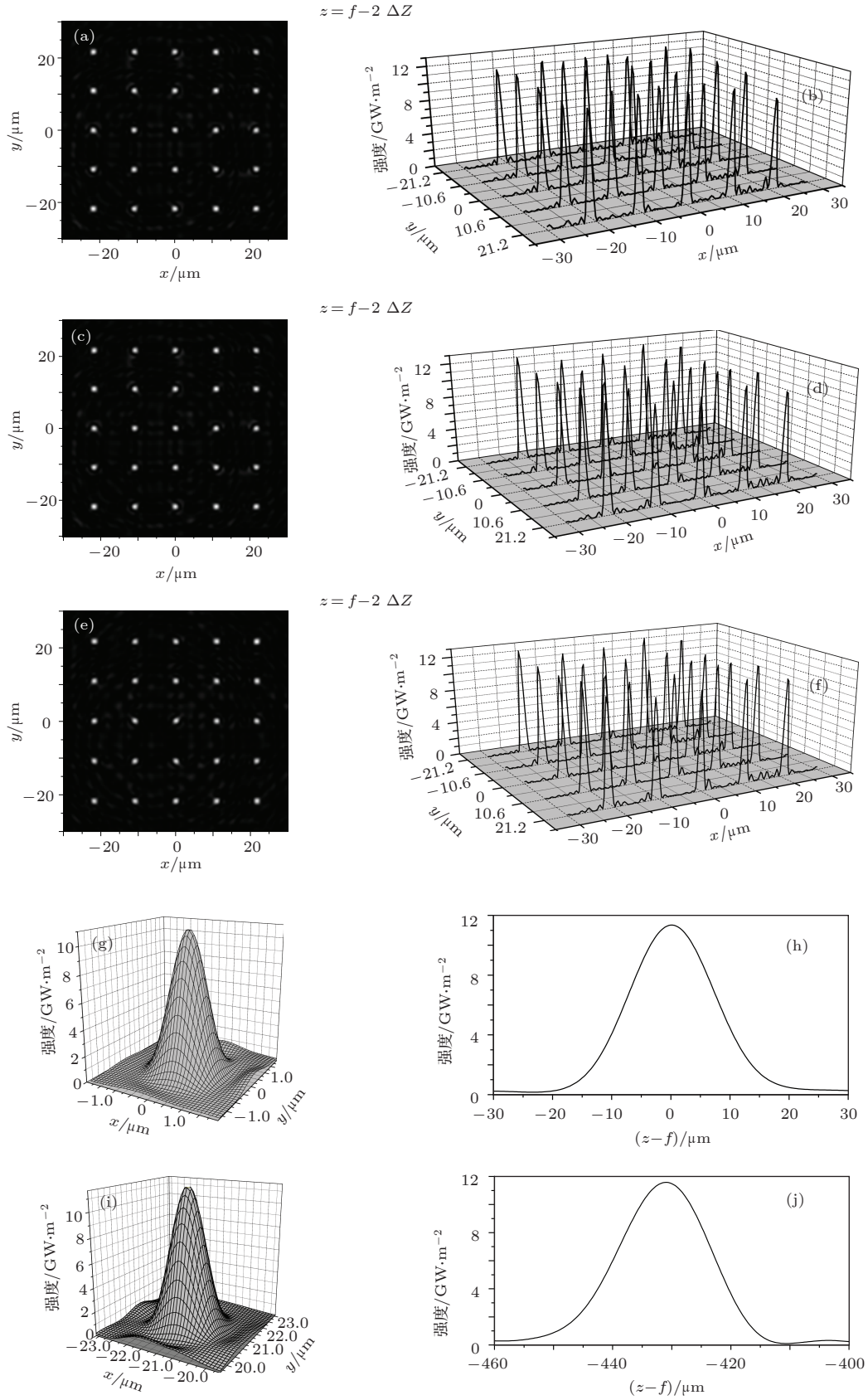


图5 3D光阱阵列光强分布 (a)–(f)是横向平面上光强密度图和沿 $x$ 方向的光强分布;(a),(b): $z = f - 2\Delta Z$ ;(c),(d): $z = f - \Delta Z$ ;(e),(f): $z = f$ ;(g)–(j):两个不同位置的单个光阱3D光强分布图和 $z$ 方向( $x = 0, y = 0$ )的一维光强分布;(g),(h):焦点处的光阱;(i),(j): $z = f - 2\Delta Z, x = -2\Delta X, y = 2\Delta Y$ 处的光阱

