

## 直剪颗粒体系声波探测\*

张祺<sup>1)2)</sup> 李寅闾<sup>2)</sup> 刘锐<sup>2)</sup> 蒋亦民<sup>3)</sup> 厚美瑛<sup>2)†</sup>

1) (武汉大学物理科学与技术学院, 人工微纳结构教育部重点实验室, 武汉 430072)

2) (中国科学院物理研究所, 北京凝聚态国家重点实验室, 北京 100190)

3) (中南大学物理科学与技术学院, 长沙 410083)

(2012年3月5日收到; 2012年6月21日收到修改稿)

建立了声波监测系统, 探测颗粒体系在直剪过程中声速与剪切应力的变化关系. 发现声速在剪切开始后随着剪切应力的增加会迅速减小. 而在应力达到屈服点之后, 声速变化逐渐变缓并趋近于一个稳定值. 剪切作用对声速变化的影响小于 20%, 而非所预测由于剪切带的形成, 声波 (尤其是横向波) 的振动无法通过剪切带而使得探测的飞行速度变为零. 这是由于直剪的应变率甚低于声波的频率, 直剪的颗粒体系可被视为局部区域膨胀的准静态的弹塑性固体. 结合等效介质理论和颗粒弹性理论对以上结果进行了解释和讨论.

关键词: 颗粒固体, 直剪, 剪切带, 声速

PACS: 45.70.-n, 46.40.cd, 83.10.tv

## 1 引言

颗粒物质是指大量的离散单体在相互接触力作用下形成的复杂多体系统, 它广泛存在于自然界中, 并对我们的生产、生活产生巨大的影响. 由于颗粒体系的强耗散性和非均匀性, 它具有与一般气固液体不同的性质<sup>[1]</sup>. 我们可以把颗粒比作分子运动论里的宏观分子, 借鉴热力学对物质形态分类的概念, 根据体系中颗粒之间的距离以及颗粒动能的大小, 大致把颗粒体系类比为颗粒气体、颗粒液体和颗粒固体. 这里所谓颗粒固体是指由大量相互接触、只能在原位做微小运动的颗粒形成的颗粒集团. 颗粒固体是典型的弹塑性体, 而且在不同的应变情况下体系会表现出类固-液相变现象. 对于施加小应变的颗粒固体, 声波在其中传播时, 无论是横波还是纵波其传播行为都和其他非线性弹性固体的行为类似. 如果颗粒固体持续受到剪切应变, 剪切力将逐渐增大, 达到一个峰值之后进入一种剪切应力和自身密度都不再变化的稳定剪切运动. 这种和剪切定常流体很相似的塑性状态在土力学中经常被叫做临界状态. 现实

生活中许多带给人们巨大损失的地质灾害比如山体滑坡等, 就是一种典型的颗粒固体受剪失稳现象. 因此在实验室中对受剪切作用导致颗粒体系发生类固-液转变过程的研究具有十分重要的现实意义.

对三维颗粒固体, 其内部的结构变化往往是很难观测的. 目前为止人们建立和发展了许多技术手段用来观测二维颗粒系统内部的力链结构和分布, 比如光弹实验<sup>[2-4]</sup>、核磁共振成像实验<sup>[5]</sup>等, 但对于实际的三维颗粒系统的测量, 这些探测方法不仅复杂昂贵而且不能得到清晰完整的结果. 声波具有很好的穿透性, 同时由于其扰动很小, 不会引起颗粒系统的内部结构发生改变, 而且根据经典的固体弹性理论, 声波的特性又依赖于介质本身的力学结构和性质, 所以研究声波在颗粒体系中的传播特性是一种非常有效探测颗粒系统内部结构的手段. 十多年前, 芝加哥大学的 Liu 和 Nagel 对声波在颗粒固体中的传播进行了一系列研究<sup>[6-8]</sup>, 他们发现接收到的信号在长时间尺度上有很大的涨落同时信号对应的频谱范围很宽, 并且对力链结构的微小变化非常敏感, 另外仔细分析还显示由飞行时间所测得的声速与群速度不相同, 两者相差大约五

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11034010) 和地震行业科研经费 (批准号: 201208011) 资助的课题.

