

电负性等离子体磁鞘的玻姆判据*

刘惠平 邹秀† 邹滨雁 邱明辉

(大连交通大学理学院, 大连 116028)

(2011年3月23日收到; 2011年4月17日收到修改稿)

采用流体模型研究了电负性等离子体磁鞘的玻姆判据, 讨论了负离子以及磁场对鞘层玻姆判据的影响. 研究结果表明: 负离子的存在促进离子进入鞘层; 而磁场强度、角度以及离子进入鞘层的状态将共同决定离子马赫数的取值.

关键词: 等离子体, 磁鞘, 玻姆判据, 电负性

PACS: 52.40.Kh, 52.25.Xz, 52.65.-y

1 引言

负离子是鞘层中经常出现的一种带电粒子, 如 O^- , F_2^- , SiH_3^- 等, 它是由于电子的吸附作用或是发生化学反应而生成的. 含有负离子的等离子体鞘层, 我们称之为电负性等离子体鞘层. 在实际工业应用中, 电负性等离子体放电广泛应用于新材料制造、材料表面改性、辅助加工等工艺^[1,2]. 因此研究电负性等离子体的鞘层特性对各种等离子体工艺具有极其重要的意义. 在很多情况下, 等离子体鞘层特性由边界条件决定, 而玻姆判据作为等离子体的“边界条件”而受到广泛关注^[3-14].

目前研究电负性等离子体鞘层特性的工作较少: 1994年、1996年 Fernandez Palop 等^[15,16] 分析了平面探针附近出现的电负性等离子体鞘层区域, 建立并求解相关理论模型, 获得了包括电场、电势、各种粒子密度分布、鞘层的厚度等信息. 1997年 Amemiya 等^[17] 研究了含有热电子、负离子和电极发射电子的等离子体鞘层的双层结构, 计算了鞘层边界的离子能量和极板表面的电场. 2000年 Li 等^[18] 研究了一维无碰撞电负性鞘层模型, 得出结论: 负离子与电子的密度比、温度比对鞘层内空间电荷密度分布以及鞘层的厚度有很大影响. 2003年 Wang 等^[19] 研究了电负性等离子体鞘层的

结构, 讨论了不同情况下的鞘层电势、空间电荷密度. 2010年, Gong 等^[20] 研究了负离子对等离子体鞘层特性的影响, 讨论了强电负性等离子体中的鞘层结构.

对等离子体磁鞘玻姆判据的研究工作有: 1982年 Chodura^[21] 首先使用动力学方法研究了斜磁场作用下的鞘层特性并给出结论: 平行于磁场方向的离子流在进入磁鞘时的速度必须是大于等于离子声速. 1994年 Riemann^[22] 使用流体方法研究了几乎平行于基板方向的磁场作用下的等离子体碰撞鞘层结构和玻姆判据. 1995年 Stangeby^[23] 使用新的理论模型研究离子流进入鞘层的速度条件, 得出与 Chodura 和 Riemann 相同的结论: 进入鞘层时离子速度平行磁场分量必须等于或大于离子声速. 2001年 Valsaque^[24] 等人以 Chodura 的工作为基础, 研究了无磁场的碰撞鞘层模型以及斜磁场中的无碰撞鞘层模型, 分析了离子获得超声速的机制. 同年, Szikora^[25] 通过实验使用 Langmuir 探针测量证明了鞘层玻姆判据理论的正确性, 实验中磁电管的磁场很弱, 离子没有被磁化. 2010年, 我们研究了斜磁场作用下的碰撞等离子体鞘层的玻姆判据^[26], 讨论了考虑碰撞时磁场对鞘层玻姆判据的影响.

2003年 Wang 等^[19] 修正了电负性等离子体鞘层离子声速和玻姆判据, 2010年 Gong 等^[20] 得到

* 国家自然科学基金 (批准号: 11005015, 10605008) 资助的课题.

† E-mail: zouxiu@djtu.edu.cn

了电负性鞘层玻姆判据精确的表达式, 2011 年赵晓云等^[27]采用流体模型分别研究了不同成分无碰撞等离子体鞘层的玻姆判据, 包括了负离子对离子马赫数的影响, 但他们的研究工作都没有考虑磁场的影响.

