

一种折叠波导行波管大信号相互作用理论*

殷海荣[†] 徐进 岳玲娜 官玉彬 魏彦玉

(电子科技大学物理电子学院, 大功率微波电真空器件技术国防科技重点实验室, 成都 610054)

(2012年3月3日收到; 2012年5月30日收到修改稿)

基于速度调制原理, 发展得到了一种适用于折叠波导行波管的大信号理论. 这个大信号理论将相位进行离散, 将电子束根据相位离散为具有不同初始相位的宏粒子, 计算每一电子束通道和电磁波通道相重合处电磁波对宏粒子的调制作用和能量交换, 从而得到线路波的增长. 与粒子模拟结果相比, 该大信号程序所预言的输出功率误差在 10% 以内, 饱和和长度误差在 15% 以内. 该方法可用于折叠波导行波管的设计计算和分析.

关键词: 折叠波导, 行波管, 大信号理论

PACS: 41.60.Bq, 41.75.-i

1 引言

因为容易加工和同时具有相对较高的效率, 在高到太赫兹波段的频段内, 折叠波导行波管都得到了重视和广泛的研究^[1-4]. 为了指导折叠波导行波管的设计, 准确地计算注波相互作用是十分有必要的.

目前, 用于计算折叠波导行波管注波相互作用的手段包括利用解析大信号程序计算和粒子模拟两种. 粒子模拟能够准确地预言注波相互作用中复杂的物理机理, 但是在目前的计算机能力下, 其耗时仍然很长, 只适合于设计阶段的验证性计算. 解析大信号程序耗时少, 适宜用于行波管初始设计所需要的大量的反复的计算. 但是, 已经存在的行波管解析大信号程序, 无论是基于 Pierce 等效电路的大信号模型^[5-9], 还是针对耦合腔行波管的波导激励模型^[10], 和能够计算多信号互调的 Christine 模型^[11,12], 都不是针对折叠波导行波管的特征建立的.

设计折叠波导行波管时, 为了避免过大的反射和过低的耦合阻抗, 要求电磁波不能通过电子注通道孔耦合. 这一特点决定了折叠波导行波管的注波相互作用主要发生在电磁波通道和电子注通道重合

的地方, 如图 1 所示, 以下称这一地方为相互作用间隙. 这种方式与螺旋线行波管的分布式注波相互作用有着十分重要的区别. 因为慢波电路的可类比性, 折叠波导行波管与耦合腔行波管的注波相互作用方式似乎有些类似. 由于电磁波不能通过电子注通道孔耦合, 不能近似地认为注波相互作用是分布式的. 因此, 利用上述大信号模型来计算折叠波导行波管的注波相互作用必然会存在一定的误差.



图 1 折叠波导行波管慢波线路

可以认为折叠波导行波管的注波相互作用过程是这样的, 已经受到调制的电子注在电磁波通道中受到电磁波信号的调制, 然后漂移通过间壁的那段距离, 即图 1 中的漂移间隙, 然后再受到电磁波的调制, 这一过程循环往复, 直到管子结束. 基于这一

* 国家杰出青年基金 (批准号: 61125103) 和中央高校基本科研业务费项目 (批准号: ZYGX2011J042) 资助的课题.

[†] E-mail: hryin@uestc.edu.cn

特征和认识, 本文结合速度调制理论发展得到了一种大信号稳态迭代模型, 这一模型对于折叠波导行波管有很强的针对性.

2 大信号模型

2.1 基本方程

当注波相互作用进入稳定状态之后, 一个电磁波周期的不同时刻出发的电子会遇到不同相位的电磁波, 从而具有不同的相互作用过程. 如果仅考虑单一频率的电磁波, 即使是在饱和之后, 在不同电磁波周期但是相同电磁波相位出发的电子具有完全相同的相互作用过程. 另外, 特别重要的是, 当非线性效应出现之时, 电子相位相对于电磁波相位的超前或者落后总是小于 2π . 鉴于以上原因, 如果我们只关心基波的相互作用, 我们可以只关心一个电磁波周期的时间之内的不同相位上的电子的相互作用过程, 这样得到的计算结果, 能够准确用于描述饱和且包含饱和点之前的注波相互作用过程. 因此, 以下在一个周期的时间之内考虑整个管长长度上的注波相互作用和电磁波的增长.

