

大气非均匀量子等离子体孤波解*

周先春^{1)2)†} 林万涛³⁾ 林一骅³⁾ 莫嘉琪⁴⁾

1) (南京信息工程大学, 江苏省气象探测与信息处理重点实验室, 南京 210044)

2) (南京信息工程大学, 电子与信息工程学院, 南京 210044)

3) (中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体数值模拟国家重点实验室, 北京 100029)

4) (安徽师范大学数学系, 芜湖 241003)

(2012年5月16日收到; 2012年6月11日收到修改稿)

本文探讨在大气环境下具有温度和密度梯度的非均匀量子等离子体系统, 研究了该系统在离子与中子碰撞频率较低情况下的二维非线性流体动力学扰动方程. 求得了在致密天体物理环境中静电势的近似解.

关键词: 等离子体, 孤波, 近似方法

PACS: 02.30.Lt

1 引言

当前, 对量子等离子体的研究已经取得了很大的成果, 如在致密的天体等离子体和激光等离子体, 尘埃磁等离子体等情况下的非线性特性方面已有深入的研究^[1-11]. 不同情况下的量子等离子体声波与量子相关的非线性特性也得到了较深的研究^[12,13]. 近来许多学者研究了非线性问题. 一些近似方法被改进, 包括平均法, 边界层法, 匹配渐近展开方法和多重尺度法等^[14-17]. 作者等也利用摄动等方法研究了一类非线性问题^[18-22]. 本文是含有离子和电子以中子为背景、研究温度梯度和密度的非均匀量子等离子体系统, 讨论在离子和中子间的碰撞频率较小的情况下的大气中的非均匀量子等离子体扰动方程, 并求其类孤波近似解.

2 大气等离子体流体动力学方程

根据离子和无惯性电子的运动方程、泊松方程和连续性方程, 并在离子和中子间的碰撞频率较

低的情况下, 大气等离子体二维非线性流体动力学方程可简化为^[23,24]

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + a_1 \frac{\partial^2 \phi^2}{\partial t^2} + (H_1^2 - \bar{\lambda}^2 - \rho_1^2) \frac{\partial^4 \phi}{\partial t^2 \partial y^2} \\ & - \omega_1 \rho_1^2 \frac{\partial^3 \phi}{\partial t \partial y^2} + \frac{3}{2} v_1 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial y} - D_1 \frac{\partial^2 \phi^2}{\partial t \partial y} \\ & - c^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = f(\phi), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 ϕ 为静电势, $a_1 = -3e/4kT$, e 为电子的电量, k 为玻尔兹曼常数, T 为电子的费米温度, H_1 是量子参量, $\bar{\lambda}$ 是电子的费米波长, $\rho_1 = \sqrt{kT/m}\Omega^2$ 是电子的费米温度下的拉莫尔半径, m 为离子的质量, Ω 为离子回旋频率, ω_1 是离子和中子间的碰撞频率, v_1 量子离子的漂移速度, D_1 是温度梯度, c 是量子离子的声速, f 为充分光滑有界的扰动函数.

为了方便计算, 对上述方程 (1) 作归一化处理. 引入如下无量纲量:

$$\begin{aligned} u &= \frac{e\phi}{kT}, \quad H = \frac{H_1}{\rho}, \quad \lambda = \frac{\bar{\lambda}}{\rho}, \quad \omega = \frac{\omega_1}{\Omega}, \\ y_1 &= \frac{y}{\rho}, \quad z_1 = \frac{z}{\rho}, \quad t_1 = \Omega t, \quad v = \frac{v_1}{c}. \end{aligned}$$

* 国家自然科学基金 (批准号: 41275062, 41175058, 11202105) 和中国科学院战略性先导科技专项基金 (批准号: XDA01020304) 资助的课题.