† E-mail: mayhou@aphy.iphy.ac.cn

倍. 这些现象曾使得 Liu 和 Nagel 认为描述颗粒固体中声波传播是很复杂而又难以解释的问题. 后来法国 Jia 等的研究认为这些主要是他们的测量探头尺寸太小的缘故. 通过采用对颗粒加恒定的压力和增大测量探头面积的方式, Jia 等<sup>[9-11]</sup>得到了更清晰稳定的实验结果, 确认声波在颗粒固体里的传播可以分为两种主要运动模式: 一种是相干波部分, 波长远大于颗粒粒径和间距的相干波动运动占主导. 相干波传播部分可用连续介质理论进行理论处理; 另一种是散射波部分, 波长与颗粒粒径可比拟的波在不均匀的颗粒接触点形成的力链之间散射形成多重散射波. 测量飞行时间时, 当一个脉冲声波经过颗粒介质后, 相干波由于路径最短, 一般出现在实验接收器探测到的波形的前端, 随后紧接着多重散射信号, 因此后者又称作尾波. 相干波的飞行速度与群速度一致, 对其分析可以得到颗粒介质的宏观弹性性质, 包括复杂非线性声学性质. 尾波信号的一个特点是涨落大、规律性差, 近年来有研究组正在开展利用尾波探测和研究颗粒力链细观尺度上的问题. 长期以来相关工程研究也在利用相干波探测颗粒物质的一些力学性质<sup>[12-14]</sup>, Jia 等的工作对此做了进一步的确认, 同时也澄清了 Liu 和 Nagel 所测的声波在颗粒体系中飞行时间速度和群速相矛盾的疑问. 本文测量相干波的飞行时间, 不考虑复杂的尾波, 因此下面文中的声波均限于相干波部分.

声波在受剪颗粒固体中的传播是目前比较受关注的研究方向. 从粒径尺寸的微观尺度上看, 声波因沿颗粒接触点, 或力链方向传播, 声波的传播应敏感于剪切使力链发生的变化或重组. 然而从宏观角度看, 由于实验室中常用的超声波的频率比较大 (远远大于剪切运动的变形率), 在一个波动周期里剪切运动带来的变形极小, 再加上宏观来看声波的波长远大于颗粒尺寸, 后者的变化或重组可能被平均和抹平, 因此相对于声波的波动而言受剪颗粒样品可以看成是准静态的, 声学行为则应没有显著变化. 另外一个有趣的问题是, 处于稳恒剪切运动下的样品 (也就是土力学里称为临界态的样品), 其运动形式与剪切定常流动的液体很相似, 它是否也会像没有弹性的液体那样不支持弹性波动. 如果不支持, 当样品从静止到稳恒运动过渡时, 剪切波的速度应该相应地减小到零 (又称软化).

为研究考察以上问题, 我们用直剪盒建立了一套与 Khidas 和 Jia<sup>[15]</sup> 类似的实验装置和方法, 实时测量剪切过程中密堆颗粒样品的声波传播速度的变化, 包括横波和纵波. 结果显示声速在剪切力的

峰值点前会随剪切应力的增加迅速下降, 然后下降变缓并最终趋近于一个有限的稳定值. 整个剪切过程对横波和纵波的波速变化的影响均小于 20%, 没有观察到任何弹性波软化消失的现象. 这意味着将直剪样品最终达到的临界态视为一种缓慢变形的类颗粒固体更加合理. 另外, 从文献 [16] 中报道的一个颗粒固体弹性势能模型出发, 用经典弹性波方程可以较好地解释所有测量的声速数据. 鉴于目前报道的不少声波测量数据是用一个称作有效介质 EMT (Effective Medium Theory) 的理论公式来处理的, 文章对颗粒固体的弹性理论和 EMT 进行了对照和讨论. 在概念上, 它们主要在质量密度与配位数这两个变量是否互相独立, 和是否存在弹性势能这两点上有不同看法.

## 2 实验装置和方法

实验装置包括力学剪切系统与声波探测系统两大部分. 其中力学剪切系统由样品池、驱动马达、法向压力约束组件、应变和应力测量组件构成. 声波探测系统由信号发生器、信号接受器、信号采集、信号储存和处理组件构成. 实验装置如图 1 所示. 内壁边长 7 cm 的钢质正方形剪切盒水平分成上下两个部分, 放置于轴承滚珠导轨上. 马达驱动水平推杆推动下盒向前运动. 驱动速度为  $13.3 \mu\text{m/s}$ . 剪切盒的上盒通过钢环仪与墙壁固连, 钢环仪的劲度系数为  $5.25 \times 10^5 \text{ N/M}$ . 为了使颗粒床尽可能的密实, 我们把直径为 1.76—2.00 mm 的玻璃珠倾倒在筛孔直径 2.5 mm 的筛子上, 玻璃珠通过筛子均匀地降落到剪切盒中制备成不同厚度的密堆颗粒床. 法向压力通过上盖加载到颗粒床, 每次剪切过程中正压力保持不变. 本文中我们制备