行波管中, 前向增幅波的纵向电场可以表示为

$$E_z = A(z) \sum_n E_{z,n} e^{j(\omega t - \beta_n z)}, \quad (1)$$

式中, $E_{z,n}$ 是第 n 次空间谐波的归一化振幅, $A(z)$ 是振幅在相互作用线路上的变化, β_n 是 n 次空间谐波的波数, ω 是电磁波的角频率. 在这里, 认为电磁波信号的增长是一个周期内电磁波与电子注净交换能量的体现.

在一个电磁波周期的时间之内将电磁波相位进行离散, 与此相对应, 在离散时间之内进入相互作用区的电子电量为

$$Q = I_0 dt = I_0 / f / N_t, \quad (2)$$

式中, I_0 是相互作用初始电流, f 是电磁波频率, N_t 是一个电磁波周期时间离散的时间单元数量.

不管电磁波的群速如何, 进入稳态之后, 在上一步点注波相互作用产生的电磁波能量总是要参与下一步点的注波相互作用. 这样, 将电子运动方程运用于一个相互作用间隙, 并且忽略除电子前进方向的其余电场和所有磁场的影响, 可以得到一个电磁波周期内的平均换能为

$$\Delta\varepsilon = \sum_{N_i} M_{N_i} V_{N_i} Q_t, \quad (3)$$

式中, M 是耦合系数, V_{N_i} 是 t 时刻某一相互作用间隙上所建立起来的调制电压, 由线路场和空间电荷场两部分所贡献, Q_t 是在 t 时刻到达这同一位点的步长单元内的总电荷数. 在这里, 如果将离散时间单元内的电荷量 Q 视为宏粒子, 则 Q_t 是在同一时刻到达同一位点的宏粒子总数. 线路步长单元的长度必须足够小, 以使得在这个长度上, 电磁波纵向电场可以视为是不变的, 并且当电子通过这个长度时, 其所花的时间相对于电磁波频率要足够小.

根据耦合阻抗的定义, 我们有

$$E_{z,n} = \beta_n \sqrt{2k_c P(z)} \quad (4)$$

式中, k_c 是 Pierce 耦合阻抗, $P(z)$ 是线路上的功率流.

由 (2), (3) 和 (4) 式, 我们有

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon(z) &= \Delta\varepsilon_{N_i}(z) \\ &= \sum_{N_i} M_{N_i} [\beta_n \cos \varphi_{N_i}(z) \sqrt{2k_c P(z)} \\ &\quad + E_{sp,a}(z) + E_{sp,s}(z)] bQ, \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $E_{sp,a}(z)$ 是交流空间电荷场除去了相互作用频率那部分, $E_{sp,s}(z)$ 是直流空间电荷场, b 是相互作用间隙的长度, 即波导窄边尺寸, $\varphi_{N_i}(z)$ 是宏粒子的相位. 在这里, 忽略了不同步的空间谐波的影响. 如果要考虑多次空间谐波的影响, 事先给定这次空间谐波的耦合阻抗, 在上式右端加入由其得到的电场振幅值即可.

宏粒子在离开某一位点进入下一位点后, 如果忽略相对论效应, 根据电子运动方程, 其速度变为

$$\begin{aligned} v_{N_i}(z+b) &= \Delta\varepsilon_{N_i} \\ &= \sqrt{v_{N_i}^2(z) + 2e\Delta\varepsilon_{N_i}/m_e/Q}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中, e 是单个电子的电荷量, m_e 是单个电子的质量. 上式相当于一般大信号理论中所求解的电子运动方程.

为了正确预言饱和现象, 必须考虑相位方程. 在这里, 电子在到达第 N 个相互作用间隙时电磁波的相位即是宏粒子的相位. 宏粒子的相位相对于电磁波相位的差表示为

$$\varphi_{N_i}(Nb) = \sum_{i=1}^{N-1} \left(\omega \frac{b}{v_{N_i}(ib)} - \beta_n b \right). \quad (7)$$

