

# 运动双原子与光场依赖强度耦合系统中的纠缠操纵与量子态制备\*

刘小娟<sup>†</sup> 周并举 刘一曼 姜春蕾

(湖南科技大学物理学院, 湘潭 411201)

(2012年5月28日收到; 2012年6月20日收到修改稿)

将 Tavis-Cummings 模型推广到同时考虑原子运动及与光场依赖强度耦合的情况. 运用原子约化熵和 Concurrence 操纵了该系统在真空场、弱相干场和强相干场条件下, 双原子-场之间以及双原子之间纠缠演化特性. 以此为依据, 选择双原子与场相互作用时间、选取双原子纠缠因子、调节场模结构参数, 控制系统纯态概率幅和选择测量, 制备了双原子-场 W 类态、双原子 Bell 态、Bell 态原子保真态、光场的单光子态、双光子态及稳定的数态. 实现了双原子 Bell 态突然产生及有限时间内的保持、Bell 态原子周期量子回声的形成及其信息(态)持续保真. 结果表明, 该系统具有强大的量子信息功能, 为量子信息处理的实验实现提供了物理载体和理论参数.

**关键词:** 运动双原子, 依赖强度耦合, 纠缠操纵, 量子态制备

**PACS:** 03.65.Ud, 03.67.-a, 42.50.-p, 03.67.-a

## 1 引言

量子世界的奇妙性起源于神奇的量子态. 量子态在量子信息领域中不仅作为信息单元<sup>[1]</sup>, 而且作为量子通信、量子计算和量子密码术中的信息载体<sup>[2]</sup>. 量子信息处理是通过对量子态的各种相干性进行计算、编码和传输, 归根结底是对量子态的操纵过程<sup>[3]</sup>.

与光场相互作用的双原子模型中含有丰富的量子态, 是重要的量子信息系统. 如, 双原子-场 W 类态和双原子 Bell 态, 不仅在量子信息处理中用作量子信道<sup>[4]</sup>, 也是量子隐形传态中的关键资源; 光场的单光子态, 是量子密钥分配核心组成部分<sup>[5]</sup>; 双光子态则是多光子纠缠态的基础, 在量子光刻和量子成像方面有重要应用<sup>[6]</sup>; 数态具有良好的非经典性质. 然而, 系统不可避免受到环境噪声的影响, 环境噪声导致编码的量子态从量子相干叠

加态退化为经典态, 使量子信息(态)严重失真, 是阻碍量子信息存储和量子计算的主要因素<sup>[7]</sup>. 因此, 量子态的制备、保持和保真, 在量子信息处理中起着举足轻重的作用.

Tavis-Cummings(T-C)<sup>[8]</sup>模型是描述光场与双原子相互作用的理想模型, 人们对此展开了研究<sup>[9,10]</sup>. 但这些研究中, 既没有考虑原子对光场强度的依赖耦合, 也忽略了原子的运动. 一方面, 为反映原子与光场相互作用对强度依赖性, Buck 和 Sukmar<sup>[11]</sup>提出了依赖强度耦合 J-C 模型. 该模型在原子信息熵压缩<sup>[12]</sup>, 原子周期量子回声<sup>[13]</sup>、原子与双模场多光子过程的纠缠量度与制备<sup>[14]</sup>等方面有着重要应用. 另一方面, 一些作者对含原子运动的各类 J-C 模型中量子特性进行了研究<sup>[15-17]</sup>. 这些研究表明, 原子与光场相互作用对强度依赖性以及原子运动所引起的量子效应是不容忽视的. 然而, 对同时考虑原子运动和光场依赖强度耦合 T-C 模型的研究未见报道.

\* 国家自然科学基金(批准号: 11074072)、湖南省自然科学湘潭联合基金(批准号: 10JJ9002)、湖南省自然科学基金(批准号: 09JJ3012)、湖南省教育厅(批准号: 10A032)和中国科学院红外物理国家重点实验室(批准号: 201118, 201119)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: lxjdx1987@163.com

本文将 T-C 模型推广到同时考虑原子运动及与光场依赖强度耦合的情况. 分别运用原子约化熵<sup>[18]</sup>和 Concurrence<sup>[19]</sup>, 数值操纵了双原子-光场和双原子之间纠缠演态演化曲线. 以此为依据, 选择原子与光场相互作用时间、选取双原子初始纠缠因子、调节场模结构参数, 控制态的概率幅和选择测量, 制备了双原子-场的 W 类态、双原子的 Bell 态、Bell 态原子的保真态、光场的单光子态、双光子态及稳定的数态. 实现了原子 Bell 态的突然产生及保持、Bell 态原子周期量子回声的形成及其信息(态)持续保真操纵. 分析了物理实质, 由此获得出一些新的结果, 表明该模型具有强大的量子信息功能, 为量子信息处理的实验实现提供了物理系统和理论依据.

## 2 模型及其解

将文献 [9] 中的 T-C 模型推广到同时考虑双原子运动和与光场依赖强度耦合情况. 旋波近似下该系统的哈密顿量为

$$H = H_0 + H_I, \quad (1)$$

$$H_0 = \omega a^+ a + \omega_0 \sum_{j=1}^2 S_3^{(j)}, \quad (2)$$

$$H_I = gf(z) \sum_{j=1}^2 [S_+^{(j)} a \sqrt{a^+ a} + \sqrt{a^+ a} a^+ S_-^{(j)}], \quad (3)$$

式中,  $a^+$  和  $a$  是频率为  $\omega$  的光场的产生和湮没算符,  $S_3^j$  和  $S_{\pm}^j$  是第  $j$  个二能级原子的赝自旋算符,  $\omega_0$  为原子的跃迁频率,  $g$  是光场和两原子的耦合常数,  $\sqrt{a^+ a}$  为耦合强度相关量.

