

基于最小关节力矩优化的自由浮动空间刚柔耦合机械臂混沌动力学建模与控制*

王从庆^{1)2)†} 吴鹏飞¹⁾ 周鑫¹⁾

1) (南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016)

2) (西安交通大学, 机械制造系统工程国家重点实验室, 西安 710049)

(2012年5月6日收到; 2012年6月21日收到修改稿)

采用拉格朗日法、假设模态法和系统动量守恒原理, 推导了一种平面内三连杆的自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂的动力学模型. 基于最小关节驱动力矩优化, 建立了自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂的混沌运动状态方程, 采用混沌数值方法分析机械臂运动中的混沌现象, 分别在工作空间、关节空间和模态空间, 设计鲁棒 Proportional-Derivative (PD) 补偿控制、延迟反馈控制和模态力最优控制, 实现了轨迹跟踪、混沌运动抑制和振动控制. 通过数值仿真验证了建模与控制方法的有效性.

关键词: 空间机械臂, 非线性动力学, 混沌运动抑制, 混合控制

PACS: 05.45.-a, 05.45.Gg

1 引言

自由浮动空间柔性冗余度机械臂在太空中代替宇航员完成捕捉失效卫星、建造空间站、维修空间设施等作业, 柔性臂在运动中会发生弹性形变和振动, 虽然利用冗余特性的自运动规划可以抑制振动, 但会产生混沌振动. 国内外一些学者对机械臂混沌运动控制问题进行了研究. Varghese 等^[1,2]率先研究了平面三自由度刚性冗余度机器人末端跟踪控制问题, 通过 Poincare 图和功率谱图, 发现其在某些优化矢量条件下机械臂关节运动是混沌的. 文献 [3, 4] 研究了平面两自由度和三自由度机器人在不考虑杆件柔性、摩擦等情况下分别具有转动关节和移动关节时系统的混沌运动. 文献 [5] 在此基础上对平面两自由度机器人通过数值计算, 找到了系统做周期运动和混沌运动的参数条件, 并且基于周期信号扰动参数的方法对该机器人机构

中的混沌运动实施控制. 文献 [6] 利用 Lyapunov 线性化方法研究了具有关节摩擦的单连杆刚性机械臂中的混沌现象. 文献 [7] 研究了冗余度机械臂自运动中的混沌控制, 解释了机械臂关节运动中的漂移现象. 文献 [8] 研究了空间冗余度刚性机器人基于关节空间在 Proportional-Derivative (PD) 控制下的系统运动学, 发现不同的 PD 控制器参数和末端执行器期望轨迹, 均能导致系统的混沌运动, 并针对该混沌系统设计状态延迟反馈控制器, 在适当参数下使系统由复杂的混沌运动转变为规则的周期运动. 上述对机器人混沌运动的研究, 虽然从运动学逆解的状态方程中可以构造混沌控制律, 但并没有解决机械臂混沌动力学系统的混合控制问题. 近年来, 一些学者提出了混沌系统的全局控制、自适应追踪控制、鲁棒自适应反演控制等非线性控制方法^[9,10]. 本文研究一种平面内三连杆的自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂的动力学系统, 通过建立自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂动力学模型,

* 江苏省科技支撑计划 (批准号: BE2010190) 和西安交通大学机械制造系统工程国家实验室开放基金 (批准号: 201002) 资助的课题.

† E-mail: cqwang@nuaa.edu.cn

利用相图、Poincare 截面图和最大 Lyapunov 指数, 分析了基于最小关节驱动力矩优化的自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂混沌动力学特性, 分别在末端工作空间、关节空间和弹性模态空间, 设计轨迹跟踪的鲁棒 PD 补偿控制律、延迟反馈控制律和最优控制律, 并通过仿真验证了上述方法的有效性.

2 自由浮动柔性冗余度空间机械臂动力学系统描述

如图 1 所示, 平面内三连杆的自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂系统由本体基座、机械臂和末端执行器组成. 图 1 中 L_1 和 L_2 为材料相同的机械臂的刚性连杆, L_3 为机械臂的柔性连杆, $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ 为机械臂连杆的关节角向量. $\Sigma-OXY$ 为空间机械臂系统的惯性坐标系, $\Sigma_o-O_bX_bY_b$ 为固定于本体质心的本体坐标系, $\Sigma_e-O_eX_eY_e$ 为末端坐标系, $\Sigma_i-O_iX_iY_i$ ($i = 1, 2, 3$) 为连杆坐标系, 各连杆随体坐标系按照 Denavit-Hartenberg 惯例建立. 末端执行器的位姿为 $X_e = [x_e \ y_e \ \theta_e]^T$, 本体的位姿为 $X_b = [x_b \ y_b \ \theta_b]^T$. 本文所研究的平面内三连杆刚柔耦合冗余度空间机械臂视柔性连杆为简支梁, 用假设模态法描述其弹性形变:

$$\omega(x_3, t) = \sum_{i=1}^n \sin(i\pi x_3/L_3) \cdot \eta_i(t), \quad (1)$$

式中 $\eta_i(t)$ 是柔性连杆的广义坐标, x_3 是柔性连

杆的附体坐标系中关于 X_3 方向的坐标. 本文取二阶模态, 即 $n = 2$, 柔性连杆的广义坐标变量 $Q = [Q_1 \ Q_2]^T = [\eta_1 \ \eta_2]^T$.

