

基于 0—1 整数线性规划的自屏蔽磁共振成像超导磁体设计

张国庆^{1)2)†} 杜晓纪²⁾ 赵玲²⁾ 宁飞鹏¹⁾²⁾ 姚卫超²⁾ 朱自安²⁾

1) (中国科学院研究生院, 北京 100049)

2) (中国科学院高能物理研究所, 北京 100049)

(2012 年 3 月 7 日收到; 2012 年 6 月 14 日收到修改稿)

本文提出一种基于 0—1 整数线性规划的自屏蔽磁共振成像 (MRI) 超导磁体设计方法. 在磁体线圈可行载流区内按照所用线材尺寸划分网格, 同时综合考虑线材内最大磁感应强度、成像区磁场均匀度、漏场范围等设计要求, 以超导线材使用量最小为目标函数, 采用 0—1 整数线性规划算法得到磁体线圈的初始导线集中区块分布; 然后通过合理的调整限制各分离导线区块截面尺寸及其中心位置, 得到最终易于实际加工和绕制的矩形磁体线圈结构. 并根据不同的约束要求, 该方法也适用于其他结构超导磁体的优化设计. 文中最后给出一个设计实例.

关键词: 磁共振成像, 超导磁体设计, 0—1 整数线性规划

PACS: 87.61.-c, 85.70.Fg, 71.15.Ap

1 引言

磁共振成像 (MRI) 系统作为现代临床医学所必不可少的诊断设备, 相对于其他成像设备, 如 B 超和 CT 等, 具有无辐射损害和高成像质量等优点. MRI 系统主要由磁体、扫描床、梯度线圈、射频线圈、谱仪系统、控制柜、人机对话的操作台、计算机和图像处理器等构成. 磁体是整个 MRI 设备中最为重要的组成部分, 也是制造成本最大, 运行费用最高的部分, 用于提供中心基础磁场 B_0 , 决定着 MRI 设备的成像质量和工作效率. 同时 MRI 设备对基础磁场的强度、均匀度、稳定度及漏场的范围都有着严格的要求, 因而现在的 MRI 磁体设计大多倾向于可以产生高场强、高均匀度、低漏场的自屏蔽超导磁体方案^[1].

MRI 超导磁体的设计优化是磁体制作的基础, 并对整个 MRI 设备的成像质量和生产成本控制起到非常重要的作用, 所以寻求一种简单高效、结果最优的 MRI 超导磁体优化设计方法就显得十分必

要. 已有的 MRI 超导磁体设计方法一般可以归纳为两大类: 一类是直接寻优法, 这类方法既可以在不给定磁体线圈结构初始值的情况下, 对整个可行空间进行全局择优, 也可以预先选定超导磁体的工作电流和基本线圈结构, 以磁体的结构参数为自变量, 成像区域内磁场均匀度、杂散场范围、超导磁体空间体积、磁体能量等为约束条件或目标函数, 使用非线性优化算法如模拟退火算法或遗传算法对超导磁体的结构参数进行局部择优, 得到最终的磁体结构^[2-6]. 但由于 MRI 超导磁体设计是一个多参数、多目标的结构优化问题, 使得该类方法计算量大, 效率较低, 尤其变量较多时更为明显, 如果约束条件的选择及给定的初值不合理时, 将很难得到最优解.

另一类方法是线性规划算法的引入^[7-10]. 先将磁体结构简化, 在超导磁体的可行载流区内划分规则的矩形网格, 把 MRI 超导磁体设计问题等效成一线性规划模型进行求解, 得到该超导磁体的初始电流密度分布, 再根据初始电流密度分布确定磁体线圈的基本结构和位置参数, 然后利用第一类非线

† E-mail: gqzhang@ihep.ac.cn

性寻优算法, 得到最终的矩形化磁体线圈结构. 但由初始电流密度分布来确定磁体基本结构的方法, 在磁体线圈个数和截面形状的选择上仍然具有一定的主观盲目性, 也不易寻到全局最优结果.

