

基于有限穿越可视图的时间序列网络模型*

周婷婷 金宁德[†] 高忠科 罗跃斌

(天津大学电气与自动化工程学院, 天津 300072)

(2011年1月5日收到; 2011年5月25日收到修改稿)

提出了一种改进的时间序列有限穿越可视图建网方法, 并对三种可视图(可视图、水平可视图、有限穿越可视图)网络度分布进行了评价. 结果表明: 水平可视图网络均无法有效识别各类时间序列信号(周期、分形、混沌); 对分形信号, 可视图及有限穿越可视图网络均具有无标度幂律形式, 但抗噪能力较差; 对周期信号及混沌信号, 有限穿越可视图网络比可视图具有更强的抗噪性. 在此基础上, 采用有限穿越可视图网络从油气水三相流电导波动信号中提取了度分布特征参数, 通过其特征参数组合实现了对三种典型三相流流型(水包油泡状流、水包油泡状-段塞过渡流型及水包油段塞流)较好的辨识效果.

关键词: 复杂网络, 统计特性, 有限穿越可视图, 模型评价

PACS: 05.45.TP, 47.55.Ca

1 引言

在 Watts 和 Strogatz^[1] 关于小世界网络以及 Barabási 和 Albert^[2] 关于无标度网络的开创性工作之后, 复杂网络受到了社会学、经济学、物理学、生物学、工程学等多个学科研究人员的广泛关注^[3-8]. 复杂网络是对复杂系统的一种抽象和描述方式, 任何包含大量组成单元(或子系统)的复杂系统, 当把构成单元抽象成节点、单元之间的相互关系抽象为边时, 都可以当作复杂网络来研究. 网络结构和性质、网络宏观性质的微观生成机制、网络传播动力学等为目的的研究热点.

值得指出的是, Zhang 等^[9,10] 研究发现复杂网络作为一个有效的载体可以用于非线性时间序列的动力学分析. 此后, 基于非线性时间序列复杂网络的动力学分析受到了广泛关注^[11-14]. Yang 等^[15] 采用相关函数从时间序列中构建复杂网络并将其用于金融时间序列分析. 文献^[16-18] 提出可视图建网方法研究分形时间序列的动力学特性, 并被应用于分析世界股票指数波动^[19]、美国飓风登陆发生率^[20]、湍流能量耗散率^[21]、人类心率动

力学特征^[22]、倍周期分岔及混沌时间序列模体分布特征^[23]等领域. 随后, Luque 等^[24] 提出水平可视图建网方法研究随机时间序列的动力学特性. Xu 等^[25] 研究了复杂网络中不同类型时间序列的超家族及模体现象, 该网络可对混沌映射、超混沌映射及噪声进行有效识别. Chavez 等^[26] 基于脑电信号构建并分析了脑功能复杂网络. Gao 等^[27] 提出了基于多组时间序列建网方法, 并将其应用于气液两相流流型动力学研究; 在此基础上提出了一种相空间复杂网络构建方法^[28], 并将其用于倾斜油水两相流逆流流型动力学特性研究^[29,30]. 在上述时间序列复杂网络建模方法中, 其中可视图^[16] 和水平可视图^[24] 建网方法具有算法易实现且计算效率高等优点. 但是, 在研究中发现这两种可视图建网方法对不同类型信号的识别能力及对噪声的适应性尚存在问题. 为此, 在 Lacasa 等^[16] 可视图建网思想框架下, 本文提出了一种改进的时间序列有限穿越可视图建网方法, 并对三种可视图建网方法(可视图、水平可视图、有限穿越可视图)进行了模型评价. 在此基础上, 采用有限穿越可视图建网方法从油气水三相流复杂流动电导波动信号中提取了

* 国家自然科学基金项目(批准号: 50974095, 41174109)和国家高技术研究发展计划(批准号: 2007AA06Z231)资助的课题.

[†] E-mail: ndjin@tju.edu.cn

复杂网络统计特征参数, 其特征参数组合判据可对水包油的油气水三相流型具有较好的识别效果.

2 时间序列可视图复杂网络模型

2.1 可视图复杂网络

2008 年, Lacasa 等^[16]提出了可视图建网方法 (visibility graph, VG). 对于离散时间序列, 将数据点定义为网络节点, 数据点之间满足可视性准则的

连线定义为网络连边. 如图 1 所示, 用直方条表示一个周期时间序列中 20 个数据点 (图 1(a)), 数据真实值与直方条高度相对应. 若两个直方条顶端相互可视, 则认为两点在网络中相连. 图 1(b) 是由该方法生成的网络, 依次排开的实点与离散时间序列数据点一一对应, 实点之间的连线与直方条之间的可视线一一对应. 值得指出的是, 可视线不能重复或者遗漏, 节点与自身不能相连, 两个直方条之间的可视线不能穿越其他直方条.

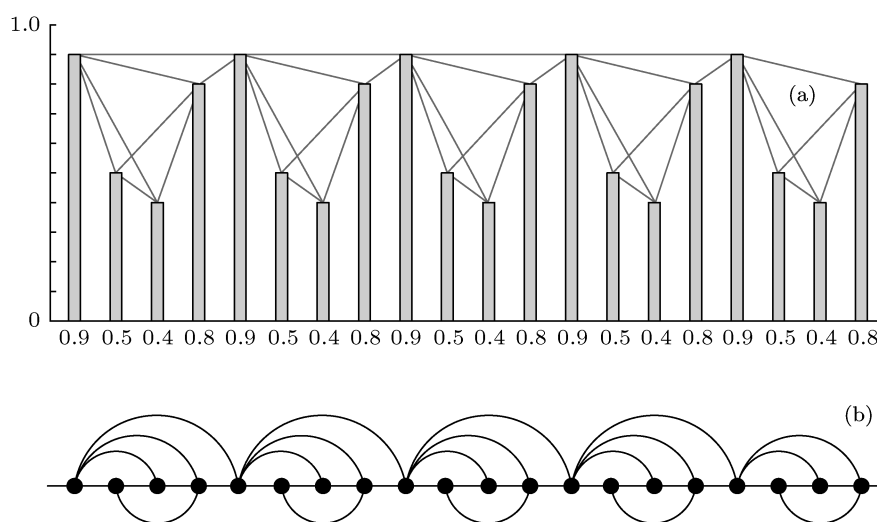


图 1 时间序列可视图建网^[16]