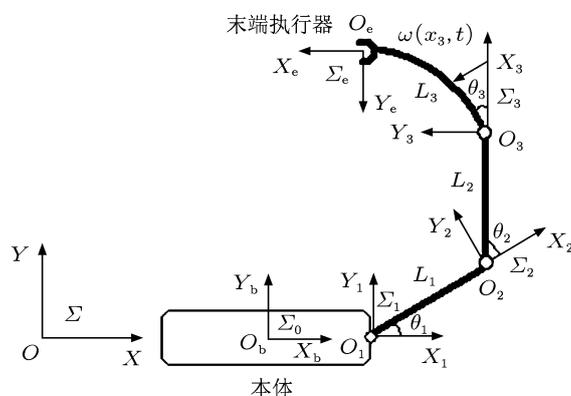


图 1 平面三连杆自由浮动刚柔耦合空间机械臂

图 1 中连杆的参数 m_i, L_i, I_i ($i = 1, 2, 3$) 分别为三个连杆的质量、长度和转动惯量; L_b 为本体端点到其质心的距离. 本文在进行系统的动力学分析时, 做如下假设: 1) 各连杆及系统本体的密度分布均匀; 2) 假设连杆的长度远大于其截面尺寸, 忽略运动过程中所产生的轴向变形和剪切变形, 仅考虑机械臂连杆的横向弯曲变形, 且假设弯曲振动为小变形; 3) 忽略末端执行器的大小, 假设其归为第三连杆的末端; 4) 忽略关节处电机的质量, 且不考虑电机的阻尼.

在惯性坐标系下, 空间机械臂连杆 L_i ($i = 1, 2, 3$) 上任意一点坐标分别为

$$R_1(x, y) = \begin{pmatrix} x_1 \cos(\theta_b + \theta_1) + L_b \cos(\theta_b) + x_b \\ x_1 \sin(\theta_b + \theta_1) + L_b \sin(\theta_b) + y_b \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$R_2(x, y) = \begin{pmatrix} L_1 \cos(\theta_b + \theta_1) + x_2 \cos(\theta_b + \theta_1 + \theta_2) + L_b \cos(\theta_b) + x_b \\ L_1 \sin(\theta_b + \theta_1) + x_2 \sin(\theta_b + \theta_1 + \theta_2) + L_b \sin(\theta_b) + y_b \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$R_3(x, y) = \begin{pmatrix} L_1 \cos(\theta_b + \theta_1) + L_2 \cos(\theta_b + \theta_1 + \theta_2) + x_3 \cos(\theta_b + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ \quad + \omega(x_3, t) \sin(\theta_b + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + L_b \cos(\theta_b) + x_b \\ L_1 \sin(\theta_b + \theta_1) + L_2 \sin(\theta_b + \theta_1 + \theta_2) + x_3 \sin(\theta_b + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ \quad - \omega(x_3, t) \cos(\theta_b + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + L_b \sin(\theta_b) + y_b \end{pmatrix}. \quad (4)$$

空间机械臂系统的总动能可以表示为

$$T = T_b + \sum_{i=1}^3 T_i, \quad (5)$$

式中 $T_b, T_i (i = 1, 2, 3)$ 分别为本体的动能和第 i 连杆运行动能

$$T_b = \frac{1}{2} I_b \dot{\theta}_b^2 + \frac{1}{2} m_b \dot{x}_b^2 + \frac{1}{2} m_b \dot{y}_b^2,$$

$$T_i = \frac{1}{2} I_i \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \int_0^{L_i} \rho_i \dot{R}_i^T \dot{R}_i dx_i.$$

其中 m_b, I_b 分别为本体基座的质量和转动惯量, ρ_i 为第 i 连杆的线密度, \dot{R}_i 为第 i 连杆上任意一点的速度.

空间机械臂系统的总势能可以表示为

$$U = U_b + \sum_{i=1}^3 U_i, \quad (6)$$

其中 U_b, U_i 分别为本体和第 i 连杆的势能. 由于空间环境是一个微重力环境, 空间机械臂系统的重力势能可以忽略, 所以系统的势能仅由柔性连杆的弹性形变产生, 即 $U = U_3$. 柔性杆 L_3 产生的势能为

$$U_3 = \frac{1}{2} \int_0^{L_3} EI \left(\frac{\partial^2 \omega(x_3, t)}{\partial x_3^2} \right)^2 dx_3, \quad (7)$$

式中 EI 为弹性模量.

