

带有控制输入扰动和死区的混沌系统 自适应模糊控制*

李宁[†] 刘恒 向伟

(淮南师范学院数学与计算科学系, 淮南 232038)

(2012年4月25日收到; 2012年6月14日收到修改稿)

针对带有非线性输入和控制增益矩阵扰动的未知时变时滞混沌系统, 提出了一种自适应模糊变结构控制方法. 设计的控制器可以保证跟踪误差收敛到原点的可调邻域内, 并且闭环系统所有信号有界. 该方法对系统扰动的变化能保持较好的鲁棒性. 最后以多卷波混沌系统为例的仿真实验进一步验证了该方法的有效性.

关键词: 模糊控制, 多卷波混沌系统, 非线性控制输入, 时变时滞

PACS: 05.45.Gg

1 引言

混沌系统是一种复杂的动力非线性系统, 它具有对初值条件的特别敏感性, 内在随机性和无规则的有序性等特征. 自从 Lorenz 发现第一个经典混沌系统以来, 许多学者对混沌现象进行了深入研究, 得出了一系列重要成果^[1-13]. 通过增加非线性函数转折点的方法, Suykens 等^[8]发现了多卷波混沌吸引子. Lü 等^[9-13]在 Chua 电路基础上构造出了一维到三维空间上的多卷波混沌系统. 该多卷波混沌系统比 Suykens 构造的混沌系统具有更复杂的结构和动力行为. 到目前为止, 混沌系统在工程、信号处理、保密通道、生命科学、管理等方面已经得到广泛应用. 针对混沌系统, 学者们提出各种控制方法, 例如自适应反馈控制、基于观测器控制、滑模控制、神经网络控制、模糊控制等. 其中模糊控制是解决混沌系统控制的有力工具^[14-18]. 文献[14]构造出了直接自适应模糊神经网络控制器, 用于对系统的输出反馈控制. 在模糊控制中, 规则精度和规则数量之间往往产生矛盾, 基于蚁群优

化算法, 文献[15]提出了变论域模糊控制方法. 李东等^[16,17]针对参数不确定永磁同步电机, 分别提出模糊控制和模糊脉冲控制方法. 文献[18]提出了一种自适应模糊反步控制方法, 对永磁同步电动机驱动系统进行控制.

近年来, 基于非线性输入的不确定非线性(混沌、非混沌)系统一直是许多学者关注的热点之一, 原因在于: 由于系统实现时的物理限制, 实际系统执行器(例如液压伺服机构和直流伺服电动机执行器等)输入往往具有非线性特征. 这种非线性特征包括继电、饱和、死区和间歇等. 带有非线性输入的系统控制问题的研究已经取得了一系列研究成果^[19-22]. 2011年, Li 等^[19]针对一类存在内部联系的未知时变时滞大系统和控制输入饱和, 提出了一种神经网络控制方法. Boulroune 和 M'Saad^[20]研究了带有控制输入非线性和死区的不确定多输入输出混沌系统的模糊自适应变结构控制. 在文献[20]基础上, Boulroune 等^[21]针对一类非线性状态时变时滞系统和控制非线性输入, 设计出了一种自适应模糊控制器. Chen 等^[22]针对未知多输入输出非线性系统和控制限制, 提出了一种自适应反步

* 安徽高校省级自然科学基金项目(批准号: KJ2011Z357)、淮南市科技计划研究项目(批准号: 2011A08016)和淮南师范学院自然科学基金项目(批准号: 2011LK77)资助的课题.

[†] E-mail: li623ning@163.com

跟踪控制方法. 时滞和扰动是许多工程系统固有的特性, 时滞和扰动的存在往往会降低系统的控制性能, 甚至破坏系统的稳定性, 许多学者提出各种方案解决时滞和扰动对系统运行的影响 [23,24].

文献 [20, 21] 考虑的控制输入增益矩阵是非奇异的. 实际系统运行过程中由于受到外界因素干扰造成控制输入增益矩阵在某些时刻可能是奇异的. 本文针对非线性控制输入和控制输入增益矩阵带有扰动的未知时变时滞混沌系统, 提出了一种自适应模糊控制方法. 控制输入增益矩阵在某时刻奇异的情况下, 设计的控制器可以保证系统信号对已知参考信号有效跟踪, 同时闭环系统所有信号是有界的. 最后以多卷波混沌系统为例, 说明提出的方法是有效的.

2 非线性混沌系统模型及相关引理

考虑未知时变时滞混沌系统:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{v})\Phi(\mathbf{u}) + \mathbf{H}_\tau(x_\tau) + \mathbf{D} \\ x_i(t) &= \phi_i(t), \quad t \in [-\tau_m, 0], \quad i = 1, \dots, p, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_p]^T$ 为可测的状态向量. $\mathbf{x}_\tau = [x_1(t - \tau_1(t)), \dots, x_p(t - \tau_p(t))]^T$ 是时滞状态向量, $\tau_1(t), \dots, \tau_p(t)$ 表示未知时滞; $\phi_i(t)$ 表示已知连续初始状态函数, $i = 1, \dots, p$, τ_m 是未知正常数; $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(x), \dots, f_p(x)]^T$ 和 $\mathbf{H}_\tau(x_\tau) = [h_{\tau_1}(x_\tau), \dots, h_{\tau_p}(x_\tau)]^T$ 是未知连续非线性函数向量; $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = (g_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{v}))_{p \times p}$ 是未知连续函数矩阵; $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t) = [v_1(t), \dots, v_q(t)]^T$ 是控制输入未知扰动向量, 是有界的, 当 \mathbf{v} 是零向量时, $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ 是正定的; $\Phi(\mathbf{u}) = [\Phi_1(u_1), \dots, \Phi_p(u_p)]^T$ 是非线性输入函数向量; $\mathbf{D} = [d_1(t), \dots, d_p(t)]^T$ 表示系统未知扰动, 是有界的.