† E-mail: zhoux2008@163.com

这时方程 (1) 为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t_1^2} - b_1 \frac{\partial^2 u^2}{\partial t_1^2} - b_2 \frac{\partial^4 u}{\partial t_1^2 \partial y_1^2} - b_3 \frac{\partial^3 u}{\partial t_1 \partial y_1^2} - b_4 \frac{\partial^2 u}{\partial z_1^2} - b_5 \frac{\partial^2 u}{\partial t_1 \partial y_1} - b_6 \frac{\partial^2 u^2}{\partial t_1 \partial y_1} = F(u), \quad (2)$$

其中无量纲系数及扰动函数为

$$b_1 = \frac{1}{2}, \quad b_2 = \frac{2}{3}(1 + \lambda^2 - H^2), \quad b_3 = \frac{2}{3}\omega,$$

$$b_4 = \frac{2}{3}, \quad b_5 = v, \quad b_6 = \frac{1}{4}v,$$

$$F(u) = \frac{e}{kT} f\left(\frac{kT}{e}u\right).$$

我们来求大气环境下的非线性扰动无量纲方程 (2) 的类孤波解. 先作行波变换

$$z = k_1 y_1 + k_2 z_1 - k_3 t_1, \quad (3)$$

其中 k_1 和 k_2 为非线性波数, k_3 为波频. 将 (3) 式代入方程 (2), 得

$$2k_3(b_6 k_1 - b_1 k_3) \frac{\partial^2 u^2}{\partial z^2} + (k_3^2 - b_4 k_2^2 + b_5 k_1 k_3) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2k_3(b_6 k_1 - b_1 k_3) u \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + b_3 k_1^2 k_3 \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - b_2 k_1^2 k_3^2 \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = F(u). \quad (4)$$

首先考虑方程

$$2k_3(b_6 k_1 - b_1 k_3) \left[\frac{\partial^2 u^2}{\partial z^2} + u \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + (k_3^2 - b_4 k_2^2 + b_5 k_1 k_3) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + b_3 k_1^2 k_3 \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - b_2 k_1^2 k_3^2 \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = 0. \quad (5)$$

用待定系数法, 设方程 (5) 有如下形式的类孤波解 [24]:

$$u(z) = d_0 + d_1 \tanh z + d_2 \tanh^2 z + \frac{d_3}{\tanh z} + \frac{d_4}{\tanh^2 z}, \quad (6)$$

其中 d_i ($i = 0, 1, 2, 3, 4$) 为待定系数.

在 (6) 式中, 例如取 $d_0 = 0, d_1 = 1, d_2 = -10, d_3 = d_4 = 0$, 这时描述的是典型的孤波曲线. 如图 1

所示.

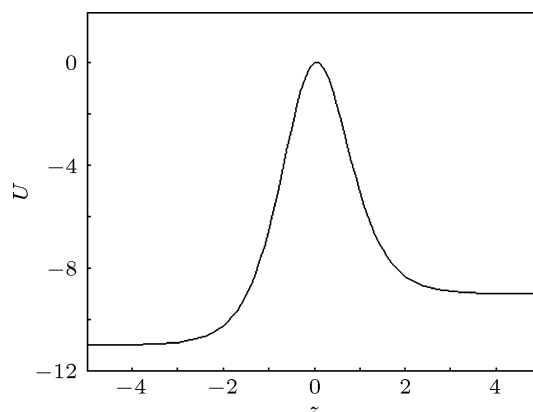


图 1 孤波曲线

将 (6) 式代入方程 (5), 合并 $\tanh z$ 及其导数各同类项的系数, 令其为零, 可分别决定 d_i ($i = 0, 1, 2, 3, 4$) 为

$$d_0 = \frac{12k_1^2 b_2 b_3^2 + 10k_1 b_1 b_3 b_5 - 100k_2^2 b_2^2 b_4 + b_3^2}{2b_3(b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6)},$$

$$d_1 = -\frac{12k_1^2 b_2 b_3}{b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6},$$

$$d_2 = \frac{6k_1^2 b_2 b_3}{b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6},$$

$$d_3 = d_4 = 0$$

及

$$d_0 = -\frac{12k_1^2 b_2 b_3^2 + 10k_1 b_1 b_3 b_5 - 100k_2^2 b_2^2 b_4 + b_3^2}{2b_3(b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6)},$$