用离子刻蚀技术制作 Dammmann 光栅产生 1D 和 2D 光栅阵列是一种很有效的方法, 根据 (8)—(10) 式的分析, 也可以把 Dammmann 光栅变成环形光栅, 用于产生纵向光栅阵列, 但 Dammmann 光栅中各条小槽缝的宽度相差较大, 如分束比等于 5 的 Dammmann 光栅中最小缝宽为周期的 0.0386 倍, 最大缝宽为周期的 0.345 倍, 若同样取最大圆环半径  $\rho_m = 9.6 \text{ mm}$ , 分为 8 个周期, 设计产生 5 个纵向光栅的环形光栅, 边缘最小带宽仅为  $23 \text{ }\mu\text{m}$ , 还不足 3 个像素的宽度, 用 LC-SLM 制作时, 液晶的边缘效应会对光栅的相位分布带来严重的影响. 相比之下可见, 用我们的设计方法, 以 LC-SLM 为载体制作光栅更具有优越性.

## 4.2 光栅阵列囚禁冷原子和冷分子

我们知道, 当一个二能级原子在非均匀光场中运动时, 由于交流 Stark 效应, 将受到个光场偶

极力的作用, 原子与光场相互作用的偶极势  $U_D$  与光场的光强分布、激光频率  $\omega_l$ 、原子共振频率  $\omega_a$ (或波长  $\lambda_a$ )、原子的自然线宽  $\Gamma$  等参数有关. 原子与光场作用的偶极力  $F_D = -\nabla U_D$ , 原子在光场中运动时还将发生自发辐射, 偶极力和自发辐射速率  $S_{sc}$  同样与上述参数及光场的光强分布有关. 对于  $^{88}\text{Sr}$  原子,  $\lambda_a = 480.86 \text{ nm}$ ,  $\Gamma = 4.48 \text{ MHz}$ , 相对  $\lambda_l = 530 \text{ nm}$  激光的失谐量  $\delta\omega = \omega_a - \omega_l = 5.34 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ,  $^{88}\text{Sr}$  原子的重量为  $1.44 \times 10^{-24} \text{ N}$ , 根据文献 [22] 提供的有关公式, 我们计算了上文中三种光栅阵列囚禁  $^{88}\text{Sr}$  冷原子的光学偶极势、原子与光场作用的偶极力  $F_D$  (以  $^{88}\text{Sr}$  的重量为单位) 以及在光场中光子自发辐射散射速率  $S_{sc}$ , 计算结果列于表 2. 从表 2 可以看出, 借助我们设计的光栅, 用较小的激光功率产生光栅阵列, 其光学偶极势达 mK 量级, 原子在光场中所受到的引力远大于自身的重量. 这说明了我們提出的光栅阵列完全能够用于囚禁冷原子.

表 2 光栅阵列囚禁  $^{88}\text{Sr}$  冷原子的有关参数

光栅阵列	$\bar{I}_m/\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$	$\overline{(\partial I/\partial x)_{\max}}/\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$	$\overline{(\partial I/\partial z)_{\max}}/\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$	$U_D/\text{mK}$	$S_{sc}/\text{s}^{-1}$	$F_{Dx}/(^{88}\text{Sr 重量})$	$F_{Dz}/(^{88}\text{Sr 重量})$
二维	$2.46 \times 10^{10}$	$2.46 \times 10^{16}$	$1.7 \times 10^{15}$	0.56	2.3	5365	371
纵向	$11.7 \times 10^{10}$	$11.7 \times 10^{16}$	$9.01 \times 10^{15}$	2.66	10.6	25516	1965
三维	$1.19 \times 10^{10}$	$1.20 \times 10^{16}$	$8.24 \times 10^{14}$	0.302	1.46	2914	200

