

相位阻尼通道下初始纠缠对纠缠演化的影响*

刘其功 计新†

(延边大学理学院物理系, 延吉 133002)

(2012年5月29日收到; 2012年6月11日收到修改稿)

研究了在非惯性系中相位阻尼通道下初始纠缠对纠缠演化的影响. 结果发现: 与振幅阻尼通道情况不同, 当态参数不同而初始纠缠相同时, 纠缠演化曲线重合. 当 Unruh 单粒子态包含左右成分时, 比只包含右成分时量子消相干现象更加严重, 较早地出现了纠缠死亡现象, 并且纠缠死亡时刻与初始纠缠无关.

关键词: 初始纠缠, 非惯性系, 相位阻尼, 量子消相干

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Mn, 04.70.Dy

1 引言

自从爱因斯坦首次提出量子纠缠这一概念以来, 人们对量子纠缠进行了广泛深入的研究. 众所周知, 量子纠缠是进行各种量子信息处理的重要物理资源, 它在量子信息学的发展中起着非常重要的作用. 然而, 由环境引起的量子消相干现象不可避免地要引起量子纠缠的损失, 从而使量子信息处理任务不能顺利进行. 为了更好地完成量子信息处理任务, 了解纠缠演化特性是十分重要的. 最近, 越来越多的人把注意力集中在非惯性系下的量子纠缠的研究. Alsing 和 Milburn^[1] 研究了非惯性系下的量子隐形传送, 发现量子纠缠度降低了. Fuentes-Schulle 和 Mann^[2] 证明了两个观察者通过探测两个自由狄拉克场中的一个就决定了两模之间的纠缠, 并且观察了测量的相关性. 他们发现, 在非惯性系下, 当观察者做相对加速运动时, 初始处于最大纠缠的量子态的纠缠度降低了, 这说明在非惯性框架下纠缠是依赖于观察者的. Alsing 等^[3] 分析了自由狄拉克场两模间的纠缠, 发现纠缠度降低了, 并且, 在无限加速情况下纠缠渐近地达到一个非零最小值. Wang 等^[4] 研究了振幅阻尼通道下非惯性系的量子消相干, 发现在有限加速下就已经出现了纠缠死亡现象, 加速越大纠缠死亡出现得越早.

Zhang 等^[5] 研究了振幅阻尼通道下不同初始态的纠缠演化特性, 发现不同初始态的纠缠沿着不同的曲线演化. 最近, Bruschi 等^[6] 分析了在非惯性系中研究纠缠常用的单模近似的有效性, 揭示了正则分析中所用的纠缠态可以看成是一个 Minkowski 模和一个 Unruh 模的纠缠态, 并且, 任何一个 Unruh 单粒子态都包含不同的左右成分. 基于这一结果, Wang 和 Ji^[7] 研究了非惯性系的量子消相干, 结果发现不论是在振幅阻尼通道, 还是相位阻尼通道, 随着加速参数的增长较早地出现了纠缠死亡现象, 并且发现随着 q_R 的增大初始纠缠减小. 本文在此基础上将研究相位阻尼通道下初始纠缠对纠缠演化的影响.

2 纠缠演化

假设两个观察者 Alice 和 Rob 在图 1 的 P 点共享初始纠缠态^[6]

$$|\Phi\rangle_{MU} = \alpha|0\rangle_M|0\rangle_U + \beta|1\rangle_M|1\rangle_U, \quad (1)$$

这里, $|n\rangle_M$ 表示由 Alice 描述的 Minkowski 模, 且 Alice 在 Minkowski 时空中做匀速直线运动; $|n\rangle_U$ 表示由 Rob 描述的 Unruh 模, 且 Rob 在 Rindler 时空中做匀加速双曲线运动. 在狄拉克场中, 从 Rob

* 国家自然科学基金 (批准号: 11064016, 61068001) 资助的课题.

† E-mail: jixin@ybu.edu.cn

的角度来看, Unruh 真空态处于两模压缩态^[3,6]:

$$|0\rangle_U = \cos r |0\rangle_I |0\rangle_{II} + \sin r |1\rangle_I |1\rangle_{II}, \quad (2)$$

这里, $\cos r = [\exp(-2\pi\omega c/a) + 1]^{-1/2}$, a 是 Rob 的加速度, ω 是狄拉克粒子的频率, c 是真空中光速, $|n\rangle_I$ 和 $|n\rangle_{II}$ 分别表示区域 I 和 II (如图 1 所示) 的 Rindler 模.

