

## 不同环境模型下 Bell 型纠缠态衰退行为的比较\*

韩伟<sup>1)2)</sup> 崔文凯<sup>1)</sup> 张英杰<sup>1)2)</sup> 夏云杰<sup>1)2)†</sup>

1) (曲阜师范大学物理工程学院, 曲阜 273165)

2) (山东省激光偏光与信息技术重点实验室, 曲阜师范大学物理系, 曲阜 273165)

(2012 年 4 月 19 日收到; 2012 年 6 月 29 日收到修改稿)

通过建立三种不同的环境模型(单一热库模型, 共同热库模型和独立热库模型), 利用赝模理论的方法, 分析讨论了初始处于 Bell 型纠缠态系统的纠缠演化特性. 研究发现在单一热库模型中 Bell 型初始纠缠态  $\cos\theta|ee\rangle + \sin\theta|gg\rangle$  的纠缠保持时间最长, 而  $\cos\theta|eg\rangle + \sin\theta|ge\rangle$  态的纠缠演化对具体的环境模型依赖很大; 同时对这两种不同类型的 Bell 型纠缠态在相同环境模型中的纠缠衰退行为进行了比较.

关键词: 量子纠缠, 共生纠缠, 赝模理论

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Hk

## 1 引言

系统的量子纠缠作为量子信息和量子计算的核心资源, 一直都是量子信息理论基本问题研究的重要方向. 然而实际的量子系统不可能是完全封闭的理想系统, 将不可避免地受到环境的干扰, 这种干扰在量子光学中被称为环境的量子噪声, 而量子噪声对量子系统的影响往往是不可忽略的. 只有充分认识量子噪声对系统量子态的影响, 才能更有效地调控实际的量子信息传输与处理过程. 近年来, 人们对环境量子噪声在开放系统量子态、量子相变以及量子门操作中的影响进行了广泛研究<sup>[1-5]</sup>, 如文献 [2] 主要研究了量子噪声信道对单比特旋转门操作产生的影响, 文献 [3] 研究了两 qutrit 纠缠态在自旋噪声环境中的退相干行为. 系统纠缠由于受到环境噪声的影响会发生初始纠缠的有限时间解纠缠现象, 称为纠缠突然死亡现象<sup>[6,7]</sup>. 该现象限制了量子纠缠在实际量子信息处理过程和量子计算过程中的应用. 为此, 人们提出了各种不同的环境模型来讨论环境对初始系统纠缠动力学的影响. 一般分为两种: 一种是多比特共同环境模型; 另一种是多比特多环境模型. 文献 [8,9] 主要研究了两个

初始纠缠的二能级原子分别独立地与两个热库相耦合的模型, 但是两个子系统之间没有任何相互作用. 文献 [10] 中, 作者讨论了两初始纠缠的二能级原子与一个共同热库相耦合的模型, 分析了失谐量等参量对系统纠缠演化的影响.

以上文献主要是分别研究了系统纠缠在多比特共同环境模型和多比特多环境模型下的衰退行为. 鉴于不同退相干模型下系统初始纠缠的衰退行为必不同, 本文主要利用赝模理论方法比较了不同退相干模型下初始处于 Bell 型纠缠态的两二能级原子间的纠缠衰退行为. 其中 Bell 型纠缠态分别为

$$|\Phi\rangle_{AB} = \cos\theta|eg\rangle + \sin\theta|ge\rangle, \\ |\Psi\rangle_{AB} = \cos\theta|ee\rangle + \sin\theta|gg\rangle, \quad (1)$$

这里  $|g\rangle$  ( $|e\rangle$ ) 表示二能级原子的基态 (激发态). 众所周知, Bell 型态的约化密度矩阵为 X 类态<sup>[11]</sup> 即

$$\rho_{AB} = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 & \nu \\ 0 & y & u & 0 \\ 0 & u^* & z & 0 \\ \nu^* & 0 & 0 & w \end{pmatrix}, \quad (2)$$

其中  $x, y, z, w$  是正的实数,  $u, \nu$  为复数. 任意 X

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61178012, 10947006) 和曲阜师范大学校青年基金项目 (批准号: XJ201013) 资助的课题.