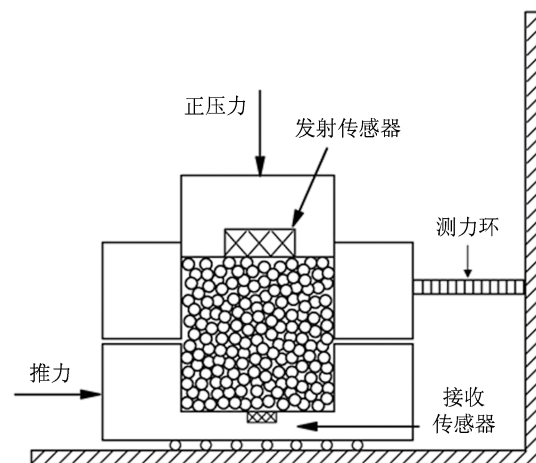


图1 利用直剪仪改造的声波发射-接收系统

厚度为  $45.5 \text{ mm} \pm 0.2 \text{ mm}$  颗粒床, 施加的法向压力可达  $1200 \text{ N}$ . 同时两块千分表分别测量上下盒错开的距离和上盖的位移. 实验开始之前为确保颗粒床足够的密实, 每次实验前轻敲击剪切盒侧壁直到上盖不再发生明显下降.

声学传感器由压电陶瓷片制成, 分别镶嵌在上盖和下盒的中央. 本文采用两种振动模式的压电陶瓷片产生压缩波和剪切波. 压缩波发生器和接收器受到外电场激励后只产生垂直于剪切面方向的往复振动. 而剪切波发生和接收器的振动方向则平行于剪切面. 理论上, 剪切波存在沿推进方向和垂直于推进方向的两个分支, 本实验中并没有发现这两支剪切波的明显区别, 可认为这两支剪切波是简并的. 信号发生器每隔  $0.05 \text{ s}$  发射一个频率  $30 \text{ kHz}$  的正弦脉冲激励直径  $46 \text{ mm}$  的发生器产生声波, 声波穿过颗粒床后被直径  $10 \text{ mm}$  的接收器接收. 实验过程中发射的信号和接受的信号由示波器实时记录并存储于电脑硬盘.

接收到的声波波形如图 2 所示. 由于本实验中声波的波长  $\lambda = \frac{v}{f} \sim 2 \text{ cm}$  远大于颗粒直径, 接收器的面积也比较大, 能够采集到明确稳定的相干波  $E$  波信号 (即图 2 接收信号的最前面的波形), 弹性声波的传播速度可以认为就是  $E$  波的飞行速度  $v_f$ . 当然除相干波外, 图 2 接收信号里还有很强的散射波  $S$  成分, 主要是因为接收器的面积还是偏小所致. 注意即使如此, 根据 Jia 等的工作, 这些散射波成分对相干波  $E$  波不会造成明显的影响, 因此不影响我们的声速测量. 我们将根据发射信号和接收信号的前沿起始位置定义声波从发射到接收所用的时间  $t_{\text{tof}}$ . 整个剪切过程中发生器始终覆盖接收器, 可以认为颗粒床厚度即为声波飞行距离  $L$ , 声波的波速可用  $v_f = \frac{L}{t_{\text{tof}}}$  计算.

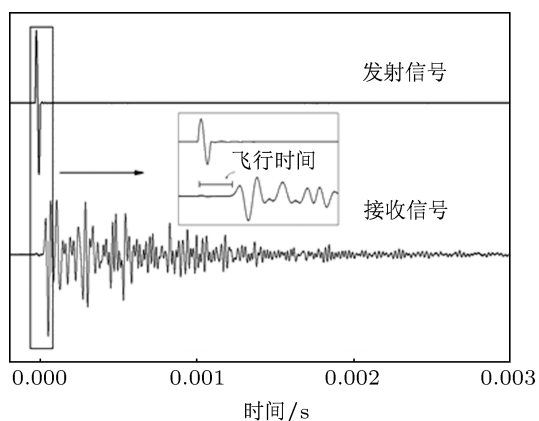


图 2 声波波形以及声波飞行时间

科学工作者经常利用一个叫做惯性数的参量来区分颗粒流体的状态, 其形式为  $I = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{P/\rho}}$ ,  $\dot{\gamma}$  为剪切速率,  $d$  为颗粒平均粒径,  $P$  和  $\rho$  分别为颗粒床受到的压强和密度. 一般认为  $I < 10^{-3}$  即为准静态流体. 由此计算出本实验中惯性数仅为  $10^{-6}$  量级. 另一方面即使考虑散射波部分, 接收到的声波信号持续时间也仅为毫秒量级, 也就是说在这段时间内颗粒床的剪切形变仅为纳秒级, 因此从以上两方面考虑, 可以认为本实验中颗粒床为准静态流体.