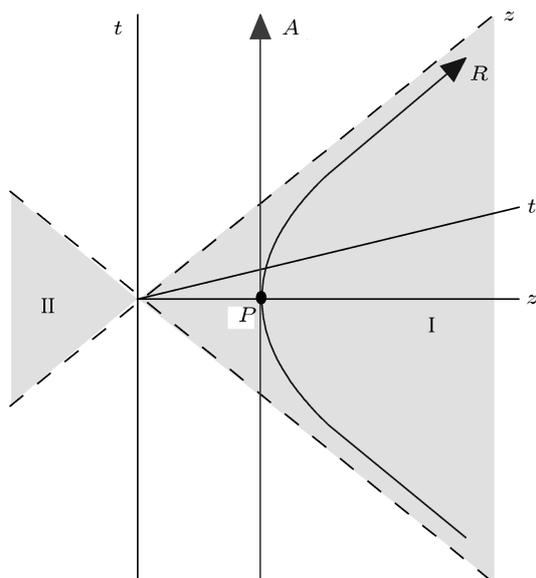


图 1 Rindler 时空图^[4]: 加速观察者 Rob 在区域 I 中沿着双曲线做加速度为 a 的匀加速运动, 且与区域 II 无关

众所周知, Unruh 单粒子态包含不同的左右成分^[6], 因此, 狄拉克场中唯一的激发态可以表示为

$$|1\rangle_U = q_L |0\rangle_I |1\rangle_{II} + q_R |1\rangle_I |0\rangle_{II}, \quad (3)$$

这里, q_R 和 q_L 是复数, 满足 $|q_R|^2 + |q_L|^2 = 1$. 为了方便, 只考虑 q_R 和 q_L 是实数的情形. 按照 Alice 的 Minkowski 模和 Rob 的 Rindler 模, 利用方程 (2)

和 (3), 可以将方程 (1) 重写为

$$\begin{aligned} |\Phi\rangle_{M,I,II} &= \alpha(\cos r |0\rangle_M |0\rangle_I |0\rangle_{II} + \sin r |0\rangle_M |1\rangle_I |1\rangle_{II}) \\ &+ \beta(q_L |1\rangle_M |0\rangle_I |1\rangle_{II} + q_R |1\rangle_M |1\rangle_I |0\rangle_{II}), \quad (4) \end{aligned}$$

因为 Rob 与区域 II 不联接, 信息编码在 Alice 描述的 M 模和 Rob 描述的 I 模上. 对区域 II 求迹, 得到:

$$\begin{aligned} \rho_{M,I} &= \alpha^2 \cos^2 r |00\rangle\langle 00| \\ &+ \alpha\beta q_R \cos r (|00\rangle\langle 11| + |11\rangle\langle 00|) \\ &+ \beta^2 q_R^2 |11\rangle\langle 11| + \alpha^2 \sin^2 r |01\rangle\langle 01| \\ &+ \alpha\beta q_L \sin r (|01\rangle\langle 10| + |10\rangle\langle 01|) \\ &+ \beta^2 q_L^2 |10\rangle\langle 10| \quad (5) \end{aligned}$$

其中, $|mn\rangle = |m\rangle_M |n\rangle_I$.

本文只考虑 Rob 的量子位与噪声环境相耦合的情形. 在相位阻尼通道下, 这一耦合过程可以描述为^[8]

$$|0\rangle_U |0\rangle_E \rightarrow |0\rangle_U |0\rangle_E, \quad (6)$$

$$|1\rangle_U |0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-P} |1\rangle_U |0\rangle_E + \sqrt{P} |1\rangle_U |1\rangle_E, \quad (7)$$

其中, $|n\rangle_E$ 描述环境的态. 由方程 (6) 表明: 如果系统处于 $|0\rangle_U$ 态, 不会出现衰变现象, 并且, 环境的状态不改变. 而由方程 (7) 描述的过程可以理解为弹性散射: 系统态不改变, 而环境态在没有能量交换的情况下经历了一个跃迁. P ($0 \leq P \leq 1$) 是与时间相关的参数. 在 Markov 近似条件下, 参数 P 与时间 t 的关系为 $P = [1 - \exp(-\tau t)]$ ^[9], 其中的 τ 是衰变率. 在相位阻尼通道下, 方程 (5) 所示的态演化为

$$\rho_s = \begin{pmatrix} \alpha^2 \cos^2 r & 0 & 0 & \alpha\beta q_R \eta^{1/2} \cos r \\ 0 & \alpha^2 \sin^2 r & \alpha\beta q_L \eta^{1/2} \sin r & 0 \\ 0 & \alpha\beta q_L \eta^{1/2} \sin r & \beta^2 q_L^2 & 0 \\ \alpha\beta q_R \eta^{1/2} \cos r & 0 & 0 & \beta^2 q_R^2 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中, $\eta = 1 - P$.