$$d_3 = -\frac{12k_1^2 b_2 b_3}{b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6},$$

$$d_4 = \frac{6k_1^2 b_2 b_3}{b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6},$$

$$d_1 = d_2 = 0.$$

代回 (6) 式可得如下两个类孤波解:

$$U_1(z) = \frac{12k_1^2 b_2 b_3^2 + 10k_1 b_1 b_3 b_5 - 100k_2^2 b_2^2 b_4 + b_3^2}{2b_3(b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6)} - \frac{6k_1^2 b_2 b_3(2 - \tanh z) \tanh z}{b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6}, \quad (7)$$

$$U_2(z) = -\frac{12k_1^2 b_2 b_3^2 + 10k_1 b_1 b_3 b_5 + 100k_2^2 b_2^2 b_4 - b_3^2}{2b_3(b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6)} - \frac{6k_1^2 b_2 b_3(2 \tanh z + 1)}{(b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6) \tanh^2 z}. \quad (8)$$

作为 (6) 式的两个类孤波解 (7) 和 (8) 例子, 取 $k_1 = b_2 = b_3 = 1, b_1 = b_4 = b_5 = b_6 = 0$, 这时孤波解 (7) 和 (8) 式分别描述了不同性态的两个类孤波解. 如图 2, 图 3 所示.

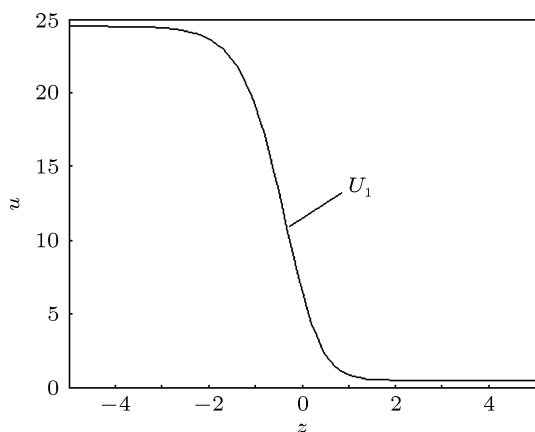


图 2 $U_1(z)$

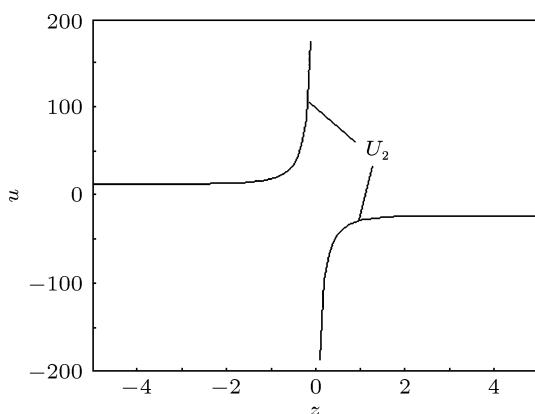


图 3 $U_2(z)$

3 等离子体扰动方程类孤波近似解

由于非均匀量子等离子体扰动方程 (4) 有扰动项 $F(u)$, 它一般不能用初等方法求出其精确解, 故我们需求其近似解.

为了得到非均匀量子等离子体扰动方程 (4) 的类孤波近似解, 引入如下泛函映射^[25] $H(u, s): R \times I \rightarrow R$:

$$H(u, s) = Lu - L\tilde{u}_0 + p \left[L\tilde{u}_0 + 2k_3(b_6k_1 - b_1k_3) \times \left[\frac{\partial^2 u^2}{\partial z^2} + u \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] - F(u) \right], \quad (9)$$

其中 $R = (-\infty, +\infty), I = [0, 1], p$ 是人为引入的一个参数, \tilde{u}_0 为 (4) 式的初始近似函数, 它将在下面

决定, 而算子 L 为

$$L = (k_3^2 - b_4k_2^2 + b_5k_1k_3) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + b_3k_1^2k_3 \frac{\partial^3}{\partial z^3} - b_2k_1^2k_3^2 \frac{\partial^4}{\partial z^4}.$$

显然, 由关系式 (9) 的表示式可以看出, $H(u, 1) = 0$ 与方程 (4) 相同. 故方程 (4) 的解 $u(z)$ 就是方程 $H(u, p) = 0$ 当 $p \rightarrow 1$ 的解.