本文建立一个外加斜磁场作用下的电负性等离子体鞘层模型, 经过理论推导, 得到鞘层的玻姆判据, 然后分析讨论负离子和磁场对鞘层玻姆判据的影响. 所得到的结果对理论和实验工作都有一定的参考价值.

2 鞘层模型和基本方程

首先建立电负性等离子体鞘层模型 (如图 1 所示). 恒定的外加斜磁场位于 x - z 平面内, 与 x 轴的夹角为 θ . 考虑到平板鞘层的厚度远远小于基板的尺度, 鞘层中的各物理量在 x 轴方向上的变化梯度远大于其他方向上的变化, 所以可将等离子体鞘层模型看成是沿 x 轴方向的一维模型. 在鞘边 $x = 0$ 处, 取空间静电势为零, $\phi = 0$.

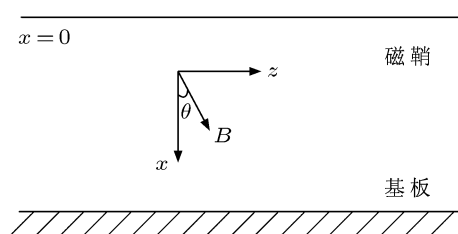


图 1 等离子体磁鞘模型示意图

假设系统由热平衡的电子、负离子和冷的离子组成, 同时假设鞘层中电子和负离子各自遵从玻尔兹曼分布^[19,20]

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right), \quad (1)$$

$$n_- = n_{-0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_-}\right), \quad (2)$$

式中 n_e 和 n_- 分别为电子和负离子的数密度, T_e 和 T_- 分别是电子和负离子温度, 单位为 eV. 负离子带电量为 $-e$. 冷的正离子的运动遵从流体的连续性方程和运动方程

$$\nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0, \quad (3)$$

$$m_i (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i = -e \nabla \phi_x + e \frac{\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}}{c}. \quad (4)$$

式中 n_i , m_i 和 \mathbf{v}_i 分别是离子的数密度、质量和速度.

鞘层中电势满足泊松方程

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi e (n_i - n_e - n_-). \quad (5)$$

为了简化, 引入下列无量纲量: $\Phi = -e\phi/T_e$, $\xi = x/\lambda_D$, $\mathbf{u}_i = \mathbf{v}_i/c_{is}$, $N_e = n_e/n_{e0}$, $N_i = n_i/n_{i0}$, $N_- = n_-/n_{-0}$. 这里 c_{is} , ω_{ic} 和 λ_D 分别是离子声速, 离子回旋频率和电子德拜长度. $c_{is} = (T_e/m_i)^{1/2}$, $\omega_{ic} = eB/m_{ic}$, $\lambda_D = (T_e/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$. 并定义: $\sigma = T_e/T_-$, $\delta_i = n_{i0}/n_{e0}$, $\delta_- = n_{-0}/n_{e0}$, $\alpha = n_{-0}/n_{i0} = \delta_-/\delta_i$. 在鞘边 $x = 0$ 处, 由准中性条件, 有 $n_{i0} = n_{e0} + n_{-0}$. 令 $\hat{B}_0 = \cos\theta \hat{x} + \sin\theta \hat{z}$, 由 (1)–(5) 式, 我们可以得到

$$N_e = \exp(-\Phi), \quad (6)$$

$$N_- = \exp(-\sigma\Phi), \quad (7)$$

$$N_i = \frac{M_i}{u_{ix}}, \quad (8)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{ix}}{\partial \xi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \gamma'_i u_{iy} \sin\theta, \quad (9)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{iy}}{\partial \xi} = \gamma'_i (u_{iz} \cos\theta - u_{ix} \sin\theta), \quad (10)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{iz}}{\partial \xi} = -\gamma'_i u_{iy} \cos\theta, \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = \delta_i N_i (\Phi) - \exp(-\Phi) - \delta_- \exp(-\sigma\Phi). \quad (12)$$

(8) 式中 M_i 为离子马赫数, $M_i = v_{i0}/c_{is}$. (9) 式中 $\gamma'_i = \gamma_i (\delta_i)^{1/2}$, γ_i 为离子回旋频率 ω_{ic} 与离子等离子体频率 ω_{pi} 之比, $\gamma_i = \omega_{ic}/\omega_{pi}$, $\omega_{pi} = (4\pi n_{i0} z^2 e^2/m_i)^{1/2}$.