注 1 (1) 式中的控制输入增益矩阵含有扰动向量 \mathbf{v} , 由于扰动向量 \mathbf{v} 的存在, 增益矩阵 $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ 可能会在某些时刻是奇异的, 而文献 [20] 假设控制输入矩阵是正定的, 文献 [21] 假设控制输入矩阵是非奇异的.

考虑如下模糊控制规则: R^l : 如果 x_1 属于 F_1^l , x_2 属于 F_2^l, \dots, x_n 属于 F_n^l , 那么 f 属于 G^l , $l = 1, \dots, N$. 其中 $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ 和 \mathbf{f} 分别是模糊逻辑系统的输入和输出, F_i^l 和 G^l 为模糊集

合. 模糊逻辑系统可表示为

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{j=1}^N w_j \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^N \left[\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^j}(x_i) \right]}, \quad (2)$$

其中 $w_j = \max_{\bar{w} \in R} \mu_{G^j}(\bar{w})$. 定义模糊基函数为

$$\xi_j = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^N \left[\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^j}(x_i) \right]}. \quad (3)$$

令 $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_N]^T$, $\boldsymbol{\xi} = [\xi_1, \dots, \xi_N]^T$ 则

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\xi}. \quad (4)$$

引理[25] $g(x)$ 是定义在紧集 Ω 上的连续函数, 那么, 对任意的 $\varepsilon > 0$, 一定存在模糊逻辑系统 $\mathbf{f}(x)$, 使得

$$\sup_{x \in \Omega} |g(x) - \mathbf{f}(x)| \leq \varepsilon \quad (5)$$

成立.

非线性控制输入的数学模型为

$$\Phi_i(u_i) = \begin{cases} \Phi_{i-}(u_i)(u_i + u_{i-}), & u_i < -u_{i-}, \\ 0, & -u_{i-} \leq u_i \leq u_{i+}, \\ \Phi_{i+}(u_i)(u_i - u_{i+}), & u_i > u_{i+}, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\Phi_{i+}(u_i) > 0, \Phi_{i-}(u_i) > 0$ 是 u_i 的非线性函数, $u_{i+} > 0, u_{i-} > 0$ 是已知常数.

假设 1 $\Phi_i(u_i)$ 满足

$$\begin{aligned} m_{i+}^*(u_i - u_{i+})^2 &\leq (u_i - u_{i+})\Phi_i(u_i), \\ u_i &> u_{i+}, \\ m_{i-}^*(u_i + u_{i-})^2 &\leq (u_i + u_{i-})\Phi_i(u_i), \\ u_i &< -u_{i-}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 m_{i+}^*, m_{i-}^* 是未知常数.

注 2 由 (6) 式和 (7) 式可以看出, 控制输入带有死区和扇区非线性特征. 由于 m_{i+}^*, m_{i-}^* 是未知的, 因此假设 1 的条件不是很苛刻的.

本文控制目标是使系统信号 x 跟踪已知参考信号 $\mathbf{x}_d = [x_{d1}, \dots, x_{dp}]^T$, 其中 \mathbf{x}_d 是已知连续可导函数.

3 主要结果

定义跟踪误差

$$e = x - x_d, \quad (8)$$

对 e 求导, 得

$$\dot{e} = F(x) + G(x, v)\Phi(u) + H_\tau(x_\tau) + D - \dot{x}_d, \quad (9)$$

(9) 式可改写为

$$\dot{e} = F_1 + \Phi(u) + H_\tau(x_\tau), \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} F_1 &= [F_{11}, \dots, F_{1p}]^T \\ &= F_1(x, u, v, \dot{x}_d, D) \\ &= F(x) + G(x, v)\Phi(u) - \Phi(u) - \dot{x}_d + D. \end{aligned}$$

用 e^T 乘 (4) 式两边, 得

$$e^T \dot{e} = e^T F_1 + e^T \Phi(u) + e^T H_\tau(x_\tau), \quad (11)$$

进一步有

$$e^T \dot{e} = e^T F_1 + e^T \Phi(u) + \sum_{i=1}^p e_i h_{\tau i}(x_\tau), \quad (12)$$

所以

$$\begin{aligned} e^T \dot{e} &= e^T F_1 + e^T \Phi(u) + \sum_{i=1}^p e_i (h_{\tau i}(x_\tau) \\ &\quad - h_{\tau i}(x_{d\tau})) + \sum_{i=1}^p e_i h_{\tau i}(x_{d\tau}). \end{aligned} \quad (13)$$

为了完成控制目标, 给出以下假设.