† E-mail: yjxia@mail.qfnu.edu.cn

类态的约化密度矩阵, 在时间演化过程中始终保持 X 型不变. 对于一个两量子比特系统, 如果其约化密度矩阵为 X 类态, 则它们的纠缠度量可以采用 Wootters 的共生纠缠 (concurrence)<sup>[12]</sup>, 其形式为

$$C(\rho_{AB}) = 2 \max \left\{ 0, |u| - \sqrt{xw}, |\nu| - \sqrt{yz} \right\}. \quad (3)$$

为了弄清环境在系统纠缠演化过程中扮演的角色, 分别考虑了三种不同的环境模型, 即两个初始纠缠的二能级原子 A 和 B 中, 只有子系统 A 与外界环境相耦合, B 不与任何环境相互作用的模型 (单一热库模型); A 和 B 处于同一环境中的模型 (共同热库模型); 以及 A 和 B 分别处在各自环境中的模型 (独立热库模型). 详细研究了同一类型纠缠态在不同环境模型下的纠缠衰退, 并对不同类型纠缠初态在相同环境模型下的纠缠演化行为进行的比较.

## 2 不同模型下系统态矢演化及原子纠缠演化

**模型 1** 本文中称为单一热库模型, 即原子 A 处在热库  $a$  中, 并与之发生相互作用, 原子 B 不与任何环境相耦合. 系统的哈密顿量可以写为

$$H = \omega_A \sigma_A^+ \sigma_A^- + \omega_B \sigma_B^+ \sigma_B^- + \sum_k \omega_k a_k^+ a_k + \sum_k (g_k \sigma_A^- a_k^+ + \text{h.c.}), \quad (4)$$

这里  $\omega_A, \omega_B$  为原子 A 和 B 的跃迁频率, 为简单起见取  $\omega_A = \omega_B = \omega_0$ .  $\sigma_j^+ = |e\rangle_{jj} \langle g|$ ,  $\sigma_j^- = |g\rangle_{jj} \langle e|$  ( $j = A, B$ ) 为第  $j$  个原子的上升和下降算符.  $a_k^+, a_k$  代表热库中第  $k$  个模式的产生和湮没算符,  $\omega_k$  和  $g_k$  是热库第  $k$  个模式的频率及其与原子的耦合参数.

利用赝模理论<sup>[13-15]</sup>的方法求解主方程研究两原子纠缠动力学问题. 精确的主方程描述了原子与耗散的赝模间存在相干相互作用, 并且赝模的耗散体现在其与一个马尔可夫热库的耦合. 本文中假设热库为耗散腔的电磁场, 则谱密度函数为

$$D(\omega) = \frac{\Gamma}{(\omega - \omega_c)^2 + (\Gamma/2)^2}. \quad (5)$$

赝模的数量取决于热库的谱分布, 上述单洛仑兹谱密度函数在下半复平面内只有一个奇点, 可表示为原子与一个马尔可夫热库耗散的赝模相互作用. 其

精确动力学可用以下赝模主方程给出:

$$\frac{d}{dt} \rho = -i[H_{\text{eff}}, \rho] - \frac{\Gamma}{2} [a^+ a \rho - 2a \rho a^+ + \rho a^+ a], \quad (6)$$

其中

$$H_{\text{eff}} = \omega_0 (\sigma_A^+ \sigma_A^- + \sigma_B^+ \sigma_B^-) + \omega_c a^+ a + [\Omega \sigma_A^- a^+ + \text{h.c.}], \quad (7)$$

这里  $\rho$  为系统约化密度矩阵,  $\omega_c, \Gamma$  为赝模的振荡频率和耗散率, 它们依赖于赝模对应的奇点位置  $z_1 \equiv \omega_c - i\Gamma/2$ . 通常用  $|e\rangle, |g\rangle$  代表原子的激发态和基态,  $|\bar{0}\rangle = \prod_{k=1}^n |0_k\rangle$  和  $|\bar{1}\rangle = (1/C) \sum_{k=1}^n C_k |1_k\rangle$  代表环境的状态, 按照赝模理论,  $|\bar{0}\rangle$  等价于赝模的  $|0\rangle$ ,  $|\bar{1}\rangle$  等价于赝模的  $|1\rangle$ . 则对于初始原子处于激发态  $|e\rangle$ , 而赝模处于真空态  $|0\rangle$  的系统, 利用赝模理论, 其演化形式可表示为

$$|e0\rangle \rightarrow c_1(t) |e0\rangle + c_2(t) |g1\rangle, \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} i\dot{c}_1(t) &= \omega_0 c_1(t) + \Omega c_2(t), \\ i\dot{c}_2(t) &= \omega_c c_2(t) + \Omega c_1(t) - \frac{i\Gamma}{2} c_2(t). \end{aligned} \quad (9)$$

根据初始条件  $c_1(0) = 1, c_2(0) = 0$ , 应用计算机编程可以很容易得出演化末态.

