

# $\alpha$ 稳定噪声环境下过阻尼系统中的参数诱导随机共振现象\*

张广丽 吕希路 康艳梅<sup>†</sup>

(西安交通大学理学院应用数学系, 西安 710049)

(2011年5月3日收到; 2011年6月15日收到修改稿)

本文采用随机模拟方法, 研究了过阻尼振子系统在  $\alpha$  稳定噪声环境下的参数诱导随机共振现象. 结果表明, 在  $\alpha$  噪声环境下, 调节系统参数能够诱导随机共振现象; 而且调节非线性项参数时, 随机共振效果随  $\alpha$  稳定噪声的指数的减小而减弱, 但当调节线性项参数时, 随机共振效果则随着  $\alpha$  稳定噪声的特征指数的减小而增强. 本文的结论在  $\alpha$  稳定噪声环境下, 利用参数诱导随机共振原理进行弱信号检测方面具有重要的理论意义, 并有助于理解不同  $\alpha$  稳定噪声对一般随机共振系统的共振效果的影响.

**关键词:** 随机共振,  $\alpha$  稳定噪声, 弱信号检测

**PACS:** 05.45.-a, 05.40.-a, 05.40.Ca, 05.40.Fb

## 1 引言

随机共振<sup>[1,2]</sup>是指随机力(即我们说的噪声)与信号之间的一种协作效应, 是一种噪声增强有序的反常规现象. 随机共振及与其密切相关的相关共振等物理现象已在物理、生物、力学、经济、信号处理等众多学科领域的研究中引起广泛的关注<sup>[3-10]</sup>. 其中, 参数诱导的随机共振现象因为其在弱信号检测中的重要性而成为一个受到的特别关注的课题.

对于微弱信号的检测, 最初人们把主要精力放在如何调节噪声强度使系统产生随机共振现象, 进而根据最优信噪比来设计系统参数以提取弱周期信号的特征信息. 随后的研究发现通过调节非线性系统的结构参数也能够产生随机共振现象, 该思路有效回避了在弱信号检测中噪声强度难以改变的弱点. 例如, 1993年, Anishchenko等<sup>[11,12]</sup>研究 Chua's 混沌电路中的随机共振现象时发现在固定的噪声强度下, 通过调节系统参数可以产生随机共振现象; 1996年, Buisara 和 Gammaitoni<sup>[13]</sup>也强调了调节系统参数产生随机共振的思想以及其在信号处理应用中的重要性. 特别地, 徐博侯领导

的随机共振实验室把参数诱导随机共振理论和电路模拟相结合<sup>[14,15]</sup>, 对基于随机共振原理的弱信号检测进行了较系统深入的研究, 而最近他们进一步把参数诱导随机共振应用到了水信号处理当中<sup>[16,17]</sup>. Zhao等<sup>[18]</sup>把参数调节随机共振应用到无线传感网络信号处理中. Yang等<sup>[19]</sup>回顾了参数调节随机共振, 并研究了参数调节随机共振在二维图像处理中的应用. Jiang等<sup>[20]</sup>讨论了在乘性和加性噪声背景下参数调节随机共振现象, 并得出结论: 参数调节随机共振在过阻尼线性系统中是存在的.

综观已有的关于参数诱导随机共振现象的研究结果, 可以看出所考虑的噪声环境基本上都是通过高斯噪声来建模的. 高斯噪声刻画的只是正常扩散, 即只能模拟在均值小范围内的起伏, 而不能模拟大幅度的涨落. 而在实际应用过程中所遇到的许多随机信号需要用一种更加广义的高斯分布即  $\alpha$  稳定分布来刻画. 该分布能非常好的与实际数据符合, 是一种能够保持自然噪声过程的产生机理和传播条件的极限分布<sup>[21]</sup>.  $\alpha$  稳定噪声驱动下的动力系统(超扩散系统)是非正常扩散系统中的一种, 目前非正常扩散过程中随机共振研究<sup>[22-26]</sup>吸引了很多人的目光. Di Paola 和 Failla 对 Levy 噪声激励

\* 国家自然科学基金(批准号: 11072182)资助的课题

<sup>†</sup> E-mail: kangyanmei2002@yahoo.com.cn

下的线性和非线性系统的响应问题进行研究 [27]. Gitterman 对超扩散的首通时间进行了研究 [28]. 他发现当扩散系数较小时, 超扩散的平均首通时间大于普通扩散中的平均首通时间, 前者于后者的比值随着扩散指数的增加而减小; 当扩散系数较大时候, 情况完全相反. 张文英等人 [26] 则利用噪声诱导随机共振原理研究了  $\alpha$  稳定噪声背景下的随机共振现象和信号检测. 尽管如此, 非正常扩散过程中随机共振研究依然相对较少.