而且在上述两类方法的最后阶段, 由于实际绕制磁体要考虑到超导线材的截面尺寸, 对线圈截面进行离散化处理, 以得到整数倍于超导线材的超导线圈结构. 在取整和离散后, 磁体的磁场均匀度等指标通常会有明显下降, 使得设计结果偏离最优解. 因此本文提出一种基于 0—1 整数线性规划的 MRI 超导磁体设计方法, 磁体的可行载流区内按照实际超导线材尺寸大小进行网格划分, 在得到磁体线圈的初始导线集中区块分布后, 再根据区块个数确定线圈数目, 同时调整各区块截面尺寸及中心位置继续线性求解, 矩形化各非矩形截面区块, 最终不仅可以得到满足设计要求的最优超导磁体结构, 同时每个超导线圈均为整数匝和整数层, 有效地避免了已有方法中的取整误差.

2 理论设计方法及说明

MRI 超导磁体设计之前, 根据磁场设计要求和磁体尺寸约束, 估计主线圈和屏蔽线圈的可行载流区及超导线圈上所允许的最大磁感应强度, 选择合适的超导线材并确定运行电流 I_{op} .

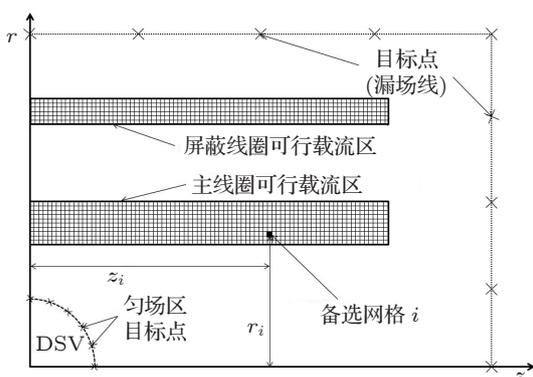


图 1 MRI 磁体可行载流区网格化示意图

由于 MRI 超导磁体具有轴对称结构, 因此在以磁体中心为原点, 磁体轴向为 z 轴方向的圆柱坐标系 (r, z, φ) 中, 对超导磁体可行载流区进行如图 1 所示的网格化, 网格大小与超导线材的截面尺寸相同, 并对网格取整及相应调整可行载流区的边界, 得到主线圈可行载流区内网格数 N_1 , 屏蔽线圈可行载流区内网格数 N_2 和每个网格的中心位置坐

标. 这样每个矩形网格便是位于可行载流区内一匝矩形截面线圈, 其所产生的空间磁场可等效为一位于矩形网格中心位置理想电流环所产生的磁场, 电流为 I_{op} . 而且对于复合低温超导线材, 当其处于超导状态时, 运行电流便集中在良导体基体所包裹的超导丝内, 所以上面的简化也更符合 MRI 超导磁体运行时电流在线圈中离散分布的状态.

同时在 MRI 球形成像区 (diameter sensitive volume, DSV) 和漏场区边界上分别选取 M_1 个匀场目标点 (DSV field) 及 M_2 个漏场目标点 (leak field), 分别加以约束, 以满足 MRI 超导磁体成像区内磁场均匀度和磁体外漏场范围的设计要求.

处在空间位置为 (r_i, z_i) 的第 i 个矩形网格在空间坐标为 (R_j, Z_j) 的第 j 个目标点上所产生的磁场可由下式给出 [11]:

$$B_r(R_j, Z_j)_i = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Z_j - z_i}{R_j} \sqrt{(R_j + r_i)^2 + (Z_j - z_i)^2} \times \left[K(k(R_j, Z_j)_i) - \frac{R_j^2 + r_i^2 + (Z_j - z_i)^2}{(R_j - r_i)^2 + (Z_j - z_i)^2} \times E(k(R_j, Z_j)_i) \right] I_{op} = A_{ji} I_{op}, \quad (1)$$

$$B_z(R_j, Z_j)_i = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{R_j \sqrt{(R_j + r_i)^2 + (Z_j - z_i)^2}} \times \left[K(k(R_j, Z_j)_i) - \frac{R_j^2 - r_i^2 + (Z_j - z_i)^2}{(R_j - r_i)^2 + (Z_j - z_i)^2} \times E(k(R_j, Z_j)_i) \right] I_{op} = B_{ji} I_{op}, \quad (2)$$