将 (8) 式代入 (9) 式, 并且考虑在鞘边 $x = 0$ 处, $\Phi \rightarrow 0$, $N_i \rightarrow 1$, $d\Phi/d\xi = E_0 \neq 0$, 可得

$$\left. \frac{dN_i}{d\Phi} \right|_{\Phi=0} = -\frac{\gamma'_i u_{iy0} \sin\theta}{M_i^2 E_0} - \frac{1}{M_i^2}. \quad (13)$$

由 (6), (7), (12) 式可以得到

$$\frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} = \delta_i N_i (\Phi) - \exp(-\Phi) - \delta_- \exp(-\sigma\Phi) = -\frac{dV(\Phi)}{d\Phi}. \quad (14)$$

(14) 式两边积分一次可以得到赛格捷夫势

$$V(\Phi) = -\int \delta_i N_i d\Phi - \exp(-\Phi) - (\delta_-/\sigma) \exp(-\sigma\Phi).$$

(14) 式两边微分一次, 在 $\Phi = 0$ 处

$$\left. -\frac{d^2 V(\Phi)}{d\Phi^2} \right|_{\Phi=0} = [\delta_i \frac{dN_i}{d\Phi} + \exp(-\Phi)$$

$$+\delta_-\sigma\exp(-\sigma\Phi)]_{\Phi=0} \geq 0. \quad (15)$$

将 (13) 式代入 (15) 式, 得

$$\delta_i \left(-\frac{1}{M_i^2} - \frac{\gamma_i' u_{iy0} \sin \theta}{M_i^2 E_0} \right) + 1 + \delta_-\sigma \geq 0,$$

$$M_i^2 \geq \frac{1}{1 - \alpha + \alpha\sigma} + \frac{\gamma_i u_{iy0} \sin \theta}{(1 - \alpha + \alpha\sigma)(1 - \alpha)^{\frac{1}{2}} E_0}. \quad (16)$$

在外加斜磁场作用下, 电负性鞘层的玻姆判据由 (16) 式决定.

3 分析和讨论

(1) 对于无外加磁场的电子离子鞘层 ($\gamma_i = 0, \theta = 0, \alpha = 0, \sigma = 0$), (16) 式简化为

$$M_i^2 \geq 1. \quad (17)$$

这就是我们熟悉的无外加磁场的电子离子等离子体鞘层的玻姆判据 [26], 离子马赫数大于等于 1, 说明离子进入鞘层时速度必须大于等于离子声速 C_{is} . 同时还说明鞘边必须存在一个加速电场, 使离子获得足够的能量.

(2) 对于无外加磁场的电负性鞘层 ($\gamma_i = 0, \theta = 0, \alpha \neq 0$), (16) 式简化为

$$M_i^2 \geq \frac{1}{1 - \alpha + \alpha\sigma}. \quad (18)$$

Wang 等 [19] 也曾得到相同的结果. 此时离子马赫数与负离子和正离子的初始密度比、电子和负离子的温度比有关.

(3) 对于外加磁场作用下的电负性鞘层 ($\gamma_i \neq 0, \theta \neq 0, \alpha \neq 0, \sigma \neq 0$), 分两种情况: 当离子进入鞘层时 y 轴方向的初始速度为零 ($u_{iy0} = 0$), 仍可得到 (18) 式; 当离子进入鞘层时 y 轴方向的初始速度不为零 ($u_{iy0} \neq 0$), 此时离子是以一定的角度斜入射进入鞘层, 则离子马赫数由 (16) 式决定. 对比 (16) 和 (18) 式, 两式不同取决于四个参数: $\gamma_i, \theta, u_{iy0}$ 和 E_0 . 其中, γ_i 反映了外加斜磁场的强度, 其数值主要取决于 B 的大小.