可视性准则: 如果离散时间序列中点 (t_a, y_a) 和点 (t_b, y_b) 相连接, 那么对于任意的点 (t_c, y_c) , 其中 $t_a < t_c < t_b$, 满足

$$\frac{x_a - x_c}{t_c - t_a} > \frac{x_a - x_b}{t_b - t_a}. \quad (1)$$

可视图方法生成的网络有如下性质: 每一个点至少和它的左邻点和右邻点相连; 网络为无向网络; 横轴和纵轴坐标尺度变化或者经过仿射变换后其可视性不变. 可视图建网方法能够继承原始时间序列的一些特征, 即周期时间序列转化成规则网络, 随机时间序列转化成随机网络, 分形时间序列转化成无标度网络. 我们认为可视图建网方法应用几何准则定义节点连接性, 从而捕捉序列的几何结构, 通过网络度分布刻画序列几何相似性, 进而体现序列的层次性与波动趋势.

2.2 水平可视图复杂网络

2009 年, Luque 等^[24]在可视图建网方法基础上, 提出了水平可视图建网方法 (horizontal visibility

graph, HVG). 如图 2 所示, 网络节点和连边的定义与可视图建网方法相同. 若能在两个直方条之间画出一道水平的可视线, 并且可视线不穿过其他直方条, 则认为这两点在网络中相连. 值得注意的是, 对于同一时间序列, HVG 网络总是 VG 网络的一个子网络, 如图 2(b) 和图 1(b) 所示.

可视性准则: 如果离散时间序列中点 (t_a, y_a) 和点 (t_b, y_b) 相连接, 那么对于任意的点 (t_c, y_c) , 其中 $t_a < t_c < t_b$, 满足

$$y_a, y_b > y_c. \quad (2)$$

HVG 和 VG 方法具有一些相同的性质: 节点至少同左右邻点相连; 无向网络; 经仿射变换或者坐标轴尺度变换后其可视性不变. 较之 VG 可视性准则, HVG 可视性准则具有更强的限制性, 造成节点平均度值较小. 特别地, Luque 等^[24]指出了 HVG 方法可将任意随机时间序列转化为相同的网络, 并获得幂律形式度分布, 即 $P(k) = (1/3)(2/3)^{k-2}$, HVG 方法能够对随机时间序列和混沌时间序列进

行区分.

2.3 有限穿越可视图复杂网络

在 VG 思想启发下, 本文提出改进后的有限穿越可视图建网方法 (limited penetrable visibility graph, LPVG). 基本思想是: 定义有限穿越视距 N ,

基于 VG 方法可视性准则, 规定若网络中的两节点相连, 当且仅当与节点相对应的两个直方条之间连线被位于其间的其他直方条截断次数 $n \leq N$ 图 3 为一个 LPVG 方法建网例子, 有限穿越视距 $N = 1$. 图 3(a) 中, 实连接线表示基于 VG 方法的连接线, 虚连接系表示新增连接线, 图 3(b) 中, 实点上方为基于 VG 方法的连接线, 下方为新增连接线.

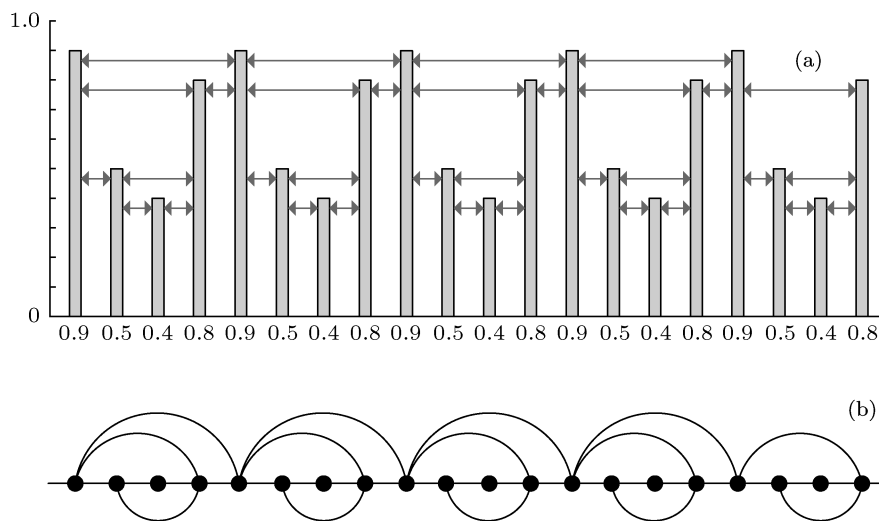


图 2 时间序列水平可视图建网 [24]

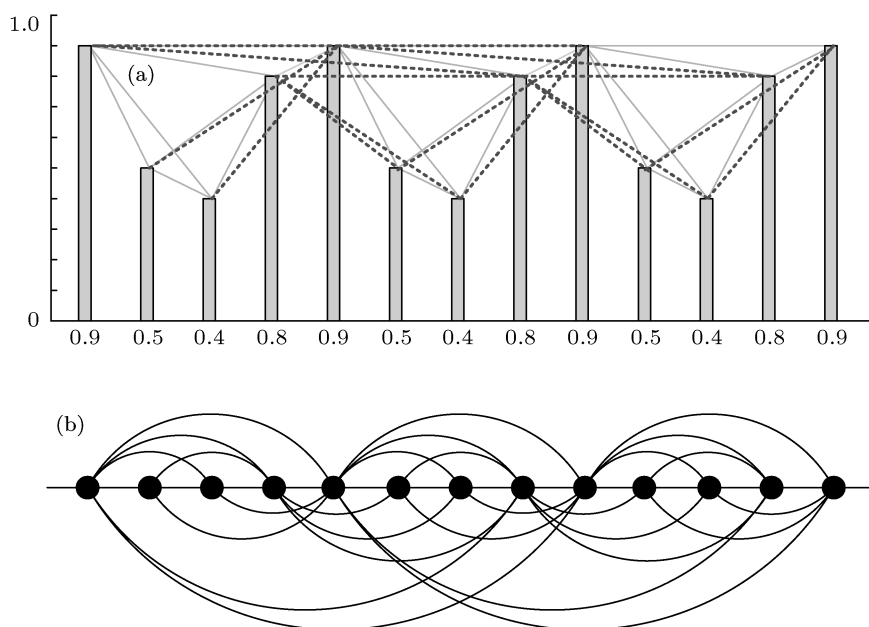


图 3 有限穿越可视图建网 (本文)

LPVG 方法具有连接无向性与仿射变换或者坐标轴尺度变换后可视性不变的特点, 每个节点至少和 $2(N + 1)$ 个节点相连. 研究发现, 在噪声的干

扰下, VG 和 HVG 网络中本应相连的节点易受噪声点隔断, 对建网效果产生影响, 动力学特性被噪声掩盖. 由图 1 和图 3 可知, LPVG 网络具有更强的连

接性, 长程连接能够反映序列波动趋势, 在有噪声的情况下仍能反映信号的动力学特性.