设原子沿腔场的  $z$  轴方向运动, 只需考虑场模  $f(z)$  形式函数对  $z$  的依赖关系. 原子运动可具体表述为<sup>[15]</sup>

$$f(z) \rightarrow f(vt) = \sin\left(\frac{p\pi vt}{L}\right), \quad (4)$$

式中,  $v$  表示原子运动速度,  $p$  是长度为  $L$  的腔模的

半波数. 本文仅考虑共振情况, 即  $\omega_0 = \omega$ . 假设双原子初始处于类 Bell 态

$$|\psi_a(0)\rangle = \cos\vartheta|1, 0\rangle + \sin\vartheta|0, 1\rangle, \quad (5)$$

式中,  $0 \leq \vartheta \leq \pi$  为双原子初始纠缠因子,  $|1\rangle(|0\rangle)$  为原子的激发态(基态). 本文设定, 第一类 Bell 态表示为

$$|\beta_1\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1, 0\rangle - |0, 1\rangle), \quad (6)$$

第二类 Bell 态表示为

$$|\beta_2\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1, 0\rangle + |0, 1\rangle). \quad (7)$$

考虑光场初始处于相干态

$$|\psi_f(0)\rangle = |\alpha\rangle = \sum_n F_n |n\rangle, \quad (8)$$

其中

$$F_n = \exp\left(\frac{-\bar{n}}{2}\right) \frac{\bar{n}^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{n!}} \exp(i\beta), \quad (9)$$

式中,  $\bar{n}$  为光场的平均光子数,  $\beta$  为光场的位相角, 本文取  $\beta = 0$ . 特别地, 当  $n = 0, \bar{n} = 0, |\psi_f(0)\rangle = |0\rangle$ , 光场为真空态, 是相干态的特例.

设初始时刻全系统(双原子与光场)处于分离态

$$|\psi_s(0)\rangle = \sum_n F_n |n\rangle \otimes (\cos\vartheta|1, 0\rangle + \sin\vartheta|0, 1\rangle). \quad (10)$$

在相互作用绘景中, 全系统在任意  $t$  时刻为纯态

$$\begin{aligned} |\psi_s(t)\rangle = & A_n(t)|1, 1, n-1\rangle + B_n(t)|1, 0, n\rangle \\ & + C_n(t)|0, 1, n\rangle \\ & + D_n(t)|0, 0, n+1\rangle, \end{aligned} \quad (11)$$

并满足薛定谔方程

$$i \frac{d}{dt} |\psi_s(t)\rangle = H_I |\psi_s(t)\rangle. \quad (12)$$

利用正交性关系以及初始条件, 解方程 (12) 式可得

$$A_n(t) = \sum_n^{\infty} \left\{ -i \frac{n F_n}{\sqrt{4n^2 + 4n + 2}} (\cos\vartheta + \sin\vartheta) \sin(\sqrt{4n^2 + 4n + 2} g\theta(t)) \right\}, \quad (13)$$

$$B_n(t) = \sum_n^{\infty} \frac{1}{2} F_n \left\{ (\cos\vartheta + \sin\vartheta) \cos(\sqrt{4n^2 + 4n + 2} g\theta(t)) + (\cos\vartheta - \sin\vartheta) \right\}, \quad (14)$$

$$C_n(t) = \sum_n^{\infty} \frac{1}{2} F_n \left\{ (\cos\vartheta + \sin\vartheta) \cos(\sqrt{4n^2 + 4n + 2} g\theta(t)) - (\cos\vartheta - \sin\vartheta) \right\}, \quad (15)$$

$$D_n(t) = \sum_n^{\infty} \left\{ -i \frac{(n+1)F_n}{\sqrt{4n^2+4n+2}} (\cos \vartheta + \sin \vartheta) \sin(\sqrt{4n^2+4n+2}g\theta(t)) \right\}, \quad (16)$$

式中  $|A_n(t)|^2$ ,  $|B_n(t)|^2$ ,  $|C_n(t)|^2$ ,  $|D_n(t)|^2$  满足归一化条件. 时间因子<sup>[15]</sup>

$$g\theta(t) = [1 - \cos(pgt)]/pg. \quad (17)$$

同时, 对 (11) 式中光场求迹, 在基矢  $|10\rangle$ ,  $|01\rangle$ ,  $|11\rangle$  和  $|00\rangle$  中双原子约化密度矩阵为

$$\begin{aligned} \rho_a(t) = & \rho_{11}(t)|11\rangle\langle 11| + \rho_{22}(t)|10\rangle\langle 01| \\ & + \rho_{33}(t)|01\rangle\langle 10| \\ & + \rho_{44}(t)|00\rangle\langle 00| + \rho_{23}(t)|10\rangle\langle 10| \\ & + \rho_{32}(t)|01\rangle\langle 01|, \end{aligned} \quad (18)$$

其中, 矩阵元

$$\begin{aligned} \rho_{11} = & |A_n(t)|^2, \quad \rho_{22} = |B_n(t)|^2, \\ \rho_{33} = & |C_n(t)|^2, \quad \rho_{44} = |D_n(t)|^2, \\ \rho_{23} = & B_n(t)C_n^*(t) = \rho_{32}^*. \end{aligned} \quad (19)$$

可以证明, 本  $\rho_a(t)$  征值的表达式为

$$\begin{aligned} \lambda_1 = & \rho_{11}, \quad \lambda_2 = \rho_{44}, \\ \lambda_{3,4} = & \frac{1}{2} \left( \rho_{22} + \rho_{33} \pm \sqrt{(\rho_{22} - \rho_{33})^2 + 4|\rho_{32}|^2} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

### 3 纠缠的量度及保真

双原子与光场的依赖强度耦合不仅导致双原子-光场之间产生纠缠, 也会使双原子之间呈现纠缠. 因此, 我们研究的是三体纠缠系统.