根据 Lagrange 函数表达式 $L = T - U$, 同时考虑 D'Alembert-Lagrange 原理, 推导出下列 Lagrange 方程:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left[\frac{\delta L}{\delta \dot{\theta}_i} \right] - \frac{\delta L}{\delta \theta_i} = \tau_i, & (i = 1, 2, 3), \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\delta L}{\delta \dot{\eta}_i} \right] - \frac{\delta L}{\delta \eta_i} = 0, & (i = 1, 2), \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\tau_i \in R^{3 \times 1}$ 为第 $\Psi = \text{diag}(\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n)$ 连杆关节驱动力矩.

平面内三连杆的自由浮动空间刚柔耦合冗余空间机械臂系统的总动量为

$$P = m_b V_b + \sum_{i=1}^3 \int_0^{L_i} \rho_i \dot{R}_i dx_i, \quad (9)$$

$$L = I_b \dot{\theta}_b + r_b \times m_b V_b + \sum_{i=1}^3 (I_i \dot{\theta}_i + r_i \times m_i V_i), \quad (10)$$

式中, P 为空间机械臂系统的线动量, L 为其角动量, $m_i, I_i (i = 1, 2, 3)$ 分别为 3 个连杆的质量和转动惯量, V_b, V_i 分别是系统的本体质心的速度和各

连杆质心的速度, ρ_i 为连杆的线密度, \dot{R}_i 为各连杆上点的速度, r_b, r_i 分别是系统的惯性坐标系原点到本体坐标系原点和各连杆质心的位置矢量.

由于空间机械臂系统自由浮动, 假设不受外力, 则系统的动量守恒, 并假设空间机械臂系统的初始线动量和角动量为零, 则有

$$A_1 \dot{X}_b + A_2 \dot{\theta} + A_3 \dot{Q} + A_4 Q = 0, \quad (11)$$

式中 $A_i (i = 1, \dots, 4)$ 为推导出的系数矩阵.

末端执行器速度可由本体的速度和关节转角的速度表示:

$$\dot{X}_e = J_b \dot{X}_b + J_q \dot{\theta}, \quad (12)$$

式中 J_b, J_q 分别为末端执行器相对于本体和关节的雅可比矩阵.

由 (1)–(12) 式经过推导, 可以得到整个动力学系统方程式:

$$A_e \ddot{X}_e + B_e \dot{X}_e + C_e \dot{Q} + D_e Q = \tau, \quad (13)$$

$$\ddot{Q} + N_1 \dot{Q} + N_2 Q + N_3 \ddot{\theta} + N_4 \dot{\theta} = 0, \quad (14)$$

式中 $\tau = (\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3)^T$, $A_e, B_e, C_e, D_e, N_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 是系数矩阵.

3 混沌动力学分析

3.1 基于最小关节力矩优化的混沌动力学状态方程

本文从自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂工作过程中的安全性考虑, 以最小关节驱动力矩方法来求解动力学关节逆解, 以防止关节力矩的过载^[11]. 根据 (11), (12) 与 (13) 式, 最小关节力矩优化的数学描述:

$$\min En = \tau^T \tau, \quad (15)$$

$$\text{Subject } J_1 \ddot{\theta} + J_2 \dot{\theta} + J_3 Q + J_3 \dot{Q} + J_4 \ddot{Q} - \ddot{X}_e = 0, \quad (16)$$

式中 J_1, J_2, J_3, J_3, J_4 为推导过程中的系数矩阵. 引入拉格朗日乘子 λ , 则上述问题等价于:

$$\min En' = \tau^T \tau + \lambda^T (J_1 \ddot{\theta} + J_2 \dot{\theta} + J_3 Q + J_4 \dot{Q} + J_5 \ddot{Q} - \ddot{X}_e). \quad (17)$$

根据目标函数分别对状态变量和拉格朗日乘子求导,可以求出 En' 最小:

$$\partial En' / \partial \ddot{\theta} = 0, \quad \partial En' / \partial \lambda = 0. \quad (18)$$

经过推导得到:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = & -J_B^+(J_2\dot{\theta} + J_3Q + J_4\dot{Q} + J_5\ddot{Q} - \ddot{X}_e) \\ & + (I - J_B^+J_1)\frac{1}{2}B^{-1}A, \end{aligned} \quad (19)$$

式中 $J_B^+ = B^{-1}J_1^T[J_1B^{-1}J_1^T]^{-1}$ 为加权广义逆矩阵, $I \in R^{3 \times 3}$ 为单位矩阵, A, B 为推导过程中的系数矩阵.