过阻尼双稳模型是一个重要的物理模型, 对于高斯噪声驱动下过阻尼双稳系统中的随机共振现象, 已有较详尽的研究和讨论 [29], 其结果表明系统参数调节能够诱导随机共振现象. 迄今为止,  $\alpha$  稳定噪声环境下参数调节随机共振现象尚未见报道. 因此, 为了考虑更多的实际情形, 本文将选取  $\alpha$  稳定噪声作为背景噪声, 研究该环境下双稳系统中的参数诱导随机共振现象及不同  $\alpha$  稳定噪声的特征指数对随机共振效果的影响.

正文将在简要介绍模型和方法的基础上, 通过观察不同系统参数下输出信号的平均时间历程和

功率谱的演化, 阐明在  $\alpha$  稳定噪声背景下通过调控系统参数实现随机共振现象的可行性; 然后, 选取不同特征指数, 通过系统输出的信噪比随系统参数的演化, 揭示了参数诱导随机共振现象及不同  $\alpha$  稳定噪声的影响.

## 2 模型和方法

本文考虑过阻尼双稳系统, 它满足 Langevin 方程

$$\frac{dx}{dt} = -U'(x) + A_0 \cos \Omega t + \zeta(t), \quad (1)$$

其中  $\zeta(t)$  是  $\alpha$  稳定噪声,  $U(x) = \frac{b}{4}x^4 - \frac{a}{2}x^2$  是四次势函数,  $a$  和  $b$  分别称为势函数的控制参数.

为了完整起见, 我们给出  $\alpha$  稳定噪声的简单介绍.  $\alpha$  稳定分布又称为 Levy 偏  $\alpha$  稳定分布, 它是一种连续概率分布. 一般来说,  $\alpha$  稳定分布  $S_\alpha(\mu, \beta, \sigma)$  通常由它的特征函数 [30,31] 给出  $\alpha$  稳定分布的定义, 即

$$\phi(k) = \begin{cases} \exp \left[ -\sigma |k| \left( 1 + i\beta \frac{2}{\pi} \text{sign}(k) \ln(k) + i\mu k \right) \right], & \alpha = 1, \\ \exp \left[ -\sigma^\alpha |k|^\alpha \left( 1 - i\beta \text{sign}(k) \tan \left( \frac{\pi\alpha}{2} \right) + i\mu k \right) \right], & \alpha \neq 1, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\alpha \in (0, 2]$ ,  $\beta \in [-1, 1]$ ,  $\sigma \in [0, +\infty)$  和  $\mu \in (-\infty, +\infty)$ . 值得指出的是服从  $\alpha$  稳定分布的噪声又有不同叫法, 如在文献 [16,26] 中称为 Levy 噪声, 而文献 [32] 中又称为  $\alpha$  稳定噪声.

由特征函数 (方程 (2)) 可以看到, 一个稳定分布可以用尺度、特征指数、移位和偏度参数来表示. 特征指数  $\alpha$ ,  $0 < \alpha \leq 2$  决定了分布曲线的形状, 也就决定了分布曲线的尾部平坦度. 偏度参数 (换句话说, 也叫对称参数)  $\beta$ ,  $-1 \leq \beta \leq 1$ , 表明了分布曲线的对称性.  $\beta = 0$  说明是对称分布,  $\beta < 0$  说明分布偏左,  $\beta > 0$  说明分布偏右. 尺度参数  $\sigma$ ,  $0 \leq \sigma < \infty$  表明稳定分布的范围和离散度. 移位参数  $\mu$ ,  $-\infty < \mu < \infty$ , 表明了分布的中心.

概率密度函数没有统一的形式, 但是却存在三个特例:

1) 对于  $\alpha = 2$ , 分布缩减为正态分布 (方差为  $\sigma^2 = 2c^2$ , 均值为  $\mu$ );

2) 对于  $\alpha = 1$  和  $\beta = 0$ , 分布缩减为柯西分布 (尺度参数为  $c$ , 移位参数为  $\mu$ );

3) 对于  $\alpha = 1/2$  和  $\beta = 1$ , 分布缩减为 Levy 分布 (尺度参数为  $c$ , 移位参数为  $\mu$ ).

