

# 同轴圆柱形磁绝缘传输线前沿损失与工作电压关系

周军<sup>1)2)</sup> 张鹏飞<sup>2)</sup> 杨海亮<sup>2)</sup> 孙江<sup>2)</sup> 孙剑峰<sup>2)</sup> 苏兆锋<sup>2)</sup> 刘万东<sup>1)†</sup>

1) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

2) (西北核技术研究所, 西安 710024)

(2012年4月25日收到; 2012年7月5日收到修改稿)

在磁绝缘传输线层流模型基础上, 基于极限电流近似, 推导获得了同轴圆柱形磁绝缘传输线在自磁限制绝缘时, 前沿损失电子电流、功率的解析解. 通过粒子模拟, 获得了磁绝缘传输线在源阻抗不变的条件下, 不同电压条件下的损失电子电流、损失功率. 对比分析了模拟结果与极限电流近似下和最小电流近似下的理论结果. 结果表明: 损失电子电流与损失功率比例随电压增大而减小; 电压高于 4 MV 时, 极限电流近似更符合模拟结果, 电压大于 10 MV 时, 极限电流近似与模拟结果的相对误差从最小电流近似的 50% 以上减小到 10% 以下. 对于建立磁绝缘传输线系统中, 高压电脉冲从真空传输、磁绝缘传输线上传输到工作负载的全电路模拟具有一定的指导意义.

**关键词:** 磁绝缘传输线, 损失电流, 损失功率, 粒子模拟

**PACS:** 52.58.Lq, 52.65.Rr, 84.30.Jc, 84.70.+p

## 1 引言

磁绝缘传输线 (magnetically insulated transmission line, MITL), 是 Z 箍缩等大型脉冲功率装置的关键部件, 作用是保证高功率电脉冲安全高效传输<sup>[1,2]</sup>. 高压电脉冲到达传输线末端负载之前, 其工作在自磁限制绝缘模式<sup>[3]</sup>. 在传输脉冲前沿段, 磁场强度不足以束缚阴极发射的电子, 部分电子打到阳极, 形成损失电流, 导致了传输能量的损失. 对于 MITL, 前沿损失降低了能量传输效率, 引起了前沿阻抗变化. 该阻抗变化导致了波的反射, 对输出脉冲造成不利影响<sup>[4]</sup>. 研究和分析 MITL 前沿损失过程对理解 MITL 由真空传输过渡到稳定磁绝缘状态这一过程中的阻抗变化具有重要意义. Wang 等人基于最小电流近似<sup>[5]</sup>, 给出了电子损失电流比例与磁绝缘传输线阴阳极电压的关系. 由于未考虑电子前沿损失对 MITL 工作过程的影响, 导致在较高电压 (大于 4 MV) 时, 该近似所得到的结果与数值模拟偏差较大. 本文基于极限电流近似<sup>[6]</sup>,

引入了前沿损失对 MITL 的影响, 推导了同轴圆柱形 MITL 电子损失电流、损失功率的解析式, 给出其随工作电压变化的曲线. 使用 UNIPIC 2D<sup>[7]</sup> 软件模拟, 给出了不同工作电压下, 前沿损失电子电流、损失功率. 对比模拟与解析结果, 高电压下, 极限电流近似更好地符合了模拟结果, 验证了前沿损失对 MITL 的影响.

## 2 MITL 前沿损失与工作电压关系解析解

对于无限长的同轴圆柱形 MITL, 其脉冲传输过程如图 1 所示, 沿传输方向可分为三个阶段: 1) 稳定磁绝缘传输段, 该区域空间电磁场与空间电荷流达到平衡, 在阴极表面形成稳定的空间电子电荷层, 工作在稳定磁绝缘状态. 2) 前沿损失段, 该区域阴极表面发射电子, 但是磁场强度不足以束缚阴极发射的电子, 部分电子到达阳极, 造成电流和功率损失. 3) 真空段, 电脉冲前驱波没有达到该区域, 阴极表面无电子发射.