其中, B_r 和 B_z 分别为目标点上磁场的径向与轴向分量, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m/A}$ 为真空磁导率, 式 $E(\cdot)$ 和 $K(\cdot)$ 分别为第一类和第二类椭圆积分, $k(R_j, Z_j)_i$ 由下式确定:

$$k(R_j, Z_j)_i = \left(\frac{4R_j r_i}{(R_j + r_i)^2 + (Z_j - z_i)^2} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

则在目标点 j 的总磁场便是可行载流区内所有网格在该目标点处产生的磁场之和, 即

$$B_r(R_j, Z_j) = \left(\sum_{i=1}^{N_1} A_{ji} e_i - \sum_{i=N_1+1}^{N_1+N_2} A_{ji} e_i \right) I_{op}. \quad (4)$$

$$B_z(R_j, Z_j) = \left(\sum_{i=1}^{N_1} B_{ji} e_i - \sum_{i=N_1+1}^{N_1+N_2} B_{ji} e_i \right) I_{op}, \quad (5)$$

其中, 括号内第二项为屏蔽线圈对目标点磁场的贡献. 同时引入可行载流区内网格虚实因子 e_i , 取值为 0 和 1, 当 $e_i = 0$ 时, 说明第 i 个网格为虚, 对目标点磁场没有贡献; 反之当 $e_i = 1$ 时, 说明第 i 个网格为实, 对目标点磁场有贡献.

采用矩阵形式, 可行载流区在目标点的磁场就可写成

$$B_r = I_{op} A e, \quad (6a)$$

$$B_z = I_{op} B e, \quad (6b)$$

其中, A 和 B 为 $(M_1 + M_2) \times (N_1 + N_2)$ 阶系数矩阵, 矢量 e 为确定每个网格虚实的结果矩阵.

所使用超导线材总长度由下式得到:

$$L_{sc} = \sum_{i=1}^{N_1+N_2} 4\pi r_i e_i, \quad (7)$$

根据文献 [12], 只需要对匀场区磁场的轴向分量 B_z 加以约束就能满足整个 MRI 超导磁体所要求的成像区磁场均匀度. 同时如果漏场区边界上磁场的 $B_{z,shield}$ 和 $B_{r,shield}$ 分别小于 4.5 G ($1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$) 和 3 G 便能实现漏场区域外的磁场低于 5 G^[7].

对于 MRI 超导磁体, 超导线材使用量的多少往往决定着该超导磁体制造成本的高低, 所以我们以超导线材使用量最少即使用超导线材总长度最短为目标函数, 磁场均匀度、5 G 线范围为约束条件, 得到如下基于 0—1 整数线性规划的 MRI 超导磁体优化设计模型:

目标函数:

$$\min \sum_{i=1}^{N_1+N_2} 4\pi r_i e_i, \quad (8a)$$

约束条件:

$$\begin{aligned} |I_{op} B e - B_0|_{DSVfield} &\leq \varepsilon B_0, \\ |I_{op} B e|_{leakfield} &\leq B_{z,shield}, \\ |I_{op} A e|_{leakfield} &\leq B_{r,shield}, \\ e_i &= 0 \quad \text{或} \quad e_i = 1, \end{aligned} \quad (8b)$$

其中, ε 取 (1—10)ppm ($\text{ppm} = 10^{-6}$).

求解该线性规划模型, 就可以得到超导磁体线圈的初始导线集中区块分布. 而且在求解过程中, 以用线量最少为优化目标可以使处于磁体径向内层的主线圈自动向内部压缩, 以漏场为约束条件可以使处于磁体径向外层的屏蔽线圈自动向外压缩, 因而经过该线性规划求解能够得到较为紧密的导线分布区块, 更有利于下一步磁体线圈的矩形化.