以上三个分布其实是相互关联的. 一个标准的柯西随机变量可以被看成是高斯随机变量 (所有均值为零) 和一个标准 Levy 分布的方差的混合.

如果  $\varsigma$  是服从  $\alpha$  稳定分布, 那么我们可以利用 Janicki-Weron (JW) 算法 [30] 得到它. 也就是说, 当  $\alpha \neq 1$  时,

$$\varsigma = D_{\alpha,\beta,\sigma} \frac{\sin(\alpha(V + C_{\alpha,\beta}))}{(\cos(V))^{1/\alpha}} \times \left[ \frac{\cos(V - \alpha(V + C_{\alpha,\beta}))}{W} \right]^{(1-\alpha)\alpha} + \mu, \quad (3)$$

其中  $C_{\alpha,\beta} = \frac{\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2))}{\alpha}$ ,  $D_{\alpha,\beta,\sigma} = \sigma [\cos(\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2)))]^{-1/\alpha}$ . 当  $\alpha = 1$ ,  $\varsigma$  通过下面的式子得到:

$$\varsigma = \frac{2\sigma}{\pi} \left[ \left( \frac{\pi}{2} + \beta V \right) - \beta \ln \left( \frac{\pi/2 W \cos(V)}{\pi/2 + \beta V} \right) \right] + \mu, \quad (4)$$

这里  $V$  是  $(-\pi/2, \pi/2)$  上的均匀分布,  $W$  是均值

为 1 的指数分布,  $V$  和  $W$  是独立的 [30,33-35].

除了几个特殊情况外,  $\alpha$  稳定分布的概率密度函数没有封闭形式, 只能通过数值计算来获取近似值. 图 1(a) 和 (b) 分别展示了  $\alpha$  和  $\beta$  对  $\alpha$  稳定分布概率密度的影响.

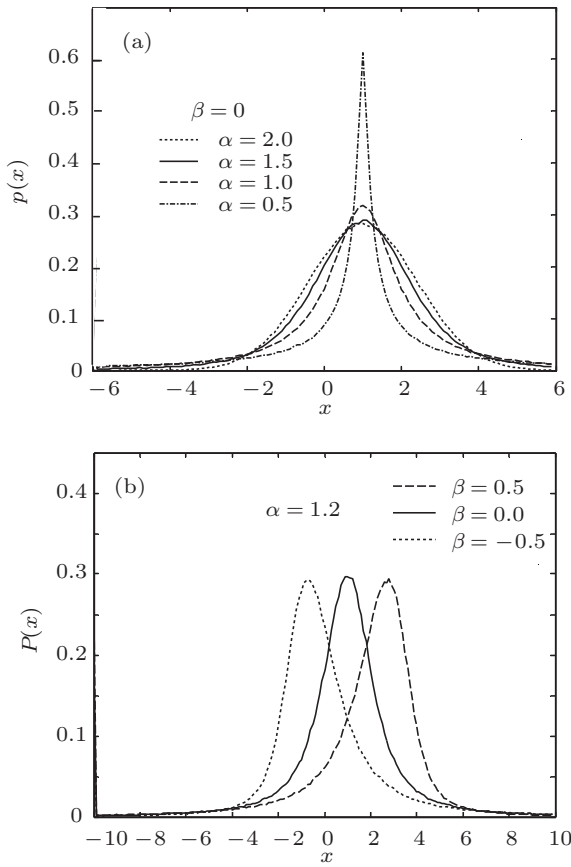


图 1 (a)  $\alpha$  稳定分布  $S_\alpha(1,0,1)$  概率密度函数图像, 其中  $\alpha \in \{2.0, 1.5, 1.0, 0.5\}$ ; (b)  $\alpha$  稳定分布  $S_{1.2}(1,\beta,1)$  概率密度函数图像, 其中  $\beta \in \{-0.5, 0.0, 0.5\}$