下一位点的功率流可以表示为

$$P(z+b) = P(z) + \Delta\varepsilon(z)f. \quad (8)$$

结合 (5) 到 (8) 式, 有

$$\Delta P(z) = \sum_{N_i} \left[\beta_n M_{N_i} \cos \sum_{i=1}^{N-1} \left(\omega \frac{b}{\sqrt{v_{N_i}^2(ib) + 2e[\beta_n \cos \varphi_{N_i}(ib) \sqrt{2k_c P(z)} + E_{sp,a}(z) + E_{sp,s}(z)] bQ/m_e/Q} - \beta_n b} \right) \sqrt{2k_c P(Nb - b) + E_{sp,a}(z) + E_{sp,s}(z)} \right] bQf. \quad (9)$$

上式是一个已经被离散了的复杂的超越方程, 在编程求解之前, 需要根据具体情况确定步长值的大小, 还需要处理空间电荷场。

2.2 空间电荷场

对于这里的一维情况, 如果慢波电路是均匀的, 在假定电子注是无穷长的情况下, 纵向直流空间电荷场为零。所以, 可以忽略直流空间电荷场的影响。

在不同的相互作用间隙, 电子注的调制程度是不同的, 其电荷密度和电流密度也是不同的。某一相互作用间隙处在某一时刻的电荷密度等于在这一时刻到达这一位置的所有宏粒子电荷量的和除以电子注截半径

$$\rho_t(z) = \sum_{N_i} Q_{N_i}(z, t)/A. \quad (10)$$

而电荷密度可以通过傅里叶变换为无穷次时间谐波的和,

$$\rho_t(z) = \rho_0(z) + \sum_i \rho_i(z) e^{j\omega_i t}. \quad (11)$$

为了计算每一位置的空间电荷, 需要关心不同相位出发的宏粒子到达某一位点的时间, 有

$$t_{N_i}(z) = \sum_{k=1}^{N-1} \frac{b}{v_{N_i}(z)}. \quad (12)$$

综合以上两式, 各次时间电荷密度谐波可以表示为

$$\rho_i(z) = \frac{1}{-j\omega_i A} \sum_{n, N_i} e^{-j\omega_i [t_n(z) - t_{n-1}(z)]} Q_{N_i}(z, t_n), \quad (13)$$

式中, Q_{N_i} 是在第 t 时刻到达位点 z 位置的总的电荷量, 求和时, 各个相位的宏粒子必须按到达时间的先后顺序进行排序。

电子的速度可以表示为

$$v(z) = v_0(z) + \sum_i v_i(z) e^{j\omega_i t}. \quad (14)$$

于是得到速度的各次分量为

$$v_i(z) = \frac{1}{-j\omega_i A} \sum_{n, N_i} e^{-j\omega_i [t_n(z) - t_{n-1}(z)]} v_{N_i}(z, t_n). \quad (15)$$

上式求和时, 与求解电荷密度的各次分量一样, 需要将速度按到达先后顺序进行排序。电流密度与电荷密度和速度之间的关系为

$$\begin{aligned} J(z) = & \rho_0(z)v_0(z) + \rho_0(z) \sum_i v_i(z) e^{j\omega_i t} \\ & + v_0(z) \sum_i \rho_i(z) e^{j\omega_i t} \\ & + \sum_{i,n} v_i(z)\rho_n(z) e^{j(\omega_i + \omega_n)t}, \end{aligned} \quad (16)$$

求解时, 可以忽略速度与电荷密度高次谐波的交调部分。

在通过上式得到了电流密度的基波谐波之后, 可以根据麦克斯韦方程进行求解。根据有源亥姆霍兹方程有

$$\nabla^2 E_{sp,a} + k^2 E_{sp,a} = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial}{\partial z} \nabla \cdot \mathbf{E}_{sp,a} + j\omega u J_1. \quad (17)$$

于是得到空间电荷电场为

$$E_{sp,a} = \frac{1}{k^2 - \beta^2} \left[\frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial \rho(z)}{\partial z} + j\omega u J_1 \right], \quad (18)$$

式中, k 为自由空间中波数, β 为慢波线上相互作用空间谐波的波数, u 是自由空间中的导磁率。这里电荷密度对相互作用线路上的坐标的求导需要特别注意。这里求导的含义并不包含电荷密度在线路上幅值的增长, 而仅仅考虑的是电荷密度在线路上的相位。由于电荷密度在线路上是同步电磁波所调制的, 因此直流电荷密度分量的导数应为零, 有

$$\frac{\partial \rho_n(z)}{\partial z} = -j\beta_n \rho_n(z). \quad (19)$$

于是得到

$$\begin{aligned} E_{sp,a}(z) = & \frac{1}{k^2 - \beta^2} \left[\frac{1}{\varepsilon_0} \sum_n -j\beta_n \rho_n(z) \right. \\ & \left. + j\omega u J_1(z) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