然后综合考虑各导线集中区块的个数和形状, 确定所需超导线圈的数目, 通过逐个调整各集中区块轴向、径向的边界范围及中心位置, 对每个区块进行矩形化. 此过程中的每一步结果都直观明了, 并可以通过对径向厚度最大的区块进行径向约束, 有效地减小磁体线圈上的最大磁场强度. 同时优化算法是基于线性规划, 使得优化效率更高. 区块矩形化结束后, 得到主线圈和屏蔽线圈的最终截面参数.

同时超导磁体线圈结构的复杂程度、超导线材上最高磁感应强度的大小都将影响着 MRI 超导磁体制造成本的高低. 因此在后面的设计实例中, 我们将给出基于中低场超导线材, 中心场为 1.5 T, 成像区为 50 cm 球的易付诸实际制作的自屏蔽 MRI 超导磁体设计. 并且对于相同的 MRI 超导磁体设计要求, 不同的优化设计方法总会趋于相近的最优设计方案^[13].

3 设计实例和讨论

应用文中所述设计方法, 我们给出一个中心场为 1.5 T, 成像区为 50 cm 球的自屏蔽 MRI 超导磁体设计实例. 所选用单一矩形截面超导线材的主要参数如表 1 所示.

表 1 NbTi 超导线材主要性能参数

| 铜超比 | 绝缘尺寸/mm | 裸线尺寸/mm | RRR | $I_c(4.2 \text{ K}, 5 \text{ T})$ |
|-------|-----------|-----------|-------|-----------------------------------|
| 4 : 1 | 1.80×1.20 | 1.70×1.10 | > 100 | > 1060 A |

基于超导线材的临界特性曲线及磁体安全运行裕度, 将磁体运行电流定为 $I_{op} = 400$ A, 且超导线材内最大磁感应强度小于 5 T. 超导磁体可行载流区网格化后, 以中心目标场 1.5 T, 成像区磁场均匀度小于 10 ppm, 漏场 5 G 线分别小于径向 3.5 m 和轴向 4.0 m 为约束条件, 超导线材使用总长度最小为目标函数, 采用 0—1 整数线性规划算法求解得到如图 2 所示可行载流区内最优的初始磁体线圈导线集中区块分布.

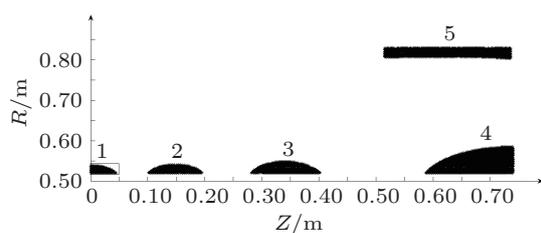


图 2 初始磁体线圈导线集中区块分布

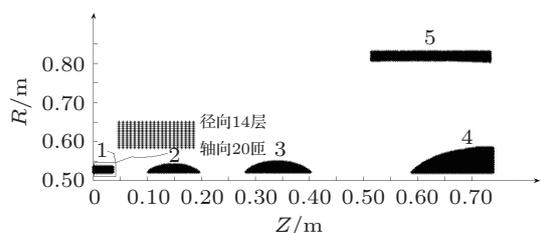


图 3 初始线圈导线集中区块矩形化

将上一步所得每个非矩形导线集中区块确定为一独立的磁体线圈, 分别调整各独立区块的载流区范围及中心位置, 建立新的线性规划模型, 并对其求解, 逐步得到矩形化的线圈结构. 以矩形化区块 1 为例, 内层线圈将沿轴向建立以线圈 1 为内层可行载流区 1 及其他线圈为内层可行载流区 2 的两个独立的可行载流区块, 逐步限制可行载流区 1 的轴向和径向可行载流区范围, 必要时并调整该区块整体位置, 得到带有线圈 1 结构参数约束的新线性规划模型, 再次利用 0—1 整数线性规划算法求解就能得到如图 3 所示已将区块 1 矩形化后

的磁体线圈结构. 这里每个区块一般只需要调整 2 到 3 次就可以得到理想的矩形化线圈.