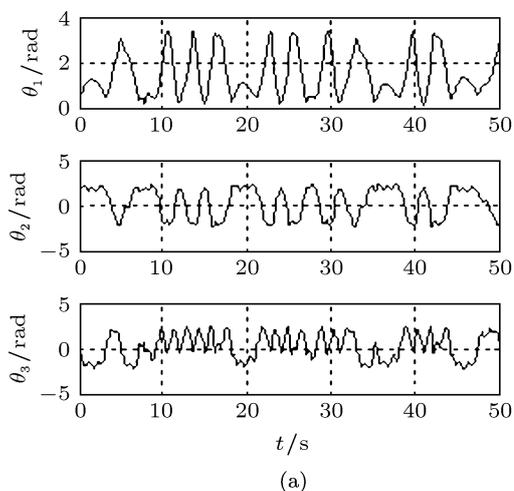
根据 (13) 式, 选择 $\tau = A_e u_1 + f_1$, 其中 PD 控制律: $u_1 = \ddot{X}_e = \ddot{X}_e^d + K_v(\dot{X}_e^d - \dot{X}_e) + K_p(X_e^d - X_e)$, K_p, K_v 分别为位置误差和速度误差的增益矩阵, $X_e^d, \dot{X}_e^d, \ddot{X}_e^d$ 分别为末端执行器的期望轨迹、期望速度和期望加速度, $f_1 = B_e \dot{X}_e + C_e \dot{Q} + D_e Q$.

选取关节角状态向量: $X_\theta = [X_1^T, X_2^T]^T$, $X_1 = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$, $X_2 = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3]^T$. 则基于最小关节力矩优化的空间机械臂关节角逆解状态方程:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2, \\ \dot{X}_2 = -J_B^+(J_2X_2 + J_3Q + J_4\dot{Q} + J_5\ddot{Q}) \\ \quad + (I - J_B^+J_1)\frac{1}{2}B^{-1}A + J_B^+u_1. \end{cases} \quad (20)$$

3.2 混沌运动分析

根据 (20) 式, 利用混沌数值方法对该空间机械臂进行分析, 机械臂动力学系统的仿真参数如表 1



所示.

末端执行器的期望轨迹是 $X_e^d = [2.5 + 0.5 \cos(2\pi t)(m) \quad 4 + 0.5 \sin(2\pi t)(m) \quad 0(\text{rad})]^T$. 选择 PD 控制参数:

$$K_p = \begin{pmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{pmatrix}, \quad K_v = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}.$$

利用 Matlab 仿真, 根据四阶龙格 - 库塔方法对方程求解, 步长取 0.01, 仿真时长设为 50 s.

分析混沌系统对初始值的敏感程度, 改变系统关节角的初值 θ^c 为 $\theta^{c'}$, 其中关节角的坐标初值

$$\theta^c = \left[\frac{\pi}{6} \quad \frac{\pi}{3} \quad \frac{\pi}{3} \right]^T,$$

$$\theta^{c'} = \left[\frac{\pi}{6} + 0.0002 \quad \frac{\pi}{3} - 0.0001 \quad \frac{\pi}{3} - 0.0001 \right]^T.$$

对比图 2(a) 和 (b), 当给系统原初始值一个很小的变化时, 系统的时间历程曲线就变得和原来完全不同, 可以看出混沌对初值极为敏感.

表 1 空间机械臂动力学系统仿真参数

连杆 i	质量/kg	长度/m	转动	柔性连杆弹性
			惯量/kg·m ⁻²	模量/N·m ⁻²
本体	2000	1.5(半径)	100	
连杆 1	2	2	1.2	
连杆 2	2	2	1.2	
连杆 3	0.5	2	0.2	200

又根据动力学建模仿真得到空间机械臂关节角的相轨迹如图 3 所示.