在下面的数值研究中, 我们取等离子体密度为 $n_0 = 5 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$, 电子温度为 $T_e = 3.48 \times 10^4 \text{ K}$.

首先, 我们来看一下负离子对鞘层离子马赫数的影响. 图 2 显示了无外加磁场时负离子温度对离子马赫数的影响. 从图中可看出负离子温度越低 (σ 值越大), 离子马赫数越小, 离子越容易进入鞘层.

此外, 随着鞘层中负离子含量增高 (α 值增大), 离子马赫数减小, 离子更易进入鞘层. 说明在无外加磁场的情况下, 鞘层中负离子的温度和密度的确影响着离子进入鞘层时的速度. 而当存在外加磁场的时候, 负离子对离子马赫数同样具有影响, 如图 3 所示. 通过对电子离子磁鞘和电负性磁鞘的离子马赫数的比较, 我们发现存在负离子时, 磁鞘的离子马赫数较小. 因此, 无论是否存在外加磁场, 负离子对正离子的库仑引力作用都会使正离子更容易进入鞘层.

然后, 我们通过图 4—图 7 来讨论磁场对电负性鞘层的离子马赫数的影响. 通过对无磁场和有磁场时离子马赫数的比较 (如图 4 所示), 可见有磁场时离子马赫数较大, 说明磁场对鞘层玻姆判据有影响. 图 5 和图 6 分别显示了磁场强度和角度对离子马赫数的影响. 从图中可以看出, 随着磁场强度增强, 或随着磁场与 x 轴夹角增大, 离子马赫数增大. 大这是由于磁场洛仑兹力对离子的作用. 当离子斜

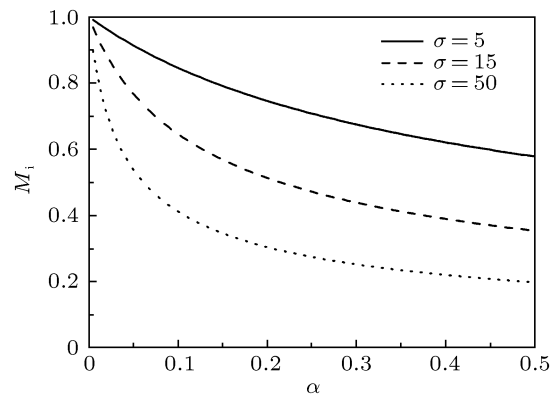


图 2 无磁场时负离子的温度对离子马赫数的影响 ($u_{iy0} = 0.3, E_0 = 0.01$)

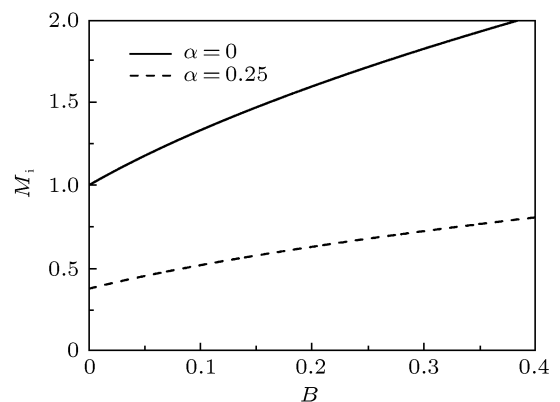


图 3 负离子对磁鞘离子马赫数的影响 ($\theta = 30^\circ, u_{iy0} = 0.3, \sigma = 25, E_0 = 0.01$)

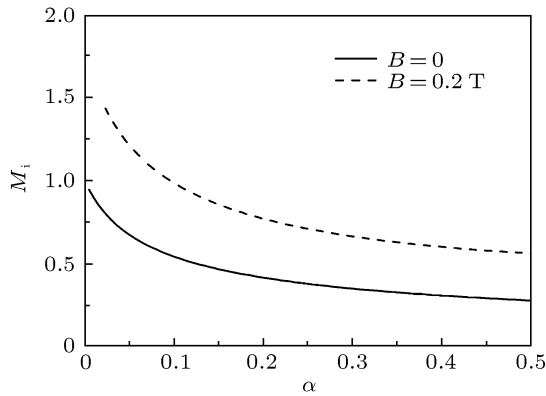


图4 磁场对离子马赫数的影响 ($\theta = 45^\circ, u_{iy0} = 0.3, \sigma = 25, E_0 = 0.01$)