† E-mail: ustczhou@126.com

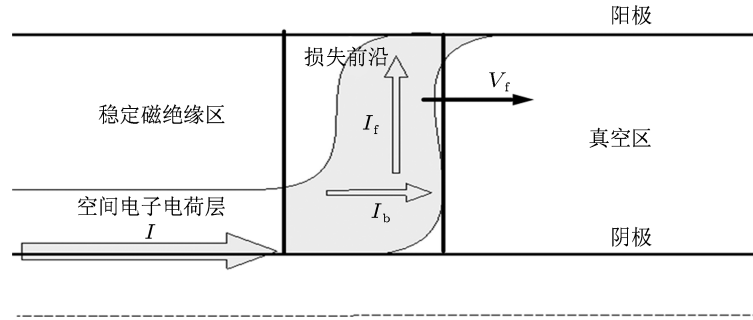


图1 MITL 传输过程示意图

层流理论<sup>[8]</sup>给出了稳定磁绝缘传输区空间电荷流运动方程的解<sup>[9]</sup>

$$\ln(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}) = C_1 \ln(r/r_c), \quad (1)$$

$$C_1 = \frac{\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + (\gamma_0 - \gamma_m)/\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}{\ln(r_a/r_c)}, \quad (2)$$

其中  $r$ ,  $r_c$ ,  $r_a$  分别为空间电荷层中任意一点、阴极、阳极半径,  $\gamma$ ,  $\gamma_m$ ,  $\gamma_0$  分别表示半径为  $r$  处、空间电荷层边界处、阳极表面处的相对论因子, 与对应位置电势  $\Phi(r)$  的关系为

$$\gamma = 1 + \frac{e\Phi(r)}{m_0c^2}, \quad (3)$$

$m_0$ ,  $e$ ,  $c$  分别为静止电子质量、电子电荷量、真空中光速.

由泊松方程, 得到单位长度空间电荷量

$$Q = -2\pi\epsilon_0 \frac{m_0c^2}{e} C_1 (\gamma_m^2 - 1)^{1/2}. \quad (4)$$

前沿损失段电脉冲的传播速度  $V_f$  为<sup>[10]</sup>

$$V_f = c(\gamma_m^2 - 1)^{1/2}(\gamma_0 - 1)/(\gamma_m\gamma_0 - 1). \quad (5)$$

MITL 总电流  $I$ , 在前沿损失段可分成两部分, 一部分为沿传输方向的空间电流  $I_b$ , 一部分是沿径向打到阳极的损失电子电流  $I_f$ , 其中  $I_b = |Q|V_f$ , 由此得到<sup>[5]</sup>

$$I = |Q|V_f + I_f. \quad (6)$$

层流理论给出的  $I$  结果为<sup>[9]</sup>

$$I = I_\alpha C_1 \gamma_m, \quad (7)$$

其中  $I_\alpha$  为 Alfvén 电流,

$$I_\alpha = \frac{m_0c^2}{e} \frac{2\pi}{\mu_0c} = 8500A.$$

由 (4), (5), (6), (7) 式可得损失电子电流解

$$I_f = I_\alpha C_1 (\gamma_m^2 - \gamma_m + \gamma_0 - 1)/(\gamma_m\gamma_0 - 1). \quad (8)$$

进一步可得到损失电子电流占总电流的比例<sup>[5]</sup>

$$\frac{I_f}{I} = \frac{(\gamma_m^2 - \gamma_m + \gamma_0 - 1)}{\gamma_m(\gamma_m\gamma_0 - 1)}. \quad (9)$$