3 模型评价

为了考察三种时间序列建网方法对周期、分形、混沌及其加噪信号的适应性, 本文通过计算网络度分布和聚集系数, 分别考察三种方法对不同信号特征的识别能力和抗噪声能力.

3.1 分形时间序列

Lacasa 等^[16]指出, 通过 VG 建网方法, 周期时间序列转化为规则网络, 随机时间序列转化为随机网络, 分形时间序列转化为无标度网络. 本文选取两种不同类型的分形序列, 即 Conway 序列和分形 Brown 运动序列, 考察三种建网方法对分形及其加噪信号的适应性. Conway 序列是由确定性递归产生的分形时间序列 (图 4), 兼具貌似周期的严格组合结构和自相似特征. 递归公式为 (选取序列长度 n 为 60000):

$$a(1) = a(2) = 1,$$

$$a(n) = a(a(n-1)) + a(n - a(n-1));$$

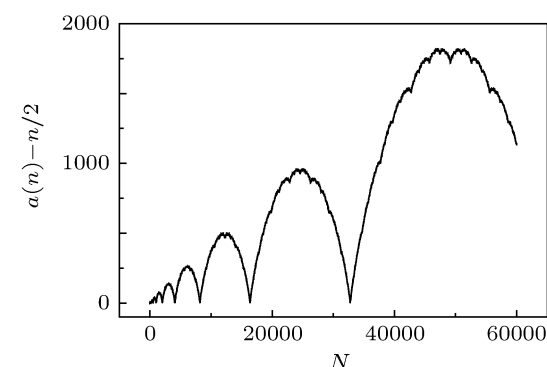
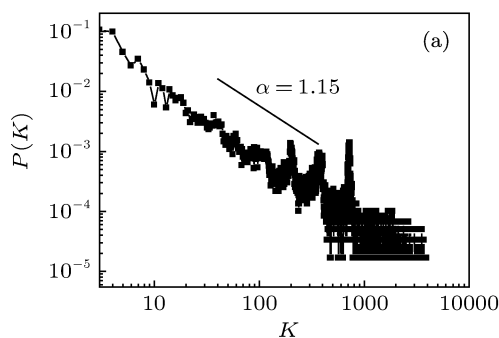


图 4 Conway 分形时间序列

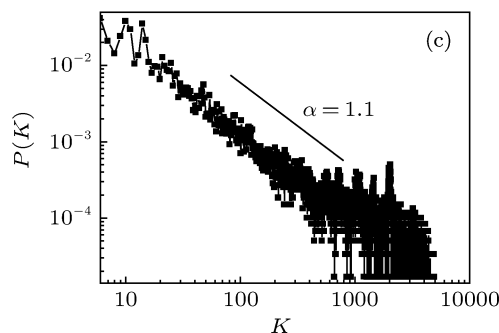
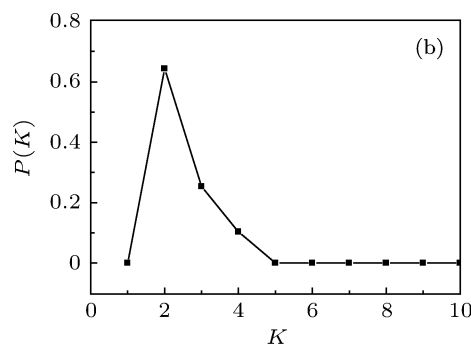


图 5 Conway 分形序列度分布 (a) 可视图; (b) 水平可视图; (c) 有限穿越可视图 ($N = 2$)

$$n > 2. \tag{3}$$

在信号特征识别方面, 如图 5 所示, VG 和 LPVG 网络度分布具有幂律形式, 两者幂律指数相近, 表明 VG 和 LPVG 方法均可将 Conway 序列转化为无标度网络. 但是, HVG 网络度分布由尖峰构成, 这与周期序列度分布存在一定程度的相似性, 表明 HVG 方法不具备识别 Conway 序列分形特征的能力.

在抗噪声方面, 仅对 VG 和 LPVG 方法进行考察, 如图 6 所示. 原始时间序列叠加 40 dB Gauss 白噪声后, VG 和 LPVG 网络度分布幂律指数发生较大变化, 表明两种方法均对带噪声 Conway 分形序列适应性较差.

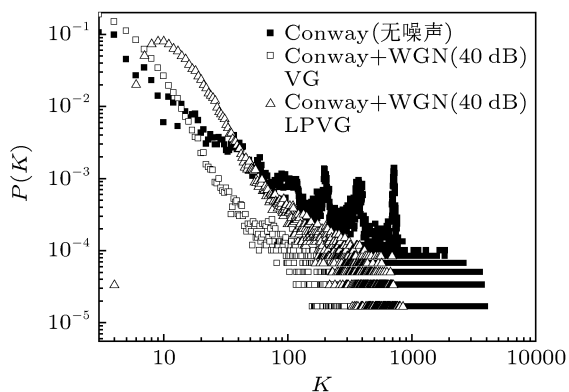


图6 Conway 分形序列加噪信号度分布

分形 Brown 运动 (fractional Brownian motion, fBm) 是典型的随机性分形, 其方程 $f(x)$ 是一个实值随机方程:

$$P\left\{\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\|\Delta x\|^H} < t\right\} = F(t), \quad (4)$$

其中, x 是 E 维欧空间 R^E 中的一点; $F(t)$ 为随机变量 t 的分布函数, 该随机变量服从标准正态分布 $N(0, \sigma^2)$; $\|\Delta x\|$ 为采样间隔; H 为 Hurst 指数, 如果 $H < 1/2$, 那么分形 Brown 运动的增量是负相关的, $H = 1/2$ 对应于经典 Brown 运动的情况, 如果 $H > 1/2$, 则增量是正相关的. 本文采

用 Matlab 中的 wfbm 函数生成 5 组长度 $n = 30000$ 的分形 Brown 序列, 分别取 Hurst 指数 $H = 0.1, H = 0.3, H = 0.4, H = 0.7, H = 0.9$ 时的分形时间序列 (图 7), 并构建以上三种类型的可视图复杂网络.