假设 2 未知非线性函数 $h_{\tau i}(x_\tau)$, 满足

$$|h_{\tau i}(x_\tau) - h_{\tau i}(x_{d\tau})| \leq \bar{k}_{1i} \|e_\tau\| + \bar{k}_{0i}, \quad (14)$$

其中 $\bar{k}_{1i}, \bar{k}_{0i}$ 是未知正常数.

假设 3 对于 $F_{1i}, h_{\tau i}(x_{d\tau})$, 存在未知连续非负函数 $\bar{F}_{1i}(x, u)$, 满足

$$|F_{1i} + h_{\tau i}(x_{d\tau})| \leq \eta \bar{F}_{1i}(x, u), \quad (15)$$

其中 $\eta = \min\{\eta_i\}$, $\eta_i = \min\{m_{i+}^*, m_{i-}^*\}$.

注 3 由于 $x, x_\tau, x_{d\tau}, v, D$ 是有界的, $h_{\tau i}(x_{d\tau})$ 是连续函数, 因此 $\bar{F}_{1i}(x, u)$ 总是存在的.

由于未知连续函数可以由模糊系统逼近, 可设

$$\hat{F}_{1i}(x, u) = \theta_i^T \psi_i. \quad (16)$$

利用万能模糊系统逼近定理, $\bar{F}_{1i}(x, u)$ 可以由理想模糊系统逼近:

$$\bar{F}_{1i}(x, u) = \theta_i^{*T} \psi_i + \varepsilon_i, \quad (17)$$

其中 $|\varepsilon_i| \leq \bar{\varepsilon}_i$, $\bar{\varepsilon}_i$ 是未知常数, θ_i^{*T} 是 θ_i^T 的理想值, 是未知的. 同时令 $\hat{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$. 于是有

$$\begin{aligned} &\hat{F}_{1i}(x, u) - \bar{F}_{1i}(x, u) \\ &= \theta_i^T \psi_i - \theta_i^{*T} \psi_i + \theta_i^{*T} \psi_i - \bar{F}_{1i}(x, u) \end{aligned}$$

$$= \hat{\theta}_i^T \psi_i - \varepsilon_i. \quad (18)$$

假设 4 时变时滞 $\tau_i(t)$ 满足

$$0 \leq \tau_i(t) \leq \tau_i^*, \quad \dot{\tau}_i(t) \leq \bar{\tau}_i < 1, \quad i = 1, \dots, p,$$

其中 $\tau_i^*, \bar{\tau}_i$ 是未知常数.

设计模糊变结构控制器如下:

$$u_i = \begin{cases} -\rho_i \text{sign}(e_i) - u_{i-}, & e_i > 0, \\ 0, & e_i = 0, \\ -\rho_i \text{sign}(e_i) + u_{i+}, & e_i < 0, \end{cases} \quad (19)$$

其中

$$\rho_i(t) = k_{0i} + (k_{1i} + k_{2i})|e_i| + \theta_i^T \psi_i \quad (20)$$

并且满足以下微分方程

$$\dot{k}_{0i} = -\gamma_{0i} \sigma_{0i} k_{0i} + \gamma_{0i} |e_i|, \quad k_{0i}(0) > 0, \quad (21)$$

$$\dot{k}_{1i} = -\gamma_{1i} \sigma_{1i} k_{1i} + \gamma_{1i} e_i^2, \quad k_{1i}(0) > 0, \quad (22)$$

$$\dot{\theta}_i = -\gamma_{2i} \sigma_{2i} \theta_i + \gamma_{2i} |e_i| \psi_i, \quad \theta_{ij}(0) > 0, \quad (23)$$

其中 $\gamma_{0i}, \gamma_{1i}, \gamma_{2i}, \sigma_{0i}, \sigma_{1i}, \sigma_{2i}, k_{2i}$ 是设计常数, k_{0i}, k_{1i}, θ_i 是未知项 $k_{0i}^* = \bar{\varepsilon}_i + \bar{k}_{0i}/\eta$, $k_{1i}^* = \bar{k}_{1i}^2/(2\eta l) + p/(2\eta)$, θ_i^* 的在线估计.

注 4 由以上控制器的设计可以看出, 系统 (1) 中的 $F(x), G(x, v), H_\tau(x_\tau), D$ 可以是未知的, 而文献 [20, 21] 中的控制器用到了增益矩阵 $G(x)$, 因此设计的控制器比文献 [20, 21] 的控制器应用范围更广.

由 (13) 式, 得

$$\begin{aligned} \frac{1}{\eta} e^T \dot{e} &\leq \sum_{i=1}^p |e_i| \bar{F}_{1i}(x, u) + \frac{1}{\eta} e^T \Phi(u) \\ &\quad + \frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^p e_i (h_{\tau i}(x_\tau) - h_{\tau i}(x_{d\tau})) \\ &\leq \sum_{i=1}^p |e_i| \bar{F}_{1i}(x, u) + \frac{1}{\eta} e^T \Phi(u) \\ &\quad + \frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^p |e_i| (\bar{k}_{1i} \|e_\tau\| + \bar{k}_{0i}) \\ &\leq \sum_{i=1}^p |e_i| \bar{F}_{1i}(x, u) + \frac{1}{\eta} e^T \Phi(u) \\ &\quad + \frac{1}{2\eta l} \sum_{i=1}^p \bar{k}_{1i}^2 e_i^2 + \frac{lp}{2\eta} \|e_\tau\|^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^p \bar{k}_{0i} |e_i|, \end{aligned} \quad (24)$$