如果把输入激光用的功率增大  $P = 100 \text{ W}$ , 则计算得 3D 光栅阵列的平均峰值光强为  $119 \text{ GW}\cdot\text{m}^{-2}$ , 囚禁  $\text{NH}_3$  分子的光学偶极势达到  $0.39 \text{ mK}$ , 高于 Stark 减速后的冷  $\text{NH}_3$  分子的平均温度 ( $\sim 250 \text{ }\mu\text{K}$ )<sup>[34]</sup>. 2D 和纵向光栅阵列的平均峰值光强更高, 从而有更高的光学势. 因此, 我们提出的光栅阵列方案, 不仅能用来囚禁冷原子, 也能用来囚禁冷分子.

## 5 结论

在文献 [33] 的研究基础上, 我们提出了用 LC-SLM 制作复合型相位光栅、产生 3D 光栅阵列的新方案. 在新方案中, 首先把 1D 矩形光栅转变为能够产生纵向光栅阵列的环形光栅, 环形光栅和 2D 矩形光栅组合构成能用来产生 3D 光栅阵列的复

合光栅. 根据现有的空间光调制器的技术参数模拟仿真设计环形光栅、2D 矩形光栅和复合光栅, 以高斯光波输入、正透镜聚焦, 分别计算了衍射光强分布, 结果表明: 以普通功率的高斯光波为输入光, 三种光栅所产生的光栅阵列都有很高峰值光强和光强梯度, 且光强分布均匀; 用复合光栅在透镜焦点附近产生的 3D  $5 \times 5 \times 5$  光栅阵列, 分布在垂直于光轴的 5 个横向平面上, 每个平面上的光强分布与 2D 正交光栅产生的光栅阵列相似, 沿  $z$  方向的光强分布与环形光栅产生的纵向光栅阵列相似, 相邻光栅沿  $z$  方向 (纵向) 的间距  $\Delta Z = 0.211 \text{ mm}$ , 沿  $x, y$  方向 (横向) 的间距  $\Delta X = \Delta Y = 10.6 \text{ }\mu\text{m}$ . 囚禁  $^{88}\text{Sr}$  冷原子的光学偶极势达到 mK 量级, 对原子的作用力远大于原子的重力. 用大功率激光作为输入光波时, 产生的光栅阵列也能用于囚禁 Stark 减速后的冷分子.