在信号特征识别方面, VG 网络度分布为幂律形式 (图 8), 幂律指数随 Hurst 指数增大而依次减小; HVG 网络度分布难于提取幂律指数; LPVG 网络度分布曲线特点同 VG 网络度分布相近, 但其网络度分布更为弥散, 不如 VG 网络度分布幂律效果好.

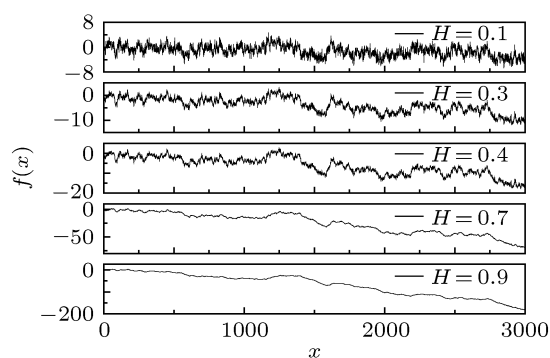


图7 分形 Brown 运动时间序列

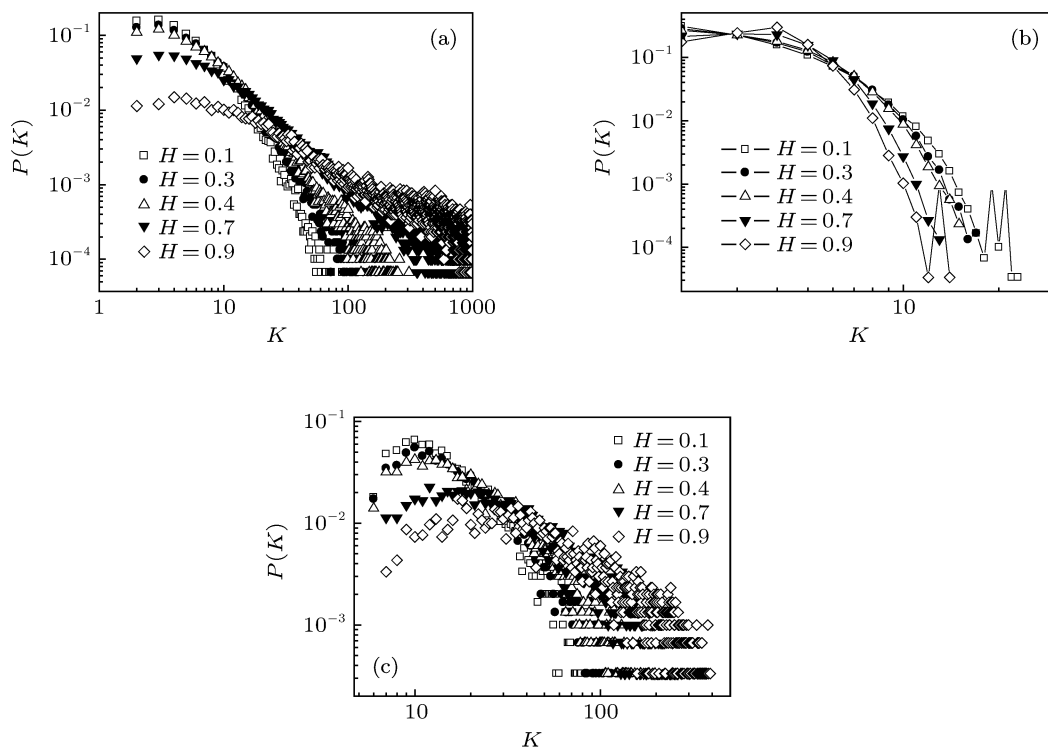


图8 分形 Brown 运动度分布 (a) 可视图; (b) 水平可视图; (c) 有限穿越可视图 ($N = 2$)

在网络抗噪方面, 仅对 VG 和 LPVG 方法进行考察. 如图 9 所示, 在原始序列叠加 30 dB Gauss 白噪声后, VG 和 LPVG 网络度分布发生较大变化, 且不同 Hurst 指数下分形 Brown 运动序列度分布发

生混淆, 这是因为分形 Brown 运动是典型的随机性分形, 叠加噪声后分形特性易被掩盖, 所以, VG 和 LPVG 方法对带噪声分形 Brown 序列适应性较差.

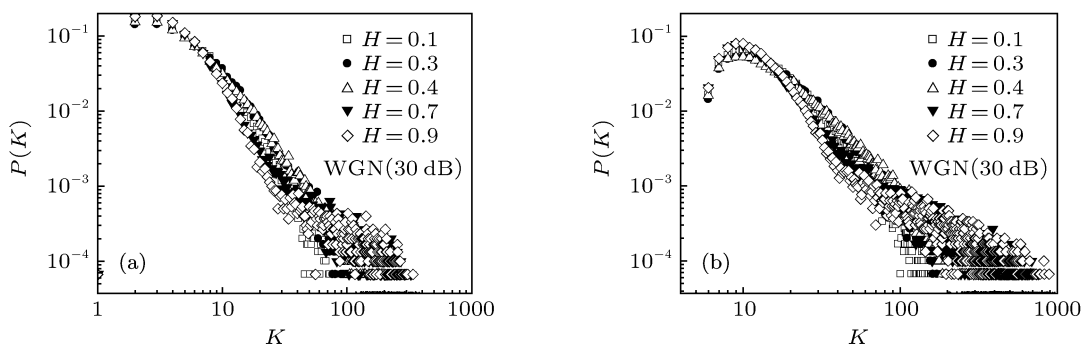


图 9 分形 Brown 运动加噪后度分布 (a) 可视图; (b) 有限穿越可视图 ($N = 2$)

3.2 周期及混沌时间序列

为了考察三种方法对周期、混沌及其加噪信号的适应性, 选取下列信号及其噪声信号进行建网并计算其网络度分布. 分别叠加噪声强度为 20 dB 及 30 dB 的 Gauss 白噪声.