为了模拟方程 (1) 中粒子的运行轨迹, 我们把四阶龙格-库塔法 [36] 和 JW 算法 [30,37-39] 相结合, 得到了如下数值仿真方法:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= ax_i - bx_i^3 + A_0 \sin(\Omega t_i), \\
 k_2 &= a(x_i + \frac{\Delta t}{3} k_1) - b(x_i + \frac{\Delta t}{3} k_1)^3 \\
 &\quad + A_0 \sin(\Omega(t_i + \frac{\Delta t}{3})), \\
 k_3 &= a(x_i - \frac{\Delta t}{3} (k_1 - 3k_2) \\
 &\quad - b(x_i - \frac{\Delta t}{3} (k_1 - 3k_2))^3 \\
 &\quad + A_0 \sin(\Omega(t_i + \frac{2\Delta t}{3})), \\
 k_4 &= a(x_i + \Delta t (k_1 - k_2 + k_3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &- b(x_i + \Delta t (k_1 - k_2 + k_3))^3 \\
 &+ A_0 \sin(\Omega(t_i + \Delta t)), \\
 x_{i+1} &= x_i + \frac{\Delta t}{8} (k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4) \\
 &+ \Delta t^{1/\alpha} \varsigma_i,
 \end{aligned} \tag{5}$$

这里  $\varsigma_i$  是服从  $\alpha$  稳定分布的随机数.

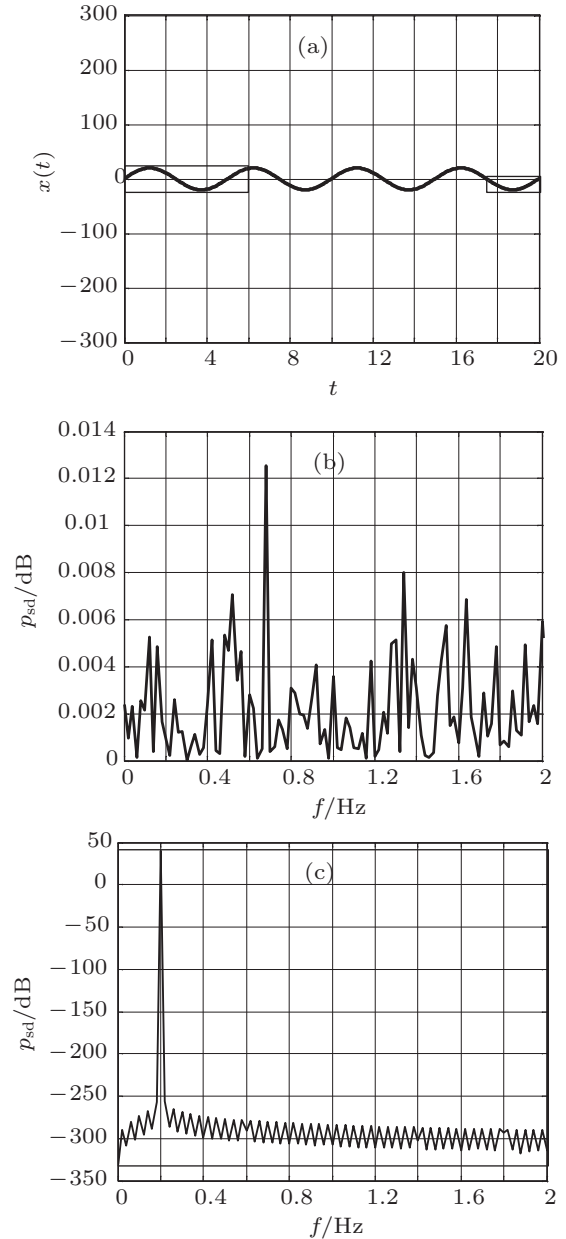


图 2 (a) 输入信号的时域图; (b)  $\alpha$  稳定噪声的功率谱; (c) 输入信号的功率谱. 其中参数取值  $A = 20, \Omega = 0.4\pi$

考虑到随着稳定指数的减小, 粒子长时间跳跃导致路径变化很快以至无限大, 在数值模拟中对  $x(t)$  进行了人为的截断 [34,36], 即当  $|x(t)| > 10$  时, 取  $x(t) = \text{sign}(x(t)) \times 10$ . 这个截断解决了粒子

跳跃轨道无限大情况,同时对于方程(3)我们可以选用较大的步长来模拟<sup>[40,41]</sup>.同时,本文采用信噪比(SNR)<sup>[42]</sup>这一量化指标来观察系统(1)中的随机共振现象,其定义如下:

$$\text{SNR} = \left[ \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \int_{\Omega-\Delta\omega}^{\Omega+\Delta\omega} S(\omega) d\omega \right] / S_N(\Omega). \quad (6)$$

这里  $\int_{\Omega-\Delta\omega}^{\Omega+\Delta\omega} S(\omega) d\omega$  代表信号输出功率,  $S_N(\Omega)$  代表与在输入信号频率处的噪声谱,输出谱密度  $S(\omega)$  在计算时取为 50 次的平均值.