对于原子和热库系统初态:

$$\begin{aligned} |\Phi(0)\rangle &= |\Phi\rangle_{AB} \otimes |\bar{0}\rangle, \\ |\Psi(0)\rangle &= |\Psi\rangle_{AB} \otimes |\bar{0}\rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

可以得出两原子约化密度矩阵  $\rho_{AB}^\Phi(t)$

$$\begin{aligned} x &= \sin^2 \theta |c_2(t)|^2, \\ y &= \sin^2 \theta |c_1(t)|^2, \\ z &= \cos^2 \theta, \\ w &= 0, \\ u &= \cos \theta \sin \theta c_1^*(t), \\ \nu &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

以及  $\rho_{AB}^\Psi(t)$

$$\begin{aligned} x &= \sin^2 \theta, \\ y &= 0, \\ z &= \cos^2 \theta |c_2(t)|^2, \\ w &= \cos^2 \theta |c_1(t)|^2, \\ u &= 0, \\ \nu &= \cos \theta \sin \theta c_1(t). \end{aligned} \quad (12)$$

两原子的共生纠缠为

$$C(\rho_{AB}^{\Phi}(t)) = 2 |\cos \theta \sin \theta c_1^*(t)| = C(\rho_{AB}^{\Psi}(t)). \quad (13)$$

**模型 2** 共同热库模型, 即原子 A 和 B 同处于热库  $a$  中, 都与  $a$  发生相互作用. 为简单起见, 取两原子与热库的耦合系数相同, 系统哈密顿量为

$$H = \omega_A \sigma_A^+ \sigma_A^- + \omega_B \sigma_B^+ \sigma_B^- + \sum_k \omega_k a_k^+ a_k + \sum_k [g_k (\sigma_A^- + \sigma_B^-) a_k^+ + \text{h.c.}]. \quad (14)$$

利用赝模方法可得主方程 (6) 式, 只是式中的有效哈密顿量改写为

$$H_{\text{eff}} = \omega_0 (\sigma_A^+ \sigma_A^- + \sigma_B^+ \sigma_B^-) + \omega_c a^+ a + [\Omega (\sigma_A^- + \sigma_B^-) a^+ + \text{h.c.}]. \quad (15)$$

对于初始赝模处于真空态  $|0\rangle$ , 两原子初始处于  $|eg\rangle$  态, 以及处于  $|ee\rangle$  态的情形, 演化末态可表示为

$$\begin{aligned} |eg0\rangle &\rightarrow c_1(t) |eg0\rangle + c_2(t) |ge0\rangle + c_3(t) |gg1\rangle, \\ |ee0\rangle &\rightarrow b_1(t) |ee0\rangle + b_2(t) |eg1\rangle + b_3(t) |ge1\rangle \\ &\quad + b_4(t) |gg2\rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

可得系数满足的微分方程分别为

$$\begin{aligned} i\dot{c}_1(t) &= \omega_0 c_1(t) + \Omega c_3(t), \\ i\dot{c}_2(t) &= \omega_0 c_2(t) + \Omega c_3(t), \\ i\dot{c}_3(t) &= \left(\omega_c - \frac{i\Gamma}{2}\right) c_3(t) \\ &\quad + \Omega (c_1(t) + c_2(t)), \end{aligned} \quad (17)$$

和

$$\begin{aligned} i\dot{b}_1(t) &= 2\omega_0 c_1(t) + \Omega (c_2(t) + c_3(t)), \\ i\dot{b}_2(t) &= \omega_c c_2(t) + \Omega (c_1(t) + c_4(t)) \\ &\quad - \frac{i\Gamma}{2} c_2(t), \\ i\dot{b}_3(t) &= \omega_c c_3(t) + \Omega (c_1(t) + c_4(t)) \\ &\quad - \frac{i\Gamma}{2} c_3(t), \\ i\dot{b}_4(t) &= 2\omega_0 c_4(t) + \Omega (c_2(t) + c_3(t)) \\ &\quad - i\Gamma c_4(t), \end{aligned} \quad (18)$$

代入初始条件  $c_1(0) = 1, c_2(0) = c_3(0) = 0$  和  $b_1(0) = 1, b_2(0) = b_3(0) = b_4(0) = 0$ , 用计算机程序可得系数的精确解 (其中初态为  $|ge0\rangle \rightarrow c_1'(t) |eg0\rangle + c_2'(t) |ge0\rangle + c_3'(t) |gg1\rangle$  时的演化末态求解与  $|eg0\rangle$  态相同, 只是初始条件不同,  $c_2'(0) = 1, c_1'(0) = c_3'(0) = 0$ ).