现设方程 (4) 的类孤波解 $u(z)$ 为

$$u(z) = \sum_{i=0}^{\infty} u_i(z)p^i. \quad (10)$$

由泛函映射 (9) 式, 并将 (10) 式代入 $H(u, p) = 0$, 按 p 展开其中非线性的项, 且令方程 p 的同次幂项的系数为零, 可依次得到 $u_n(z) (n = 0, 1, 2, \dots)$ 满足的关系式.

由 p 的零次幂项系数为零, 有

$$L(u_0) = L(\tilde{u}_0). \quad (11)$$

选取初始近似 $\tilde{u}_0(z)$ 为方程 (5) 的一个类孤波解中的 (7) 式 $U_1(z)$, 于是

$$u_0(z) = \frac{12k_1^2b_2b_3^2 + 10k_1b_1b_3b_5 - 100k_2^2b_2^2b_4 + b_3^2}{2b_3(b_1b_3 - 10k_1b_2b_6)} - \frac{6k_1^2b_2b_3(2 - \tanh z) \tanh z}{b_1b_3 - 10k_1b_2b_6}. \quad (12)$$

在 $H(u, p) = 0$ 中, 由 p 的一次幂, 得

$$L(u_1) = F(u_0). \quad (13)$$

不难得到线性方程 (13) 的一个解为

$$u_1(z) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^z [\exp(-\lambda_1\xi) - \exp(-\lambda_2\xi)] F(u_0(\xi)) d\xi, \quad (14)$$

其中 $\lambda_j (j = 1, 2)$ 为 $L(u_1) = 0$ 的特征根:

$$\lambda_j = \frac{b_3k_1 \pm \sqrt{b_3^2k_1^2k_3 + 4b_2(k_3^2 - b_4k_2^2 + b_5k_1k_3)}}{2b_2k_1k_3},$$

$$j = 1, 2.$$

在 $H(u, p) = 0$ 中, 由 p 的二次幂, 得

$$L(u_2) = F_2(z), \quad (15)$$

其中

$$F_2(\xi) = 4k_3(b_6k_1 - b_1k_3) \left[\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\sum_{i=1}^{\infty} u_i p^i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{\infty} u_i p^i \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \sum_{i=1}^{\infty} u_i p^i \right) \right]$$

$$- F \left(\sum_{i=1}^{\infty} u_i p^i \right) \Big|_{\varepsilon=0}.$$

线性方程 (15) 的一个解为

$$u_2(z) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^z [\exp(-\lambda_1 \xi) - \exp(-\lambda_2 \xi)] F_2(\xi) d\xi. \quad (16)$$

同样, 在 $H(u, p) = 0$ 中, 由 p^i ($i = 3, 4, \dots$) 的系数, 可得相应线性方程的一个解为

$$u_i(z) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^z [\exp(-\lambda_1 \xi) - \exp(-\lambda_2 \xi)] \times F_i(\xi) d\xi, \quad i = 3, 4, \dots \quad (17)$$

其中

$$F_i(z) = 4k_3(b_6 k_1 - b_1 k_3) \frac{1}{(i-1)!} \times \left[\frac{\partial^{i-1}}{\partial p^{i-1}} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\sum_{i=1}^{\infty} u_i p^i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{\infty} u_i p^i \right) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \sum_{i=1}^{\infty} u_i p^i - F \left(\sum_{i=1}^{\infty} u_i p^i \right) \right] \right] \Big|_{\varepsilon=0}.$$