### 3 实验结果

图 3 是不同的顶部加载压力下, 颗粒样品匀速剪切运动时的力学响应曲线. 测量显示, 样品的剪切应力首先随上下盒剪切位移的增加而快速变大, 在上下盒错开一定位移后上升趋势变得缓慢直到一个极大值 (这个极值土力学常称为屈服点) 之后, 剪切应力缓慢下降, 逐步趋向一个不再随着剪切位移的增加而发生变化的稳定运动状态, 即临界状态 (但受实验装置的限制, 并未完全达到). 临界状态的剪切应力又称为残余剪切强度. 由于样品初始已经非常接近最密的随机密堆状态, 当剪切力施加后整个样品立即发生膨胀, 未观察到剪缩现象. 另外, 从图 3 中可以看出, 在剪切应力达到极值后, 膨胀的速度变缓, 在临界状态下样品体积达到一个稳定的临界密度值. 还可看出, 随着顶部加载的增大, 样品的屈服值和残余剪切强度都会变大, 而样品的剪胀高度则会略微减小. 这些行为与土力学的相关报道基本一致.

图 3(a) 的剪切力峰值  $\tau_{\text{max}}$  随顶部加载压力  $N$  线性变化, 如图 4. 这个性质可用摩擦定律的形式表示为:  $\tau_{\text{max}} = N \tan \theta$ , 其中  $\theta$  称作颗粒固体的内摩擦角. 注意本实验中制备的是干燥的玻璃珠颗粒床, 玻璃珠之间没有黏聚力, 相应的摩擦定律也没有考虑它. 用这个摩擦定律给出的直线关系对图 4 的测量点拟合可得样品的内摩擦角为  $29^\circ$ .

图 5 是样品在剪切过程中不同法向应力加载下的纵波速度和法向应力为  $244 \text{ kPa}$  的横波速度随剪切位移的变化. 由于是匀速剪切, 图中横坐标的剪切位移比例与时间成比例. 从图中可以看出, 无论是横波还是纵波, 声速在剪切开始后均随着上下盒相对位移的变大而迅速下降大约  $15\%$ . 在屈服点之后, 这个速度下降开始趋缓直至基本保持不变 (虽然随着位移的增大出现了一定的涨落).

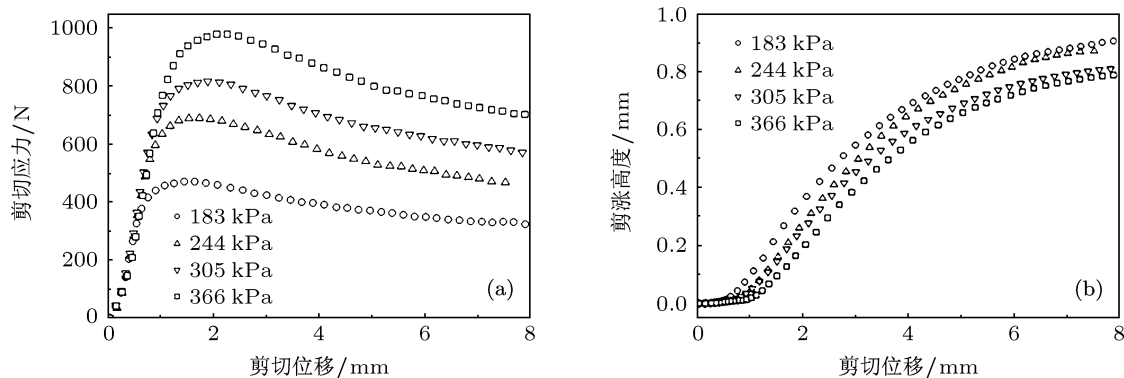


图3 剪切作用下的剪切应力 (a) 和剪胀高度 (b) 随剪切位移的变化

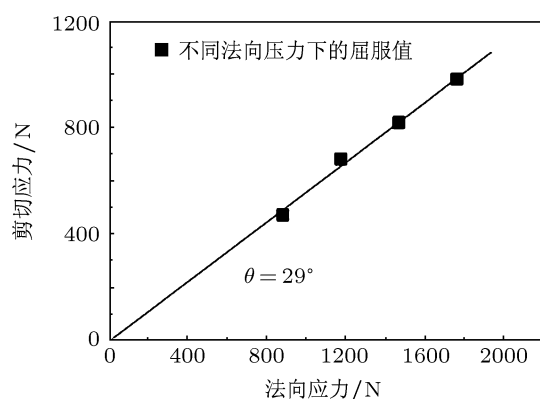


图4 不同顶部加载压力下的屈服强度 (直线拟合给出的样品内摩擦角为  $29^\circ$ )