系统初态为 (10) 式时, 容易计算在该模型下的两原子  $t$  时刻的约化密度矩阵  $\rho_{AB}^{\Phi}(t)$

$$\begin{aligned} x &= |\cos \theta c_3(t) + \sin \theta c_3'(t)|^2, \\ y &= |\cos \theta c_2(t) + \sin \theta c_2'(t)|^2, \\ z &= |\cos \theta c_1(t) + \sin \theta c_1'(t)|^2, \\ w &= 0, \\ u &= (\cos \theta c_1(t) + \sin \theta c_1'(t)) \\ &\quad \times (\cos \theta c_2(t) + \sin \theta c_2'(t))^*, \\ \nu &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

约化密度矩阵  $\rho_{AB}^{\Psi}(t)$  为

$$\begin{aligned} x &= |\cos \theta b_4(t)|^2 + |\sin \theta|^2, \\ y &= |\cos \theta b_3(t)|^2, \\ z &= |\cos \theta b_2(t)|^2, \\ w &= |\cos \theta b_1(t)|^2, \\ u &= \cos^2 \theta b_2(t) b_3^*(t), \\ \nu &= \cos \theta \sin \theta b_1(t). \end{aligned} \quad (20)$$

可得共生纠缠

$$\begin{aligned} C(\rho_{AB}^{\Phi}(t)) &= 2 \left| (\cos \theta c_1(t) + \sin \theta c_1'(t)) \right. \\ &\quad \left. \times (\cos \theta c_2(t) + \sin \theta c_2'(t))^* \right|, \\ C(\rho_{AB}^{\Psi}(t)) &= 2 \max \left\{ 0, |\cos \theta \sin \theta b_1(t)| \right. \\ &\quad \left. - \cos^2 \theta \sqrt{|b_2(t)|^2 |b_3(t)|^2}, \right. \\ &\quad \left. |\cos^2 \theta b_2(t) b_3^*(t)| - [|\cos \theta b_1(t)|^2 \right. \\ &\quad \left. \times (\sin^2 \theta + |\cos \theta b_4(t)|^2)]^{1/2} \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

**模型 3** 独立热库模型, 即原子 A 和 B 分别在各自的热库  $a$  和  $b$  中, 且子系统  $Aa$  和  $Bb$  之间无任何相互作用, 系统的哈密顿量为

$$\begin{aligned} H &= \omega_A \sigma_A^+ \sigma_A^- + \omega_B \sigma_B^+ \sigma_B^- \\ &\quad + \sum_k \omega_k a_k^+ a_k + \sum_k \omega_k b_k^+ b_k \\ &\quad + \sum_k [g_k (\sigma_A^- a_k^+ + \sigma_B^- b_k^+) + \text{h.c.}], \end{aligned} \quad (22)$$

该模型下的赝模主方程为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho &= -i [H_{\text{eff}}, \rho] - \frac{\Gamma}{2} [a^+ a \rho - 2a \rho a^+ + \rho a^+ a \\ &\quad + b^+ b \rho - 2b \rho b^+ + \rho b^+ b], \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$H_{\text{eff}} = \omega_0 (\sigma_A^+ \sigma_A^- + \sigma_B^+ \sigma_B^-) + \omega_c (a^+ a + b^+ b)$$

$$+ [\Omega(\sigma_A^- a^+ + \sigma_B^- b^+) + \text{h.c.}], \quad (24)$$

对于初态

$$\begin{aligned} |\Phi(0)\rangle &= |\Phi\rangle_{AB} \otimes |0\rangle_a |0\rangle_b, \\ |\Psi(0)\rangle &= |\Psi\rangle_{AB} \otimes |0\rangle_a |0\rangle_b. \end{aligned} \quad (25)$$

同模型 1 的情况类似, 可以分别求解子系统  $Aa$  或  $Bb$  中原子初始处于激发态  $|e\rangle$ , 赝模处于真空态  $|0\rangle_a |0\rangle_b$  时的演化末态 (同上文中 (8) 式和 (9) 式).

同理可得模型 3 下两原子约化密度矩阵  $\rho_{AB}^\Phi(t)$

$$\begin{aligned} x &= |c_2(t)|^2, \\ y &= \sin^2 \theta |c_1(t)|^2, \\ z &= \cos^2 \theta |c_1(t)|^2, \\ w &= 0, \\ u &= \cos \theta \sin \theta |c_1(t)|^2, \\ \nu &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

两原子约化密度矩阵  $\rho_{AB}^\Psi(t)$

$$\begin{aligned} x &= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta |c_2^2(t)|^2, \\ y &= \cos^2 \theta |c_1(t)c_2(t)|^2, \\ z &= \cos^2 \theta |c_1(t)c_2(t)|^2, \\ w &= \cos^2 \theta |c_1^2(t)|^2, \\ u &= 0, \\ \nu &= \cos \theta \sin \theta c_1^2(t). \end{aligned} \quad (27)$$