我们知道, 两量子位混合态的纠缠度可以方便地由共生纠缠 (concurrence) 来量化. 共生纠缠可以由量子位 M 和 I 的密度矩阵 ρ 计算得到, 其定义为^[10,11]

$$C = \max \left\{ 0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4} \right\}, \quad (9)$$

其中 $\lambda_i^{1/2}$ ($\lambda_i \geq \lambda_{i+1} \geq 0$) 是矩阵 $\rho_s \tilde{\rho}_s$ 本征值的平方根, $\tilde{\rho}_s = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho_s^* (\sigma_y \otimes \sigma_y)$ 是矩阵 (8) 的自旋翻

转矩阵:

$$\tilde{\rho}_s = \begin{pmatrix} \beta^2 q_R^2 & 0 & 0 & \alpha \beta q_R \eta^{1/2} \cos r \\ 0 & \beta^2 q_L^2 & \alpha \beta q_L \eta^{1/2} \sin r & 0 \\ 0 & \alpha \beta q_L \eta^{1/2} \sin r & \alpha^2 \sin^2 r & 0 \\ \alpha \beta q_R \eta^{1/2} \cos r & 0 & 0 & \alpha^2 \cos^2 r \end{pmatrix}, \quad (10)$$

其中, σ_y 是泡利矩阵. $\rho_s \tilde{\rho}_s$ 的本征值如下:

$$\lambda_1 = \alpha^2 \beta^2 q_R^2 (1 + \sqrt{1-P})^2 \cos^2 r, \quad (11a)$$

$$\lambda_2 = \alpha^2 \beta^2 q_L^2 (1 + \sqrt{1-P})^2 \sin^2 r, \quad (11b)$$

$$\lambda_3 = \alpha^2 \beta^2 q_L^2 (1 - \sqrt{1-P})^2 \sin^2 r, \quad (11c)$$

$$\lambda_4 = \alpha^2 \beta^2 q_R^2 (1 - \sqrt{1-P})^2 \cos^2 r. \quad (11d)$$

由 (9) 式可得

$$C = 2\alpha\beta(\sqrt{1-P}q_R \cos r - q_L \sin r). \quad (12)$$

我们发现, 对应于 $0 \leq P \leq 1$, 纠缠死亡发生在 $0 \leq r \leq \arctan(q_R/\sqrt{1-q_R^2})$ 时, 并且, 加速参数 r 和衰变参数 P 满足如下关系:

$$r = \arctan \left[\sqrt{\frac{1-P}{1-q_R^2}} q_R \right]. \quad (13)$$

3 讨论

为了更清楚地了解纠缠演化情况, 图 2 给出了共生纠缠随衰变参数 P 变化的关系曲线.

当考虑 Unruh 单粒子态只包含右成分, 即 $q_R = 1$ 时, 从图 2 (a) 中可以看出, 在衰变参数 P 相同时, 随着初始纠缠的减小, 纠缠度减小: 随着衰变参数的增大, 对于不同的初始纠缠, 纠缠度均减小, 直到衰变参数 $P = 1$, 即时间趋于无穷时纠缠死亡. 在这种情况下, 量子态可以用于量子信息处理. 此外我们还发现, 当态参数不同而初始纠缠相同时, 如 $\alpha = 2\sqrt{2}/3$ 和 $\alpha = 1/3$, 纠缠演化曲线是重合的, 而在振幅阻尼通道情况下, $\alpha = 2\sqrt{2}/3$ 和 $\alpha = 1/3$ 的演化曲线是不同的, 如文献 [5] 中的图 1 所示. 这是因为, 在振幅阻尼通道下, 系统能量发生了变化, 因此在态参数不同时, 纠缠演化曲线不同; 而在相位阻尼通道下, 系统能量不改变, 在态参数不同而初始纠缠相同时, 纠缠演化曲线重合. 当考虑 Unruh 单粒子态具有左右成分时, 从图 2 (b) 中可以看出, 与 Unruh 单粒子态只有右成分比, 纠缠受到了严重衰减 (随着 q_R 从 1 减小到 $1/\sqrt{2}$, 纠缠衰减得越严

重, 纠缠死亡发生得越早 [7]), 较早地出现了纠缠死亡现象, 并且随着加速参数的增大, 纠缠死亡时刻会提前 [7]. 从图中还可以看出, 纠缠死亡时刻仍与初始纠缠无关. 此时, 量子态已不能用于量子信息处理.