1) 正弦信号 $y = \sin(5\pi x)$, 采样间隔为 0.01, 序列长度 $n = 1000$.

2) Lorenz 信号, 采用的 Lorenz 映射方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -10(x - y), \\ \frac{dy}{dt} = -y + 28x - xz, \\ \frac{dz}{dt} = xy - \frac{8}{3}z, \end{cases} \quad (5)$$

取初值 (2,2,20) 开始计算, 选取变量 x 的迭代值, 序列长度 $n = 2000$.

3) Rossler 信号, 采用的 Rossler 映射方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y - z, \\ \frac{dy}{dt} = x + 0.2y, \\ \frac{dz}{dt} = 0.2 + z(x - 5.7), \end{cases} \quad (6)$$

取初值 (-1, 0, 1) 开始计算, 选取变量 x 的迭代值, 序列长度 $n = 2000$. 通过网络度分布对周期、混沌及其加噪信号进行考察.

如图 10 所示, 由于正弦信号是单周期时间序列, 度分布由规则尖峰构成. 在加噪情况下, LPVG 网络度分布表现出了良好的抗噪能力, 即加噪后

度分布形状和主峰位置同加噪前基本一致; VG 网络度分布在较强噪声强度下 (20 dB) 抗噪效果差; 而 HVG 网络度分布在中心位置出现很大偏差, 无法正确反映网络度分布特征.

图 11 为 Lorenz 序列网络度分布计算结果. 由于混沌吸引子存在不稳定多周期轨道, 故未加噪的 VG 及 LPVG 网络度分布 (图中虚线) 呈不规则多峰分布形式, 但是, HVG 网络未能有效表现出混沌信号应有的多峰度分布特征, 且度分布中心位置也出现很大偏差. 相比之下, LPVG 比 VG 网络度分布具有更强的抗噪能力 (图中实线), 即加噪后度分布形状和主峰位置同加噪前基本一致, 表明 Lorenz 混沌系统蕴含的动力学特性没有被噪声掩盖.

图 12 为 Rossler 序列网络度分布计算结果. 与 Lorenz 序列网络度分布类似, 其中 HVG 网络仍未能有效表现出混沌信号应有的度分布特征, 相比之下, LPVG 比 VG 网络度分布具有更强的抗噪能力.

再对网络聚集系数进行考察. 假设节点 i 通过 k_i 条边与其他 k_i 个节点相连, 这 k_i 个节点之间最多可能存在 $k_i(k_i - 1)/2$ 条边, 而它们之间实际存在 E_i 条边, 则节点 i 的聚集系数为

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}, \quad (7)$$

具有 N 个节点网络的聚集系数为

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i. \quad (8)$$

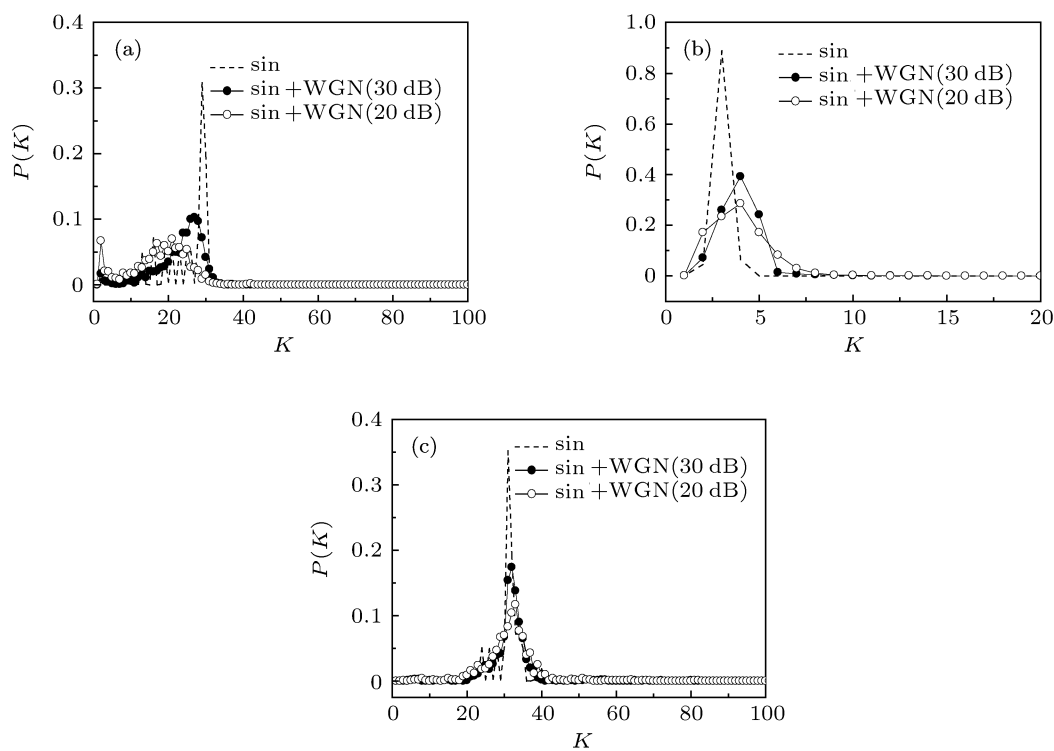


图 10 正弦加噪信号度分布 (a) 可视图; (b) 水平可视图; (c) 有限穿越可视图 ($N = 2$)