可得共生纠缠

$$\begin{aligned} C(\rho_{AB}^\Phi(t)) &= 2 \cos \theta \sin \theta |c_1(t)|^2, \\ C(\rho_{AB}^\Psi(t)) &= 2 \max \left\{ 0, \cos \theta \sin \theta |c_1(t)|^2 \right. \\ &\quad \left. - \cos^2 \theta |c_1(t)c_2(t)|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (28)$$

### 3 三种模型下原子纠缠演化规律比较

本节中首先讨论了同一 Bell 型纠缠初态在三种不同环境模型下的纠缠演化行为, 然后对不同纠缠初态  $|\Phi\rangle_{AB}$  和  $|\Psi\rangle_{AB}$  在相同环境模型下的纠缠演化特性进行了比较, 如图 1 至图 3.

#### 3.1 Bell 型纠缠初态在不同环境模型下的纠缠演化行为

两原子初始处于 Bell 型纠缠态, 当原子所处的外界环境发生变化时, 其纠缠演化行为也会随之改变. 图 1 给出两原子初始处于  $|\Phi\rangle_{AB}$  态时, 在三种不同环境模型下, 其共生纠缠  $C_{|\Phi\rangle}$  随无量纲参量  $\Omega t$  的纠缠演化规律. 其中图 1(a) 和 (b) 对应强耦合情况  $\Gamma = 11\Omega$ , 很显然, 由于环境的非马尔可夫性, 热库会对系统有信息反馈效应, 两原子间的纠缠演化会出现振荡行为. 对于弱耦合情况为图 1(c) 和 (d),  $\Gamma = 0.11\Omega$ , 两原子间初始纠缠单调衰减. 当  $\theta = \pi/4$  时, 不管是强耦合还是弱耦合情形, 原子初始纠缠在模型 1 时保持时间最长; 在模型 2 中, 原子初始纠缠衰减的速度最快. 当  $\theta = 3\pi/4$  时, 在模型 2 中, 原子初始纠缠始终保持最大值 1, 不随时间演化; 原子初始纠缠在模型 3 中的衰减速度较模型 1 快. 为了解释模型 2 中的情况, 引入亚辐射态  $|\phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|eg\rangle - |ge\rangle)$

和超辐射态  $|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|eg\rangle + |ge\rangle)$ , 显然若系统处于亚辐射态  $|\phi^-\rangle$  和环境处于真空态  $|\bar{0}\rangle$ , 则态矢  $|\phi^-\rangle \otimes |\bar{0}\rangle$  是模型 2 的哈密顿量 (14) 式的本征态, 在演化过程中不随时间变化. 当原子初始处于  $|\Phi\rangle_{AB} = \cos \theta |eg\rangle_{AB} + \sin \theta |ge\rangle_{AB}$  态时, 用态矢  $|\phi^-\rangle$  和  $|\phi^+\rangle$  可表示为

$$|\Phi\rangle_{AB} = \frac{\cos \theta + \sin \theta}{\sqrt{2}} |\phi^+\rangle + \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\sqrt{2}} |\phi^-\rangle.$$

当  $\theta = \frac{3\pi}{4}$  时,  $|\Phi\rangle_{AB}$  中只有  $|\phi^-\rangle$  态, 是不随时间变化的本征态, 故两原子一直保持在最大的初始纠缠态. 而当  $\theta = \frac{\pi}{4}$  时,  $|\Phi\rangle_{AB}$  中只留有  $|\phi^+\rangle$  态, 故原子间纠缠会随时间慢慢衰减到零. 类似地, 图 2 中给出两原子初始处于  $|\Psi\rangle_{AB}$  态时的共生纠缠  $C_{|\Psi\rangle}$  随无量纲参量  $\Omega t$  的纠缠演化规律在三种模型下的比较. 在强耦合情况下, 三种模型下的两原子共生纠缠  $C_{|\Psi\rangle}$  随时间的演化振荡频率是一样的, 在模型 1 中初始纠缠容易得到保持, 而在模型 3 中原子纠缠最容易衰退. 在弱耦合情况下, 两原子共生纠缠  $C_{|\Psi\rangle}$  随时间单调衰减, 在模型 1 中初始纠缠的衰减最慢, 而在模型 3 中两原子纠缠会较快地衰减为零.