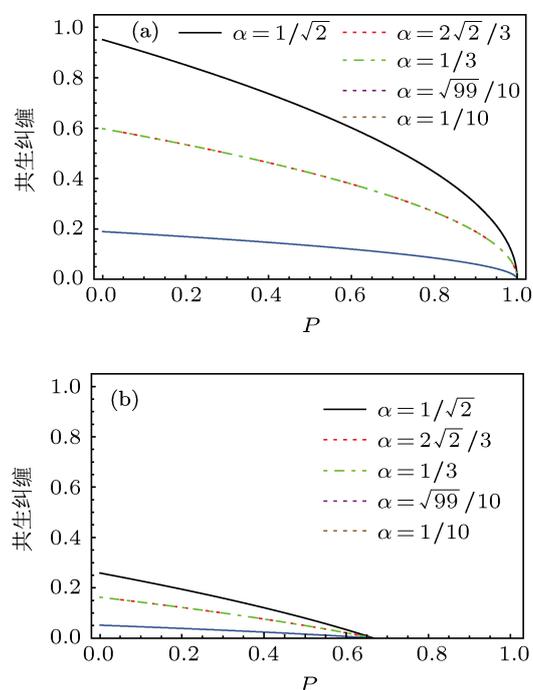


图 2 共生纠缠随衰变参数变化关系曲线 (a) $q_R = 1$, $r = \pi/6$; (b) $q_R = 1/\sqrt{2}$, $q_L = 1/\sqrt{2}$, $r = \pi/6$

4 结论

本文研究了在非惯性系中相位阻尼通道下初始纠缠对纠缠演化的影响, 主要讨论了 Unruh 单粒子态包含左右成分和只包含右成分时初始纠缠的演化. 结果发现: 不论 Unruh 单粒子态包含左右成分还是只包含右成分, 与振幅阻尼通道情况不同, 当态参数不同而初始纠缠相同时, 纠缠演化曲线重合. 当 Unruh 单粒子态包含左右成分时, 比只包含右成分时量子消相干现象更加严重, 较早地出现了纠缠死亡现象, 并且, 纠缠死亡时刻与初始纠缠无关.

- [1] Alsing P M, Milburn G J 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 180404
[2] Fuentes-Schulier I, Mann R B 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 120404
[3] Alsing P M, Fuentes-Schulier I, Mann R B, Tessier T E 2006 *Phys. Rev. A* **74** 032326
[4] Wang J, Jing J 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032324
[5] Zhang W P, Deng J F, Jing J L 2012 *J. Quant. Inform. Sci.* **2** 23
[6] Brusche D E, Louko J, Martín-Martínez E, Dragan A, Fuentes I 2010 *Phys. Rev. A* **82** 042332
[7] Wang Y, Ji X 2012 *J. Mod. Opt.* **59** 571
[8] Breuer H P, Petruccione F 2002 *The Theory of Open Quantum Systems* (New York: Oxford University Press) pp373–380
[9] Salles A, de melo F, Almeida M P, Hor-Meyll M, Walborn S P, Souto Ribeiro P H, Davidovich L 2008 *Phys. Rev. A* **78** 022322
[10] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245
[11] Coffman V, Kundu J, Wootters W K 2000 *Phys. Rev. A* **61** 052306

Influence of initial entanglement on entanglement evolution under phase damping channel*

Liu Qi-Gong Ji Xin[†]

(Department of Physics, College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China)

(Received 29 May 2012; revised manuscript received 11 June 2012)

Abstract

The influence of initial entanglement on entanglement evolution under phase damping channel in noninertial frame is investigated. Compared with the scenario of amplitude damping channel, when the state parameter α has different values with the same initial entanglement, the evolution curves are identical. When the Unruh single particle state has right and left components, there is more serious quantum decoherence than the case where the Unruh single particle state has only right component with the sudden death of entanglement taking place early, and the time of sudden death of entanglement is independent of initial entanglement.

Keywords: initial entanglement, phase damping channel, noninertial frame, quantum decoherence

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Mn, 04.70.Dy

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11064016, 61068001).

[†] E-mail: jixin@ybu.edu.cn