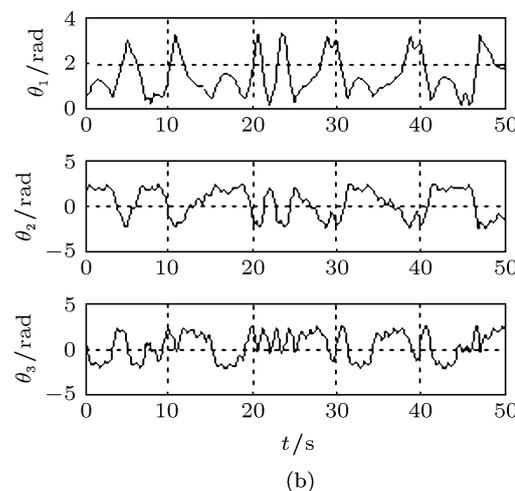


图 2 机械臂关节角初值变化的时间历程曲线 (a) 初值变化前; (b) 初值变化后

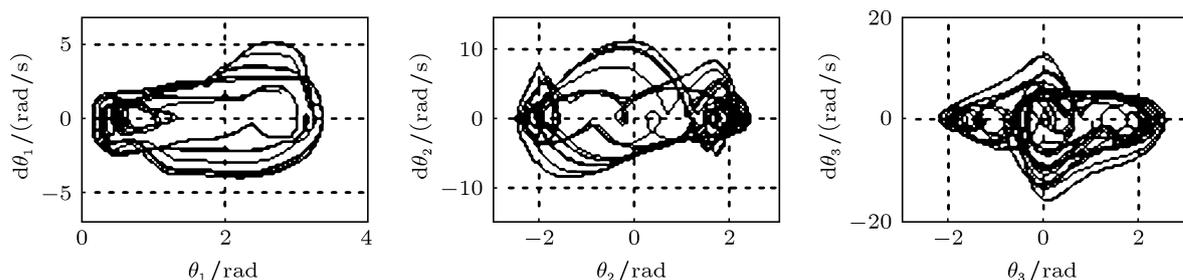


图3 机械臂关节角相图

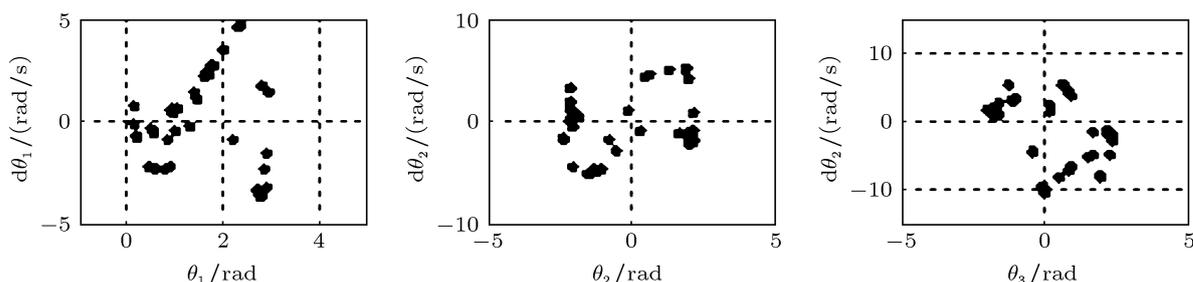


图4 机械臂关节角 Poincare 映射图

从图3的相图可以看出,其轨迹在一定的区域内随机分布,既不重合,也不相交,反复折叠.而且根据混沌的定义可知在一定区域内,当相图中的轨迹随机分布且永不封闭,则说明该系统运动是混沌运动.

本文以每隔100个点取一次,即每隔一个周期取一个Poincaré截面,然后根据系统仿真得到空间机械臂各连杆关节角的Poincaré截面图如图4所示.

通过观察图4可知Poincaré映射截点均是一些成片的密集点,这说明在基于最小关节力矩优化的自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂动力学系统中存在混沌.

采用小数据量法计算出各个关节角的Lyapunov指数分别为: $\lambda_1 = 0.0623$, $\lambda_2 = 0.0605$, $\lambda_3 = 0.0640$. 该空间机械臂系统的最大Lyapunov指数为 $\lambda_{\max} = 0.0640 > 0$, 说明系统是混沌的.

4 机械臂混沌动力学混合控制

4.1 末端轨迹跟踪的鲁棒PD补偿控制

在末端工作空间,根据(13)式,选择 $\tau = \hat{A}_e u_1 + \hat{f}_1$, $u_1 = \ddot{X}_e^d + K_v(\dot{X}_e^d - \dot{X}_e) + K_p(X_e^d - X_e) -$

$X_e) + \Delta u$, 这里 Δu 是为补偿模型不确定性的影响而设计鲁棒控制项, $\hat{f}_1 = \hat{B}_e \dot{X}_e + \hat{C}_e \dot{Q} + \hat{D}_e Q$, $\hat{A}_e, \hat{B}_e, \hat{C}_e, \hat{D}_e$ 分别为 A_e, B_e, C_e, D_e 的估计值.

通过设计鲁棒PD补偿控制器,得到:

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = \Delta u + \varphi, \quad (21)$$

这里 $e = X_e - X_e^d$, $\varphi = A_e^{-1}((\hat{A}_e - A_e)(\ddot{X}_e^d + K_v(\dot{X}_e^d - \dot{X}_e) + K_p(X_e^d - X_e) + \hat{f}_1 - f_1)$.

则机械臂系统的误差动态方程为

$$\dot{E} = A_E E + B_E(\Delta u + \varphi), \quad (22)$$

式中 $E = [e \ \dot{e}]^T$,

$$A_E = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix}, \quad B_E = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ I_{2 \times 2} \end{bmatrix}.$$

定理1 对于(22)式,选取鲁棒补偿控制律:

$$\Delta u = \begin{cases} -\rho \frac{B_E^T P_E E}{\|B_E^T P_E E\|}, & \text{当 } \|\rho B_E^T P_E E\| > \varepsilon, \\ -\rho \frac{B_E^T P_E E}{\varepsilon}, & \text{当 } \|\rho B_E^T P_E E\| \leq \varepsilon, \end{cases} \quad (23)$$

式中 ε 为一非零正常数,该机械臂末端轨迹跟踪是渐近稳定的.

