

二维 Duffing 振子的大参数随机共振 及微弱信号检测研究*

冷永刚¹⁾²⁾ 赖志慧^{1)†} 范胜波¹⁾ 高毓璣¹⁾

1) (天津大学机械工程学院, 天津 300072)

2) (天津大学, 机构理论与装备设计教育部重点实验室, 天津 300072)

(2012 年 2 月 23 日收到; 2012 年 6 月 19 日收到修改稿)

研究了二维 Duffing 振子在绝热近似条件下的随机共振特性, 针对大参数条件, 提出二维 Duffing 振子的大参数随机共振, 并探讨二维 Duffing 振子变尺度随机共振和参数调节随机共振的关联性, 揭示大参数条件下 Duffing 振子随机共振检测特征信号的机理, 扩展其在微弱信号检测领域中的应用.

关键词: Duffing 振子, 随机共振, 变尺度, 参数调节

PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

1 引言

在实际工程信号处理中, 微弱特征信号常常被噪声干扰淹没, 其检测一直都是国内外学者研究的热点与难点. 传统上微弱信号检测方法主要是滤除抑制噪声^[1], 但这种方法很容易损害有用信号. 近年来, 非线性学科的不断发 展, 为微弱信号的检测提供了新的思路, 许多学者尝试利用非线性系统对微弱信号进行检测并取得了一定的进展, 其中混沌和随机共振是两种常见的检测方法. Duffing 振子是能够产生混沌现象的一类常用非线性系统, 利用它在混沌临界状态时对参数的敏感性和对噪声的免疫特性, 能够对微弱信号进行检测^[2-4]. 该方法的特点是要求 Duffing 系统原有驱动信号频率与特征信号频率相匹配, 这使得 Duffing 系统的参数设置变得不容易. 文献 [5] 利用变尺度方法将特征信号进行尺度变换从而与原有驱动信号频率相匹配, 达到检测任意频率特征信号的目的. 这种变尺度方法扩展 Duffing 振子混沌检测的参数范围, 但它要

求尺度变换的频率匹配要有一定的精度. 为了进一步简化 Duffing 振子检测微弱信号的方法, 使其更具有实用性和简便性, 本文考虑将待测微弱信号以驱动项的形式直接输入 Duffing 系统, 利用 Duffing 振子的随机共振特性来对微弱特征信号进行检测.

随机共振 (stochastic resonance) 是 Benzi 和 Nicolis 等在研究古气象冰川问题时首次提出的^[6,7], 自那之后, 随机共振理论在信号处理方面的研究得到了广泛的关注^[8], 其中在强噪声背景中检测微弱信号方面, 随机共振显示出了独特的优势. 随机共振利用非线性系统, 在输入信号和噪声的协同作用下, 产生类似力学中人们熟知的共振输出, 达到识别微弱信号的目的. 此前关于随机共振的研究大都集中在一维 Langevin 方程模型, 而二维 Duffing 振子模型的随机共振研究相对较少, 其研究主要涉及电子线路模拟 Duffing 系统的随机共振实验^[9], 应用多维 Fokker-Planck 方程、矩方法和分岔理论解释二维 Duffing 振子的随机共振^[10-12]等. 这些文献的理论分析多采用绝热近似理论^[13], 这就要求信号幅值、频率和噪声强度均

* 国家自然科学基金 (批准号: 51275336, 50975202) 和北京市先进制造技术重点实验室开放项目 (批准号: 001000546612018) 资助的课题.

† E-mail: laizh@tju.edu.cn

在小参数范围之内,从而限制了二维 Duffing 振子随机共振的实际应用.

本文研究二维 Duffing 振子的随机共振特性,将待测信号直接输入 Duffing 系统,提出二维 Duffing 振子的大参数随机共振方法,并探讨 Duffing 振子变尺度随机共振与参数调节随机共振的关联性,揭示大参数条件下 Duffing 振子随机共振检测特征信号的机理,扩展其在微弱信号检测领域中的应用.

2 Duffing 振子的随机共振特性

考虑一个由特征信号 $s(t)$ 和噪声信号 $n(t)$ 驱动的 Duffing 振子方程

$$\ddot{x} + k\dot{x} - ax + bx^3 = s(t) + n(t), \quad (1)$$

其中 k 是阻尼比, $-ax + bx^3$ 是非线性恢复力, a 和 b 是大于零的实系数. 若 $s(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$ 表示幅值为 A 、频率为 f_0 的谐波信号, $n(t) = \sqrt{2D}\xi(t)$ 表示噪声强度为 D 的高斯白噪声,其中 $\xi(t)$ 是均值为 0、方差为 1 的高斯白噪声,则方程 (1) 变为由谐波信号和白噪声信号共同驱动的 Duffing 方程

$$\ddot{x} + k\dot{x} - ax + bx^3 = A \cos(2\pi f_0 t) + n(t). \quad (2)$$

在方程 (1) 和方程 (2) 表示的 Duffing 系统中,当无外加信号,即 $s(t) = 0, n(t) = 0$ 时,系统势函数为 $U(x) = -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{4}x^4$,故 a, b 又称为系统参数. $U(x)$ 有两个极小值 ($x = \pm\sqrt{a/b}$),中间夹一极大值 ($x = 0$),从而形成被中部势垒分隔开的两势阱,如图 1 所示. 中间 $x = 0$ 是不稳定平衡点,两侧 $x = \pm\sqrt{a/b}$ 是两个稳定平衡点. 因此 Duffing 系统是一个双稳系统. 在只有信号 $A \cos(2\pi f_0 t)$ 输入的情况下,双稳系统存在一临界幅值 A_c ,理论值^[14]为 $\sqrt{4a^3/27b}$. 当 $A < A_c$ 时,系统输出将在某一势阱附近进行局域的周期运动;当 $A > A_c$ 时,系统输出会围绕着两个势阱做大范围的跃迁运动. 若信号 $A \cos(2\pi f_0 t)$ 和噪声 $n(t)$ 同时作用于系统,即使 $A < A_c$,只要信号、噪声和系统达到协同作用,噪声将产生积极作用,使一部分噪声能量转移到信号身上,信号能量得到加强,系统输出会形成两个势阱间的大范围跃迁运动,即系统达到随机共振.