还需要指出的是,在本文的模拟中淹没在  $\alpha$  稳定噪声中的周期信号恒取为  $s(t) = A \sin(0.4\pi t)$ , 其中信号频率为  $f_0 = 0.2 \text{ Hz}$ ; 采样频率为  $F_s = 20000 \text{ Hz}$ ; 当系统的参数为  $a > 0, b > 0$ , 系统是双稳系统,其阈值(双稳态临界值)为  $A_c = \sqrt{\frac{4a^3}{27b}}$ . 在这里,信号幅值必须小于阈值.图 2(a)—(c) 分别给出了输入信号时域图、输入信号功率谱图和  $\alpha$  稳

定噪声功率谱图.

### 3 $\alpha$ 稳定噪声环境下的弱信号检测与参数诱导随机共振现象

在非线系统特别是双稳系统、信号和噪声共同产生协同效应中,非线性呈现的方式是系统势垒的高低.势垒越低,意味着产生协同效应时要求信号和噪声的能量越小.反之,要求的能量就越大.注意到变化  $a$  和  $b$  都能控制势垒值,所以与以往的研究不同,我们将在不同  $\alpha$  指数的噪声下,分别研究在一定范围内调节系统参数  $a$  和  $b$  是否会出现随机共振现象,以及不同的  $\alpha$  稳定指数对共振效果会产生怎样的影响.为此,首先观察不同系统参数下输出信号的平均时间历程和功率谱,并在此基础上阐明  $\alpha$  稳定噪声背景下通过调控系统参数检测弱信号的可行性.