于是有

$$\begin{aligned} \frac{1}{\eta} e^T \dot{e} \leq & - \sum_{i=1}^p |e_i| (\tilde{k}_{0i} + \tilde{k}_{1i} |e_i| + \tilde{\theta}_i^T \psi_i) \\ & + \sum_{i=1}^p |e_i| (k_{0i} + k_{1i} |e_i| + \theta_i^T \psi_i) \\ & + \frac{1}{\eta} e^T \Phi(u) - \frac{p}{2\eta} \sum_{i=1}^p e_i^2 + \frac{lp}{2\eta} \|e_\tau\|^2, \quad (25) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{0i} &= k_{0i} - k_{0i}^* = k_{0i} - \bar{\varepsilon}_i - \bar{k}_{0i}/\eta, \\ \tilde{k}_{1i} &= k_{1i} - k_{1i}^* = k_{1i} - \bar{k}_{1i}^2/(2l\eta) - p/(2\eta). \quad (26) \end{aligned}$$

定理 1 考虑系统 (1), 在满足假设 1, 2, 3, 4 的情况下, 控制率 (19)–(23) 式可以保证跟踪误差依指数收敛到原点的一个可调邻域内, 并且闭环系统所有信号一致渐近有界.

证明 考虑如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V = V_1 + V_2, \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{2\eta} e^T e + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{0i}} \tilde{k}_{0i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{1i}} \tilde{k}_{1i}^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{2i}} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i, \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{lp}{2\eta} \sum_{i=1}^p \left(\frac{e^{\omega\tau_i^*}}{1 - \bar{\tau}_i} \right) \\ &\times \int_{t-\tau_i(t)}^t e^{-\omega(t-s)} e_i^2(s) ds, \quad (29) \end{aligned}$$

(29) 式中的 l 取值为

$$l = \frac{1}{\max \left\{ \frac{e^{\omega\tau_i^*}}{1 - \bar{\tau}_i} \right\}}.$$

对 V_1 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{\eta} e^T \dot{e} + \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{0i}} \tilde{k}_{0i} \dot{k}_{0i} \\ &+ \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{1i}} \tilde{k}_{1i} \dot{k}_{1i} + \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{2i}} \tilde{\theta}_i^T \dot{\theta}_i. \quad (30) \end{aligned}$$

由 (7) 式和 (19) 式知, 当 $e_i > 0$ 时, $u_i < -u_{i-}$; 当 $e_i < 0$ 时, $u_i < -u_{i+}$. 于是有

$$e_i \Phi(u_i) \leq -\eta \rho_i(t) |e_i|, \quad (31)$$

所以

$$\dot{V}_1 \leq \sum_{i=1}^p |e_i| (k_{0i} + k_{1i} |e_i| + \theta_i^T \psi_i) + \frac{1}{\eta} e^T \Phi(u)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{p}{2\eta} \sum_{i=1}^p e_i^2 + \frac{lp}{2\eta} \|e_\tau\|^2 - \sum_{i=1}^p \sigma_{0i} \tilde{k}_{0i} k_{0i} \\ & - \sum_{i=1}^p \sigma_{1i} \tilde{k}_{1i} k_{1i} - \sum_{i=1}^p \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^T \theta_i \\ \leq & - \sum_{i=1}^p k_{2i} e_i^2 - \frac{p}{2\eta} \sum_{i=1}^p e_i^2 + \frac{lp}{2\eta} \|e_\tau\|^2 \\ & - \sum_{i=1}^p \sigma_{0i} \tilde{k}_{0i} k_{0i} - \sum_{i=1}^p \sigma_{1i} \tilde{k}_{1i} k_{1i} \\ & - \sum_{i=1}^p \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^T \theta_i. \quad (32) \end{aligned}$$

又因为

$$\begin{aligned} -\sigma_{0i} \tilde{k}_{0i} k_{0i} &\leq -\frac{1}{2} \sigma_{0i} \tilde{k}_{0i}^2 + \frac{1}{2} \sigma_{0i} k_{0i}^{*2}, \\ -\sigma_{1i} \tilde{k}_{1i} k_{1i} &\leq -\frac{1}{2} \sigma_{1i} \tilde{k}_{1i}^2 + \frac{1}{2} \sigma_{1i} k_{1i}^{*2}, \\ -\sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^T \theta_i &\leq -\frac{1}{2} \sigma_{2i} \|\tilde{\theta}_i\|^2 + \frac{1}{2} \|\theta_i\|^{*2}, \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq - \sum_{i=1}^p k_{2i} e_i^2 - \frac{p}{2\eta} \sum_{i=1}^p e_i^2 \\ &+ \frac{lp}{2\eta} \|e_\tau\|^2 + T_1 + T_2, \quad (33) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} T_1 &= -\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^p \sigma_{0i} \tilde{k}_{0i}^2 + \sum_{i=1}^p \sigma_{1i} \tilde{k}_{1i}^2 + \sum_{i=1}^p \sigma_{2i} \|\tilde{\theta}_i\|^2 \right) \\ T_2 &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^p \sigma_{0i} k_{0i}^{*2} + \sum_{i=1}^p \sigma_{1i} k_{1i}^{*2} + \sum_{i=1}^p \sigma_{2i} \|\theta_i^*\|^2 \right). \end{aligned}$$