令 $sn(t) = s(t) + n(t)$ 表示方程 (2) 的输入信号,其中 $s(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$ 为待测微弱特征信号, $n(t)$ 为背景噪声,则方程 (2) 可以表示为微弱特征

信号的检测模型. 当微弱信号 $s(t)$ 和噪声 $n(t)$ 输入 Duffing 系统方程 (2) 产生随机共振时,系统输出信号的频谱中,在信号的频率 f_0 处会出现一明显的峰值,利用这一特性即可检测噪声中的微弱特征信号.

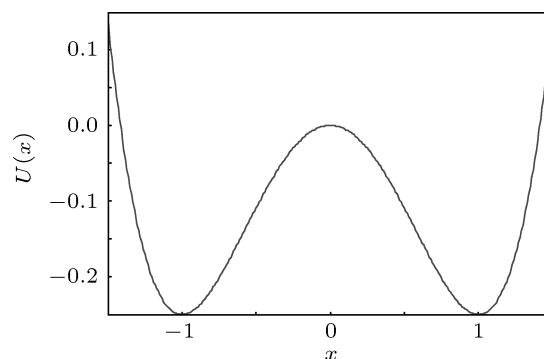


图 1 Duffing 系统的势函数 ($a = b = 1$)

图 2 是一组典型的随机共振过程,对应方程 (2) 的各参数为 $k = 0.5, a = b = 1, A = 0.1, f_0 = 0.01 \text{ Hz}, D = 0.4$,采样频率 $f_s = 5 \text{ Hz}$. 方程 (2) 采用四阶 Runge-Kutta 法进行数值求解,计算点数为 4096 点,输出频谱平均 10 次(以下计算同). 由图 2 看出,在满足绝热近似理论的小参数条件下,在 $D = 0.4$ 时系统达到随机共振,输出频谱的频率 f_0 处谱峰值达到最大,且比输入频谱 f_0 处谱峰值大的多. 事实上,若保持其他参数条件不变,改变输入的噪声强度,对 20000 点数据进行计算,可以得到系统输出在频率 $f = f_0$ 处的幅值 A_m 随噪声强度 D 的变化规律,如图 3. 图 3 表明,信号经过 Duffing 系统处理后,特征信号频率处的谱峰随噪声强度 D 的增加呈现先增后减的规律,并在某一噪声强度时达到最优,这是典型的随机共振特征.

3 Duffing 振子的大参数随机共振

基于绝热近似理论的随机共振仅适用于小参数条件(信号幅值、频率和噪声强度均很小),而实际工程信号往往不满足小参数条件,此时绝热近似理论已不适应实际工程需要. 对于大幅值 A ,通常只需要做一个简单的线性变换即可使其符合小参数条件,因此不满足绝热近似条件的大参数主要针对大信号频率 f_0 和大噪声强度 D .

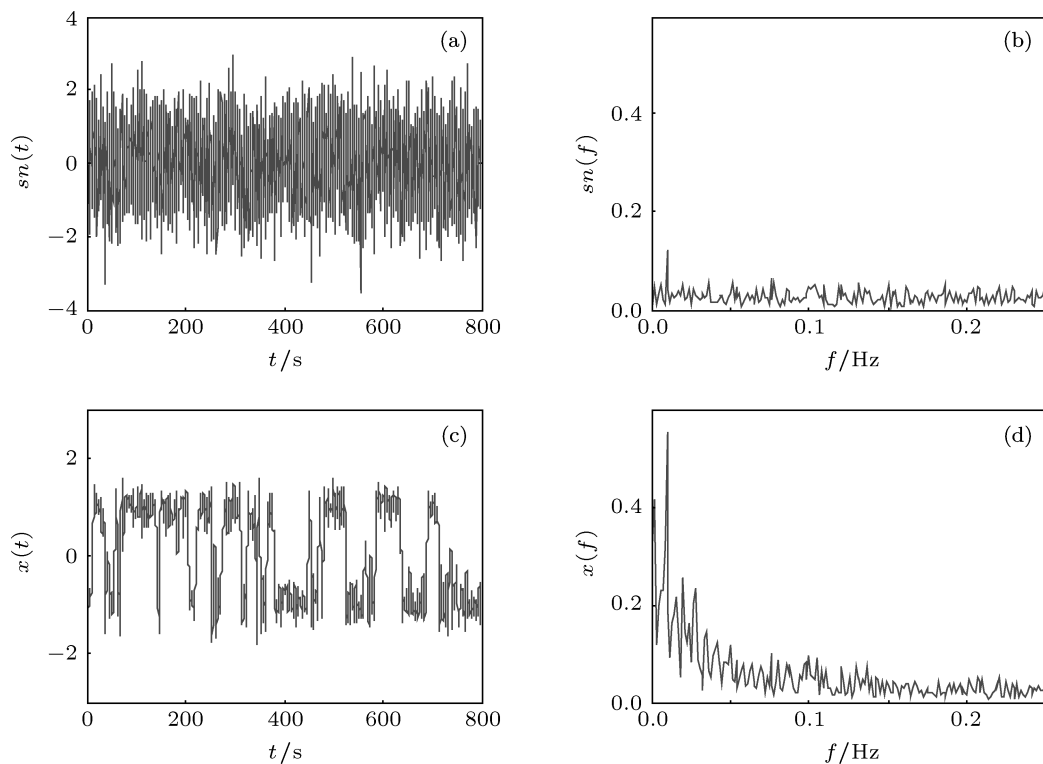


图2 Duffing 系统的随机共振 (a) 输入信号波形; (b) 输入信号频谱; (c) 输出信号波形; (d) 输出信号频谱

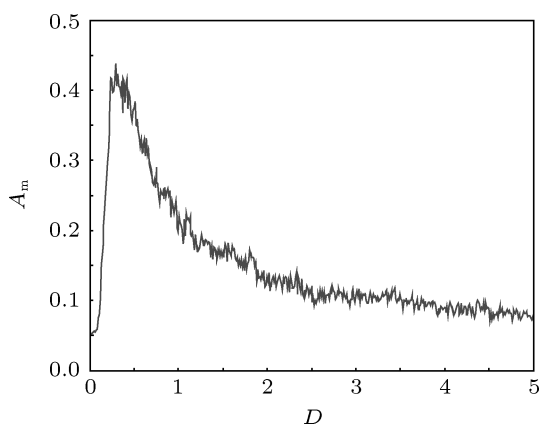


图3 输出信号 f_0 处谱峰值随输入噪声强度 D 的变化规律

3.1 只有信号频率 f_0 为大参数

以图 2 参数为基准, 对应 Duffing 方程 (2) 的各参数分别取为 $k = 0.5$, $a = b = 1$, $A = 0.1$, $D = 0.4$, $f_0 = 40$ Hz, 显然信号频率为大参数. 取采样频率 $f_{\text{sample}} = 20000$ Hz. 大频率参数条件下系统输入信号 $sn(t)$ 的波形和频谱如图 4(a) 和 (b), 直接计算方程 (2) 得到系统输出信号 $x(t)$ 的波形和频谱如图 4(c) 和 (d) (为看清频谱结构, 图 4(d) 的幅值取为其对数值, 单位是 dB). 比较系统输入信号谱