在与前沿损失段相同速度  $V_f$  运动的坐标系下, 前沿损失段静止不动, 电子以初始速度  $-V_f$  从阴极发射, 到达阳极处位于真空区, 电势差为零. 在极限电流近似下, 电子到达阳极的速度为  $V_f$ . 通过相对论速度变换, 得到电子在实验室坐标系下到达阳极的速度为<sup>[6]</sup>

$$V_1 = 2V_f/(1 + V_f^2/c^2). \quad (10)$$

结合损失电子电流 (8) 式, 得到极限电流近似下前沿损失功率为

$$P_f = \frac{\mu_0c}{\pi} I_\alpha^2 C_1 \times \frac{(\gamma_m^2 - \gamma_m + \gamma_0 - 1)(\gamma_m^2 - 1)(\gamma_0 - 1)^2}{(\gamma_m\gamma_0 - 1)((\gamma_m\gamma_0 - 1)^2 - (\gamma_m^2 - 1)(\gamma_0 - 1)^2)}. \quad (11)$$

输入总功率可表示为

$$P = I_\alpha \gamma_m C_1 (\gamma_0 - 1) m_0 c^2 / e. \quad (12)$$

极限电流近似下损失功率占总功率的比例

$$\frac{P_f}{P} = \frac{2(\gamma_m^2 - \gamma_m + \gamma_0 - 1)(\gamma_m^2 - 1)(\gamma_0 - 1)}{\gamma_m(\gamma_m\gamma_0 - 1)((\gamma_m\gamma_0 - 1)^2 - (\gamma_m^2 - 1)(\gamma_0 - 1)^2)}. \quad (13)$$

MITL 满足能量守恒方程<sup>[6]</sup>

$$P = P_f + EV_f, \quad (14)$$

其中  $E$  为稳定磁绝缘传输区单位长度总能量, 即空间电磁能与空间电子动能之和<sup>[5,6]</sup>

$$E = \frac{m_0 c}{2e} I_\alpha C_1 \left\{ \gamma_m (\gamma_m^2 - 1)^{1/2} + (\gamma_m - 2) \times (\gamma_m^2 - 1)^{1/2} + \ln [\gamma_m + (\gamma_m^2 - 1)^{1/2}] + (\gamma_0 - \gamma_m) \left[ \frac{\gamma_m^2}{(\gamma_m^2 - 1)^{1/2}} + (\gamma_m^2 - 1)^{1/2} \right] \right\}.$$

计算 (14) 式得到极限电流近似下,  $\gamma_m$  与  $\gamma_0$  满足的关系为

$$4 \frac{(\gamma_m^2 - \gamma_m + \gamma_0 - 1)(\gamma_m^2 - 1)(\gamma_0 - 1)}{(\gamma_0 \gamma_m - 1)^2 - (\gamma_m^2 - 1)(\gamma_0 - 1)^2}$$

$$\frac{P_f}{P} = \frac{P - EV_f}{P} = \frac{2\gamma_m^2 - \gamma_m + \gamma_0 - 2 - (\gamma_m^2 - 1)^{1/2} \ln[\gamma_m + (\gamma_m^2 - 1)^{1/2}]}{2\gamma_m(\gamma_m \gamma_0 - 1)}. \quad (17)$$

表达式 (9), (16), (17) 给出了最小电流近似下损失电流比例、损失功率比例与工作电压的隐函数关系.

### 3 粒子模拟算例

采用 UNIPIC 2D 软件建立同轴圆柱形 MITL 的 PIC (particle in cell) 模型. 如图 2 所示. 模拟条件: 同轴圆柱 MITL 长 10 m, 内半径  $r_c = 2.86$  cm, 外半径  $r_a = 5.72$  cm, 其结构因子为  $g = 1/\ln 2$ ; 假设电源有无穷大的发射能力, 在 MITL 入口处加载的电压波上升沿为 1 ns, 幅值  $V_0$  不变; 输出端口为全吸收边界, 避免反射波对磁绝缘形成过程的影响; 阴极表面为场致发射, 电子发射阈值为 200 kV/cm.