从上式可以看到, 空间电荷场的相位与电荷密度和电流密度的相位相差 90° . 当电子刚刚进入由加速相位进入减速相位时, 空间电荷场将阻碍电子的减速, 同样, 当电子处在加速相位时, 空间电荷场将阻碍电子的加速. 空间电荷场存在的结果是使注波换能减弱, 增加相互作用长度和降低增益.

将由 (13) 和 (16) 式计算得到的电荷密度和电流密度代入到 (20) 式中, 计算得到空间电荷场的值, 再代入到 (9) 式中, 计算得到线路上的功率流, 然后再由 (4) 式计算得到下一相互作用间隙上互作用电磁波空间谐波的振幅值, 再由 (6) 和 (7) 式分别得到电子运动速度和相位, 由此循环迭代, 即可完成计算, 得到增长波的幅值.

2.3 折叠波导行波管的计算参量

对于折叠波导行波管, 相互作用线路步长为半个周期 $P/2$. 根据速度调制理论, 耦合系数为

$$M_{N_i}(Nb) = \frac{\sin[\omega b/v_{N_i}(Nb)]}{\omega b/v_{N_i}(Nb)}, \quad (21)$$

式中的 b 为波导窄边的宽度.

需要注意的是, 这里 (4) 式耦合阻抗的定义已经考虑到了耦合间隙上振幅降低的影响, (21) 式不能准确地预言电子在某次空间谐波的调制下的渡越时间所带来的调制效应. 由于电磁波不能通过耦合孔耦合, 电磁波必须与电子注同步, 这一条件限制了相互作用间隙的宽度. 计算表明, 在折叠波导行波管中, 耦合系数可以近似取为 1.

3 计算结果与验证

利用 MATLAB 编程, 计算一支中心频率工作在 140 GHz 的折叠波导行波管, 其整周期长度为 0.86 mm, 波导宽边为 1.23 mm, 波导窄边为 0.26 mm, 电子束平均半径为 0.1 mm, 工作电压 21500 V, 工作电流 0.03 A. 利用该程序计算时, 工作电压在考虑了空间电荷降低因子之后为 20800 V.

图 2 给出了当输入功率为 0.04 W, 工作频率为 140 GHz 时, 功率峰值随线路的变化, 平均功率为此值的一半. 图中 numerical 1 和 numerical 2 为本方法的计算结果, PIC 结果为利用 MAFIA 模拟得到的结果. numerical 1 为耦合阻抗为 5.3 的结果,

numerical 2 为耦合阻抗为 4.2 的计算结果. 耦合阻抗 5.3 是 HFSS 模拟得到的耦合阻抗值, 4.2 是 CST 模拟得到的耦合阻抗. 从图中可以看到, 当耦合阻抗为 5.3 时, 本方法的计算结果与模拟结果符合程度非常好.

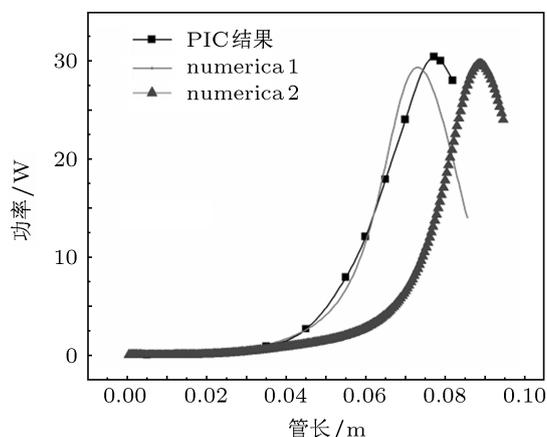


图 2 功率随线路的变化

PIC 模拟时, 每波长上设置的网格单元数为 20, 总单元数 430 余万, 输出功率为 31.4 W, 收敛度为 5.3%, 饱和管长 77.73 mm. 当耦合阻抗取 5.3 时, 本方法计算得到的输出功率为 28.5 W, 饱和管长 70.95 mm. 二者输出功率的误差为 9.6%, 管长误差 9.2%. 当耦合阻抗为 4.2 时, 输出功率更接近模拟结果, 但是饱和长度相差了 11.3 mm, 约相当于 12 个整周期的长度, 管长误差 14.5%.