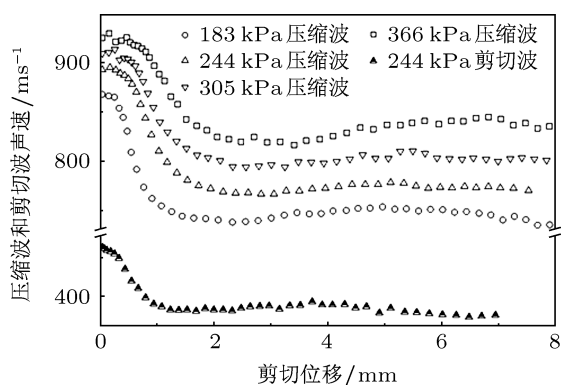


图5 剪切过程中纵波和横波的声速随剪切位移的变化

## 4 讨论

致密的颗粒固体中, 颗粒之间呈相互挤压和切向摩擦的力学状态. 值得强调的是, 尽管微观上颗粒固体是有很多空隙的非均匀复杂结构材料, 其粗粒化平均意义上的长波动力学仍满足一般的连续介质物理, 即经典弹性理论 (忽略耗散的影响). 这

时, 声波具有与传播方向平行的纵波和与传播方向垂直的横波两种模式. 对各向同性的线性弹性体, 弹性力学给出的波速是

$$v_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}, \quad v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (1)$$

其中,  $v_p$ ,  $v_s$  分别是纵波和横波的波速,  $K$  和  $\mu$  是弹性体的体弹模量和剪切模量,  $\rho$  是介质的质量密度. 注意 (1) 式只对线性弹性体有效, 其中的弹性模量  $K$  和  $\mu$  是与应力无关的材料常数, 两个声速  $v_p$ ,  $v_s$  因此也与应力无关.

颗粒固体的弹性是非线性的, 其声速会随应力的变化而变化, 波动的极化方向也不总是与传播方向垂直或平行, 即横波或纵波. 它的声学性质因此会更为丰富和复杂, 一般不能直接用 (1) 式的形式来描述, 而是需要进一步考察其应力对微小应变扰动的相应系数 (又称刚度系数). 注意应力和应变都是二阶对称张量, 相应系数将是四阶张量  $C_{ijmn} = \partial\sigma_{ij}/\partial\varepsilon_{mn}$ , 也就是说一般有  $6 \times 6 = 36$  个相应系数, 并且不仅是应力的函数, 还与密度有关. 原则上可以用声学 and 力学方法测量出所有这 36 个函数, 但这样系统的实验目前还未见报道. 有不少计算  $C_{ijmn}$  的理论, 这里仅限于讨论 EMT 和经典弹性理论两种. 前者是从两个颗粒之间的 Hertz-Mindlin 接触力模型出发用统计平均方法处理大量颗粒系统这个复杂的多体问题, 然后在一定的近似下得到  $C_{ijmn}$  的表达式或数值计算它的函数曲线. 所谓的有效介质理论 EMT<sup>[17-20]</sup> 即是这种方法的一个例子, 并且采用的是平均场近似. 由于相当复杂, 这里将只讨论应力为各向同性均匀压强  $\sigma_{ij} = p\delta_{ij}$  时的结果 (一般情形可见文献 [21]). 这时 EMT 给出的声波波速也可写成 (1) 式的形式, 只是其中的  $K$  和  $\mu$  不再是常数, 而是

下面的压强  $p$ 、密度  $\rho$  (或除以玻璃的密度, 即用体积分数  $\phi = \rho/\rho_{\text{玻璃}}$ )、和配位数  $z$  的函数 (参见文献 [22]):

$$K = \frac{k_n}{12\pi}(\phi z)^{2/3} \left(\frac{6\pi p}{k_n}\right)^{1/3},$$

$$\mu = \frac{k_n + \frac{3}{2}k_t}{12\pi}(\phi z)^{2/3} \left(\frac{6\pi p}{k_n}\right)^{1/3} \quad (2)$$