对 V_2 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -\omega V_2 + \frac{lp}{2\eta} \sum_{i=1}^p \left(\frac{e^{\omega\tau_i^*}}{1 - \bar{\tau}_i} \right) e_i^2 \\ &- \frac{lp}{2\eta} \sum_{i=1}^p \left(\frac{1 - \dot{\tau}_i}{1 - \bar{\tau}_i} \right) e^{\omega(\tau_i^* - \tau_i(t))} e_{\tau i}^2, \quad (34) \end{aligned}$$

因为

$$\begin{aligned} \left(\frac{1 - \dot{\tau}_i}{1 - \bar{\tau}_i} \right) e^{\omega(\tau_i^* - \tau_i(t))} &\geq 1, \\ \sum_{i=1}^p \frac{l e^{\omega\tau_i^*}}{1 - \bar{\tau}_i} e_i^2 &\leq \sum_{i=1}^p e_i^2, \end{aligned}$$

所以

$$\dot{V}_2 \leq -\omega V_2 + \frac{p}{2\eta} \sum_{i=1}^p e_i^2 - \frac{lp}{2\eta} \|e_\tau\|^2. \quad (35)$$

于是有

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$

$$\leq - \sum_{i=1}^p k_{2i} e_i^2 - \omega V_2 + T_1 + T_2, \quad (36)$$

(36) 式可改写为

$$\dot{V} \leq -\mu V + T_2, \quad (37)$$

其中

$$\begin{aligned} \mu &= \omega \\ &= \min \left\{ \min_i \{2\eta k_{2i}\}, \min_i \{\gamma_{0i} \sigma_{0i}\}, \right. \\ &\quad \left. \min_i \{\gamma_{1i} \sigma_{1i}\}, \min_i \{\gamma_{2i} \sigma_{2i}\} \right\}. \end{aligned}$$

由 (37) 式, 易知

$$\frac{d}{dt}(V e^{\mu t}) \leq T_2 e^{\mu t}. \quad (38)$$

对 (38) 式从 0 到 t 积分, 得

$$0 \leq V(t) \leq \frac{T_2}{\mu} + \left(V(0) - \frac{T_2}{\mu} \right) e^{-\mu t}, \quad (39)$$

于是有

$$|e_i| \leq \left(2\eta \left(\frac{T_2}{\mu} + \left(V(0) - \frac{T_2}{\mu} \right) e^{-\mu t} \right) \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (40)$$

显然, 跟踪误差 e_i 指数收敛到区域 Ω_{e_i} 内, 其中

$$\Omega_{e_i} = \left\{ e_i \mid |e_i| \leq \left(\frac{2\eta T_2}{\mu} \right)^{1/2} \right\}, \quad i = 1, \dots, p. \quad (41)$$

注 5 由 (26)—(28) 式和 (39) 式可以看出, k_{0i} , k_{1i} , θ_i 都是有界的, $i = 1, \dots, p$.

4 数值仿真

以三维多卷波混沌系统 [9-13] 为例, 说明本文

方法的有效性.

$$\dot{x} = f(x), \quad (42)$$

其中

$$\begin{aligned} x &= [x_1, x_2, x_3]^T, \\ f(x) &= [f_1(x), f_2(x), f_3(x)]^T, \\ f_1(x) &= x_2 - d_2 s(x_2; k_2, h_2, p_2, q_2)/b, \\ f_2(x) &= x_3 - d_3 s(x_3; k_3, h_3, p_3, q_3)/c, \\ f_3(x) &= -ax_1 - bx_2 - cx_3 \\ &\quad + \sum_{i=1}^3 d_i s(x_i; k_i, h_i, p_i, q_i). \end{aligned} \quad (43)$$

饱和函数序列 $s(x; k, h, p, q)$ 可以用下式表示:

$$s(x; k, h, p, q) = \begin{cases} 2q + 1, & \text{if } x > qh + 1, \\ k(x - ih) + 2ik, & \text{if } |x - ih| \leq 1, \\ -p \leq i \leq q, \\ (2i + 1)k, & \text{if } ih + 1 < x < (i + 1)h - 1, \\ -p \leq i < q, \\ -(2p + 1)k, & \text{if } x < -ph - 1. \end{cases}$$

当参数 $a = d_1 = 0.7$, $b = c = d_2 = d_3 = 0.8$, $k_1 = 100$, $h_1 = 200$, $k_2 = k_3 = 40$, $h_2 = h_3 = 80$, $p_i = q_i = 2$ 时, 系统 (42) 表现出混沌现象, 如图 1 所示.