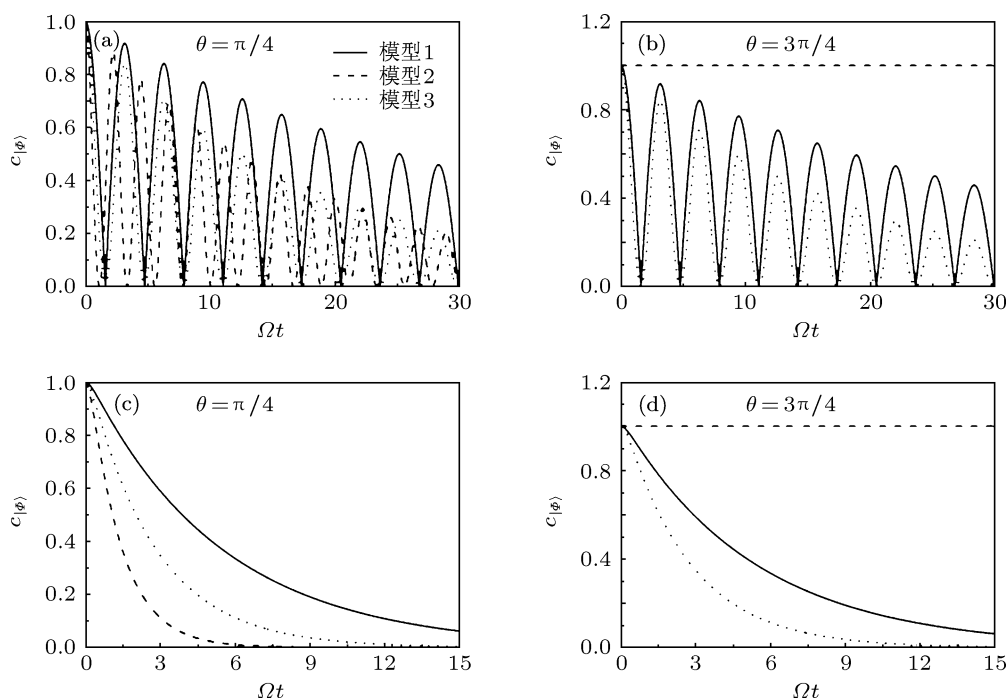


图1 两原子初始处于  $|\Phi\rangle_{AB}$  态时的共生纠缠  $C_{|\Phi\rangle}$  随无量纲参量  $\Omega t$  的纠缠演化规律在不同模型下的比较

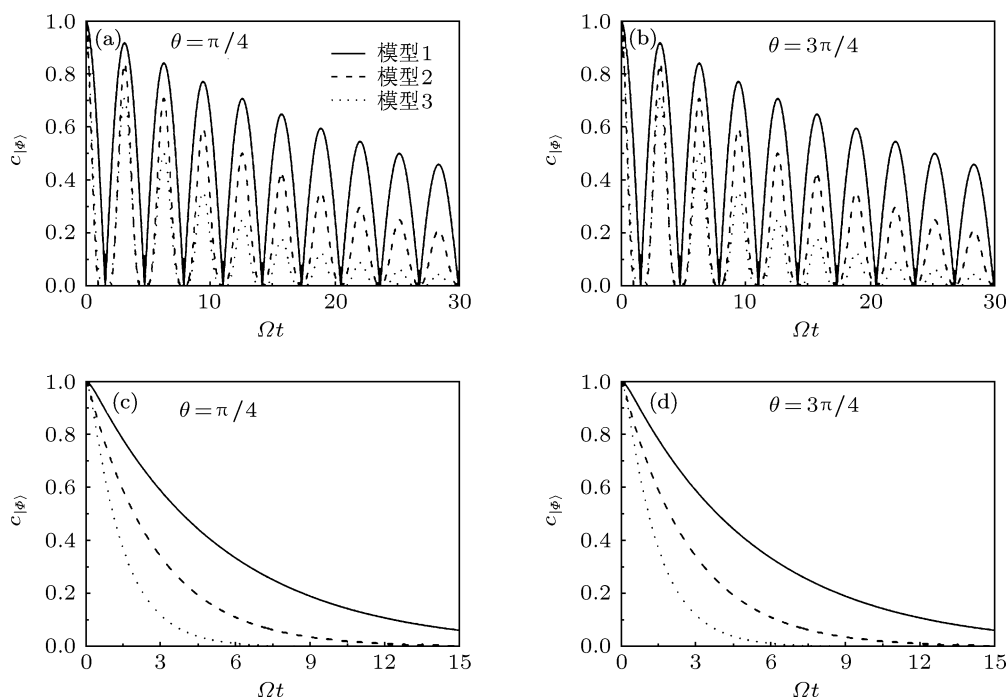


图2 两原子初始处于  $|\Psi\rangle_{AB}$  态时的共生纠缠  $C_{|\Psi\rangle}$  随无量纲参量  $\Omega t$  的纠缠演化规律在不同模型下的比较

### 3.2 两种不同 Bell 型纠缠初态在相同环境模型下的纠缠演化比较

图 3 中分别给出对于特定的环境模型, 两原子初始处于不同 Bell 型纠缠态  $|\Phi\rangle_{AB}$  和  $|\Psi\rangle_{AB}$