其中  $k_n$  和  $k_t$  是 Hertz-Mindlin 接触力模型里的两个参数, 又称接触力的法向刚度和切向刚度, 原则上可从玻璃的剪切模量  $\mu_g$  和泊松比  $\sigma_g$  的值 ( $\mu_g$  典型值 29 GPa 而  $\sigma_g$  典型值 0.2) 用下面公式算得:

$$k_n = \frac{4\mu_g}{1 - \sigma_g},$$

$$k_t = \frac{8\mu_g}{2 - \sigma_g}. \quad (3)$$

显然, (2) 式的函数关系可简单地归结为

$$v \sim z^{1/3} \phi^{-1/6} p^{1/6}. \quad (4)$$

值得指出的是, 除密度外, EMT 还认为声速与配位数有关, 这是它与经典弹性理论的一个不同的地方. 经典弹性理论里只有质量密度的概念, 没有配位数. 当然如果对同一种颗粒材料, 体积分数和配位数存在固定的函数关系,  $\phi$  和  $z$  不是互相独立的状态变量, 引入配位数不会带来概念上的变化. 但如果它们是互相独立的变量, 情况就不同了. 目前对  $\phi$  和  $z$  是否互相独立还没有一致的看法. 有学者认为它们之间存在  $\phi = z/(z + 2\sqrt{3})$  的关系, 如文献 [23] 的

工作. 如果这样的话, 声速 (4) 式将变成

$$v \sim \left(\frac{\phi^{1/2}}{1 - \phi}\right)^{1/3} p^{1/6}. \quad (5)$$

由于无法观测我们实验过程中的配位数变化, 这里将用 (5) 式对图 5 的数据做一简单讨论. 另外还假设 (5) 式中的压强  $p$  等于顶部加载给出的压力  $N$ . 首先图 5 的声速随  $N \sim p$  的增大而增加, 这一结果和 (5) 式定性符合. 为考察体积分数的影响, 在图 6 中给出了量  $A = \frac{v_p}{p^{1/6}}$  和

量  $B = \left(\frac{\phi^{1/2}}{1 - \phi}\right)^{1/3}$  的变化曲线 (用初始值做了归一化). 进行比较可以看出,  $B$  随着剪切位移的增大而逐渐减小的趋势同  $A$  是一致的. 剪切完成时两者均下降约 15% 左右, 并且  $A$  中随着压强的增大声速变化总百分比越来越小的特点在  $B$  中也能得到反映. 也就是说, (5) 式能够定性地反映试验看到的这些声速变化趋势. 但在定量上,  $A$  和  $B$  还是有明显的差别, 这很可能是 (5) 式忽略了剪切力的缘故 (注意图 5 的样品里始终存在剪切力).

另外一个值得指出的近似是, 对剪切盒实验, 样品的变形和应力都不是均匀的, 特别是变形会集中在上下盒交界面附近, 形成一个约 6—8 层颗粒厚的条状剪切带 [16,24]. 这些复杂性对声波的影响是今后研究的一个前沿. 本文中只是简单地假设样品的应力、剪切运动和体积膨胀始终保持均匀. 这时体积分数可用  $\phi = \frac{m}{\rho_{\text{玻璃}} h S}$  笼统地估算, 式中  $m$  为剪切带内颗粒总质量,  $S$  为剪切盒横截面积,  $h$  是实时测量的剪切盒高度. 玻璃的密度取 2.441 g/cm<sup>3</sup>.