#### 3.1 双原子 - 光场的纠缠态

双原子 - 光场构成封闭的全系统, 任意时刻总是处于纯态, 可用原子约化熵作为双原子 - 场之间纠缠度. 对于  $2 \times 2$  系统原子约化熵定义为<sup>[17]</sup>

$$S_a(t) = - \sum_{i=1}^4 \lambda_i \ln \lambda_i, \quad (21)$$

其中,  $\lambda_i$  是  $\rho_a(t)$  的本征值, 由 (19) 式确定, 取值范围  $0 \leq S_a(t) \leq 1.4$ . 若  $S_a(t) = 1.4$  或  $0$ , 表明双原子 - 场之间处在最大纠缠态或分离态; 若  $0 < S_a(t) < 1.4$ , 双原子 - 场处于一般纠缠态. 因此,  $S_a(t)$  的演化曲线既反映了双原子 - 场之

间纠缠度演化, 也是双原子 - 场之间纠缠态的演化规律.

#### 3.2 双原子之间的纠缠态

全系统中的双原子是开放子系统. 态的演化由 (17) 式描述, 一般是混合态. 对于这类  $2 \times 2$  系统混合态的纠缠度可采用 Concurrence 来量度, 其定义为<sup>[18]</sup>

$$C(t) = \max(0, \sqrt{\pi_1} - \sqrt{\pi_2} - \sqrt{\pi_3} - \sqrt{\pi_4}), \quad (22)$$

式中,  $\pi_i (i = 1, 2, 3, 4)$  是厄密矩阵  $\mathbf{R} = \rho_a(t)(\sigma_y \otimes \sigma_y)\rho_a(t)^*(\sigma_y \otimes \sigma_y)$  的按从大到小排列的本征值,  $\sigma_y$  为泡利矩阵,  $\rho_a(t)$  是原子约化密度矩阵.  $\mathbf{R}$  的本征值可表达为

$$\begin{aligned} \pi_1 = & C_{11}, \quad \pi_2 = C_{44}, \\ \pi_{3,4} = & \frac{1}{2} \left( C_{22} + C_{33} \pm \sqrt{(C_{22} - C_{33})^2 + 4|C_{32}|^2} \right), \end{aligned} \quad (23)$$

其中,

$$\begin{aligned} C_{11} = & \rho_{11}\rho_{44}^*, \quad C_{44} = \rho_{11}^*\rho_{44}, \\ C_{22} = & \rho_{32}^*\rho_{23} + \rho_{23}^*\rho_{32}, \\ C_{33} = & \rho_{22}^*\rho_{23} + \rho_{23}^*\rho_{22}, \\ C_{32} = & \rho_{32}^*\rho_{33} + \rho_{33}^*\rho_{32}, \end{aligned} \quad (24)$$

式中,  $\rho_{ij}$  由 (18) 式所确定. 当  $C(t) = 0$  或  $1$  时, 表示双原子处于分离态或最大纠缠态; 当  $0 < C(t) < 1$  时, 双原子处于一般纠缠态. 因此,  $C(t)$  的纠缠度演化曲线实质上是双原子之间纠缠态的演化规律.

#### 3.3 Bell 态原子的保真态

初始处于  $|\beta_i(0)\rangle (i = 1, 2)$  态的原子, 若满足关系

$$|\beta_i(nT)\rangle = |\beta_i(0)\rangle, \quad (25)$$

称 Bell 态原子处于周期为  $T$  的保真态, 表明双原子产生周期为  $T$  的量子回声<sup>[17]</sup>; 若任意时刻恒满足关系式

$$|\beta_i(t)\rangle = |\beta_i(0)\rangle, \quad (26)$$

称 Bell 态原子处于持续的保真态. 它们反映双原子最大纠缠信息 (态) 在传输过程中完全保真.

## 4 纠缠演化及量子态制备

全系统任意时刻处在 (11) 式描述的纯态  $|\psi_s(t)\rangle$ , 是由四个可能的子状态  $|1, 1, n-1\rangle, |1, 0, n\rangle, |0, 1, n\rangle$  和  $|0, 0, n+1\rangle$  分别按概率幅  $A_n(t), B_n(t), C_n$  和  $D_n$  相干叠加而成. 因此, 控制了四个概率幅, 可以在  $|\psi_s(t)\rangle$  中编码出无穷多的信息, 即全系统、双原子及光场可呈现不同的量子态, 同时, 由于确定了  $\rho_a(t)$  和  $\mathbf{R}$  的本征值, 也控制了  $S_a(t)$  和  $C(t)$  的纠缠演化. 反之, 通过数值操纵  $S_a(t)$  和  $C(t)$  的演化曲线, 可获得对应情况下四个概率幅的参数, 探究其物理实质, 进一步操纵该系统中量子态制备、保持和量子信息的保真.

### 4.1 双原子场的 W 类态

W 类态是双原子与场之间的三体纠缠态, 在纠缠态演化曲线中体现为  $0 < C(t) < 1$ , 同时  $0 < S_a(t) < 1.4$ .

#### 4.1.1 纠缠度演化曲线

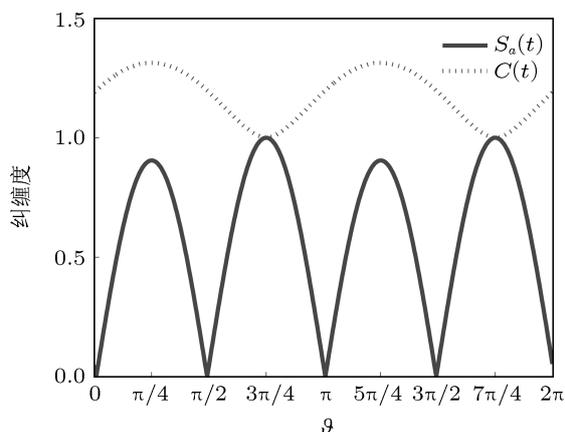


图 1 纠缠度随纠缠因子  $\vartheta$  演化 (实线为  $C(t)$ , 虚线为  $S_a(t)$ ), 其中  $\bar{n} = 0, p = 1, gt = \pi$

图 1 是  $\bar{n} = 0$  (真空场) 条件下, 调节场模结构参数  $p = 1$ , 选取原子与场相互作用时间  $gt = \pi$  时,  $C(t)$  和  $S_a(t)$  ( $S_a(t)$  的纵轴坐标原点为 1, 下同) 随双原子纠缠因子  $\vartheta$  变化的曲线. 显然, 当  $\vartheta \neq (2n+1)\pi/2$  和  $(2n+1)3\pi/4$  时, 总是

有  $0 < S_a(t) < 1.4$  和  $0 < C(t) < 1$ , 表明了双原子-场处于纠缠态的同时, 双原子之间也为纠缠态, 即全系统处于三体纠缠态.