当所有导线集中区块矩形化结束后, 在得到磁体线圈矩形化后空间位置参数的同时, 也确定了每个线圈的径向层数及轴向匝数, 避免了其他优化方法在超导磁体绕制前因线圈截面尺寸的离散取整造成成像区均匀度下降的影响. 而且该结果也是最接近全局最优解的 MRI 超导磁体结构. 表 2 给出了最终矩形化后的 MRI 超导磁体线圈结构参数.

我们也利用 AYSYS 有限元计算软件对该设计方案进行了结果验证. 验证结果表明在成像区 50 cm 球内磁场的峰峰值不均匀度小于 10 ppm(图 4), 超导线圈上的最高磁感应强度为 4.96 T, 漏场 5 G 线被限定在径向 3.1 m 和轴向 3.7 m 处, 如图 5 所示.

文献 [6] 中给出了相似的磁体结构设计方案, 在均是自屏蔽 MRI 超导磁体, 轴向长度都接近 1.5 m、成像区皆为 50 cm 球且磁场均匀度都小于 10 ppm 的条件下, 文献中超导线圈上的最高磁场达到 7.3 T, 远大于本文的 4.96 T, 而且整个磁体结构也不如本方案紧凑. 可见 0—1 整数线性规划算

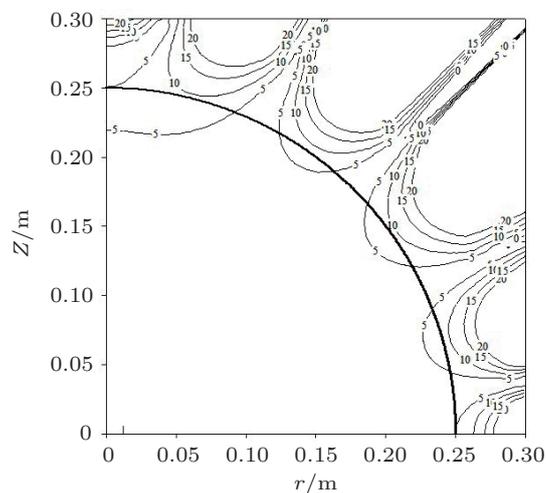


图 4 成像区磁场均匀度 (ppm)

表 2 1.5 T MRI 自屏蔽超导主磁体结构参数

| 线圈 | 径向最小位置/m | 径向层数 | 轴向最小位置/m | 轴向匝数 | 电流 |
|----|----------|------|----------|------|----|
| 1 | 0.52601 | 14 | 0 | 20 | +I |
| 2 | 0.53031 | 14 | 0.10818 | 47 | +I |
| 3 | 0.53166 | 18 | 0.28390 | 61 | +I |
| 4 | 0.52840 | 40 | 0.60406 | 82 | +I |
| 5 | 0.81843 | 18 | 0.52913 | 127 | -I |

法可以给出更接近于全局最优解的 MRI 超导磁体结构. 而且通过不同的磁体设计参数约束, 该方法也适用于其他任意形状成像区域的非对称磁体设计.

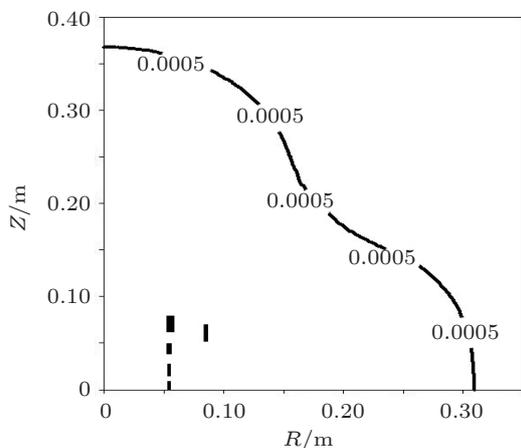


图 5 5 G 线位置

4 结论

本文给出了一种用于自屏蔽 MRI 超导磁体的优化设计方法, 该方法先将磁体可行载流区按照选用超导线材尺寸进行网格划分, 每个网格等效为理想的电流环并计算其所产生的空间磁场, 以磁场均匀度、漏场范围为约束条件, 线材总长度最小为目标函数, 基于 0—1 整数线性规划算法求出磁体主线圈和屏蔽线圈的初始导线集中区块分布, 然后将每个非矩形区块矩形化, 得到最终的磁体结构. 利用这种方法在后期的区块矩形化过程中, 能够得到满足设计要求的最接近全局最优解的 MRI 超导磁体结构, 而且所得磁体线圈均为整数匝, 有效地避免了通常设计方法中后期的取整误差.