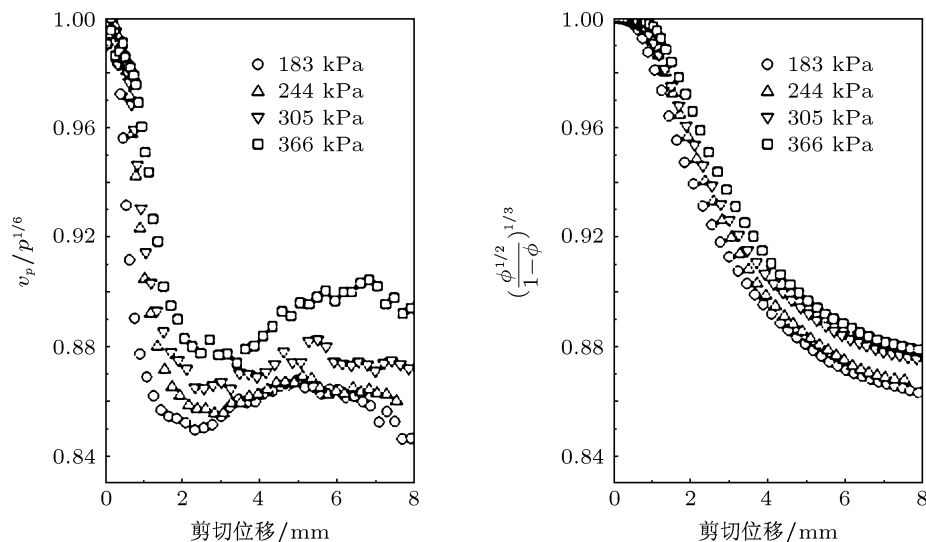


图 6 实际声速变化和按照 (5) 式计算的由体积分数引起声速变化的比较

如果颗粒固体是非线性弹性体, 声速就可用弹性理论框架来分析处理. 弹性理论分析声速的出发点是一个势能函数  $w = w(\rho, u_{ij})$ , 其中  $u_{ij}$  是弹性应变张量. 由于这个势能函数对应变  $u_{ij}$  微分一次得应力  $\sigma_{ij} = -\partial w / \partial u_{ij}$ , 微分两次得到四阶刚度矩阵  $C_{ij} = -\partial^2 w / \partial u_{ij} \partial u_{mn}$ , 因此一旦知道了颗粒固体势能函数的具体表达式, 就可算出任何声速随密度和应力的变化:  $c = c(\rho, \sigma_{ij})$ . 文献 [25—28] 给出了一个最简单的颗粒势能模型

$$w = B_0 \left( \frac{\rho - \rho_1}{\rho_c - \rho} \right)^{0.15} \sqrt{-u_{kk}} \times \left[ (u_{nn})^2 + \xi u_{mn} u_{mn} \right], \quad (6)$$

其中的  $B_0$  和  $\xi$  是材料常数,  $\rho_c$  是最密无规堆积密度,  $\rho_1$  可用最松无规堆积密度算得. 图 7 是用这个弹性势能计算的声速及其与图 5 的测量结果的比较 (具体计算过程细节见文献 [29]). 可以看出这个弹性理论与测量结果符合得很好.

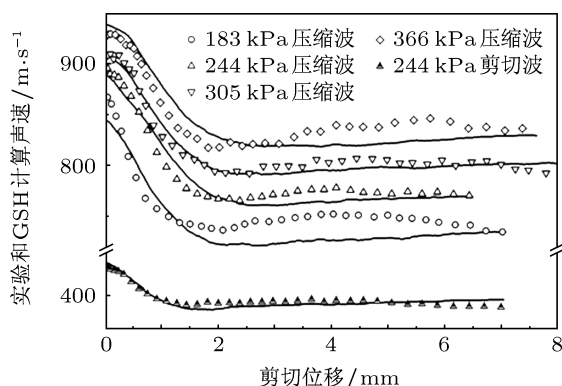


图 7 实验探测的声波信号 (符号) 和弹性理论计算结果 (实线) 的对比

对比上述 EMT 和弹性理论, 不难看出它们在概念上是有差别的. 首先是前面提到的关于配位数是否是独立变量的问题. 另一个差别是 EMT 给

出的刚度系数随应力变化的函数  $C_{ijmn}(\sigma_{lk})$  不一定支持存在弹性势能, 也就是说, 它给出的微分形式  $\sigma_{mn} du_{mn}$  和  $C_{ijmn} du_{mn}$  不一定满足全微分条件. 弹性理论直接从势能出发得到应力和刚度系数的表达式, 因此没有这个问题.

## 5 结论

本文报道了无黏性颗粒物质 (玻璃珠) 在非常缓慢的直接剪切过程中, 沿着垂直于剪切方向传播的纵声波和横声波的速度变化. 结果显示, 随着剪切运动的开始, 在剪切应力逐渐达到屈服点的过程中声速只快速地减小大约 16%, 而之后的剪切过程中声速变化逐渐变缓并趋近于一个稳定值. 因此, 缓慢剪切下的颗粒物质的声速既非完全不变, 也不会彻底地减小到零. 后者意味着我们所测量的颗粒样品始终处于弹性状态. 这表明缓慢的剪切运动导致的微细观尺寸上的力链破坏和重组不会彻底破坏颗粒固体的整体宏观弹性, 使其变为不能传播剪切声波的液体状态. 由于没有迹象显示声波的波动运动和缓慢的剪切运动之间有耦合发生, 我们可以在分析声速发生的 16% 的变化时, 忽略样品的剪切运动, 将其归为密度、剪切应力的影响所致. 我们的计算显示, 用非线性弹性理论能很好地解释所测量的声速结果. 本文详细讨论了弹性理论与目前文献上比较广泛用于处理声速实验的 EMT 理论在配位数和密度是否互相独立的状态变量和是否存在弹性势能这两点上存在概念差异. 显然更加精密和全面的声学实验将有助于这些基本问题的澄清. 由于许多地质自然现象 (如地震、雪崩、滑坡等) 都涉及颗粒物质及其在剪切力作用下的行为特性, 通过声学手段对密堆颗粒体系的探测和研究在如何防止自然灾害问题上也将有着积极的指导作用.