于是, 由 (14), (16) 和 (17) 式, 再由行波变换 (3), 便得到大气非线性流体动力学扰动方程 (2) 类孤子解的 n 次近似解

$$u_{napp}(t_1, y_1, z_1) = \frac{12k_1^2 b_2 b_3^2 + 10k_1 b_1 b_3 b_5 - 100k_2^2 b_2^2 b_4 + b_3^2}{2b_3(b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6)} - \frac{6k_1^2 b_2 b_3 [2 - \tanh(k_1 y_1 + k_2 z_1 - k_3 t)] \tanh(k_1 y_1 + k_2 z_1 - k_3 t)}{b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6} + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^{k_1 y_1 + k_2 z_1 - k_3 t} [\exp(-\lambda_1 \xi) - \exp(-\lambda_2 \xi)] \left[F(u_0(\xi)) + \sum_{i=1}^n F_i(\xi) \right] d\xi. \quad (18)$$

我们还可利用泛函分析的不动点原理证明 $u(t_1, y_1, z_1) = \lim_{n \rightarrow \infty} u_{napp}(t_1, y_1, z_1)$ 为一致收敛的 [14, 25]. 故 $u(t_1, y_1, z_1)$ 就是非线性流体动力学扰动方程 (2) 类孤子精确解.

同样, 当我们选取初始近似 $\tilde{u}_0(z)$ 为方程 (5) 的另一个类孤波解中的 (8) 式 $U_2(z)$, 于是有

$$u_0(z) = - \frac{12k_1^2 b_2 b_3^2 + 10k_1 b_1 b_3 b_5 + 100k_2^2 b_2^2 b_4 - b_3^2}{2b_3(b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6)} - \frac{6k_1^2 b_2 b_3 (2 \tanh z + 1)}{(b_1 b_3 - 10k_1 b_2 b_6) \tanh^2 z}.$$

用相同的方法, 还能得到非线性流体动力学扰动方程 (2) 的另一个类孤波近似解.

4 举例

为了方便地描述所求近似解的精度, 我们取非均匀量子等离子扰动方程 (2) 的扰动项为 $-\varepsilon \sin u$, 并设 $\varepsilon = e/kT$ 为小的正参数作行波变换 $z = k_1 y_1 + k_2 z_1 - k_3 t_1$, 选取如下相应的无量纲参数 b_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) 和非线性波数 k_1, k_2 及

波频 k_3 [24].

$$b_1 = 0.5, \quad b_2 = 1.78, \quad b_3 = 0.07, \\ b_4 = 0.67, \quad b_5 = 0.08, \quad b_6 = 0.02, \\ k_1 = 4, \quad k_2 = 2, \quad k_3 = 0.01.$$

这时方程 (2) 为如下微扰方程:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - 4 \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - 956.11 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 0.54 \left(\frac{\partial^2 u^2}{\partial z^2} + u \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = -\varepsilon \sin u. \quad (19)$$

采用本文中使用的类孤波近似解法. 令方程 (19) 的解为

$$u(z) = \sum_{i=0}^{\infty} u_i(z) p^i. \quad (20)$$

利用泛函映射 (9), (12) 和 (20) 式, 得到方程 (19) 零次近似的类孤波解为

$$u_0(z) = 45.63 - 8.63(2 - \tanh z) \tanh z. \quad (21)$$

显然, 有关方程的两个非零特征根为 $\lambda_1 = 32.99, \lambda_2 = -28.99$. 再由 (14), (15) 式得

$$u_1(z) = \frac{\varepsilon}{61.98} \int_0^z \int_0^\eta \int_0^\xi [\exp(-32.99 \xi_1)]$$

$$\begin{aligned}
 & - \exp(28.99\xi_1)] \\
 & \times \sin(u_0(\xi_1))d\xi_1 d\xi d\eta, \quad (22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_2(z) = & \frac{\varepsilon}{61.98} \int_0^z \int_0^\eta \int_0^\xi [\exp(-32.99\xi_1) \\
 & - \exp(28.99\xi_1)] \\
 & \times \left[-0.54 \left(\frac{\partial^2 u_0^2(\xi_1)}{\partial \xi^2} + u_0(\xi_1) \frac{\partial^2 u_0(\xi_1)}{\partial \xi^2} \right) \right. \\
 & \left. + \varepsilon u_1(\xi_1) \cos(u_0(\xi_1)) \right] d\xi_1 d\xi d\eta. \quad (23)
 \end{aligned}$$