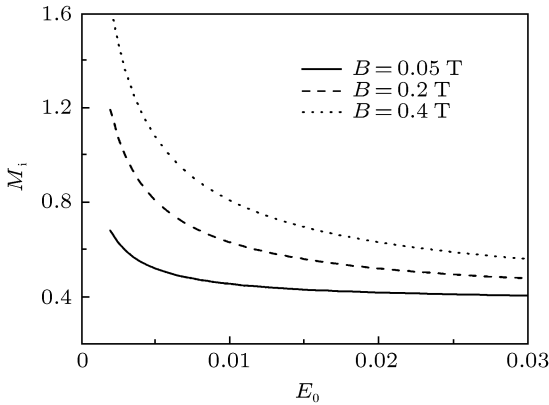


图5 磁场强度对离子马赫数的影响 ($\theta = 30^\circ, u_{iy0} = 0.3, \alpha = 0.25, \sigma = 25$)

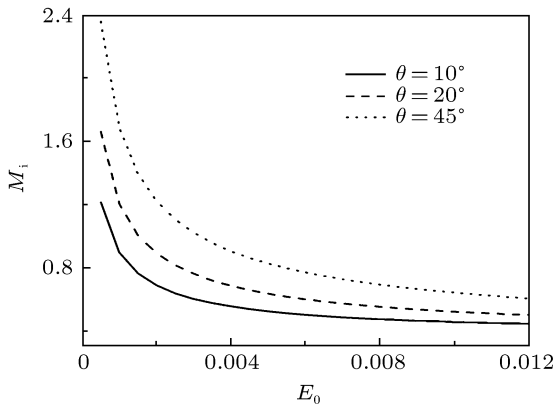


图6 磁场角度对离子马赫数的影响 ($B = 0.15$ T, $u_{iy0} = 0.3, \alpha = 0.25, \sigma = 25$)

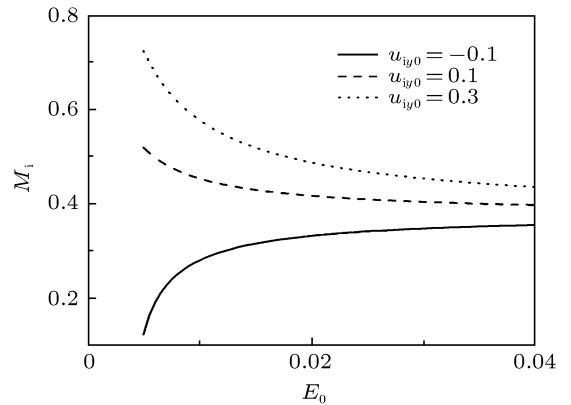


图7 离子 y 轴方向的初始速度对离子马赫数的影响 ($B = 0.15$ T, $\theta = 30^\circ, \alpha = 0.25, \sigma = 25$)

入射进入鞘层时, 离子在 y 轴方向的初始速度不为零 ($u_{iy0} \neq 0$), 在斜磁场中离子受到的洛伦兹力使离子在 x 轴方向减速, 因此磁场起到了阻碍离子进入鞘层的作用, 相应的离子马赫数增大. 图7显示了离子 y 轴方向的初始速度对鞘层离子马赫数的影响. 从图中可以看出, 离子 y 轴方向的初始速度越大, 受到洛伦兹力的阻碍作用越大, 离子马赫数也越大. 然而, 当离子 y 轴方向的初始速度沿 y 轴负方向时, 离子受到的洛伦兹力作用效果是在 x 轴方向对离子进行加速, 促进离子进入鞘层, 相应的离子马赫数较小. 因此, 洛伦兹力的作用可能阻碍离子进入鞘层也可能促进离子进入鞘层, 取决于磁场及离子进入鞘层的状态.