图 4(b) 和输出谱图 4(d) 可知, 由于输入信号中噪声强度在小参数范围, 因此系统输入信号的频谱已可识别频率 $f_0 = 40$ Hz 的特征信号, 与图 2(b) 情况一致; 但是, 系统输出信号的频谱中 $f = 40$ Hz 频率处却不存在明显的谱峰值特征. 这说明在非小频率参数条件下, 绝热近似理论已出现偏差, 直接进行数值计算将得不到随机共振现象, 不能识别噪声中的弱信号. 产生这一现象的原因在于^[15] 频率 f_0 的增大导致系统响应 $x(t)$ 越来越滞后于输入, 从而需要更大的信号驱动幅度才能形成跃迁的随机共振现象.

为了在大信号频率条件下仍能通过 Duffing 振子得到随机共振现象, 并识别微弱信号, 根据一维双稳随机共振的变尺度 (或二次采样) 思想^[16-18], 提出二维 Duffing 振子的变尺度随机共振方法, 即引入变尺度系数 R , 对实测数据进行频率/时间尺度变换, 经过尺度 R 变换之后的信号输入 Duffing 系统进行处理, 可使系统实现随机共振, 获取特征频率值, 之后再按尺度 R 进行信号的还原恢复即可得到实际信号的特征频率值. 该方法的本质是将一个高频信号转换为一个符合绝热近似条件的低频信号, 以利于随机共振的产生.

针对图 4(a) 的大频率参数, 引入变尺度系数 $R = 4000$ 对待测信号进行尺度变换后输入 Duffing 系统, 得到输出信号波形和频谱如图 4(e) 和 (f). 此时, 对应的二次采样频率 $f_{sr} = f_s/R = 5 \text{ Hz}$. 从变尺度输出信号频谱 4(f) 得到的最大谱峰

频率为 $f'_0 = 0.01 \text{ Hz}$, 换算到原待测信号的频率尺度有 $f'_0 \times R = 0.01 \times 4000 = 40 \text{ Hz}$, 这正是微弱信号 $s(t)$ 的频率 f_0 . 因此通过频率/时间尺度变换可以很好地实现大频率参数信号的随机共振.

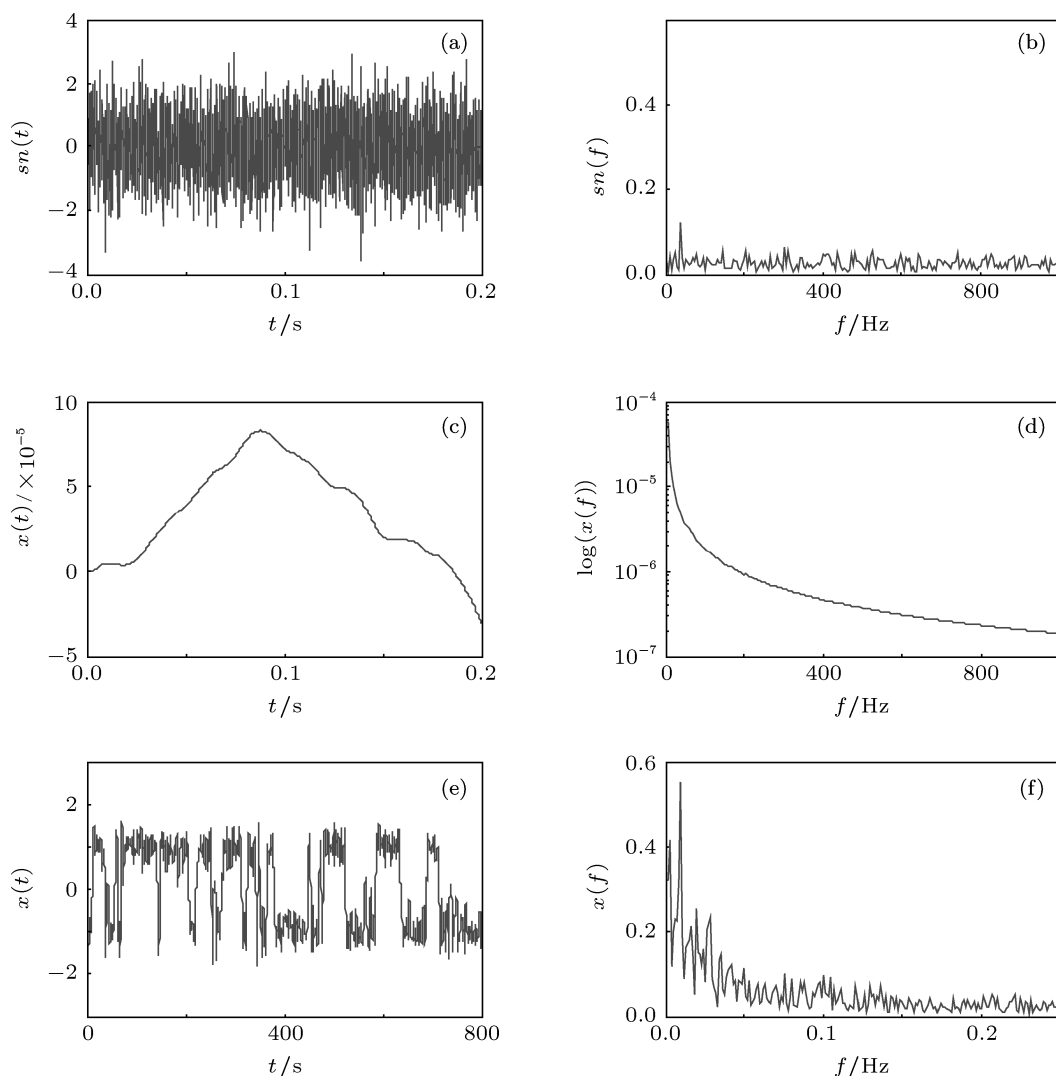


图 4 大频率参数信号的随机共振 (a) 输入信号波形; (b) 输入信号频谱; (c) 输出信号波形; (d) 输出信号对数频谱; (e) 变尺度输出信号波形; (f) 变尺度输出信号频谱