于是由 (20)—(23) 式, 可得非均匀量子等离子微扰方程 (19) 的一个类孤波二次近似解 u_{2app} 为

$$\begin{aligned}
 u_{2app}(z) = & 45.63 - 8.63(2 - \tanh z) \tanh z \\
 & + \frac{\varepsilon}{61.98} \int_0^z \int_0^\eta \int_0^\xi [\exp(-32.99\xi_1) \\
 & - \exp(28.99\xi_1)] \sin(u_0(\xi_1))d\xi_1 d\xi d\eta \\
 & + \frac{\varepsilon}{61.98} \int_0^z \int_0^\eta \int_0^\xi [\exp(-32.99\xi_1) \\
 & - \exp(28.99\xi_1)] \\
 & \times \left[-0.54 \left(\frac{\partial^2 u_0^2(\xi_1)}{\partial \xi^2} \right. \right. \\
 & \left. \left. + u_0(\xi_1) \frac{\partial^2 u_0(\xi_1)}{\partial \xi^2} \right) \right. \\
 & \left. + \varepsilon u_1(\xi_1) \cos(u_0(\xi_1)) \right] d\xi_1 d\xi d\eta, \quad (24)
 \end{aligned}$$

其中 u_0 和 u_1 分别由 (21) 和 (22) 式决定.

另一方面, 由于非均匀量子等离子体方程 (19) 是摄动方程, 于是, 令微扰方程 (19) 的渐近解为

$$u_{per}(z) = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{u}_i(z)\varepsilon^i.$$

可以用摄动方法 [26] 得到非均匀量子等离子微扰方程 (19) 的一个类孤波二次渐近解 $u_{2per}(z)$ 为

$$\begin{aligned}
 u_{2per}(z) = & 45.63 - 8.63(2 - \tanh z) \tanh z \\
 & + \frac{\varepsilon}{61.98} \int_0^z \int_0^\eta \int_0^\xi \left(-0.54 \left(\frac{\partial^2 u_0^2(\xi_1)}{\partial \xi_1^2} \right. \right. \\
 & \left. \left. - u_0(\xi_1) \frac{\partial^2 u_0(\xi_1)}{\partial \xi_1^2} \right) + \sin u_0(\xi_1) \right) \\
 & \times [\exp(32.99(\xi_1 - \xi)) \\
 & - \exp(-28.99(\xi_1 - \xi))]d\xi_1 d\xi d\eta. \quad (25)
 \end{aligned}$$

不难看出, 在 $z \in \mathbf{R}$ 上有估计式

$$u_{2app}(z) - \bar{u}_{2asy}(z) = O(\varepsilon^2), \quad (0 < \varepsilon \ll 1). \quad (26)$$

由 (26) 式知, 在微扰方程 (19) 的情况下, 本文所用的方法得到的近似解 u_{2app} 具有较好的精度.

5 量子等离子体近似解的渐近性态

仍以特殊的非均匀量子等离子微扰方程 (19) 为例, 来简单讨论其类孤子近似解的性态.

由第 3 节的证明知, 采用本文的泛函映射方法, 得到的近似解 $\sum_{n=0}^{\infty} u_n(z)$, 是一个在 $z \in \mathbf{R}$ 上的收敛的级数. 而且收敛函数就是微扰方程 (19) 的一个类孤子精确解. 因此其各次近似解 $u_{n\text{hom}} = \sum_{n=0}^n u_n(z)$ 均是一致有效的, 在 $z \in \mathbf{R}$ 上, 包括无穷远处, 都不存在形如长期项的项.