#### 4.1.2 W 类态的制备

真空场是相干场  $n = 0$  的特例. 在 (11) 中令  $n = 0$ , 则系统初态

$$|\psi_s(0)\rangle = A_0|1, 1, 0\rangle + B_0|1, 0, 1\rangle + C_0|0, 1, 1\rangle + D_0|0, 0, 2\rangle. \quad (27)$$

依据图 1 中的曲线参数, 调节  $p = 1, gt = \pi, \vartheta = \pi/4 (\neq 0, \pi/23, \pi/4)$  代入 (10)-(13) 式, 控制概率幅取值为  $A_0 \equiv 0$ , 而  $B_0, C_0, D_0 \neq 0$ , 使得系统态为

$$|\psi_s(\pi)\rangle = B_0|1, 0, 1\rangle + C_0|0, 1, 1\rangle + D_0|0, 0, 2\rangle, \quad (28)$$

若将单光子态  $|1\rangle$  记为  $|0\rangle$ , 双光子态  $|2\rangle$  记为  $|1\rangle$ , 重写 (29) 式

$$|\psi_s(\pi)\rangle = B_0|1, 0, 0\rangle + C_0|0, 1, 0\rangle + D_0|0, 0, 1\rangle. \quad (29)$$

至此, 我们将与真空场耦合的运动双原子系统制备成了 W 纠缠类态. 由于它的纠缠具有强健性, 即对其中一个子系统做部分求迹, 剩下的两子系统仍然处于纠缠态, 它成为量子中继站和量子通信中的重要物理资源.

## 4.2 双原子的 Bell 态

将初始处于分离态和一般纠缠态的双原子制备成 Bell 态及其保持的问题, 是实现量子通信的关键任务, 也是本小节研究内容.

#### 4.2.1 纠缠度演化曲线

图 2(a), (b) 展示了强场  $\bar{n} = 30 (\bar{n} \gg 1)$  条件下,  $p = 1, \vartheta = 0$  和  $\vartheta = \pi/8$  时,  $C(t)$  和  $S_a(t)$  时间演化曲线. 显然, 两者均为周期  $2\pi$  的近似矩形波,  $C(t)$  开口朝下, 而  $S_a(t)$  开口朝上, 在  $\pi/8$  时刻  $C(t)$  突然增大到 1, 并在  $\Delta T = \pi/8 \sim 15\pi/8$  时域内保持为 1, 而  $S_a(t)$  在  $\pi/8$  时刻突然减为 0, 并在  $\Delta T$  内持续为 0;  $C(t)$  和  $S_a(t)$  在  $2\pi$  时刻回复到初始值. 曲线表明, 在  $\pi/8$  时刻可能突然产生双原子 Bell 态 ( $C(t) = 1$ ), 并在  $\Delta T$  内持续保持.

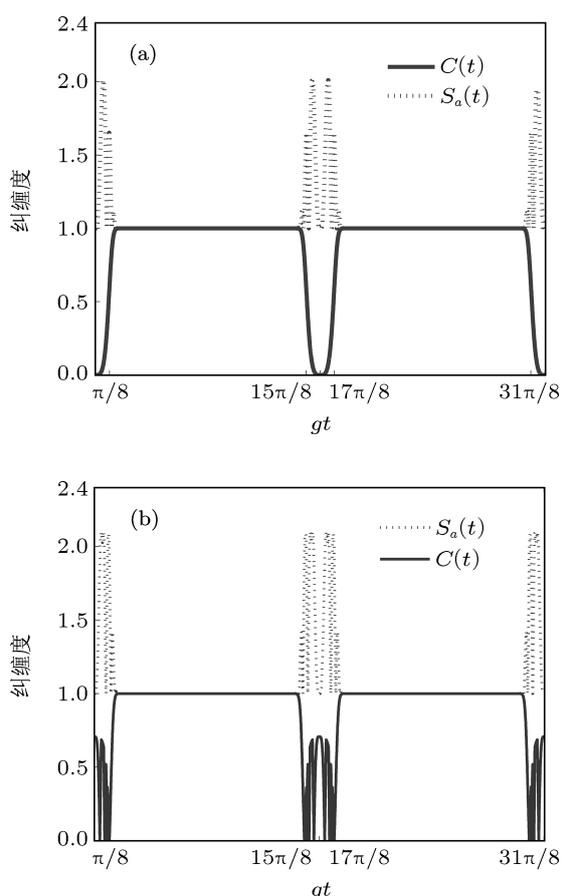


图2 纠缠度的时间演化, 虚线为  $S_a(t)$ , 实线为  $C(t)$ , 其中  $\bar{n} = 30, p = 1$ . (a)  $\vartheta = 0$ ; (b)  $\vartheta = \pi/8$

#### 4.2.2 Bell 态的突然产生及保持

以图 2(a),(b) 曲线为依据, 选取两原子初始为分离态 ( $\vartheta = 0$ ) 或一般纠缠态 ( $\vartheta = \pi/8$ ), 在  $\Delta T = \pi/8 \sim 15\pi/8$  时域内任选原子和场相互作用时间 (如  $gt = \pi/8, \pi, 15\pi/8$ ), 控制四个概率幅取值为

$$\begin{aligned} A_n(t) &= D_n(t) \equiv 0, \\ B_n(t) &= -C_n(t) \equiv \sqrt{2}/2, \end{aligned} \quad (30)$$

这决定了  $\rho_a(t)$  的本征值为  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_4 = 0, \lambda_3 = 1$ , 对应,  $S_a(t) = 0$ .  $R$  的本征值为  $\pi_1 = \pi_2 = \pi_4 = 0, \pi_3 = 1$ , 对应  $C(t) = 1$ , 结论与曲线相符.