3.2 只有噪声强度 D 为大参数

仍然以图 2 参数为基准, 对应 Duffing 方程 (2) 的各参数分别取为 $k = 0.5$, $a = b = 1$, $A = 0.1$, $f_0 = 0.01 \text{ Hz}$, 采样频率 $f_s = 5 \text{ Hz}$, 噪声强度取为大参数 $D = 5$. 大噪声强度条件下系统输入信号 $sn(t)$ 的波形和频谱如图 5(a) 和 (b), 直接计算方程 (2) 得到系统输出信号 $x(t)$ 的波形和频谱

如图 5(c) 和 (d) (为看清频谱结构, 图 5(b), (d) 的幅值取为其对数值, 单位是 dB). 比较系统输入信号频谱 5(b) 和输出信号频谱 5(d) 可知, 由于噪声强度太大, 从系统输入信号频谱中已无法识别频率 $f_0 = 0.01 \text{ Hz}$ 的特征信号谱峰; 同样在系统输出信号的频谱中, 由于噪声强度已经远超出 Duffing 系统产生随机共振的最优噪声强度值, 因此在 $f = 0.01 \text{ Hz}$ 频率处同样也看不到特征信号谱

峰. 这说明在大噪声强度参数条件下, 由于系统产生随机共振只需要适量的小噪声, 因此过多剩余的噪声只能作为残余噪声存在, 并淹没系统输出的特征信号.

为了在大噪声强度条件下实现 Duffing 振子的随机共振并识别微弱特征信号, 根据文献 [9] 的实验研究可知, Duffing 振子阻尼比 k 的调节可一定程度上实现不同噪声强度 D 下的随机共振. 换言之, 随着 Duffing 振子阻尼比 k 的增大, 系统能够实现

随机共振的最优噪声值也可随之增大. 因此通过调节阻尼比参数 k 的取值, 可实现一定大噪声强度参数下 Duffing 系统的随机共振.

针对图 5(a) 大噪声强度条件, 保持其他参数条件不变, 只增大 Duffing 方程 (2) 中阻尼比 k 的值. 当 $k = 2.5$ 时, 得到图 5(e) 和 (f) 的输出结果, 此时, 系统输出最优达到随机共振. 由此可知, 阻尼比参数 k 的调节可有助于实现大噪声强度信号的随机共振.

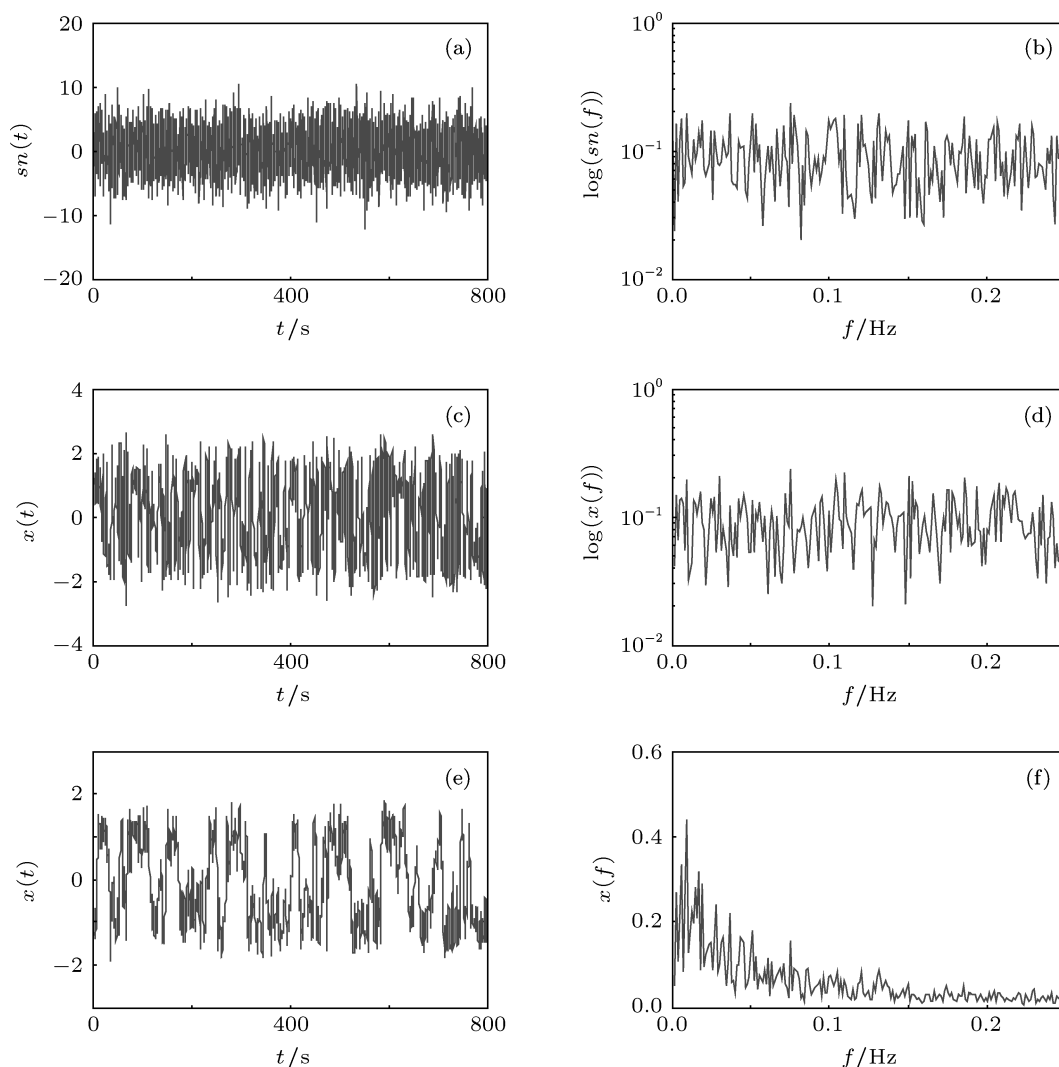


图 5 大噪声强度信号的随机共振 (a) 输入信号波形; (b) 输入信号对数频谱; (c) 输出信号波形; (d) 输出信号对数频谱; (e) 调节阻尼比参数输出信号波形; (f) 调节阻尼比参数输出信号频谱