时其纠缠演化行为的比较,  $\theta = \pi/8$ . 当给定的外界环境为模型 1 时, 如图 3(a) 和 (d), 不管是强耦合还是弱耦合情形, 两种 Bell 型初始纠缠态的纠缠演化行为完全相同. 对模型 2, 如图 3(b) 和 (e), 对于初态  $|\Phi\rangle_{AB}$ , 两原子纠缠在初

始时刻随时间迅速衰减到零, 又慢慢增加至一个渐进值, 如前所述, 当  $\theta = \pi/8$  时,  $|\Phi\rangle_{AB}$  中同时包含  $|\phi^-\rangle$  和  $|\phi^+\rangle$  项, 系统初始纠缠先快速衰减到零再逐渐到达固定的渐进值, 这是亚辐射态  $|\phi^-\rangle$  在演化过程中不发生变化的原因; 而  $|\Psi\rangle_{AB}$  态中原子纠缠缓慢衰减到零. 在模型 3 中, 如图 3(c) 和 (f), 在强耦合情形下,  $|\Psi\rangle_{AB}$  态会

发生纠缠死亡现象, 纠缠突然死亡出现的原因在于  $\theta = \pi/8$  时, 满足  $|\cos\theta| > |\sin\theta|$  的条件<sup>[16]</sup>. 且无论是强耦合还是弱耦合情况, 原子处于  $|\Psi\rangle_{AB}$  态时都比处于  $|\Phi\rangle_{AB}$  态时的共生纠缠保持时间要长, 这与模型 2 中得到的结论在初始时刻时刚好相反.