证明 选取 Lyapunov 函数: $V = \mathbf{E}^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}$, 则

$$\dot{V} = -\mathbf{E}^T \mathbf{Q}_E \mathbf{E} + 2(\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E})^T (\Delta u + \varphi),$$

式中假定 \mathbf{P}_E 为对称正定矩阵, \mathbf{Q}_E 为任意的对称正定矩阵, 且满足于 $\mathbf{A}_E^T \mathbf{P}_E + \mathbf{P}_E \mathbf{A}_E = -\mathbf{Q}_E$, $0 \leq \|\varphi\| \leq \rho$, ρ 为不确定项 φ 范数的上界.

当 $\|\rho \mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\| > \varepsilon$,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\mathbf{E}^T \mathbf{Q}_E \mathbf{E} \\ &+ 2(\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E})^T \left(-\rho \frac{\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}}{\|\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\|} + \varphi \right) \\ &\leq -\mathbf{E}^T \mathbf{Q}_E \mathbf{E} - 2\rho \|\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\| + 2\|\varphi \mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\| \\ &\leq -\mathbf{E}^T \mathbf{Q}_E \mathbf{E} - 2\rho \|\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\| \\ &+ 2\|\varphi\| \|\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\| \\ &\leq -\mathbf{E}^T \mathbf{Q}_E \mathbf{E} - 2\rho \|\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\| + 2\rho \|\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\| \\ &= -\mathbf{E}^T \mathbf{Q}_E \mathbf{E} < 0; \end{aligned}$$

当 $\|\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\| \leq \varepsilon$,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\mathbf{E}^T \mathbf{Q}_E \mathbf{E} \\ &+ 2(\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E})^T \left(-\rho \frac{\mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}}{\varepsilon} + \varphi \right) \\ &\leq -\mathbf{E}^T \mathbf{Q}_E \mathbf{E} - 2\frac{\|\rho \mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\|^2}{\varepsilon} \\ &+ 2\|\varphi \mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\| \\ &\leq -\mathbf{E}^T \mathbf{Q}_E \mathbf{E} + 2\|\rho \mathbf{B}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{E}\| \\ &\leq -\mathbf{E}^T \mathbf{Q}_E \mathbf{E} + 2\varepsilon \\ &= -\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_E) \|\mathbf{E}\|^2 + 2\varepsilon; \end{aligned}$$

式中 $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_E)$ 为 \mathbf{Q}_E 的最小特征值, 当 $\|\mathbf{E}\| > \sqrt{\frac{2\varepsilon}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_E)}}$, $\dot{V} < 0$. 证毕.

4.2 基于延迟反馈控制的混沌运动抑制

在关节空间中, 采用延迟反馈控制方法对自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂混沌动力学进行控制, 选取机械臂关节角速度为状态反馈变量, 其延迟反馈控制律 u_2 为

$$u_2 = K(X_2(t) - X_2(t - \tau)), \quad (24)$$

式中 K 是非负的状态反馈系数, τ 是延迟时间.

则在采用 PD 控制的同时, 加入延迟反馈控制

后, (20) 式变为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2, \\ \dot{X}_2 = -\mathbf{J}_B^+ (\mathbf{J}_2 X_2 + \mathbf{J}_3 \mathbf{Q} + \mathbf{J}_4 \dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{J}_5 \ddot{\mathbf{Q}}) \\ \quad + (\mathbf{I} - \mathbf{J}_B^+ \mathbf{J}_1) \frac{1}{2} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{J}_B^+ u_1 + u_2. \end{cases} \quad (25)$$

4.3 柔性连杆振动控制

在 (14) 式中, 选取模态空间的广义坐标向量 $\mathbf{X}_Q = [\mathbf{X}_3^T \ \mathbf{X}_4^T]^T$, $\mathbf{X}_3 = \mathbf{Q}$, $\mathbf{X}_4 = \dot{\mathbf{Q}}$, $u_3 = f_2 + F_m$. $f_2 = -N_3 \ddot{\theta} - N_4 \dot{\theta}$, 其中 F_m 为引入的模态力控制, 则有:

$$\begin{cases} \dot{X}_3 = X_4, \\ \dot{X}_4 = -N_2 X_3 - N_1 X_4 + u_3. \end{cases} \quad (26)$$

采用如下线性二次型性能指标函数

$$J^* = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{X}_Q(t)^T \mathbf{W} \mathbf{X}_Q(t) + u_3(t)^T \mathbf{R} u_3(t)) dt, \quad (27)$$

式中 \mathbf{W} 是考虑动能与势能之和对性能指标函数贡献的加权系数, 为半正定加权对称阵, \mathbf{R} 为正定加权对称阵.