3.3 信号频率 f_0 和噪声强度 D 都为 大参数

同样以图 2 参数为基准, 对应 Duffing 方程 (2) 的各参数分别取为 $k = 0.5, a = b = 1, A = 0.1$. 信

号频率取 $f_0 = 40$ Hz, 采样频率 $f_s = 20000$ Hz, 噪声强度取 $D = 5$. 此时信号频率 f_0 和噪声强度 D 均超出绝热近似的小参数范围, 属于大参数.

强噪声背景和大频率系统输入信号 $sn(t)$ 的波形和频谱如图 6(a) 和 (b), 直接计算方程 (2) 得到系

统输出信号 $x(t)$ 的波形和频谱如图 6(c) 和 (d) (为看清频谱结构, 图 6(b), (d) 的幅值取为其对数值, 单位是 dB). 根据 3.1 和 3.2 节分析可知, 显然在大信号频率和大噪声强度的大参数情况下, 无论是系统输入还是输出, 其频谱中 $f = 40 \text{ Hz}$ 频率处均看不到谱峰值特征. 为了在大信号频率和大噪声强度的条件下得到 Duffing 振子的随机共振并识别微弱特征信号, 需要同时进行尺度变换和阻尼比参数的调节. 针对图 6(a) 参数, 引入变尺度系数 R , 同时适当调节阻尼比 k 值. 当 $R = 4000$ 和 $k = 2.5$ 时得到了

大参数条件下的随机共振结果, 如图 6(e) 和 (f) 所示. 由此说明变尺度与阻尼比调节的大参数随机共振是可行的.

4 讨论

从上节分析可以看出, 二维 Duffing 振子大参数随机共振的实现不仅与系统的频率/时间尺度有关, 实际上还与系统参数有密切的关系, 下面进一步分析讨论.

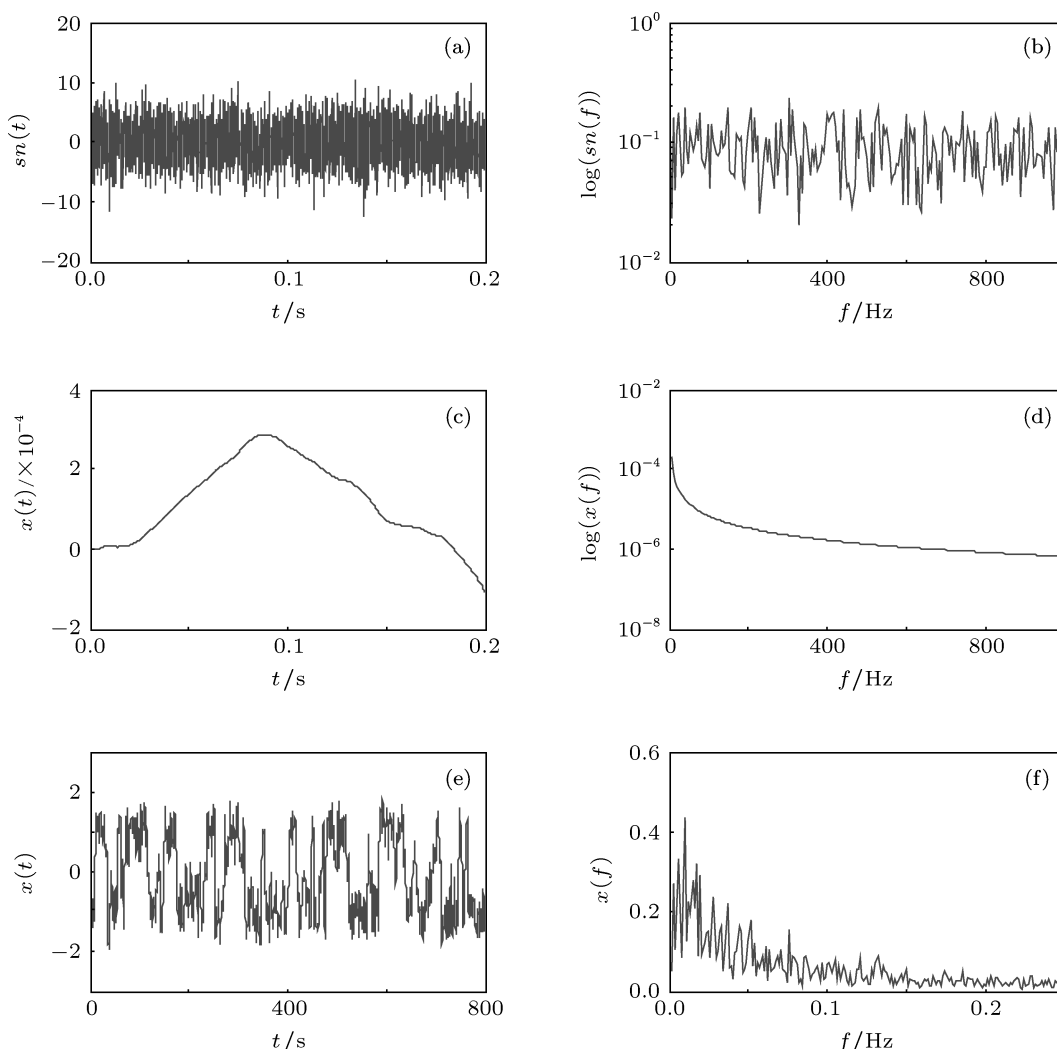


图 6 大频率和大噪声强度信号的随机共振 (a) 输入信号波形; (b) 输入信号对数频谱; (c) 输出信号波形; (d) 输出信号对数频谱; (e) 变尺度和阻尼比调节的输出信号波形; (f) 变尺度和阻尼比调节的输出信号频谱