另一方面, 由 (11) 式可知, 系统的态为

$$|\psi_s(t)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1, 0\rangle - |0, 1\rangle) \otimes |n\rangle, \quad (31)$$

即双原子 - 场处于解纠缠态. 同时, (18) 式描述的双

原子态演化为

$$\begin{aligned} \rho_a(t) &= \frac{1}{2}(|1, 0\rangle\langle 0, 1| + |0, 1\rangle\langle 1, 0| - |1, 0\rangle\langle 1, 0| \\ &\quad - |0, 1\rangle\langle 0, 1|) \\ &= |\beta_1\rangle\langle \beta_1|, \end{aligned} \quad (32)$$

显然, 这正是 (6) 式描述的第一类 Bell 态.

以上结果表明, 通过与强相干场耦合, 初始为分离或一般纠缠态的运动双原子能瞬间制备 (突然产生) 为第一类 Bell 态, 并在  $\Delta T$  时域内保持, 周期为  $2\pi$ . 物理上, 对应着瞬间斩断了双原子与场的纠缠, 并在  $\Delta T$  内双原子 - 场持续处于解纠缠态 ( $S_a(t) = 0$ ). 这种瞬间抑制环境 (场) 影响的性质, 有利于低噪声量子通信的实验实现.

### 4.3 Bell 态原子的周期保真态

在环境的耦合下, 初始处于 Bell 态的双原子容易出现消相干或退纠缠, 这严重妨碍了量子通信和量子计算的实现. 研究 Bell 态保真问题显得尤为重要.

#### 4.3.1 纠缠度演化曲线

图 3(a), (b) 表明了  $\vartheta = \pi/4; p = 1$  时, 分别在真空场 ( $\bar{n} = 0$ )、弱相干场 ( $\bar{n} = 1$ )、强相干场 ( $\bar{n} = 30$ ) 条件下,  $S_a(t)$  和  $C(t)$  的时间演化曲线, 两者均是  $2\pi$  周期函数. 虽然在  $0 \sim 2\pi$  时域内,  $C(t)$  经历了极小值 0、次极大值, 但始终在  $gt = 2m\pi (m = 1, 2, \dots)$  时刻回复到初始值  $C(t) \equiv 1$ , 对应着双原子与场解纠缠  $S_a(t) \equiv 0$ . 揭示了不同环境下, Bell 态原子具有周期性信息 (态) 保真的性质.

#### 4.3.2 周期保真态的制备

选择  $\vartheta = \pi/4$ , 双原子初始处于第二类 Bell 态

$$|\beta_2(0)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|0, 1\rangle + |1, 0\rangle). \quad (33)$$

依据图 3 演化曲线规律, 选取  $gt = 2n\pi, n = 1, 2, 3, \dots$ , 而  $\bar{n}, p$  可取任意取值, 数值计算 (13)–(16) 式, 可控制四个概率幅为  $A_n(2n\pi) = D_n(2n\pi) \equiv 0$ , 而  $B_n(2n\pi) = C_n(2n\pi) \equiv \sqrt{2}/2$  由式 (12), 全系统处于解纠缠态

$$|\psi_s(2n\pi)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1, 0\rangle + |0, 1\rangle) \otimes |n\rangle. \quad (34)$$