通过选择满足状态方程 (26) 的最优控制律 u_3

$$u_3(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_Q^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{X}_Q(t), \quad (28)$$

使得 J^* 取到最小值, 从而达到抑振的目的. 式中 $\bar{\mathbf{P}}$ 是 Riccati 方程式: $-\bar{\mathbf{P}} \mathbf{A}_Q - \mathbf{A}_Q^T \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{P}} \mathbf{B}_Q \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_Q^T \bar{\mathbf{P}} - \mathbf{W} = 0$ 的唯一解, 其中

$$\mathbf{A}_Q = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ -N_3 & -N_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_Q = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}.$$

5 仿真研究

延迟时间取为 $\tau = 1$ s, 状态反馈系数 $K = 10$, 机械臂末端执行器初值为 $\mathbf{X}_e^d = [3 \text{ m} \ 4 \text{ m} \ 0 \text{ rad}]^T$, 本体坐标初值为 $\mathbf{X}_b^d = [1.5 \text{ m} \ 0 \text{ m} \ 0 \text{ rad}]^T$, 柔性连杆最优控制参数选取 $\mathbf{W} = 6\mathbf{E}_4$ $\mathbf{R} = 1.5\mathbf{E}_2$, 其中 $\mathbf{E}_4 \in R^{4 \times 4}$ $\mathbf{E}_2 \in R^{2 \times 2}$ 为单位阵, 不确定参数 $\hat{A}_e = 0.8A_e$, $\hat{f}_1 = 0.8f_1$. 在 10 s 之后施加最优控制, 仿真结果如图 5 和图 6 所示.