在阳极表面设置统计面, 统计单位时间内到达该面的电子电荷量和电子能量, 即获得损失电子电流和损失功率值; 同时输入端口设置电流测量点和功率测量点, 测量阳极电流和总的馈入功率. 模拟计算输入电压峰值  $V_0$  在 0.6—20 MV 范围内变化,

$$-2\gamma_m^2 + \gamma_m - \gamma_0 + 2 + (\gamma_m^2 - 1)^{1/2} \ln[\gamma_m + (\gamma_m^2 - 1)^{1/2}] = 0. \quad (15)$$

表达式 (9), (13), (15) 给出了极限电流近似下损失电流比例、损失功率比例与工作电压的隐函数关系.

最小电流近似下, 长 MITL 传输过程中, 系统在阳极总电流取最小值状态, 通过  $dI/dt = 0$ , 得到确定  $\gamma_m$  的方程<sup>[11]</sup>

$$\gamma_m + (\gamma_m^2 - 1)^{3/2} \ln[\gamma_m + (\gamma_m^2 - 1)^{1/2}] - \gamma_0 = 0. \quad (16)$$

最小电流近似下, 损失功率占总功率比例

在不同的工作电压下得到相应的电子损失电子电流、损失功率, 如表 1 所示.

### 4 理论与模拟结果分析

极限电流近似与最小电流近似, 是对磁绝缘过程的两种较经典的近似方法. 极限电流近似假设传播前沿电子运动轨迹与阳极表面相切. 若电子的运动轨迹在前沿处到达不了阳极, 传播前沿处无损失电流, MITL 中总电流即为位移电流, 该电流强度不足以形成磁绝缘, 因此该假设条件是磁绝缘形成的临界条件. 在此假设下, 传播前沿处能量损失被解析表达, MITL 中能量守恒唯一确定了其工作状态, 即  $\gamma_m$  被 (15) 式唯一确定. 最小电流近似, 则忽略传播前沿, 假设 MITL 工作在使阳极电流取最小值的工作点, 从数学上得到 (16) 式,  $\gamma_m$  被 (16) 式唯一确定, MITL 的工作状态被确定. 它的物理意义: 阳极电流取最小值时, 系统的能量最小<sup>[5]</sup>, 对应最小能量原理.

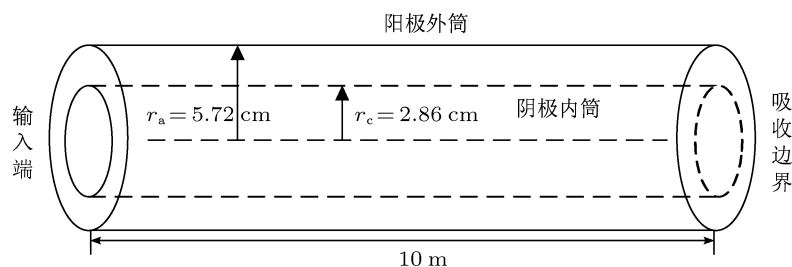


图 2 同轴 MITL 的模型结构

表 1 MITL 模拟计算结果

$V_0/\text{MV}$	$I_f/\text{kA}$	$I/\text{kA}$	$P_f/\text{GW}$	$P/\text{GW}$	$I_f/I$	$P_f/P$
0.6	16.7	29.9	7.1	17.9	0.559	0.396
1.0	19.2	43.7	10.9	43.7	0.439	0.249
1.5	20.9	59.6	16.0	89.4	0.351	0.179
3.0	23.9	104.3	35.6	312.9	0.229	0.114
4.5	26.7	147.2	56.9	662.4	0.181	0.086
6.0	28.4	190.8	79.7	1144.8	0.149	0.070
7.5	29.6	231.9	100.9	1739.3	0.128	0.058
9.0	31.6	274.9	120.4	2474.1	0.115	0.049
10.5	32.5	311.7	141.8	3272.9	0.104	0.043
12.0	34.0	352.8	160.5	4233.6	0.096	0.038
14.0	34.8	404.2	187.2	5658.8	0.086	0.033
16.0	36.2	458.4	215.0	7334.4	0.079	0.029
18.0	36.5	511.9	245.7	9214.2	0.071	0.027
20.0	37.8	562.1	272.0	11242.0	0.067	0.024