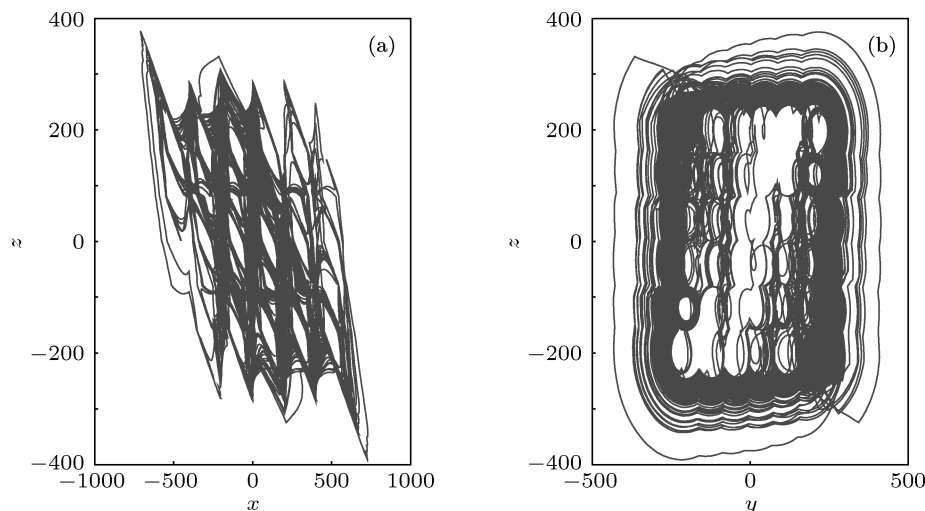


图 1 三维多卷波混沌吸引子 (a) $x-z$ 平面; (b) $y-z$ 平面

当混沌系统 (42) 式带有时滞、扰动和非线性控制输入时, (42) 式变为如下形式:

$$\dot{x} = f(x) + G(x, v)\Phi(u) + H_\tau(x_\tau) + D, \quad (44)$$

其中

$$\begin{aligned} H_\tau &= [0.5\sin(x_1(t - \tau_1(t))), \\ &\quad 0.5x_2(t - \tau_2(t))\sin(x_2(t - \tau_2(t))), \\ &\quad 0.2\cos(x_3(t - \tau_3(t)))]^T, \\ \tau &= [\tau_1(t), \tau_2(t), \tau_3(t)]^T \\ &= [0.2(1 + \sin t), 0.1(1 - 0.2\cos t), \\ &\quad 0.2(1 - 0.2\sin t)]^T, \\ x_d &= [\sin(2.4t), \sin(2.4t), \sin(1.2t)]^T, \\ D &= [\sin t, \sin(2t), \sin(3t)]^T, \\ \phi_i(t) &= 0, t \in [-0.5, 0], i = 1, 2, 3, \tau_m = 1, \\ G(x, v) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & x_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (45)$$

控制器中的参数选取值如下: $\gamma_{01} = \gamma_{11} = 30$, $\gamma_{02} = \gamma_{12} = 80$, $\gamma_{03} = \gamma_{13} = 30$, $\gamma_{21} = \gamma_{22} = \gamma_{23} = 4000$, $\sigma_{01} = \sigma_{02} = \sigma_{03} = \sigma_{11} = \sigma_{12} = \sigma_{13} = 0.001$,

$\sigma_{21} = \sigma_{22} = \sigma_{23} = 0.0005$, $k_{21} = k_{22} = k_{23} = 2$. 不连续项 $\text{sign}(e_i)$ 用连续函数 $\text{sat}(e_i)$ 代替. 模糊逻辑系统的输入为 x, u , 对该实例, 仅输入 x . 分别对 x_1, x_2, x_3 取 11 个 Gauss 型隶属函数均匀覆盖区域 $[-10, 10]$, 模糊逻辑系统可调参数均设定为 1331 维向量. 仿真结果如图 2 所示.

把 (45) 式的 $G(x, v)$ 改为

$$G(x, v) = \begin{bmatrix} 2 + 2v_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x_2 \\ 0 & 0 & 1 + 0.5v_2 \end{bmatrix}, \quad (46)$$

其中扰动 $v = [v_1, v_2]^T = [\sin(5t), \sin(4t)]^T$, 其余条件不变, 仿真结果如图 3 所示.

图 2 和图 3 分别给出了状态变量 x , 参考信号 x_d 和控制输入 u 随时间变化曲线. 从图 2 可以看出, 状态变量 x 快速跟踪参考信号 x_d , 跟踪效果很好, 同时可以看出控制输入 $\Phi(u)$ 是有界的. 当控制增益矩阵 $G(x, v)$ 带有扰动 v 时, 在某些时刻 $G(x, v)$ 是奇异的, 从图 3 可以看出, 状态变量 x 仍能较好地跟踪参考信号 x_d , 只是在某些时刻, 由于系统部分信号受到很弱的控制信号控制或完全没有受到控制, 该部分信号会发生瞬间偏离已知信号的情况, 这与实际系统运行情况是符合的.