又由第 4 节的计算来看, 得到的二次微扰近似解 $u_{2\text{hom}}$ (包括任意次微扰近似解) 与对应的精确解, 相对于小参数而言, 具有不同量级的精度. 同时由 (20) 式不难看出, 所涉及的积分都在 $z \in \mathbf{R}$ 上收敛而一致有界. 因此除了它们的第一项外, 其余各项都含有小参数 ε . 所以这些项均为第一项典型的类孤子解 (20) 式微小校正. 事实上, 利用 Matlab 软件, 例如取 $d_1 = 0, d_2 = 1, d_3 = 10, d_4 = 0$, $\varepsilon = 0.1$ 时, 在 $z \in [-5, 5]$ 和 $z \in [0, 50]$ 上分别由 (24), (26) 式表示. 的二次类孤子近似解 $u_{2\text{hom}}$ 及二次微扰孤子摄动解 $u_{2\text{per}}$ 的模拟曲线比较图由图 4, 图 5 所示.

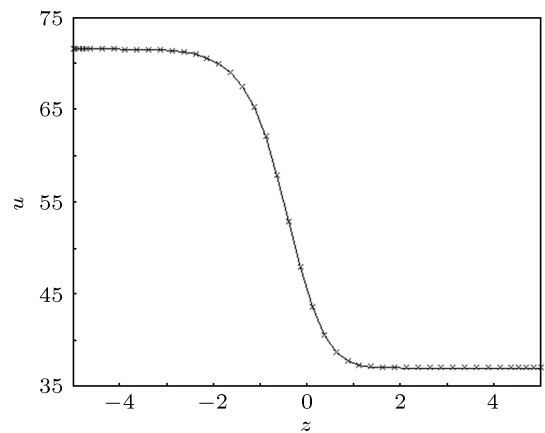


图 4 $u_{2\text{hom}}$ (实线) 和 $u_{2\text{per}}$ (斜叉线) 在 $\varepsilon = 0.1$ 的曲线比较图 ($z \in [-5, 5]$)

由图 4 和图 5 也可以从侧面看出非线性非均

匀量子等离子微扰方程 (19) 的近似解具有较高的精确度.

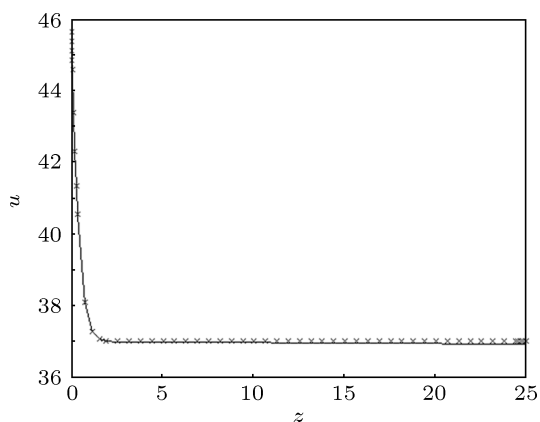


图5 u_{2per} (实线) 和 u_{2hom} (斜叉线) 在 $\varepsilon = 0.1$ 的曲线比较图 ($z \in [0, 50]$)

6 量子等离子体近似解的物理意义简述

从大气环境下非均匀量子等离子体系统的流

体力学方程的近似解出发, 可以讨论该系统电势的冲击解、爆炸解和旋涡解. 并以研究天体中的中子星和磁星的大气环境为物理背景, 分析电势的冲击波的幅度和爆炸波的宽度讨论密度与漂移速度的变化关系. 从而了解静电势随时空的变化稳定性等物理性态.

7 结论

大气中的非均匀量子等离子体扰动系统出自于复杂的自然现象. 为了研究非线性孤子较复杂的模型, 我们有时需要用近似方法去求解它. 本文所用的泛函映射方法就是一个简单而有效的方法. 这种方法不同于一般用数值方法而得到的模拟解. 用本文近似方法得到的近似解析解, 还可以继续进行解析运算. 因此由得到的近似解还可继续进行微分、积分等解析运算, 得到孤波解相关物理量的更深入的物理性态.