图 3 给出了极限电流近似、最小电流近似解析和 PIC 模拟给出的损失电子电流比例、损失功率比例随工作电压变化关系. 结果表明, 损失电子电流、损失功率比例随电压增加而下降. 即提高电压可以提高磁绝缘传输线的能量传输效率. 两种近似条件, 得到的电流损失、功率损失的趋势与模拟结果是一致的.

在阳极电压高于 4MV 时, 极限电流近似比最小电流近似更好地符合了模拟结果, 电压大于 10MV 时, 损失电子电流比例与模拟结果的相对误差小于 10%, 而最小电流近似的相对误差大于 50%. 因此, 在高电压下, 前沿损失段的影响不能忽略, 极限电流近似, 是一种有效的前沿损失近似.

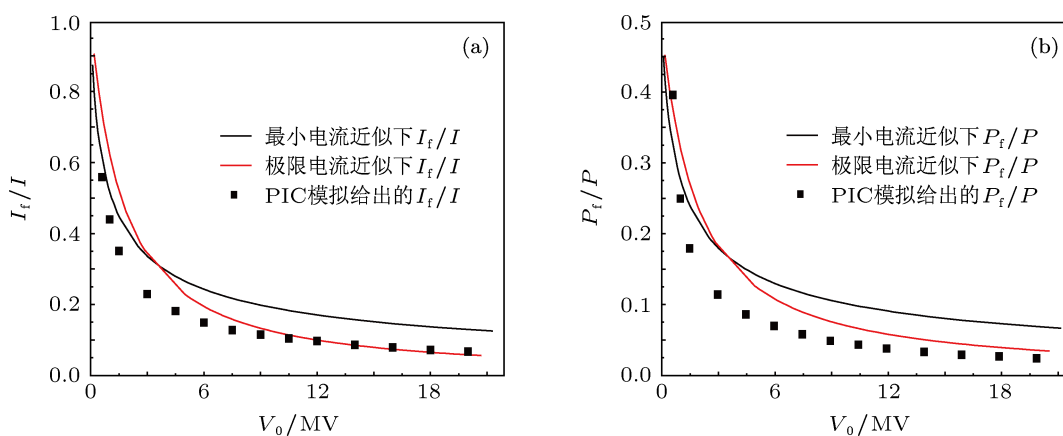


图 3 理论结果与仿真结果对比 (a) 损失电流比例随电压关系曲线; (b) 损失功率比例随电压关系曲线

## 5 结论

考虑了前沿损失对 MITL 的影响, 在极限电流近似下, 推导了工作在自磁绝缘模式下的同轴圆柱形磁绝缘传输线的损失电子电流、损失功率比例与工作电压的关系解析解. 运用 PIC 对一同轴圆柱 MITL 算例进行了计算. 对比模拟结果与极限电流近似下的解析解发现: 损失电子电流、功率比

例随阳极电压的增加而减小. 高电压下, 极限电流近似, 与模拟结果符合较好, 工作电压大于 10MV, 损失电子电流比例的相对误差由 50%以上降低到 10%以下. 由此证明, 前沿损失对 MITL 的影响不能忽略, 高电压下, 极限电流近似是一种有效的前沿损失近似. 对于建立 MITL 系统中, 高压电脉冲从真空传输、磁绝缘传输线上传输到工作负载的全电路模拟具有一定的指导意义.