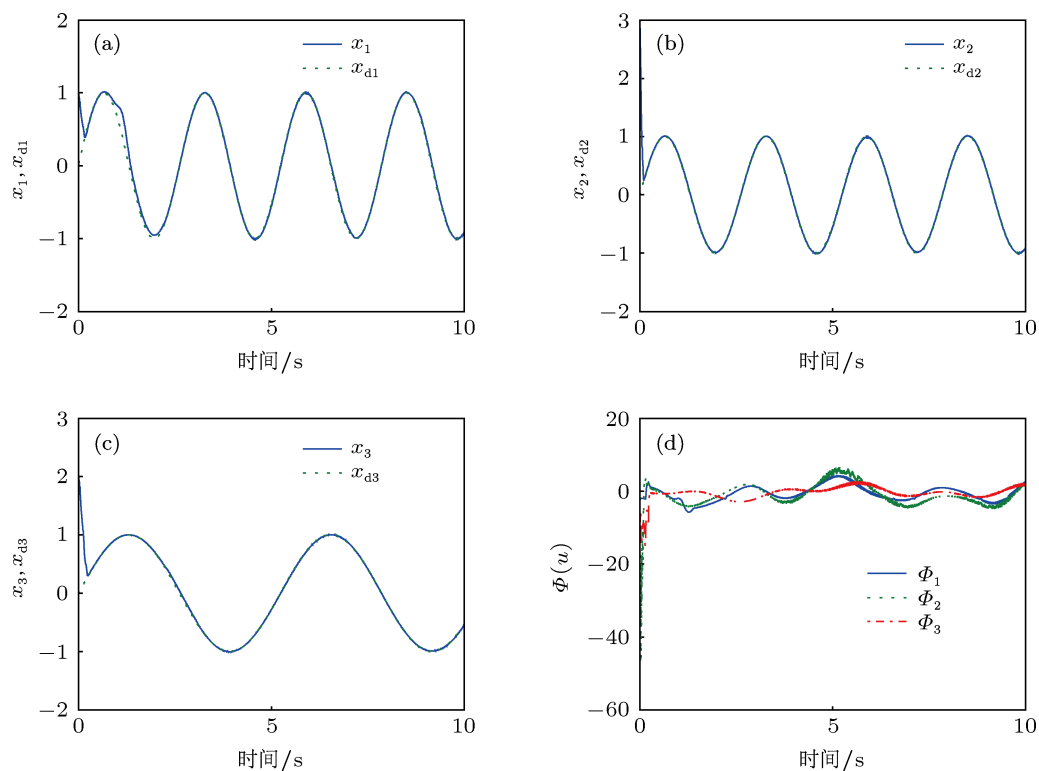
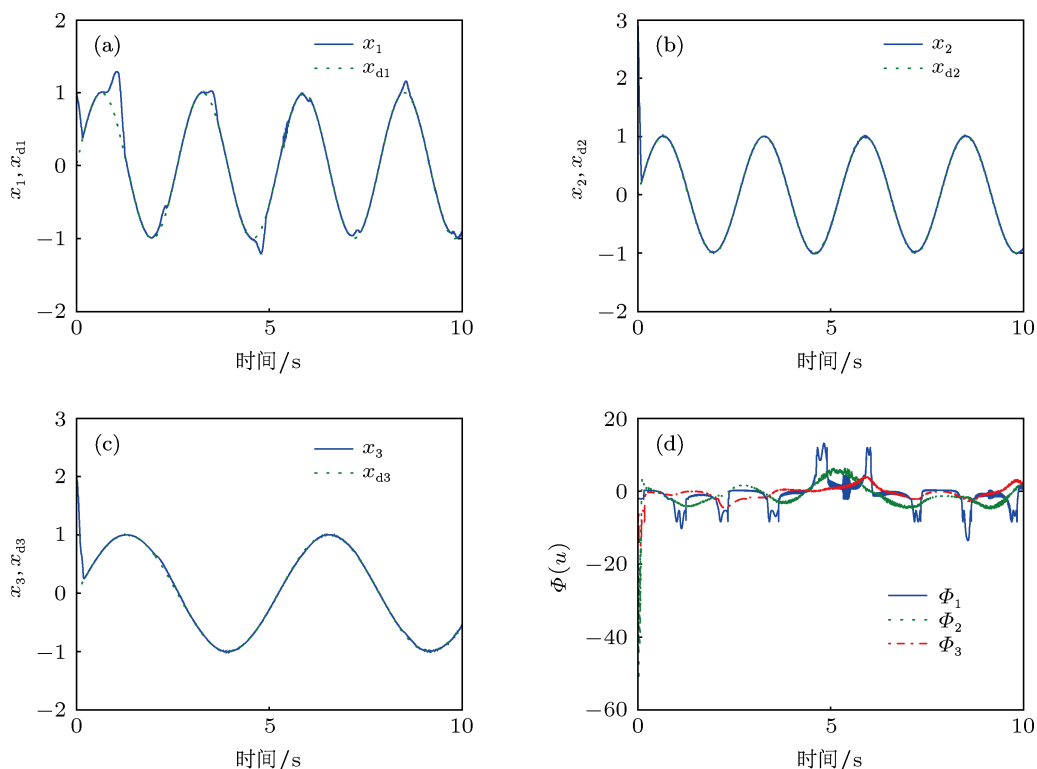


图 2 状态变量 x , 参考信号 x_d 和控制输入 $\Phi(u)$ 随时间变化曲线

图3 状态变量 x , 参考信号 x_d 和控制输入 $\Phi(u)$ 随时间变化曲线

注 6 尽管在模糊逻辑系统输入时, 只输入 x , 忽略了 u , 仿真效果仍然是很好的, 说明模糊逻辑系统具有良好的逼近性能.