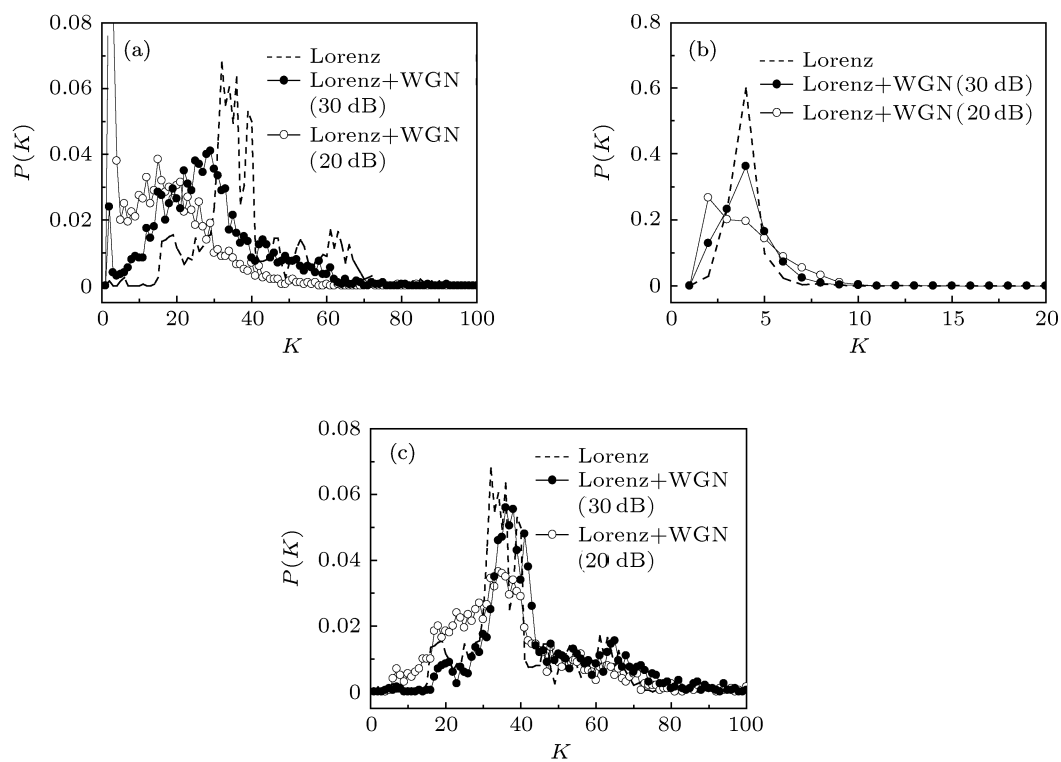


图 11 Lorenz 加噪信号度分布 (a) 可视图; (b) 水平可视图; (c) 有限穿越可视图 ($N = 2$)

对于完全连接的规则网络有 $C = 1$, 而完全孤立的“网络”, 聚集系数 $C = 0$. 表 1 为在不同噪声强度下混沌信号网络聚集系数计算结果. Rossler 和 Lorenz 序列叠加 Gauss 白噪声后, VG 网络聚集系数明显减小, 较无噪声 VG 网络聚集系数向下浮动 20%左右, 表明聚集程度减弱, 连接性受噪声

干扰较大; 而 LPVG 网络聚集系数只浮动 2%左右, 表明在有噪声的情况下, LPVG 网络仍能反映原始序列的真实聚集程度. 关于 LPVG 方法可视域 N 的选取, 经过大量仿真验证, 本文认为噪声强度小于 15 dB 时, 选取 $N = 2$ 时对以上各种典型信号能够产生较好的抗噪效果.

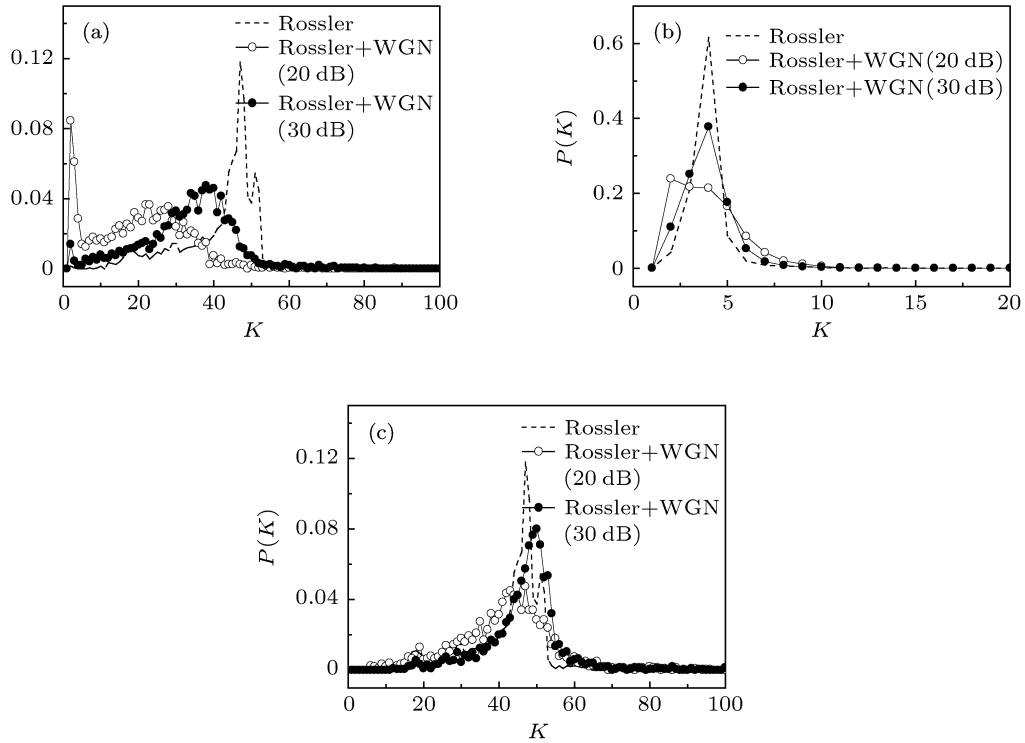


图 12 Rossler 加噪信号度分布 (a) 可视图; (b) 水平可视图; (c) 有限穿越可视图 ($N = 2$)

表 1 在不同噪声强度下混沌信号网络聚集系数计算结果

序列	网络	网络聚集系数					聚集系数 波动率/%
		无噪声	15 dB	20 dB	30 dB	40 dB	
Rossler	VG	0.7202	0.5436	0.5335	0.5784	0.6702	19.27
	LPVG	-	0.7026	0.7155	0.7613	0.7736	2.10
Lorenz	VG	0.7287	0.5539	0.5631	0.5867	0.6753	18.38
	LPVG	-	0.7096	0.7262	0.7652	0.7809	2.01

综合以上考察结果, 我们认为, 在信号不含噪声的情况下, VG 建网方法对信号的识别能力优于 HVG 和 LPVG, 并能够通过网络度分布刻画序列的波动特性. 对于周期序列, VG 网络度分布由尖峰构成, 意味着节点的连接特性一致, 表明周期序列具有规则的几何结构; 对于分形序列, VG 网络度分布是幂律分布形式, 意味着连接性低的节点规模很大, 而连接性高的节点规模很小, 节点连接性线

性增大时, 节点规模指数减小, 这体现了分形序列局部相似整体的特性, 一方面, 分形序列局部相似性很高, 故连接性小的节点重复频率高, 另一方面, 分形序列在任一尺度有自相似特点, 随几何尺度增大, 节点连接性几何增大, 出现频率指数减小. 对于混沌时间序列, VG 网络度分布是不规则的多峰结构, 意味着节点连接性相似中存在不确定性, 这表明混沌吸引子存在不稳定多周期轨道.