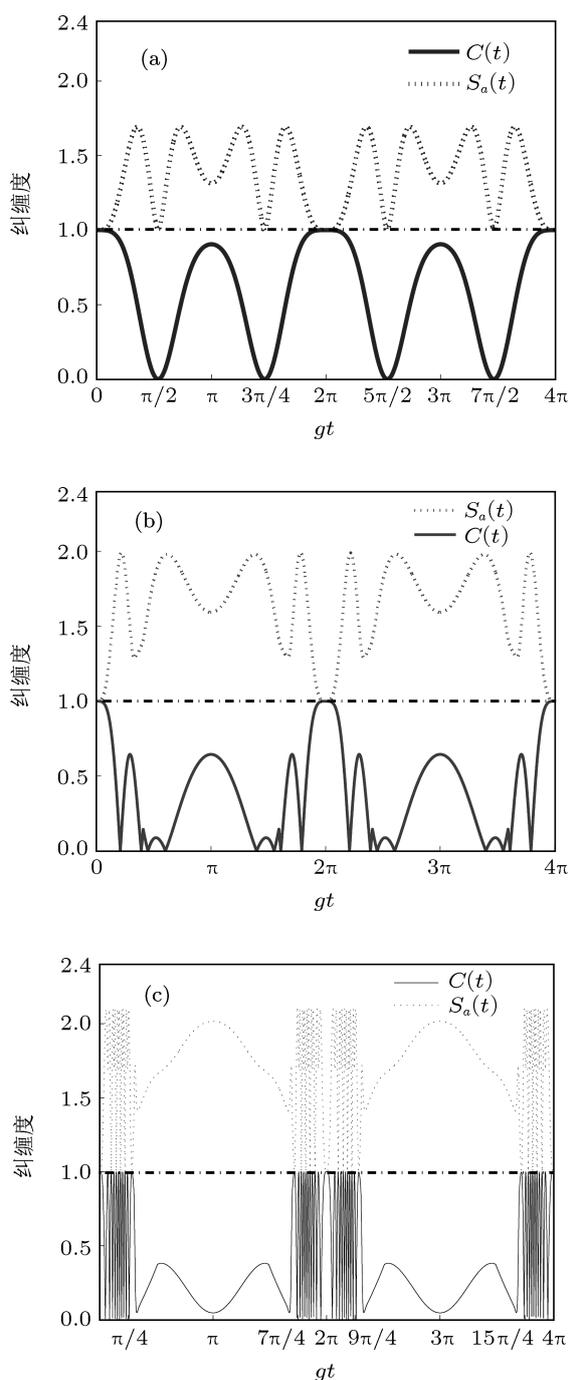


图3 纠缠度的时间演化, (虚线为  $S_a(t)$ , 实线为  $C(t)$ ). 其中  $\vartheta = \pi/4$ ;  $p = 1$  (a)  $\bar{n} = 0$ ; (b)  $\bar{n} = 1$ ; (c)  $\bar{n} = 30$

一方面, 选择测量光场, 双原子坍塌到初始的第二类 Bell 态

$$|\psi_a(2n\pi)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1, 0\rangle + |0, 1\rangle) = |\beta_2(0)\rangle, \quad (35)$$

满足 (25) 关系式. 另一方面, 由 (18) 式可知双原子态为

$$\rho_a(2n\pi) = \frac{1}{2}(|1, 0\rangle\langle 0, 1| + |0, 1\rangle\langle 1, 0|$$

$$+ |1, 0\rangle\langle 1, 0| + |0, 1\rangle\langle 0, 1|) = |\beta_2(0)\rangle\langle\beta_2(0)|, \quad (36)$$

也验证了  $|\beta_2(0)\rangle$  态是周期为  $2\pi$  的保真态, 形成了双原子周期量子回声<sup>[17]</sup>, 有利于实现噪声环境下量子信息(态)保真传输.

#### 4.4 Bell 态原子的持续保真态

若能控制 Bell 态在腔中持续地保真, 就可能将双原子制作为最大纠缠储存器. 本小节探究实现该性质的两种途径.

##### 4.4.1 控制双原子纠缠因子

图 4 为双原子初始纠缠因子  $\vartheta = 3\pi/4$ ;  $\bar{n}, p$  为任意值时,  $S_a(t)$  和  $C(t)$  的时间演化曲线. 显然, 在整个演化过程中  $C(t) \equiv 1$ , 而  $S_a(t) \equiv 0$ , 意味着双原子始终处于最大纠缠态, 而双原子-场始终处于解纠缠态. 以此为依据, 计算任意时刻四个概率幅为

$$\begin{aligned} A_n(3\pi/4) &= D_n(3\pi/4) \equiv 0, \\ B_n(3\pi/4) &= -C_n(3\pi/4) \equiv -\sqrt{2}/2, \end{aligned} \quad (37)$$

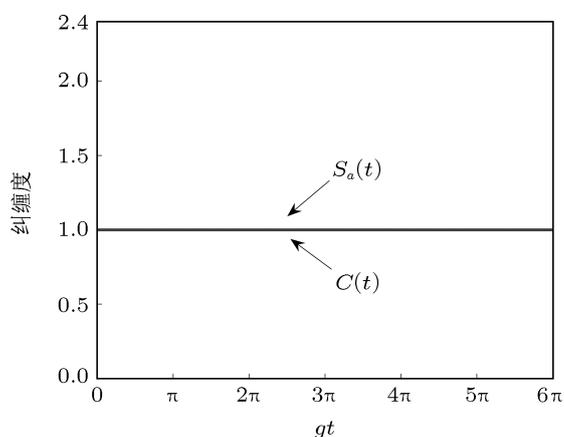


图4 纠缠度随时间的演化, 其中  $\vartheta = 3\pi/4$ ;  $\bar{n}, p$  为任意值

由 (11) 式可知, 系统处于分离态

$$|\psi_s(t)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|0, 1\rangle - |1, 0\rangle) \otimes |n\rangle, \quad (38)$$

选择测量光场, 双原始终处于初始的第一类 Bell 态

$$|\psi_a(t)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|0, 1\rangle - |1, 0\rangle) = |\beta_1(0)\rangle, \quad (39)$$

满足 (26) 关系式, 即第一类 Bell 态原子为持续保真态.

调节纠缠因子  $\vartheta = 3\pi/4$  的物理实质, 是控制了一个原子被激发到高能态和另一个原子辐射到低能态的概率相等, 但位相相反, 产生两者消相干作用, 抑制了两个原子同时被激发到高能态和辐射到低能态的概率恒为 0. 效果上屏蔽了光场对原子的耦合作用, 这使得无论是在真空场、弱场还是强场条件下, 双原子均稳定保持着初始第一类 Bell 态. 这一结果比文献 [9] 有进一步推广.

#### 4.4.2 控制场模结构参数

图 5(a), (b) 反映了双原子初始处于  $|\beta_2(0)\rangle$  态即  $\vartheta = \pi/4$ , 而  $\bar{n} = 1$ ,  $p$  分别为 10 和 20 情况下,  $S_a(t)$  和  $C(t)$  的时间演化曲线. 比较图 3(c) 可知, 由 1 增大到 10, 20,  $C(t)$  演化规律性越来越好, 演化周期为  $2\pi/p$ . 振荡频率增大, 振幅极小值也增大, 并在  $2n\pi/p$  时刻回到初始值 1,  $S_a(t)$  总是与  $C(t)$  呈对抗演化, 两种纠缠相互转移. 当继续增大  $p$  至  $p = 150$  时,  $C(t)$  持续保持为 1, 而  $S_a(t)$  持续取值为 0, 与时间无关 (见图 4(c)).