图 3 给出了当耦合阻抗为 5.3 时, 不同初始时刻出发具有不同初始相位的电子的相位随管长的变化. 图中, 管长值按半个整周期的长度进行了归一化. 从图中可以看到, 电子的群聚中心的相位一直在发生变化, 饱和之后, 电子相位发生剧烈改变.

图 4 给出了不同初始相位的电子交流速度随管长的变化. 可以看到, 随着注波相互作用的不断加强, 电子交流速度也不断增加, 不同初始相位的电子的交流速度攀升过程是不相同的. 当管子饱和以后, 电子的交流速度也开始急剧下降.

图 5 给出了空间电荷场随管长的关系. 在图 5 中, 一条连续的线条代表一个具有不同初始相位的粒子. 从图中可以看到, 空间电荷场在饱和之后迅速增大. 而在饱和之前, 空间电荷场并不是单调增大的, 这表明电子束经历了群聚的与散群聚的一个反复过程.

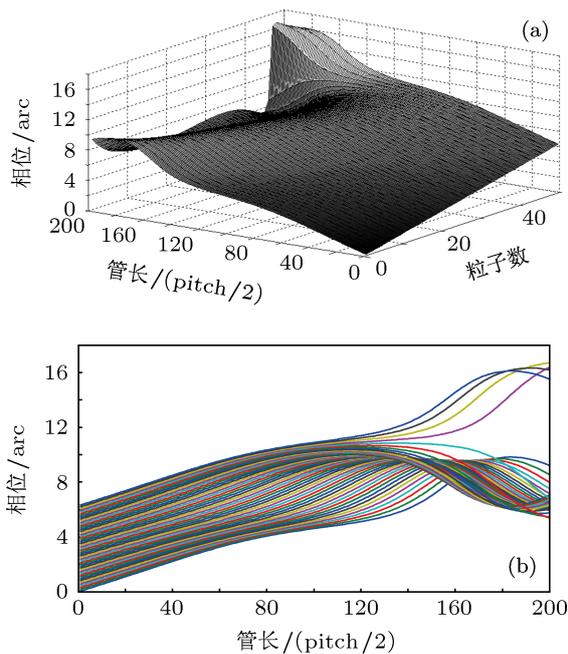


图3 不同初始相位的电子相位随管长的变化 (a) 三维显示; (b) 二维显示

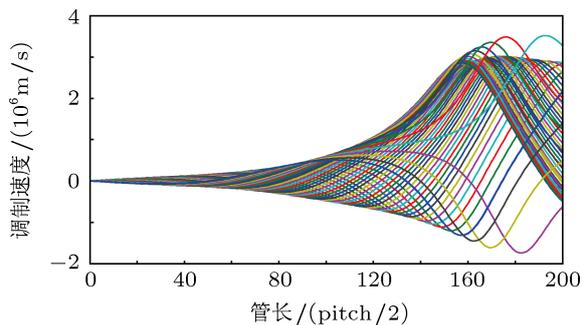


图4 交流调制速度随管长的变化

图6给出了频率为工作频率的交流空间电荷密度随管长的变化. 交流空间电荷密度在饱和之后其符号发生了变化, 表明群聚变成了散群聚. 这与

图5中的空间电荷场的变化趋势是相一致的.