4 结论

本文建立了一个外加斜磁场作用下的电负性等离子体鞘层模型, 研究了鞘层的玻姆判据以及负离子和磁场对离子马赫数的影响. 研究表明:

1) 鞘层中的负离子吸引正离子, 从而促进离子进入鞘层, 负离子的温度和密度都对鞘层玻姆判据有影响;

2) 磁场对鞘层玻姆判据有影响, 洛伦兹力对离子的作用可能促进也可能阻碍其进入鞘层, 结果由磁场强度、角度以及离子进入鞘层时的状态共同决定.

- [1] Amemiya H 1990 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **23** 999
- [2] Cooney J L, Aossey D W, Williams J E, Gavin M T, Kim H S, Hsu Y C, Scheller A, Lonngren K E 1993 *Plasma Sources Science and Technology* **2** 273
- [3] Riemann K U 1991 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **24** 493
- [4] Riemann K U 1991 *Phys. Fluids B* **3** 3331
- [5] Riemann K U 1994 *Phys. Plasmas* **1** 552
- [6] Valentini H B 1996 *Phys. Plasmas* **3** 1459
- [7] Valentini H B 1996 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **29** 1175
- [8] Riemann K U, Meyer P 1996 *Phys. Plasmas* **3** 4751
- [9] Riemann K U 1997 *Phys. Plasmas* **4** 4158
- [10] Chen X P 1998 *Phys. Plasmas* **5** 804
- [11] Franklin N R, Snell J 2000 *Phys. Plasmas* **7** 3077
- [12] Liu J Y, Wang Z X, Wang X G 2003 *Phys. Plasmas* **10** 3032
- [13] Liu J Y, Wang Z X, Wang X G, Zhang Q, Zou X 2003 *Phys. Plasmas* **10** 3507
- [14] Wang Z X, Liu J Y, Zou X, Liu Y, Wang X G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 793 (in Chinese) [王正汹, 刘金远, 邹秀, 刘悦, 王晓钢 2004 物理学报 **53** 793]
- [15] Fernandez Palop J I, Ballesteros J, Colomer V, Hernandez M A, Dengra A 1995 *J. Appl. Phys.* **77** 2937
- [16] Fernandez Palop J I, Colomer V, Ballesteros J, Hernandez M A, Dengra A 1996 *Surface and Coatings Technology* **84** 341
- [17] Amemiya H, Annaratone B M, Allen J E 1998 *J. Appl. Phys.* **60** 81
- [18] Li M, Michael A V, Steven K D, Michael J B 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 248
- [19] Wang Z X, Liu J Y, Zou X, Liu Y, Wang X G 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 1537
- [20] Gong Y, Duan P, Zhang J H, Zou X, Liu J Y, Liu Y 2010 *Chin. J. Com. Phys. Computat. Phys.* **27** 883
- [21] Chodura R 1982 *Phys. Fluids* **25** 1628
- [22] Riemann K U 1994 *Phys. Plasmas* **1** 552
- [23] Stangeby P C 1995 *Phys. Plasmas* **2** 702
- [24] Valsaque F, Manfredi G 2001 *J. Nucl. Mater.* **290–293** 763
- [25] Szikora B 2001 *Vacuum* **61** 397
- [26] Zou X, Ji Y K, Zou B Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1902 (in Chinese) [邹秀, 籍延坤, 邹滨雁 2010 物理学报 **59** 1902]
- [27] Zhao X Y, Liu J Y, Duan P, Ni Z X 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 045205 (in Chinese) [赵晓云, 刘金远, 段萍, 倪致祥 2011 物理学报 **60** 045205]

Bohm criterion for an electronegative magnetized plasma sheath*

Liu Hui-Ping Zou Xiu[†] Zou Bin-Yan Qiu Ming-Hui

(School of Science, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

(Received 23 March 2011; revised manuscript received 17 April 2011)

Abstract

The Bohm criterion for an electronegative magnetized plasma sheath is investigated with a fluid model. It is shown that the existence of negative ions has an effect on the Bohm criterion. And the numerical value of the ion Mach number depends on the magnetic field and the incidence status of the ions.

Keywords: plasma, magnetized sheath, Bohm criterion, electronegative

PACS: 52.40.Kh, 52.25.Xz, 52.65.-y

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11005015, 10605008).

[†] E-mail: zouxiu@djtu.edu.cn