同时该方法基于线性规划算法, 优化效率更高, 优化结果简洁直观, 并可以根据不同的设计要求及约束条件, 进行不同结构的超导磁体优化设计.

- [1] Lvovsky, Jarvis P 2005 *IEEE Trans. Applied Superconductivity* **15** 1317
- [2] Shaw N R, Ansoorge R E 2002 *IEEE Trans. Applied Superconductivity* **12** 733
- [3] Viktor Vegh, Tieng Q M, Bpereton I M 2009 *Concepts in Magnetic Resonance Part B* **35B**(3) 180
- [4] Noguchi S, Ishiyama A 1996 *IEEE Trans. Magn* **32** 2655
- [5] Felipe Campelbo, So Noguchi, Hajime Igarashi 2006 *IEEE Trans. Applied Superconductivity* **16** 1316
- [6] Gautam Sinha, Ravishankar Sundararaman, Gurnam Singh 2008 *IEEE Trans. Magn* **44** 2351
- [7] Xu H, Conolly S M, Scoot G C, Albert Macovski 2000 *IEEE Trans. Magn* **36** 476
- [8] Wang C Z, Wang Q L, Zhang Q 2010 *IEEE Trans. Applied Superconductivity* **20** 706
- [9] Wang Q L, Xu G X, Dai Y M, Zhao B Z, Yan L G, Keeman Kim 2009 *IEEE Trans. Applied Superconductivity* **19** 2289
- [10] Wu W, He Y, Ma L Z, Huang W X, Xia J W 2009 *Chin. Phys. C* **33** 1
- [11] Wang Q L 2008 *The Science of High Magnetic Field Superconducting Magnet* (Beijing: Science Press) p54–55 (in China) [王秋良 2008 高磁场超导磁体科学 (北京: 科学出版社) 第 54—55 页]
- [12] Garrett M W 1967 *J. Appl. Phys* **38** 2563
- [13] Cheng YCN, Brown RW, Thompson MR, Eagan TP, Shvartsman SM 2004 *IEEE Trans. Applied Superconductivity* **14** 2008

0—1 integer linear programming for actively shielded magnetic resonance image (MRI) superconducting magnet design

Zhang Guo-Qing^{1)2)†} Du Xiao-Ji²⁾ Zhao Ling²⁾ Ning Fei-Peng¹⁾²⁾
Yao Wei-Chao²⁾ Zhu Zi-An²⁾

1) (*Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

2) (*Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

(Received 7 March 2012; revised manuscript received 14 June 2012)

Abstract

Here introduced is an optimization design method for actively shielded magnetic resonance image (MRI) superconducting magnet based on the integer linear programming. The feasible coil space is densely divided by an array of candidate squares and, its size is determined by the size of actual superconducting wire. The 0—1 integer linear programming method is adopted to obtain the initial wire concentrated region of coils by comprehensively considering superconductivity wire consumption, magnetic field intensity inside the superconductors, homogeneity in imaging region and the range of leak fields. Then by reasonably adjusting the position and section size of the wire concentrated region for the next calculation, the final MRI superconducting magnet structure with rectangular section coils is obtained. The method is based on the full size of the superconducting wire, which makes the MRI superconducting magnet design more feasible and has greater advantage for the actual fabrication. With different constraints, the method can also be used for other superconducting magnet design. Finally an example of the MRI magnet optimal design is presented.

Keywords: MRI, superconducting magnet design, 0—1 Integer linear programming

PACS: 87.61.—c, 85.70.Fg, 71.15.Ap

† E-mail: gqzhang@ihep.ac.cn