与 VG 相比, LPVG 在信号的识别能力上虽存在一定局限性,但对含噪声的周期和混沌信号有较好的适用性.有限穿越能力一定程度上牺牲了相邻节点的相关性,抵抗噪声点的干扰,从而防止关键节点被噪声隔断,保留了长程信息,反映序列的波动趋势和动力学特性.值得指出的是,截断次数 N 取值较小,只是在小范围内增强了穿越能力,局部相关性并未全部抹杀.因此,LPVG 牺牲信号的微观相关性,保留了信号的宏观信息.

HVG 理论将原有可视性准则进行了修改,其特点是任意随机时间序列具有相同的 HVG 网络及度分布形式.

4 油气水三相流流型复杂网络

在本课题组先前对垂直上升管中油气水三相

流流型研究中^[31],利用纵向多极阵列电导传感器(VMEA)在内径为 125 mm 的多相流流动环中采集了油气水三相流电导波动信号,并对油气水三相流混沌吸引子形态进行了研究.结果表明,油气水三相流是一个具有确定性混沌特征的非线性动力学系统.由于 LPVG 建网方法对混沌时间序列有较好的适应性,故本文采用该方法对水包油泡状流(oil in water type bubble flow)、水包油泡状-段塞过渡流(oil in water type bubble-slug transitional flow)、水包油段塞流(oil in water type slug flow)和乳状段塞流(emulsion type slug flow)电导波动信号进行分析处理.图 13 为水为连续相时五种典型流型的电导波动信号(图中 U_{so} 为油相表观速度、 U_{sw} 为水相表观速度、 U_{sg} 为气相表观速度,单位 m/s).

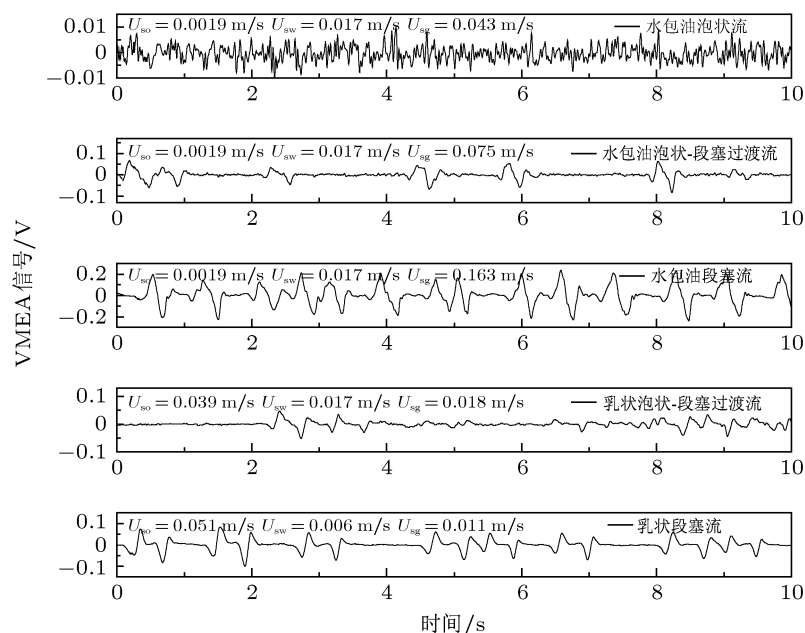


图 13 水为连续相的五种典型流型电导传感器波动信号

选取有限穿越视距 $N = 5$, 序列长度 $n = 4000$, 对总流量为 $40 \text{ m}^3/\text{d}$ 的共计 50 组流动工况的油气水三相流电导波动信号进行 LPVG 分析, 获得网络度分布曲线. 定义节点平均度值为 K_{av} , 曲线峰值记为 N_{max} (即具有相同度值节点的个数的最大值), 以 K_{av} 为横坐标, N_{max} 为纵坐标, 得到如图 14 所示的油气水三相流流型网络特征参数组合辨识图.

可以看出: 对于水包油泡状流 (oil-in-water bub-

ble flow)、水包油泡状-段塞过渡流 (oil-in-water bubble-slug transitional flow)、水包油段塞流 (oil-in-water slug flow), 其网络度分布特征参数组合可对其流型具有较好识别能力; 由于油水乳状段塞流 (emulsion type slug flow) 与水包油段塞流 (oil-in-water slug flow) 在气相流动结构均具有气塞与液塞间歇式运动特性, 所以, 这两种流型在 K_{av} - N_{max} 平面上相互重叠分布, 复杂网络辨识结果视它们为相

同流型特征. 值得说明的是, 本文选取多个有限穿越视距值对该组数据进行建网分析, 对比发现有限穿越视距 $N = 5$ 对不同流型区分效果较为明显, 并且区分效果优于可视图建网方法. 在有限穿越可视图建网方法下, 网络度分布中提取的两种特征参数组合可对三相流水包油流型具有较好的识别效果.

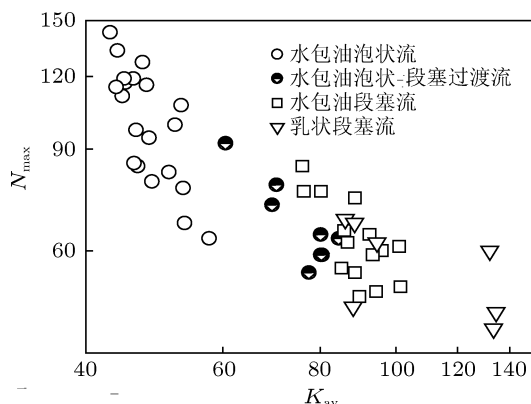


图 14 水包油三相流型点在 K_{av} - N_{max} 特征参数平面分布

本课题组曾使用多时间序列和单时间序列相关数据分析方法, 揭示时间序列混沌动力学, 并应用于两相流型非线性动力学研究. 本文对 Lacasa 等提出的可视图建网思想进行新的探索, 并且应用于多相流型研究中. LPVG 继承了 VG 方法简单快捷, 复杂度低的特点, 便于对长时间序列或大量

信号进行实时处理. 同时, LPVG 有较好的抗噪能力, 对于混杂噪声的实际测量信号有较好的适用性.