- [1] Tie L, Xue J K 2011 *Chin. Phys. B* **20** 120311
- [2] Wang J J, Zhang A X, Xue J K 2011 *Chin. Phys. B* **20** 080308
- [3] Stoferle T, Moritz H, Gunter K, Kohl M, Esslinger T 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 030401
- [4] Birkel G, Gatzke M, Deutsch I H, Rolston S L, Phillips W D 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 2823
- [5] Matthias W, Andreas H, Axel G, Tilman E, Theodor W H 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4583
- [6] Tasgin M E, Mustecaplioglu Ö E, Oktel M Ö 2007 *Phys. Rev. A* **75** 063627
- [7] Petrosyan D 2007 *Phys. Rev. A* **76** 053823
- [8] Zaleski T A, Kopec T K 2010 *J. Phys. A: Math. Theor.* **43** 425303
- [9] Wang T, Javanainen J, Yelin S F 2007 *Phys. Rev. A* **76** 011601
- [10] McKay D C, DeMarco B 2011 *Rep. Prog. Phys.* **74** 054401
- [11] Jiannis K P, Peter L K 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 107902
- [12] Semmler D, Wernsdorfer J, Bissbort U, Byczuk K, Hofstetter W 2010 *Phys. Rev. B* **82** 235115
- [13] Kastner M. 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 240403
- [14] Kessler D A, Barkai E 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 120602
- [15] Yi L, Mejri S, McFerran J J, Le C Y, Bize S 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 073005
- [16] Hemmerich A, Hänsch T W 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 410
- [17] Friebe S, Andrea C D, Walz J, Weitz M, Hansch T W 1998 *Phys. Rev. A* **57** R20
- [18] Scheunemann R, Cataliotti F S, Hansch T W, Weitz M 1998 *Phys. Rev. A* **62** 051801
- [19] Grynberg G, Robilliard C 2001 *Phys. Rep.* **355** 335
- [20] Dumke R, Volk M, Mither T, Buchkremer F B J, Birkel G, Ertmer W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 097903
- [21] Ji X M, Lu J F, Mu R W, Yin J P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3396 (in Chinese) [纪宪明, 陆俊发, 沐仁旺, 印建平 2006 物理学报 **55** 3396]
- [22] Ji X M, Yin J P 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4163 (in Chinese) [纪宪明, 印建平 2004 物理学报 **53** 4163]
- [23] Mu R W, Lu J F, Xu S U, Ji X M, Yin J P 2009 *J. Opt. Soc. Am. B* **26** 80
- [24] Fatemi F K, Bashkansky M, Dutton Z 2007 *Opt. Express* **15** 3589
- [25] Gabriel M, David E, Jörgen B 2007 *Appl. Opt.* **46** 95
- [26] Lu J F, Zhou Q, Ji X M, Yin J P 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 063701 (in Chinese) [陆俊发, 周琦, 纪宪明, 印建平 2011 物理学报 **60** 063701]
- [27] Qi X Q, Gao C Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 014208 (in Chinese) [齐晓庆, 高春清 2011 物理学报 **60** 014208]
- [28] Zheng H D, Yu Y J, Dai L M, Wang T 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6145 (in Chinese) [郑华东, 于瀛洁, 代林茂, 王涛 2010 物理学报 **59** 6145]
- [29] Yu Y J, Wang T, Zheng H D 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3154 (in Chinese) [于瀛洁, 王涛, 郑华东 2009 物理学报 **58** 3154]
- [30] Zhou Q, Lu J F, Yin J P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 093202
- [31] Zhou Q, Lu J F, Yin J P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 123203
- [32] Liu X, Zhang J, Wu L Y, Gan Y F 2011 *Chin. Phys. B* **20** 024211
- [33] Gu S B, Xu S W, Lu J F, Ji X M, Yin J P 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 153701 (in Chinese) [顾宋博, 徐淑武, 陆俊发, 纪宪明, 印建平 2012 物理学报 **61** 153701]
- [34] Bethlem H L, Crompvoets F M H, Jongma R T, Meerakker S Y T, Meijer G 2002 *Phys. Rev. A* **65** 053416

# Generation of the three-dimensional array of optical trap by spatial light modulator\*

Xu Shu-Wu<sup>1)2)</sup> Zhou Qiao-Qiao<sup>1)</sup> Gu Song-Bo<sup>1)</sup>  
Ji Xian-Ming<sup>1)†</sup> Yin Jian-Ping<sup>2)</sup>

1) ( *Science College, Nantong University, Nantong 226007, China* )

2) ( *State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200062, China* )

( Received 16 February 2012; revised manuscript received 12 June 2012 )

## Abstract

In this paper, a new scheme of generating a three-dimensional array of optical trap is proposed by using a composite phase grating that is fabricated by liquid crystal spatial light modulator. The composite phase grating is formed by combining the circular grating, which is generated by transforming a one-dimensional rectangular grating into a circular grating that can produce the longitudinal array of optical trap, with a two-dimensional rectangular grating. The grating that generates  $5 \times 5 \times 5$  array of optical trap is simulated according to the technical parameters of the spatial light modulator. The output intensity distribution is calculated by using the Gaussian light wave with ordinary power as input light and focusing the diffracting light with lens. The results show that three-dimensional array of optical trap with a very high peak value of intensity and an intensity gradient is obtained around the focus of the lens. The optical dipole potential of trapping cold atoms achieves the order of mK, and the interaction force between the atom and the optical field is much greater than the atom gravity. When the high power laser is used as input light, the generated array of optical trap can also be employed to trap the cold molecules produced by Stark deceleration.

**Keywords:** atomic optics, array of optical trap, spatial light modulator

**PACS:** 37.10.Gh, 37.10.Jk, 42.79.Kr

---

\* Project supported by the Key Program National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11034002), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10904037, 10974055), the National Key Basic Research and Development Program of China (Grant No. 2011CB921602), the Open Research Fund of State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, East China Normal University and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province (Grant No. BK2008183).

† E-mail: jixm@ntu.edu.cn