- [1] Jaeger H M, Nagel S R, Behringer R P 1996 *Rev. Mod. Phys.* **68** 1259
- [2] Travers T, Ammi M, Bideau D, Gervois A 1987 *Europhys. Lett.* **4** 329
- [3] Liu C H, Nagel S R, Schecter D A 1995 *Science* **269** 5223
- [4] Majmudar T S, Behringer R P 2005 *Nature* **435** 1079
- [5] Lasic S, Stepisnik J, Mohoric A 2006 *Europhys. Lett.* **6** 887
- [6] Liu C H, Nagel S R 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 2301
- [7] Liu C H, Nagel S R 1993 *Phys. Rev. B* **48** 15646
- [8] Liu C H 1994 *Phys. Rev. B* **50** 782
- [9] Jia X P, Caroli C, Velicky B 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1863
- [10] Jia X P 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 154303
- [11] Jia X P, Laurent J, Khidas Y, Langlois V 2010 *Chin. Sci. Bull.* **54** 4327
- [12] Tournat V, Gusev V 2009 *Phys. Rev. E* **80** 011306
- [13] Inserra C, Tournat V, Gusev V 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 191916
- [14] Bonneau L, Catelin-Jullien T, Andreotti B 2010 *Phys. Rev. E* **82** 011309
- [15] Khidas Y, Jia X P In: Nakagawa M, Luding S (editors) 2009 *Powders & Grains* **1145** 259
- [16] Digby P J 1981 *J. Appl. Mech.* **48** 803
- [17] Makse H A, Gland N, Johnson D L, Schwartz L 2004 *Phys. Rev. E* **70** 061302
- [18] Velicky B, Caroli C 2002 *Phys. Rev. E* **65** 021307

- [19] Johnson D L, Schwartz L M, Elata D, Berryman J G, Hornby B, Norris A N 1998 *J. Appl. Mech.* **65** 380
- [20] Khidas Y, Jia X P 2010 *Phys. Rev. E* **81** 021303
- [21] Song C M, Wang P, Makse H A 2008 *Nature* **453** 629
- [22] Cui L, Sullivan C O 2006 *Geotechnique* **56** 455
- [23] Duffy J, Mindlin R D 1957 *J. Appl. Mech.* **24** 585
- [24] Bi Z W, Sun Q C, Liu J G, Jin F, Zhang C H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 034502 (in Chinese) [毕忠伟, 孙其诚, 刘建国, 金峰, 张楚汉 2011 物理学报 **60** 034502]
- [25] Jiang Y M, Liu M 2009 *Granular Matter* **11** 139
- [26] Mayer M, Liu M 2010 *Phys. Rev. E* **82** 042301
- [27] Jiang Y M, Liu M 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 144301
- [28] Jiang Y M, Liu M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 105501
- [29] Zhang Q, Hou M Y, Jiang Y M, Liu M 2012 *Phys. Rev. E* **86** 031306

## Acoustic probing of the granular solid system under direct shear\*

Zhang Qi<sup>1)2)</sup> Li Yin-Chang<sup>2)</sup> Liu Rui<sup>2)</sup> Jiang Yi-Min<sup>3)</sup> Hou Mei-Ying<sup>2)†</sup>

1) (Key Laboratory Artificial Micro-and Nano-structure of Ministry of Education, School of Physics and Technology, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

2) (Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

3) (School of Physical Science and Technology, Central South University, Changsha 410083, China)

(Received 5 March 2012; revised manuscript received 21 June 2012)

### Abstract

Acoustic signal is used to study the mechanical properties of dense granular system under direct shear. In the process of direct shearing, it is found that the velocity of the sound wave decreases rapidly with the increase of shear stress. After the yield point of stress, with the increase of strain, the velocity of the propagating wave decreases gradually and attains a constant. The net reduction in velocity is found to be less than 20%, which differs from the fact that acoustic wave (especially the transverse wave) could not propagate through the shear band. This is because the direct shear strain rate is far smaller than the frequency of sound wave, and particles under shear can be regarded as quasi-static elastic-plastic solid. Effective medium theory and granular elastic theory are employed for explaining these results.

**Keywords:** granular solid, direct shear, shear band, sound velocity

**PACS:** 45.70.-n, 46.40.cd, 83.10.tv

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11034010) and Special Fund for Earthquake Research (Grant No. 201208011).

† E-mail: mayhou@aphy.iphy.ac.cn