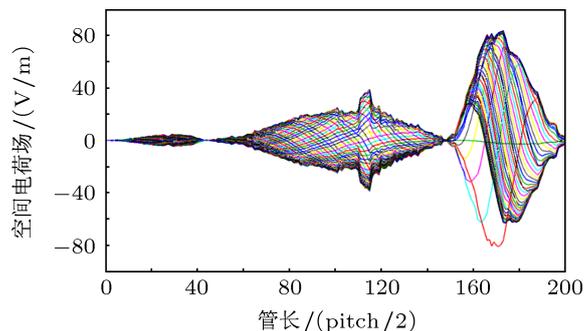


图5 空间电荷场随管长的变化

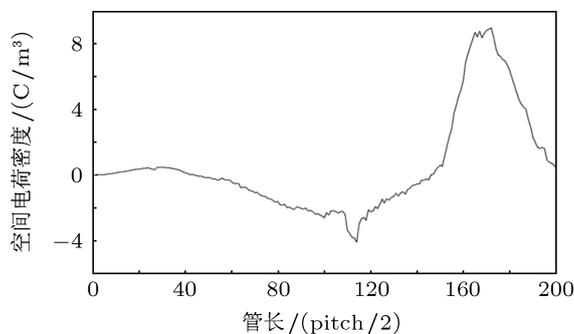


图6 交流空间电荷密度随管长的变化

4 结论

基于速度调制原理发展了一种对折叠波导行波管有针对性的大信号理论. 该理论得到的结果与 PIC 模拟结合的输出功率误差在 10% 以内, 饱和管长误差在 15% 以内. 该大信号理论的计算结果对于折叠波导行波管的设计具有一定的参考意义.

[1] Bhattacharjee S, Booske J H, Lee W J, Kory C L, Gallagher S, Genack M, Van der Weide D W, Limbach S, Lopez M R, Gilgenbach R M 2009 *Amer. Phys. Soc.* **47** 256
 [2] Bhattacharjee S, Kory C L, Lee W J, Gallagher S, Van der Weide D W, Booske J H, Limbach S 2002 *Proc. 3rd Int. Vacuum Electronics Conference Sokelyac, U.S.*, 2002 p26
 [3] Dohler G, Gallagher D, Richards J 1993 *Proc. Vacuum Electronics Annu. Review* p15
 [4] Sudeep Bhattacharjee, Booske J H, Kory C L, van der Weide D W, Steve Limbach, Gallagher S, Welter J D, Lopez M R, Gilgenbach R M, Ives R L, Read M E, Ralu Divan, Mancini D C 2004 *IEEE*

Transactions on Plasma Science **32** 1002
 [5] Pierce J R 1950 *Traveling Wave Tubes* (New York: Van Nostrand) p50
 [6] Rowe J E 1956 *IRE Trans. Electron Devices* **3** 39
 [7] Detweiler H K 1968 *Michigan Electron Physics* **4** 433
 [8] Dayton Jr. J A, Kosmahl H G, Ramins P, Stankiewicz N 1979 *IEEE Trans. Electron Devices* **26** 1589
 [9] MacGregor D M 1986 *Ann. Arbor* **1** 86
 [10] Dayton Jr. J A, Kosmahl H G 1979 *IEEE Trans. Electron Devices* **26** 1589
 [11] Cooke S J, Mondelli A A, Levush B, Antonsen Jr. T M, Chernin D

P, McClure T H, Whaley D R, Basten M 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 841

[13] Yin H R, Gong Y B 2005 *Acta Phys. Sin.* **53** 2434 (in Chinese)
[殷海荣, 宫玉彬 2005 物理学报 **53** 2434]

[12] Antonsen T M, Levush B 2008 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **38** 113

A wave-beam interaction theory for folded-waveguide traveling wave tubes*

Yin Hai-Rong[†] Xu Jin Yu Ling-Na Gong Yu-Bing Wei Yan-Yu

(High Power Microwave National Key Laboratory, School of Physical Electronics University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

(Received 3 March 2012; revised manuscript received 30 May 2012)

Abstract

Based on velocity-modulating model, a nonlinear wave-beam interaction theory for folded-waveguide traveling wave tubes is developed. In this theory, the continuing beam is treated as discrete macro-particles with different initial phases. Then beam-wave interaction and energy exchange are analyzed at each crossing point between beam-tunnel and wave-tunnel. Compared with PIC result, the error of output power predicted by this model is within 10%, and the error of saturated length is within 15%. The results of this model are significant for designing folded-waveguide traveling wave tubes.

Keywords: folded-waveguide, traveling wave tube, nonlinear beam-wave theory

PACS: 41.60.Bq, 41.75.-i

* Project supported by the National Science Fund for Distinguished Young Scholars of China (Grant No. 61125103), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. ZYGX2011J042).

[†] E-mail: hryin@uestc.edu.cn