数学上, 原子运动在系统哈密顿量中体现为腔模场的形状函数, 通过适当地选择原子的运动速度, 使得腔模场的形状函数仅依赖于场模结构参数. 使考虑原子运动的时间因子  $gt$  变为

$$g\theta(t) = [1 - \cos(pgt)]/p = \sum_0^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(pgt)^{2n}}{p(2n)!}, \quad (40)$$

显然,  $g\theta(t)$  是  $pgt$  的周期函数, 角频率为  $p$ . 当  $p \geq 150$  时的高频振荡下, 四个概率幅为

$$A_n(t) = D_n(t) \equiv 0, B_n(t) = -C_n(t) \equiv \sqrt{2}/2, \quad (41)$$

其取值与时间无关. 由 (11) 式可知, 全系统持续地处于解纠缠态

$$|\psi_s(t)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1, 0\rangle + |0, 1\rangle) \otimes |n\rangle, \quad (42)$$

至此, 我们获得了第二类 Bell 态原子信息持续性保真态

$$|\psi_a(t)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1, 0\rangle + |0, 1\rangle) = |\beta_2(0)\rangle. \quad (43)$$

初始为  $|\beta_2(0)\rangle$  态原子处于弱相干场条件下, 调节场模结构参数  $p \geq 150$ , 时间因子为高频振荡; 高频抑制了双原子同时跃迁到激发态和同时辐射到基态的概率为 0, 保持一个原子跃迁到激发态和另一个辐射到基态的概率相等, 效果上也屏蔽了光

场对原子的影响, 这正是操纵第二类 Bell 态原子信息持续保真的物理原因. 进一步研究表明真空场条件下也具有同样的结论.

总之, 获得了实现第一类、第二类 Bell 态在腔场中稳定储存的两种途径. 这一结果将推进量子通信的实用化进程.

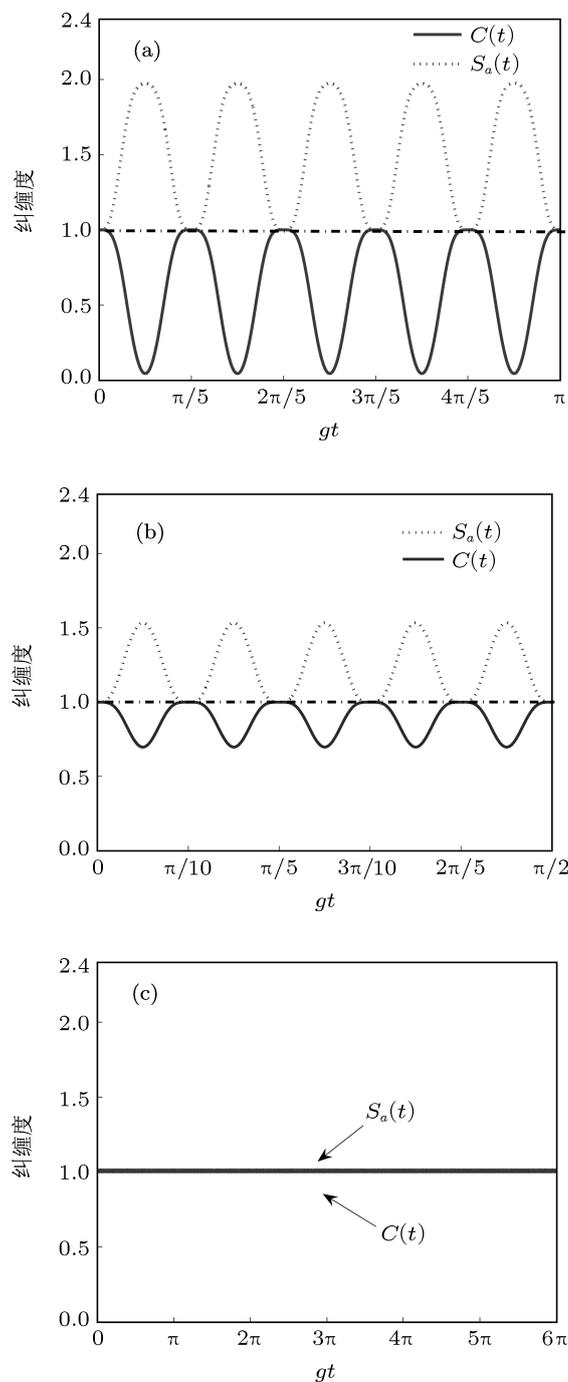


图 5 纠缠度的时间演化, (虚线为  $S_a(t)$ , 实线为  $C(t)$ ). 其中  $\vartheta = \pi/4$ ;  $\bar{n} = 1$  (a)  $p = 10$ ; (b)  $p = 20$ ; (c)  $p = 150$

## 4.5 光场量子态的制备

本小节采用对子系统双原子态的选择测量, 实现光场的量子态制备. 针对 (27) 式, 选择对双原子作 Bell 类态  $B_0|1, 0\rangle + C_0|0, 1\rangle$  测量, 可获得光场单光子态  $|1\rangle$ , 而测量双原子为基态  $|0, 0\rangle$  时, 光场坍塌到双光子态  $|2\rangle$ . 依据 (38) 或 (42) 式, 对原子作  $|\beta_1\rangle$  态或  $|\beta_2\rangle$  态的测量, 则可制备出不随时间变化的数态  $|n\rangle$ .

## 5 结论

本文将 T-C 模型推广到同时考虑与光场依赖强度耦合和原子运动的情况. 分别运用约化熵和 Concurrence 操纵了运动双原子与光场依赖强度耦合下双原子 - 光场和双原子之间的纠缠演化. 以此为依据, 研究了量子态制备, 实现了对量子信息 (态) 的操纵. 得出新的结论如下:

1) 与真空场耦合条件下, 选取纠缠因子  $\vartheta \neq (2n + 1)\pi/2$  和  $(2n + 1)3\pi/4$ , 调节场模结构参

数  $p = 1$ , 控制时间  $gt = \pi$  制备了双原子 - 场的类纠缠态.