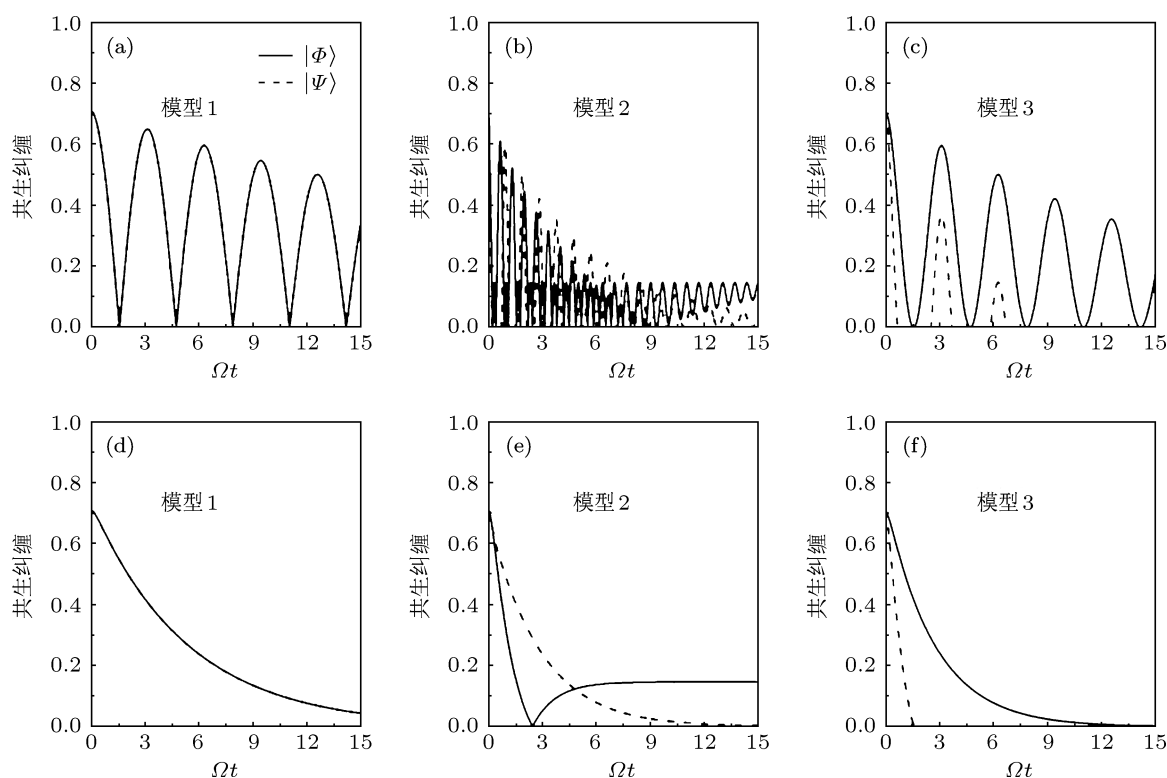


图 3 不同 Bell 型纠缠初态的共生纠缠随无量纲参量  $\Omega t$  的纠缠演化规律在同一模型下的比较, 其中  $\theta = \pi/8$

## 4 结论

本文利用赝模理论的方法, 系统研究了初始处于 Bell 型纠缠态的两二能级原子在三种不同的环境模型下的纠缠演化动力学行为. 采用数值计算的方法, 讨论了初始纠缠的两原子 A 和 B 的纠缠演化对模型的依赖关系, 发现初始处于  $|\Phi\rangle_{AB}$  态时, 两原子纠缠演化规律不仅与特定的环境模型有关, 还与初始纠缠度  $\theta$  的取值有关; 当初始处于  $|\Psi\rangle_{AB}$  态时, 在单一热库模型中时, 两原子间初始纠缠保

持的时间最长. 同时比较了两种不同的 Bell 型纠缠初态  $|\Phi\rangle_{AB}$  和  $|\Psi\rangle_{AB}$  的纠缠随时间演化的异同. 发现在单一热库模型中时, 两原子纠缠演化规律完全相同; 在共同热库环境模型中时, 两原子初始处于  $|\Phi\rangle_{AB}$  态时的共生纠缠比处于  $|\Psi\rangle_{AB}$  态时在初始时刻随时间衰减要快; 而在独立热库模型中时, 情况相反, 即两原子初始处于  $|\Psi\rangle_{AB}$  态时其共生纠缠随时间衰减较快, 迅速减小到零, 而初始处于  $|\Phi\rangle_{AB}$  态时的共生纠缠要比前者保持的时间长很多.

[1] Ai Q, Wang Y D, Long G L, Sun C P 2009 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **52** 1898  
 [2] Xu G F, Kwek L C, Tong D M 2012 *Sci. China-Phys. Mech.*

*Astron.* **55** 808  
 [3] Ma X S, Ren M F, Zhao G X 2011 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **54** 1833

- [4] Qian Y, Zhang Y Q, Xu J B 2012 *Chin. Sci. Bull.* **57** 1637  
 [5] Wu R B, Zhang J, Li C W, Long G L, Tarn T J 2012 *Chin. Sci. Bull.* **57** 2194  
 [6] Yu T, Eberly J H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140404  
 [7] Yu T, Eberly J H 2009 *Science* **323** 598  
 [8] Zhang Y J, Man Z X, Xia Y J, Guo G C 2010 *Eur. Phys. J. D* **58** 397  
 [9] Bellomo B, Franco R L, Maniscalco S, Compagno G 2008 *Phys. Rev. A* **78** 060302  
 [10] Han F, Zhang M H 2011 *Inter. Quantum Information* **9** 1533  
 [11] Yu T, Eberly J H 2007 *Quantum Inf. Comp.* **7** 459  
 [12] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245  
 [13] Li Y, Guo H 2009 *e-print arXiv:quant-ph/09090375*  
 [14] Zhang Y J, Man Z X, Xia Y J 2009 *Eur. Phys. J. D* **55** 173  
 [15] Garraway B M 1997 *Phys. Rev. A* **55** 4636  
 [16] Lopez C E, Romero G, Lastra F, Solano E, Retamal J C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 080503

## Comparison of entanglement decay between Bell-like states under different environmental models\*

Han Wei<sup>1)2)</sup> Cui Wen-Kai<sup>1)</sup> Zhang Ying-Jie<sup>1)2)</sup> Xia Yun-Jie<sup>1)2)</sup>

1) (Department of Physics, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

2) (Shandong Provincial Key Laboratory of Laser Polarization and Information Technology, Department of Physics, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

(Received 19 April 2012; revised manuscript received 29 June 2012)

### Abstract

Establishing three different environment models (i.e., single reservoir model, common reservoir model and independent reservoir model), we investigate the evolutionary characteristic of the entangled system initially in Bell-like state by the pseudomode method. Through comparing the entanglement decays under the three different environment models, we find that the entangled Bell-like state  $\cos \theta |ee\rangle + \sin \theta |gg\rangle$  will be kept in the single reservoir model for a time longer than in the other two models. However, the entanglement decay behavior of Bell-like state  $\cos \theta |eg\rangle + \sin \theta |ge\rangle$  is dependent on the specific environment model. Meanwhile, the comparison of entanglement decay between the above two Bell-like states at the same environment models is performed.

**Keywords:** quantum entanglement, concurrence, pseudomode method

**PACS:** 03.65.Ud, 03.67.Hk

\* Project supported by the Key Program of National Science Foundation of China (Grant No.10534030), and the Young Teacher Research Funds from Qufu Normal University, China (Grant No. XJ201013).

† E-mail: yjxia@mail.qfnu.edu.cn