5 结论

本文针对带有非线性控制输入和控制输入增益矩阵带有扰动的未知时变时滞混沌系统, 提出了一种自适应模糊控制方法. 设计的控制器可以保证系统信号对已知信号快速有效跟踪, 同时闭环系统

所有信号是有界的. 与文献 [20, 21] 比较: 1) 不仅考虑的混沌系统带有未知扰动, 并且控制输入增益矩阵也带有扰动; 2) 即使控制输入增益矩阵在某些时刻是奇异的, 使用设计的控制器仍能保证跟踪误差稳定, 说明设计的控制方法对控制输入扰动和系统扰动具有一定的鲁棒性; 3) 控制器的设计比较简单. 最后以多卷波混沌系统为例, 说明提出的方法是有效的. 因此该控制方法具有一定的潜在应用前景.

- [1] Roseblum M G, Pikovsky A S, Kurths J 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 1804
- [2] Taherionl S, Lai Y C 1999 *Phys. Rev. E* **59** 6247
- [3] Zhang P W, Tang G N, Luo X S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3497 (in Chinese) [张平伟, 唐国宁, 罗晓曙 2005 物理学报 **54** 3497]
- [4] Wang X Y, Meng J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 726 (in Chinese) [王兴元, 梦娟 2008 物理学报 **57** 726]
- [5] Liu J, Chen S H, Lu J A 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1595 (in Chinese) [刘杰, 陈士华, 陆君安 2003 物理学报 **52** 1595]
- [6] Wang X Y, Wang Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2498 (in Chinese) [王兴元, 王勇 2007 物理学报 **56** 2498]
- [7] Wang J A, Liu H P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2264 (in Chinese) [王建安, 刘贺平 2010 物理学报 **59** 2264]
- [8] Suykens J A K, Vandewalle J 1993 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **140** 861
- [9] Lü J H, Chen G R, Cheng D Z 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 2917
- [10] Lü J H, Chen G R, Yu X H, Leung H 2004 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **51** 2476
- [11] Lü J H, Han F L, Yu X H, Chen G R 2004 *Automatica* **40** 1677
- [12] Lü J H, Yu S M, Leung H, Chen G R 2006 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **53** 149
- [13] Lü J H, Chen G R 2006 *Int. J. Bifur. Chaos* **16** 775

- [14] Wang W Y, Leu Y G, Lee T T 2003 *Fuzzy Sets Syst.* **140** 341
- [15] Zhang W W, Wang J, Wang H, Zhao Y T 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010511 (in Chinese) [张巍巍, 王京, 王惠, 赵云涛 2011 物理学报 **60** 010511]
- [16] Li D, Zhang X H, Yang D, Wang S L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1433 (in Chinese) [李东, 张小洪, 杨丹, 王时龙 2009 物理学报 **58** 1433]
- [17] Li D, Wang S L, Zhang X H, Yang D 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2940 (in Chinese) [李东, 王时龙, 张小洪, 杨丹 2009 物理学报 **58** 2940]
- [18] Yu J P, Chen B, Yu H S, Gao J W 2011 *Nonlinear Analysis: Real World Applications* **12** 671
- [19] Li T S, Li R H, Li J F 2011 *Neurocomputing* **74** 2277
- [20] Boulroune A, M'Saad M 2011 *Expert Systems with Applications* **38** 14744
- [21] Boulroune A, M'Saad M, Farza M 2011 *Fuzzy Sets Syst.* **164** 45
- [22] Chen M, Ge S S, Ren B B 2011 *Automatica* **47** 452
- [23] Yang D S, Zhang H G, Zhao Y, Song C H, Wang Y C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1562 (in Chinese) [杨东升, 张化光, 赵琰, 宋崇辉, 王迎春 2010 物理学报 **59** 1562]
- [24] Zhang H G, Ma D Z, Wang Z S, Feng J, Wang Y C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 138 (in Chinese) [张化光, 马大中, 王占山, 冯健, 王迎春 2010 物理学报 **59** 147]
- [25] Boulroune A, Tadjine M, M'Saad M, Farza M 2010 *Fuzzy Sets Syst.* **161** 797

Fuzzy adaptive tracking control of uncertain chaotic system with input perturbation and nonlinearity*

Li Ning[†] Liu Heng Xiang Wei

(Department of Mathematics and Computational Science, Huainan Normal University, Huainan 232038, China)

(Received 25 April 2012; revised manuscript received 14 June 2012)

Abstract

In this paper, we investigate the signal tracking problem of the uncertain time-varying delay chaotic system with control input nonlinearity and the fuzzy adaptive variable structure control method is proposed. The fuzzy logic system approximates the nonlinearity of the system. The unknown time-varying delay uncertainties are compensated using an appropriate Lyapunov-Krasovskii functional. The proposed controller can make the tracking errors converge to an adjustable region and all signals of the closed system is bounded. The designed control method can have a certain robustness against the disturbance of the system. Finally, taking the simulations on a multi-scroll chaotic system for example, the effectiveness of the proposed method is illustrated.

Keywords: fuzzy system, multi scroll chaotic system, control input nonlinearity, time-varying delay

PACS: 05.45.Gg

* Project supported by the Natural Science Foundation of the Anhui Higher Education Institutions, China (Grant No. KJ2011Z357), the Foundation of Huainan Science And Technology Plan Projects, China (Grant No. 2011A08016), and Natural Science Foundation of Huainan Normal University, China (Grant No. 2011LK77).

[†] E-mail: li623ning@163.com