- [1] Jung Y D 2001 *Phys. Plasmas* **8** 3842
- [2] Kremp D, Bornath T, Bonitz M, Schlanges M 1999 *Phys. Rev. E* **60** 4725
- [3] Shukla P K, Ali S 2005 *Phys. Plasmas* **12** 114502
- [4] Tang X Y, Shukla P K 2007 *J. Phys. A: Math. Theor.* **40** 5921
- [5] Tang X Y, Shukla P K 2008 *Phys. Plasmas* **15** 023702
- [6] Zhou T J, Yu R, Li H, Wang B 2008 *Journal of Climate* **21**, 3833
- [7] Zhou T J, Wu B, Wang B 2009 *Journal of Climate* **22** 1159
- [8] Zhou T J, Zou L 2010 *Journal of Climate* **23** 6009
- [9] Zhou T J, Zhang J 2011 *Journal of Climate* **24** 1053
- [10] Zhou T J, Wu B, Scaife A A, Bronnimann S 2009 *Climate Dynamics* **33** 1051
- [11] Zhou T J, Yu R, Zhang J, Drange H 2009 *Journal of Climate* **22** 2199
- [12] Haque Q, Mahmood S 2008 *Phys. Plasmas* **15** 034501
- [13] Masood W 2009 *Phys. Lett. A* **373** 1455
- [14] Barbu L, Morosanu G 2007 *Singularly Perturbed Boundary-Value Problems* (Basel: Birkhauser Verlag AG)
- [15] Ramos M 2009 *J. Math. Anal. Appl.* **352** 246
- [16] D'Aprile T, Pistoia A 2010 *J. Diff. Eqs* **248** 556
- [17] Faye L, Frenod E, Seck D 2011 *Discrete Contin. Dyn. Sys.* **29** 1001
- [18] Mo J Q 2009 *Science in China G* **39** 568
- [19] Mo J Q, Lin Y H, Lin W T 2010 *Acta. Phys. Sin.* **59** 6701 (in Chinese) [莫嘉琪, 林一骅, 林万涛 2010 物理学报 **59** 6701]
- [20] Mo J Q 2011 *Acta. Phys. Sin.* **60** 090203 (in Chinese) [莫嘉琪 2011 物理学报 **60** 090203]
- [21] Mo J Q 2010 *Commun. Theor. Phys.* **53** 440
- [22] Mo J Q, Lin W T, Lin Y H 2011 *Chin. Phys. B* **20** 070205
- [23] Masood W, Karim S, Shah H A, Siddiq M 2009 *Phys. Plasmas* **16** 042108
- [24] Mao J J, Yang J R, Li C Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020206 (in Chinese) [毛杰健, 杨建荣, 李超英 2012 物理学报 **61** 020206]
- [25] Liao S J 2004 *Beyond Perturbation: Introduction to the Homotopy Analysis Method* (New York, CRC Press)
- [26] de Jager E M, Jiang F R 1996 *The Theory of Singular Perturbation* (Amsterdam: North-Holland Publishing Co)

Solitary waves solution in atmospheric inhomogeneous quantum plasma*

Zhou Xian-Chun^{1)2)†} Lin Wan-Tao³⁾ Lin Yi-Hua³⁾ Mo Jia-Qi⁴⁾

1) (*Jiangsu Key Laboratory of Meteorological Observation and Information Processing, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China*)

2) (*College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China*)

3) (*State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamic, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*)

4) (*Department of Mathematics, Anhui Normal University, Wuhu 241003, China*)

(Received 16 May 2012; revised manuscript received 11 June 2012)

Abstract

For an inhomogeneous quantum magnetoplasma system in the atmospheric environment with density and temperature gradient, a two-dimensional nonlinear fluid dynamic perturbation equation is studied in the case where the collision frequency between ions and neutrals is small. The approximate solution of the potential in the dense astrophysical environment is obtained.

Keywords: plasma, solitary wave, approximate method

PACS: 02.30.Lt

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 41275062, 41175058, 11202105), and the Carbon Budget and Relevant Issues of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. XDA01020304).

† E-mail: zhouxc2008@163.com