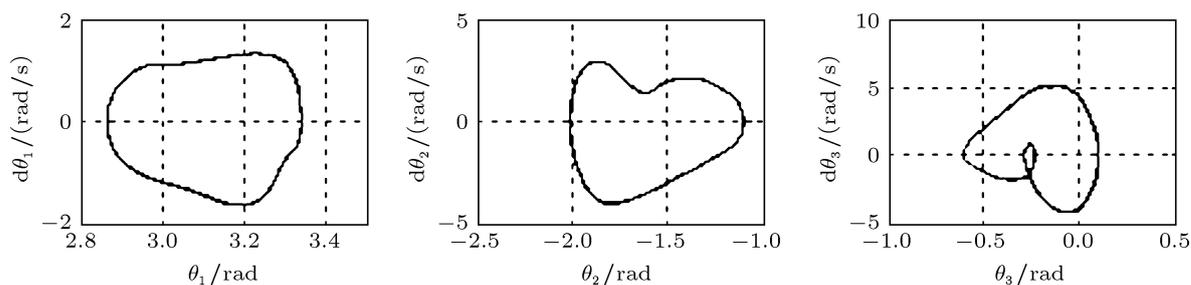


图5 延迟反馈控制下机械臂关节角相图

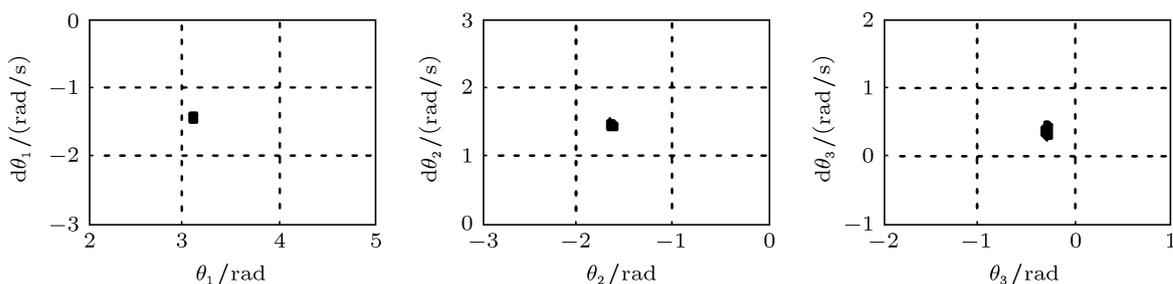


图6 延迟反馈控制下机械臂关节角 Poincaré 映射图

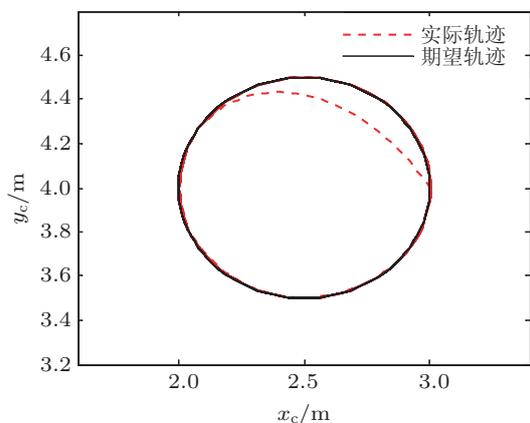


图7 末端轨迹跟踪曲线

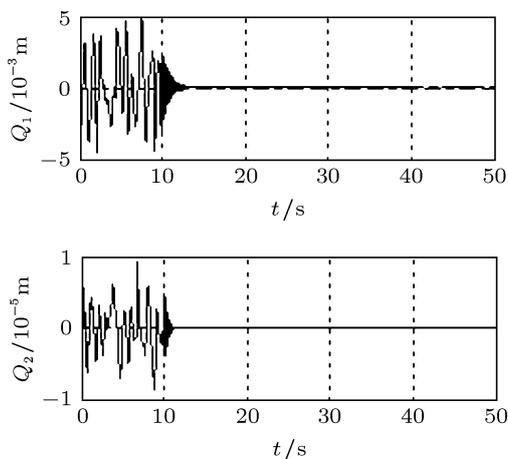


图8 柔性连杆振动控制曲线

通过上述仿真结果,对比混沌控制前的图3,图4和混沌控制后的图5,图6,可以看出在延迟反馈控制作用下,自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂混沌动力学系统由凌乱的混沌运动转化为了规律的周期运动,并且在鲁棒PD补偿控制和模态力最优控制的混合作用下,末端轨迹跟踪和柔性连杆的弹性振动都得到很好的跟踪与抑制,如图7和图8所示.

6 结论

以平面内三连杆的自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂为研究对象,建立了基于最小关节驱动力矩优化的自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂混沌动力学方程,在实施PD控制末端执行器重复跟踪工作空间内的封闭曲线时,机械臂关节角相图中的轨迹随机分布且永不封闭则说明该系统运动

是混沌运动, 另外 Poincare 映射图是成片的密集点, 而且最大 Lyapunov 大于零, 这些都表明该系统存在混沌现象. 在状态延迟反馈控制、鲁棒 PD 补偿控制和模态力最优控制构成的混合控制作用下, 基

于最小关节驱动力矩优化的自由浮动刚柔耦合冗余度空间机械臂系统中混沌现象和柔性连杆弹性振动都被很好地抑制, 同时在工作空间能够精确跟踪期望的末端轨迹.

- [1] Varghese M, Fuehs A 1990 *The 2nd IEEE International Conference on Systems Engineering* Pittsburgh, August 9–11, PA, 1990 p66
- [2] Matthew V, Andreas F 1991 *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems* **27** 784
- [3] ShrinivasL G A 1996 *Proceeding of the International Conference on Robot and Automation* Washington DC, April 1996 p241
- [4] Ravishallkar A S, Ghosal A 1999 *The International Journal of Robots Research* **18** 93
- [5] Li L, Li K F, Chen Y 2003 *Journal of Mechanical Transmission* **27** 1 (in Chinese) [李立, 李开富, 陈永 2003 机械传动 **27** 1]
- [6] Wang D L, Lu Y F, Li Y C, Liu Y 1998 *Journal of Nonlinear Dynamics in Sciences and Technology* **5** 230 (in Chinese) [王大龙, 陆佑方, 李元春, 刘岩 1998 非线性动力学学报 **5** 230]
- [7] Fernando B, Duarte M, Tenreiro Machado J A 2002 *Nonlinear Dynamics* **29** 315
- [8] Wang X L, Wang C Q 2009 *Journal of Astronautics* **30** 31 (in Chinese) [王香岭, 王从庆 2009 宇航学报 **30** 31]
- [9] Sun C C, Fang B, Huang W H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 110503 (in Chinese) [孙常春, 方勃, 黄文虎 2011 物理学报 **60** 110503]
- [10] Miao Z Q, Wang Y N 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 030503 (in Chinese) [缪志强, 王耀南 2012 物理学报 **61** 030503]
- [11] Li C L, Yu S M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 040504 (in Chinese) [李春来, 禹思敏 2012 物理学报 **61** 040504]
- [12] Cocuzza S, Pretto I, Debei S 2011 *Acta Astronautica* **68** 1712

Control and modeling of chaotic dynamics for a free-floating rigid-flexible coupling space manipulator based on minimal joint torque's optimization*

Wang Cong-Qing^{1)2)†} Wu Peng-Fei¹⁾²⁾ Zhou Xin¹⁾

1) (College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

2) (State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 6 May 2012; revised manuscript received 21 June 2012)

Abstract

The dynamic model of a planar free-floating rigid-flexible redundant space manipulator with tree joints is derived by the assumed mode method, Lagrange principle and momentum conservation. Based on minimal joint torque optimization, the state equations of chaos motion for the free-floating redundant space manipulator are built. Then chaotic numerical method is used to analyze chaotic dynamic characteristics of the model. The robust Proportional-Derivative(PD) compensatory control, the delayed feedback control and the optimal control are designed in work space, joint space and mode space respectively. The composite control can assure the trajectory tracking, chaotic suppression and vibration control. The experimental results show the effectiveness of the presented methods.

Keywords: space manipulator, nonlinear dynamics, chaos motion suppression, composite control

PACS: 05.45.-a, 05.45.Gg

* Project supported by Jiangsu Scientific Support Program, China (Grant No. BE2010190), the Foundation of Manufacturing Systems Engineering State Key Laboratory, Xi'an Jiaotong University of China (Grant No. 201002).

† E-mail: cqwang@nuaa.edu.cn