5 结论

1) 本文提出改进的 LPVG 建网方法能有效提取周期和混沌信号复杂网络特征量, 比 VG 及 HVG 网络具有更显著的抗噪能力. 通过对分形序列网络度分布考察, HVG 不具有幂律形式的网络度分布特征; VG 及 LPVG 网络度分布呈无标度幂律形式, 但两种网络度分析对带噪声分形序列适应性较差. 通过对三种建网方法的周期、分形及混沌信号的综合考察, 在无噪声的情况下, VG 建网方法对信号识别能力要优于后两者.

2) 采用 LPVG 建网方法从油气水三相流电导波动信号中提取了网络度分布特征参数 (节点度平均值及峰值), 通过网络度分布特征参数组合可实现对三种典型流型 (水包油泡状流、水包油泡状 - 段塞过渡流及水包油段塞流) 较好的辨识效果.

本文对 VG 建网思想进行新的探索, 并将其应用于多相流型研究中. 下一步将对多相流物理特性和 LPVG 方法本质对应关系进行阐释, 以期揭示多相流复杂物理流动特性.

- [1] Watts D J, Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 440
- [2] Barabási A L, Albert R 1999 *Science* **286** 509
- [3] Albert R, Barabási A L 2002 *Rev. Mod. Phys.* **174** 47
- [4] Newman M E J 2003 *SIAM Rev.* **45** 167
- [5] Wang W X, Wang B H, Hu B, Yan G, Ou Q 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 188702
- [6] Boccaletti S, Latora V, Moreno Y, Chavez M, Hwang D U 2006 *Phys. Rep.* **424** 175
- [7] Huang L, Park K, Lai Y C, Yang L, Yang K Q 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 164101
- [8] Barabási A L 2009 *Science* **325** 412
- [9] Zhang J, Small M 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 238701
- [10] Zhang J, Sun J F, Luo S D, Zhang K, Nakamura T, Small M 2008 *Physica D* **237** 2856
- [11] Marwan N, Donges J F, Zou Y, Donner R V, Kurths J 2009 *Phys. Lett. A* **373** 4246
- [12] Donner R V, Zou Y, Donges J F, Marwan N, Kurths J 2010 *New J. Phys.* **12** 033025
- [13] Zhang J, Zhang K, Feng J F, Small M 2010 *PLoS Comput. Biol.* **6** e1001033
- [14] Qian M C, Jiang Z Q, Zhou W X 2010 *J. Phys. A* **33** 335002
- [15] Yang Y, Yang H J 2008 *Physica A* **387** 1381
- [16] Lacasa L, Luque B, Ballesteros F, Luque J, Nuno J C 2008 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **105** 4972
- [17] Lacasa L, Luque B, Luque J, Nuno J C 2009 *Europhys. Lett.* **86** 30001
- [18] Lacasa L, Toral R 2010 *Phys. Rev. E* **82** 036120
- [19] Yang Y, Wang J B, Yang H J 2009 *Physica A* **388** 20
- [20] Elsner J B, Jagger T H, Fogarty E A 2009 *Geophys. Res. Lett.* **36** 16
- [21] Liu C, Zhou W, Yuan W 2010 *Physica A* **389** 2675
- [22] Shao Z G 2010 *Appl. Phys. Lett.* **96** 073703
- [23] Dong Z, Li X 2009 *Acta Phys. Sin.* **59** 1600 (in Chinese) [董昭, 李翔 2009 物理学报 **59** 1600]
- [24] Luque B, Lacasa L, Ballesteros F, Luque L 2009 *Phys. Rev. E* **80** 046103
- [25] Xu X, Zhang J, Small M 2008 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **105** 19601
- [26] Chavez M, Valencia M, Navarro V, Latora V, Martinierie J 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 18701
- [27] Gao Z K, Jin N D 2009 *Phys. Rev. E* **79** 066303
- [28] Gao Z K, Jin N D 2009 *Chaos* **19** 033137

[29] Gao Z K, Jin N D 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5249

[31] Wang Z Y, Jin N D, Gao Z K, Zong Y B, Wang T 2010 *Chem.*

[30] Gao Z K, Jin N D, Wang W X, Lai Y C 2010 *Phys. Rev. E* **82**

Eng. Sci. **65** 5226

016210

Limited penetrable visibility graph for establishing complex network from time series*

Zhou Ting-Ting Jin Ning-De[†] Gao Zhong-Ke Luo Yue-Bin

(School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

(Received 5 January 2011; revised manuscript received 25 May 2011)

Abstract

We propose an improved visibility graph method, i.e., limited penetrable visibility graph, for establishing complex network from time series. Through evaluating the degree distributions of three visibility algorithms (visibility graph, horizontal visibility graph, limited penetrable visibility graph), we find that the horizontal visibility graph cannot distinguish signals from periodic, fractal, and chaotic systems; for fractal signal, the degree distributions obtained from visibility graph and limited penetrable visibility both can be well fitted to a power-law (scale-free distribution), but the anti-noise ability is not good; for periodic and chaotic signals, the limited penetrable visibility graph shows better anti-noise ability than visibility graph. In this regard, we use the limited penetrable visibility graph to extract the network degree distribution parameters from conductance fluctuating signals measured from oil-gas-water three-phase flow test. The results indicate that combination parameters of network degree distribution can be used to classify typical three phase flow patterns, e.g., oil-in-water bubble flow, bubble-slug transitional flow and slug flow.

Keywords: complex network, statistical characteristics, limited penetrable visibility graph, model evaluation

PACS: 05.45.TP, 47.55.Ca

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 50974095, 41174109) and National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2007AA06Z231).

[†] E-mail: ndjin@tju.edu.cn