2) 通过与强相干场耦合, 初始处于分离或一般纠缠态的双原子, 在  $\pi/8$  时刻突然产生 (瞬间制备) 了第一类 Bell 态, 并在  $\pi/8 \sim 15\pi/8$  时域内保持, 周期为  $2\pi$ .

3) 初始为第二类 Bell 态的双原子, 无论处在真空场、弱或强相干场环境, 总在  $2\pi$  时刻回复到初始态. 产生了周期为  $2\pi$  的量子回声, 实现 Bell 态原子信息的周期性保真.

4) 控制弱相干场中模结构参数  $p \geq 150$ , 或控制纠缠因子  $\vartheta = 3\pi/4$ , 可以完全屏蔽光场对原子的影响, 实现了初始为第一第二类 Bell 态原子信息在腔场中持续保真.

5) 通过选择原子态测量, 制备了光场的单光子态、双光子态及稳定的数态. 研究表明, 我们推广的 T-C 模型含有丰富的非经典性质, 具有强大的量子信息功能, 为实验实现量子信息处理提供了物理载体和重要参考价值.

- 
- [1] Guo G C 2001 *Physics* **30** 286 (in Chinese) [郭光灿 2001 物理 **30** 286]
- [2] Liu X J, Liu Y M, Liu M 2011 *Acta Photon. Sin.* **40** 458 (in Chinese) [刘小娟, 刘一曼, 刘敏 2011 光子学报 **40** 458]
- [3] Bennett C H, Divincenzo D P 2000 *Nature (London)* **404** 247
- [4] Nguyen B, Zhan A 2004 *Phys. Rev. A* **69** 02235
- [5] Wang Q, Guo G C, Karlsson A 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 090501
- [6] Yu Y B, Zhu S N, Yu X Q, Xu P, Wang J F, Xie Z D, Leng H Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 032317
- [7] Zhou B J, Liu X J, Zhan J, Zhou R L 2012 *Journal on Communication* **33** 177 (in Chinese) [周并举, 刘小娟, 詹杰, 周仁龙 2012 通信学报 **33** 177]
- [8] Tavis M, Cummings F M 1986 *Phys. Rev. A* **170** 379
- [9] Huang C J, He H Y, Zhou M, Fang J Y, Huang Z H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1764 (in Chinese) [黄佳春, 贺慧勇, 周明, 方家元, 黄祖洪 2006 物理学报 **55** 1764]
- [10] Shan C J, Liu J B, Chen T, Liu T K, Huang Y X, Li H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6799 (in Chinese) [单传家, 刘继兵, 陈涛, 刘堂昆, 黄燕霞, 李宏 2010 物理学报 **59** 6799]
- [11] Buck B, Sukumar C V 1981 *Phys. Lett. A* **81** 135
- [12] Li C X, Fang M F 2003 *Chin. Phys.* **12** 0294
- [13] Zhou B J, Liu X J 2011 *Acta Photon. Sin.* **40** 1083 (in Chinese) [周并举, 刘小娟 2011 光子学报 **40** 1083]
- [14] Liu X J, Liu Y M, Zhou B J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8518 (in Chinese) [刘小娟, 刘一曼, 周并举 2010 物理学报 **59** 8518]
- [15] Liu T K, Wang J S, Zhang M S 2001 *At. Mol. Phys.* **18** 58 (in Chinese) [刘堂昆, 王继锁, 詹明生 2001 原子与分子学报 **18** 58]
- [16] Liu X J, Fang M F, Zhou Q P 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 703 (in Chinese) [刘小娟, 方卯发, 周清平 2005 物理学报 **54** 703]
- [17] Liu X J, Zhao M Z, Liu Y M, Zhou B J, Peng Z H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3227 (in Chinese) [刘小娟, 赵明卓, 刘一曼, 周并举, 彭朝晖 2010 物理学报 **59** 3227]
- [18] Phoenix S J, Knight P L 1998 *Phys. Lett. A* **186** 381
- [19] Hill S, Wootters W K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 5022

# Manipulation of entanglement and preparation of quantum states for moving two-atom and the light field via intensity-dependent coupling\*

Liu Xiao-Juan<sup>†</sup> Zhou Bing-Ju Liu Yi-Man Jiang Chun-Lei

(School of Physics, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

(Received 28 May 2012; revised manuscript received 20 June 2012)

## Abstract

In this paper, the Tavis-Cummings model is generalized to simultaneously consider the atomic motion and the field via intensity dependent coupling. Under the conditions of vacuum field, weakly and strongly coherent field, the entanglement evolution properties of two-atom-field and two-atom-two-atom are investigated using atomic reduced entropy and concurrence, respectively. According to evolution characteristics above, we prepare the W-class states of two-atom-field, two-atom Bell state, fidelity state of Bell-state atoms, single-photon state, two-photon state and stable number-states of field by selecting the interaction time of the two-atom-field, selecting the entanglement factor of the two-atom, regulating the field-mode structure parameter, controlling the probability amplitude of pure state of the system and selective measurement. The manipulation of two-atom Bell state sudden generation and its maintenance in a limited time, the formation of periodic quantum echo of Bell-state atoms and the continuous fidelity of Bell-state atomic information are achieved. The results show that the system has a powerful function of quantum information, and provide the physical carrier and theoretical parameters for experimental implementation of quantum information processing.

**Keywords:** moving two-atom, intensity-dependent coupling, entanglement manipulation, preparation of quantum states

**PACS:** 03.65.Ud, 03.67.-a, 42.50.-p, 03.67.-a

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11074072), the Hunan Province Natural Science (Xiangtan) Union Foundation of China (Grant No. 10JJ9002), the Hunan Province Natural Science Foundation of China (Grant No. 09JJ3012), the Education Bureau of Hunan Province, China (Grant No. 10A032), and the National Key Laboratory for Infrared Physics, Chinese Academy of Sciences (Grant Nos. 201118, 201119).

<sup>†</sup> E-mail: lxjdx1987@163.com