- [1] Stygar W A, Spielman R B, Allshouse G O, Deeney C, Humphreys D R, Ives H C, Long F W, Martin T H, Matzen M K, McDaniel D H, Mendel C W Jr, Mix L P, Nash T J, Poukey J W, Ramirez J J, Sanford T W L, Seamen J F, Seidel D B, Smith J W, Van De Valde D M, Wavrik R W, Corcoran P A, Douglas J W, Smith I D, Mostrom M A, Struve K W, Hughes T P, Clark R E, Shoup R W, Wagoner T C, Gilliland T L, Peyton B P 1997 *Proceedings of the 11th IEEE International Pulsed Power Conference*, Baltimore MA 1997 p591
- [2] Spielman R B, Long F, Martin T H, Poukey J W, Seidel D B, Shoup W, Stygar W A, McDaniel D H, Mostrom M A, Struve K W, Corcoran P, Smith I, Spence P 1995 *Proceedings of the 10th IEEE Pulsed Power Conference*, Albuquerque NM 1995 p396
- [3] Creedon J M 1977 *J. Appl. Phys.* **48** 1070
- [4] Song S Y 2004 *Ph.D. Dissertation* (Mianyang: China Academy of Engineering Physics) (in Chinese) [宋盛义 2004 博士学位论文 (绵阳: 中国工程物理研究院)]
- [5] Wang M Y, Di Capua M S 1980 *J. Appl. Phys.* **51** 5610
- [6] Belomyttsev S Y, Kirikov A V, Ryzhov V V 2005 *Tech. Phys. Lett.* **31** 394
- [7] Li Y D, Wang H G, Liu C L, Zhang D H, Wang J G, Wang Y 2009 *High Power Laser and Particle Beams* **21** 1866 (in Chinese) [李永东, 王洪广, 刘纯亮, 张殿辉, 王建国, 王玥 2009 强激光与粒子束 **21** 1866]
- [8] Creedon J 1975 *J. Appl. Phys.* **46** 2946
- [9] Bluhm H 2008 *Pulsed Power Systems: Principles and Applications* (Beijing: Tsinghua University Press) p130 (in Chinese) [布鲁姆 2008 脉冲功率系统的原理与应用 (北京: 清华大学出版社) 第 130 页]
- [10] Bergeron K D 1977 *J. Appl. Phys.* **48** 3065
- [11] Liu X S 2007 *High Pulsed Power Technology* (Beijing: National Defence Industry Press) p172 (in Chinese) [刘锡三 2007 高功率脉冲技术 (北京: 国防工业出版社) 第 172 页]

# Pulse loss front in coaxial cylinder vacuum magnetically insulated transmission lines under different voltages

Zhou Jun<sup>1)2)</sup> Zhang Peng-Fei<sup>2)</sup> Yang Hai-Liang<sup>2)</sup> Sun Jiang<sup>2)</sup>  
Sun Jian-Feng<sup>2)</sup> Su Zhao-Feng<sup>2)</sup> Liu Wan-Dong<sup>1)†</sup>

1) (*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

2) (*Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China*)

(Received 25 April 2012; revised manuscript received 5 July 2012)

## Abstract

Based on the relativistic Brillouin flow theory, electron current and power loss in loss-front stage of coaxial cylinder vacuum magnetically insulated transmission line (MITL) are deduced under limiting current approximation. Through the particle-in-cell (PIC) model, loss currents and loss powers under different anode voltages are simulated. Simulation and theory results show that the proportions of loss current and loss power to the total current and power decrease when cathode-anode voltage increases. Beyond 4MV, limiting current approximation fits simulation results better than minimum current approximation. At voltages higher than 10 MV, relative error from limiting approximation is under 10%, while it exceeds 50% under minimum current approximation. This work is meaningful for establishing full circuit simulation of MITL system.

**Keywords:** magnetically insulated transmission line, loss current, loss power, particle in cell

**PACS:** 52.58.Lq, 52.65.Rr, 84.30.Jc, 84.70.+p

---

† E-mail: ustczhou@126.com