4.1 变尺度随机共振与系统参数调节随机共振的关联性

当特征信号频率 f_0 为大参数时, 利用变尺度系

数 R 对大频率信号进行频率/时间尺度的变换, 是一种等价线性映射变换, 它并没有改变 Duffing 系统输入信号的特征^[19]. 在方程 (2) 中, 经过尺度变换的输入信号频率为 $f'_0 = f_0/R$, 相应的时间尺度

变为 $t' = Rt$, 尺度变换后的采样频率为 $f_{sr} = f_s/R$, 相应的数值计算步长 $h = R/f_s$. 于是在时间尺度 t' 意义下能够实现随机共振的方程 (2) 可表示为

$$\begin{aligned} &\ddot{x}(t') + k\dot{x}(t') - ax(t') + bx(t')^3 \\ &= A \cos(2\pi f_0' t') + n(t'). \end{aligned} \quad (3)$$

方程 (3) 就是 Duffing 振子变尺度随机共振方程, 它通过频率/时间尺度变换实现了大频率信号的随机共振. 将方程 (3) 按照变尺度系数 R 还原, 并恢复到时间尺度 t 下, 可得其等价方程

$$\begin{aligned} &\ddot{x}(t)/R^2 + k\dot{x}(t)/R - ax(t) + bx(t)^3 \\ &= A \cos(2\pi f_0 t) + n(t). \end{aligned} \quad (4)$$

如果继续以变尺度系数 R 对方程 (4) 中的系统参数 a, b 及响应 x 进行 $a' = Ra, b' = R^3b, x' = x/R$ 这样的尺度变换, 那么方程 (4) 又可等价变换为

$$\begin{aligned} &\ddot{x}'(t)/R + k\dot{x}'(t) - a'x'(t) + b'x'(t)^3 \\ &= A \cos(2\pi f_0 t) + n(t). \end{aligned} \quad (5)$$

方程 (5) 可看成是 Duffing 振子参数调节随机

共振方程, 它与变尺度方程 (3) 的区别在于, 它不改变信号的频率/时间尺度, 而是通过调节改变系统参数来实现大频率信号的随机共振.

将方程 (3) 和 (5) 与方程 (4) 比较知, 在输入信号强度不变的情况下, 方程 (3) 是时间尺度 t' 下大频率信号的变尺度随机共振方程, 而方程 (4) 是时间尺度 t 下的大频率信号的随机共振方程, 二者响应解相同, 但频率/时间尺度不同, 相差 R 倍. 方程 (5) 是系统参数调节的大频率信号随机共振方程, 其频率/时间尺度与方程 (4) 的相同, 但其响应解不同于方程 (4), 数值上相差 R 倍.

由于方程 (4) 可看成方程 (3) 和方程 (5) 各自尺度恢复后的方程, 因此方程 (4) 将变尺度随机共振方程 (3) 和参数调节随机共振方程 (5) 统一联系起来, 称方程 (4) 为“共性变换方程”. 方程 (4) 与方程 (2) 的差别仅在于方程 (4) 中的导数项 $\ddot{x}'(t)$ 和 \dot{x}' 各多了一个与变尺度系数 R 有关的系数, 正是这种差别, 使得方程 (4) 能够实现大频率参数的随机共振, 而方程 (2) 只能实现小频率参数的随机共振.

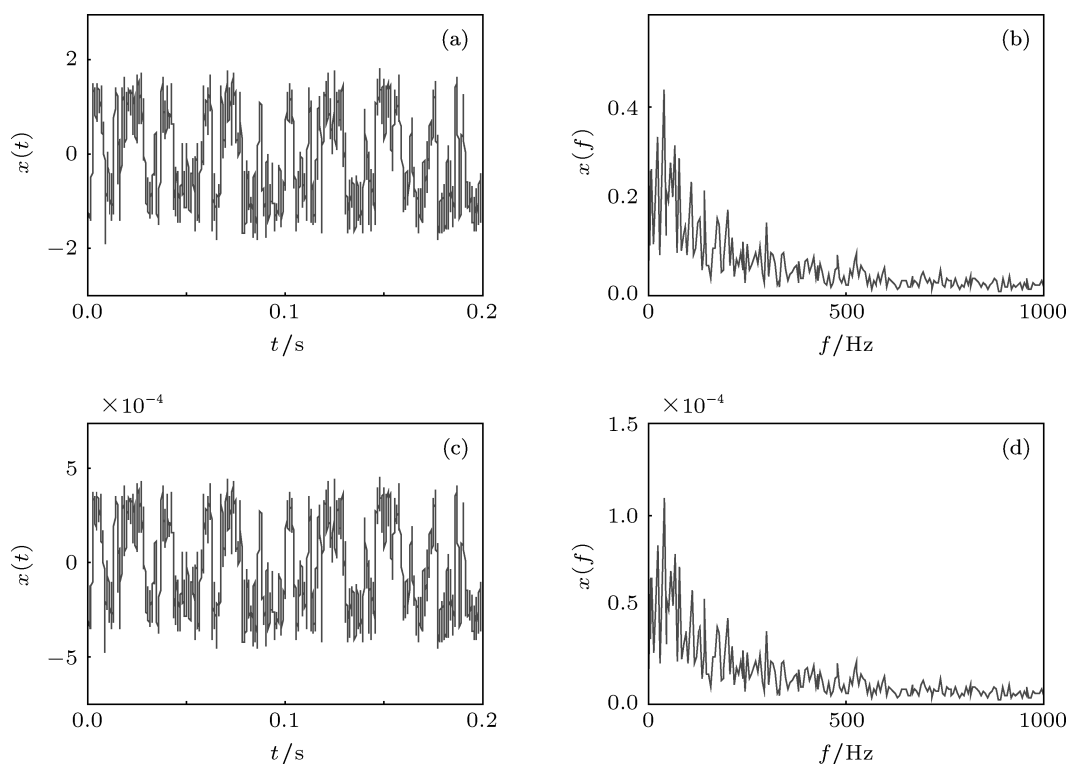


图 7 图 6(a) 参数条件下方程 (4) 和 (5) 的波形和频谱 (a) 方程 (4) 输出信号波形; (b) 方程 (4) 输出信号频谱; (c) 方程 (5) 输出信号波形; (d) 方程 (5) 输出信号频谱

图 6(e) 和 (f) 已经给出 $k = 2.5$ 时变尺度随机共振方程 (3) 输出信号的波形和频谱. 作为对比, 图 7 给出了图 6(a) 参数条件下共性变换方程 (4) 和系统参数调节随机共振方程 (5) 输出信号的波形和频谱. 比较图 7(a), (b) 和图 6(e), (f) 可知, 方程 (3) 与方程 (4) 有相同的响应解但时间尺度上相差 R 倍, 而比较图 7(a), (b) 和图 7(c), (d) 可知, 方程 (4) 与方程 (5) 有相同的时间尺度但输出幅值上相差 R 倍. 图 6 和图 7 的例子进一步说明, 双稳 Duffing 系统大频率参数信号的变尺度随机共振, 等价于双稳 Duffing 系统大频率参数信号的系统参数调节随机共振, 二者差别仅仅是响应解或时间尺度的倍数关系.

4.2 大噪声强度的阻尼比参数调节随机共振机理

图 3 是方程 (2) 参数在某一最优噪声 D 处 Duffing 系统实现随机共振的情况. 然而, 当噪声强度 D 很大, 且远大于该组参数条件下系统

产生随机共振的最优噪声值时, Duffing 系统的输出将产生过共振, 导致特征信号难以检测. 此时, 根据 3.2 节可以通过调整阻尼比 k 参数来使系统达到随机共振, 从而将特征信号检测出来. 这种检测机理举例解释如下.

令方程 (2) 中各参数为 $a = b = 1$, $A = 0.1$, $f_0 = 0.01$ Hz, $D = 5$, 采样频率 $f_s = 5$ Hz, 阻尼比 k 分别取 0.5, 1.5, 2.5 和 3.5, 其系统输出信号频谱如图 8.

从图 8 看到, 阻尼比 k 的变化决定了系统输出洛伦兹分布谱的形状特征, 阻尼比 k 越大, 高频成分越少, 低频成分越多, 说明了大阻尼比使噪声的高频成分能量向低频区域转移的特性. 反之, 阻尼比 k 越小, 则高频成分增多, 反映了小阻尼比使噪声能量向高频区域扩展的特性. 因此, 只有合适的阻尼比 k 才能在某一噪声强度下使系统响应输出最优, 达到随机共振. 图 8(c) 即是在大噪声强度 $D = 5$ 时系统输出随机共振的最优结果, 从频谱中可以容易地读出 $f_0 = 0.01$ Hz 的信号成分. 而对于噪声 $D = 5$ 的情况, 太小的阻尼比 $k = 0.5, 1.5$

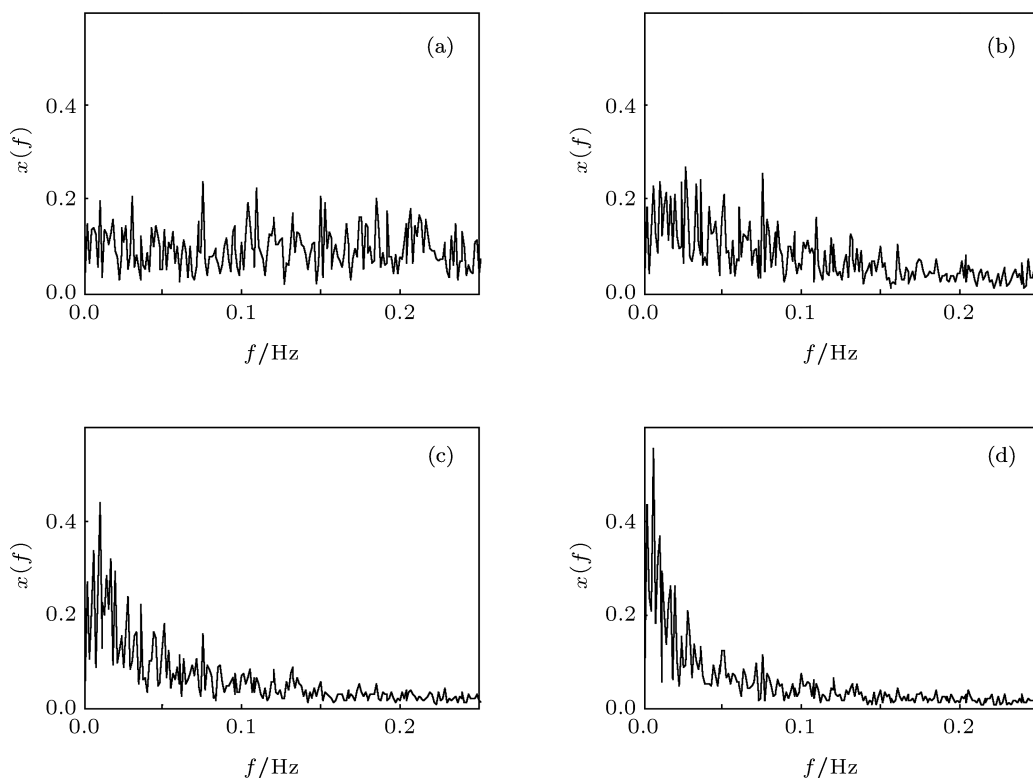


图 8 阻尼比 k 取不同值时的输出频谱 (a) $k = 0.5$; (b) $k = 1.5$; (c) $k = 2.5$; (d) $k = 3.5$

和太大的阻尼比 $k = 3.5$, 如图 8(a), (b) 和 (d), 都不能实现随机共振, 特征信号被淹没在噪声或干扰中而不能被识别.

如果绘制不同阻尼比下信号频率处的幅值随噪声强度变化的关系曲线, 那么可进一步清楚地看到阻尼比 k 对随机共振的影响, 图 9 给出了系统输出在 $f = f_0$ 处的幅值 A_m 随噪声强度 D 的变化规律, 其中方程 (2) 参数取为 $a = b = 1$, $A = 0.1$, $f_0 = 0.01$ Hz, 采样频率 $f_s = 5$ Hz, 对 20000 点数据进行计算, 曲线 1—4 分别代表系统阻尼比 k 为 0.5, 1.5, 2.5, 3.5 时的结果.

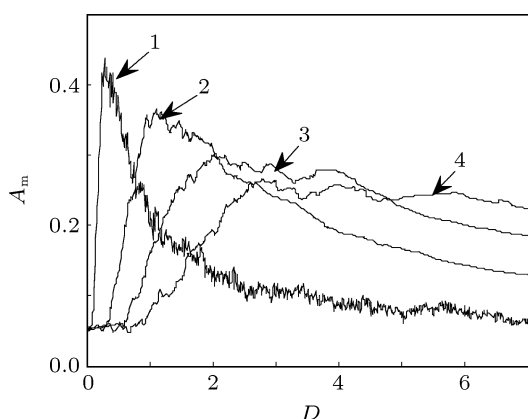


图 9 阻尼比 k 对随机共振的影响

从图 9 可以看出, 在其他参数条件均保持不变

的情况下, 随着 Duffing 振子阻尼比 k 的增大, 系统能够实现随机共振的最优噪声值也随之增大. 这表明, 当系统输入的噪声强度 D 增大时, 可以通过增大 Duffing 振子的阻尼比 k 值, 使之与大噪声强度 D 相匹配, 实现大噪声强度信号的参数调节随机共振, 从而将淹没于大强度噪声中的微弱信号检测出来.

5 结论

本文研究了二维 Duffing 振子随机共振特性, 提出并讨论了基于变频率/时间尺度和系统参数调节的大参数随机共振. 仿真实例表明, 应用 Duffing 振子的随机共振特性可对噪声中的微弱信号进行检测. 在对实际微弱信号进行检测时, 其检测步骤可以是: 首先估计采集信号的强度, 对采集信号进行归一化处理, 即将信号的大小进行线性压缩或扩大, 使信号的强度处于合适的处理范围之内; 其次将 Duffing 振子的阻尼比 k 的取值调整为此噪声强度下的最优值; 最后, 引入尺度变换系数 R , 对频率/时间尺度 (或系统参数) 进行变换, 并通过 Duffing 系统得到可识别的信号, 对该信号进行尺度恢复即可得到原采集信号中的特征信号.

- [1] Gao J Z 2005 *Detection of Weak Signals* (Beijing: Tsinghua University Press) pp19–24 (in Chinese) [高晋占 2005 微弱信号检测 (北京: 清华大学出版社) 第 19—24 页]
- [2] Belhaq M, Houssni M 2000 *Chaos, Solitons & Fractals* **11** 1237
- [3] Zhai D Q, Liu C X, Liu Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 816 (in Chinese) [翟笃庆, 刘崇新, 刘尧 2010 物理学报 **59** 816]
- [4] Wang Y S, Jiang W Z, Zhao J J, Fan H D 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2053 (in Chinese) [王永生, 姜文志, 赵建军, 范洪达 2008 物理学报 **57** 2053]
- [5] Lai Z H, Leng Y G, Sun J Q, Fan S B 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 050503 (in Chinese) [赖志慧, 冷永刚, 孙建桥, 范胜波 2012 物理学报 **61** 050503]
- [6] Beniz R, Sutura A, Vulplana A 1981 *Phys. A* **14** 453
- [7] Benzi R, Parisi G, Sruvera A, Vulpiana A 1982 *Tellus* **34** 11
- [8] Gammaitoni L, Hanggi P, Jung P, Marchesoni F 1998 *Rew. Mod. Phys.* **70** 223
- [9] Wang F Z, Wen X D, Li R, Qin G R 1996 *J. Beijing Normal Uni. (Nature Science)* **32** 47 (in Chinese) [王辅忠, 温孝东, 李蓉, 秦光戎 1996 北京师范大学学报 (自然科学版) **32** 47]
- [10] Kang Y M, Xu J X, Xie Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 802 (in Chinese) [康艳梅, 徐健学, 谢勇 2003 物理学报 **52** 802]
- [11] Kang Y M, Xu J X, Xie Y 2004 *Acta Mech. Sin.* **36** 247 (in Chinese) [康艳梅, 徐健学, 谢勇 2004 力学学报 **36** 247]
- [12] Zhang G J, Xu J X, Yao H 2006 *Acta Mech. Sin.* **38** 283 (in Chinese) [张广军, 徐健学, 姚宏 2006 力学学报 **38** 283]
- [13] Hu G 1994 *Stochastic Forces and Nonlinear System* (Shanghai: Shanghai Science & Technology Education Press) pp222–229 (in Chinese) [胡岗 1994 随机力与非线性系统 (上海: 上海科技教育出版社) 第 222—229 页]
- [14] Leng Y G, Wang T Y, Qin X D 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 717 (in Chinese) [冷永刚, 王太勇, 秦旭达 2004 物理学报 **53** 717]
- [15] Wang J F, Liu F, Wang J Y, Chen G, Wang W 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 2305 (in Chinese) [王嘉斌, 刘锋, 王均义, 陈光, 王玮 1997 物理学报 **46** 2305]
- [16] Leng Y G, Leng Y S, Guo Y 2006 *J. Sound and Vibration* **292** 788
- [17] Leng Y G 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020503 (in Chinese) [冷永刚 2011 物理学报 **60** 020503]
- [18] Leng Y G, Wang T Y 2007 *Mechanical Systems and Signal Processing* **21** 138
- [19] Leng Y G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5196 (in Chinese) [冷永刚 2009 物理学报 **58** 5196]

Large parameter stochastic resonance of two-dimensional Duffing oscillator and its application on weak signal detection*

Leng Yong-Gang¹⁾²⁾ Lai Zhi-Hui^{1)†} Fan Sheng-Bo¹⁾ Gao Yu-Ji¹⁾

1) (*School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China*)

2) (*Key Laboratory of Mechanism Theory and Equipment Design of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China*)

(Received 23 February 2012; revised manuscript received 19 June 2012)

Abstract

In this paper, the stochastic resonance of two-dimensional Duffing oscillator under the adiabatic assumption is studied. For the large parameter condition, we propose the large parameter stochastic resonance of two-dimensional Duffing oscillator, and discuss the relationship between the scale transformation stochastic resonance and the parameter adjustment stochastic resonance. Then we reveal the mechanism of signal detection by Duffing oscillator stochastic resonance in large parameter condition, and extend its application to weak signal detection.

Keywords: Duffing oscillator, stochastic resonance, scale transformation, parameter adjustment

PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51275336, 50975202), and the Key Laboratory of Beijing Municipality for Advanced Manufacturing Technology, China (Grant No. 001000546612018).

† E-mail: laizh@tju.edu.cn