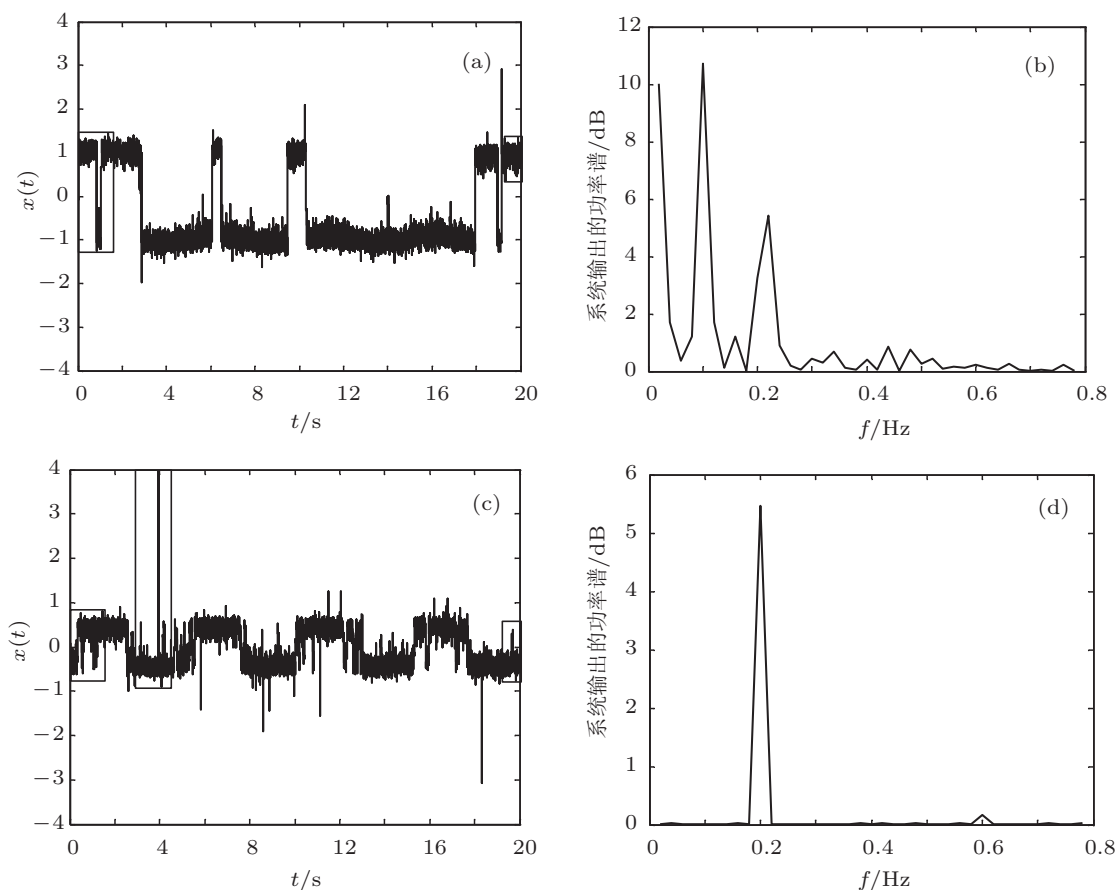


图 3 参数取值  $A_0 = 20, \Omega = 0.4\pi, a = 128, \alpha = 1.9, \beta = 0, \sigma^2 = 4$  时,输出信号时域图和功率谱图 (a)  $b = 128$ , 时域图; (b)  $b = 128$ , 功率谱图; (c)  $b = 800$ , 时域图; (d)  $b = 800$ , 功率谱图

在参数调节随机共振时,一个重要指标就是系统响应速度. 噪声的功率大小假设是稳定的, 这样, 我们总可以调节系统参数  $a, b$  使得系统的响应速度满足一定的条件, 并且使得系统处于随机共振的共振区域. 同一个系统响应速度和系统参数并不是一一对应关系, 这样的系统参数可能有很多组. 通常根据需要提出一个最低要求. 但是对于  $\alpha$  稳定噪声激励下的随机共振, 由于 Fokker-Planck 方程是空间分数阶的, 目前无法求解特征值, 故而无法求得其响应速度, 因此我们参考了正常扩散情形下参数的选择并结合大范围的模拟试验来确定的. 在模型中我们选取  $a = 128, b = 512$ , 目的是为了有足够的势垒, 微弱信号不足以使得粒子发生跃迁.

首先, 让我们在固定  $a = 128$  情况下, 观察系统 (1) 的输出信号随参数  $b$  的演化. 从图 3(a) 可知, 该系统尚处于“欠共振”状态, 而由图 3(b) 可见最大功率谱峰所对应的信号频率也不等于系统信号频率  $f_0$ , 因此, 当  $b = 128$  时候, 无论是时域图还是频域图, 都没有明显的信号特征信息. 继续增大  $b$  值, 例如, 当  $b = 800$  时, 由图 3(c) 和 (d) 可见, 时域图中出现了周期信号占主导作用的井间跃迁, 系统的功率谱在  $0.2 \text{ Hz}$  处达到最大值, 这正是输入信号的频率. 此时, 系统的平均输出近似于一个周期信

号, 但由于输入  $\alpha$  稳定噪声的拖尾很大, 导致平均输出信号在  $\alpha$  稳定噪声的拖尾处仍有尖峰存在. 这是由于当增大  $b$  时, 势垒高度就会降低, 使得系统在两势阱间切换所需的能量有所降低, 从而由噪声引起的井间跃迁更容易发生. 特别地, 当噪声引起的跃迁和周期信号发生随机同步时, 噪声和信号的综合能量有能力使系统按照信号的频率进行切换, 使噪声能量有效地转为信号能量, 信号得到了放大, 噪声受到了抑制, 最终系统的输出信噪比大大提高并达到最大值, 如图 4 所示. 这就是调节参数  $b$  时, 系统 (1) 发生随机共振的原因.

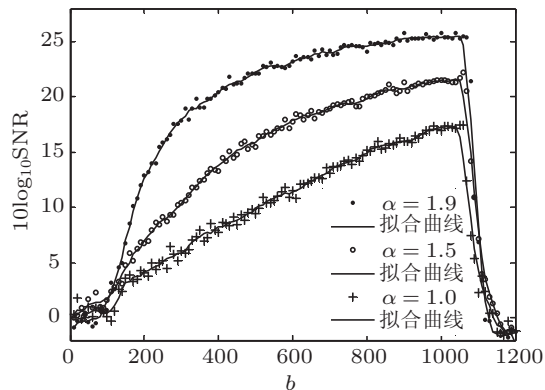


图 4 不同特征指数情形下信噪比随系统参数  $b$  的演化曲线 (参数取值  $a = 128, \alpha = 1.9, 1.5, 1.0, \beta = 0, \sigma^2 = 4, A_0 = 20, \Omega = 0.4\pi$ )

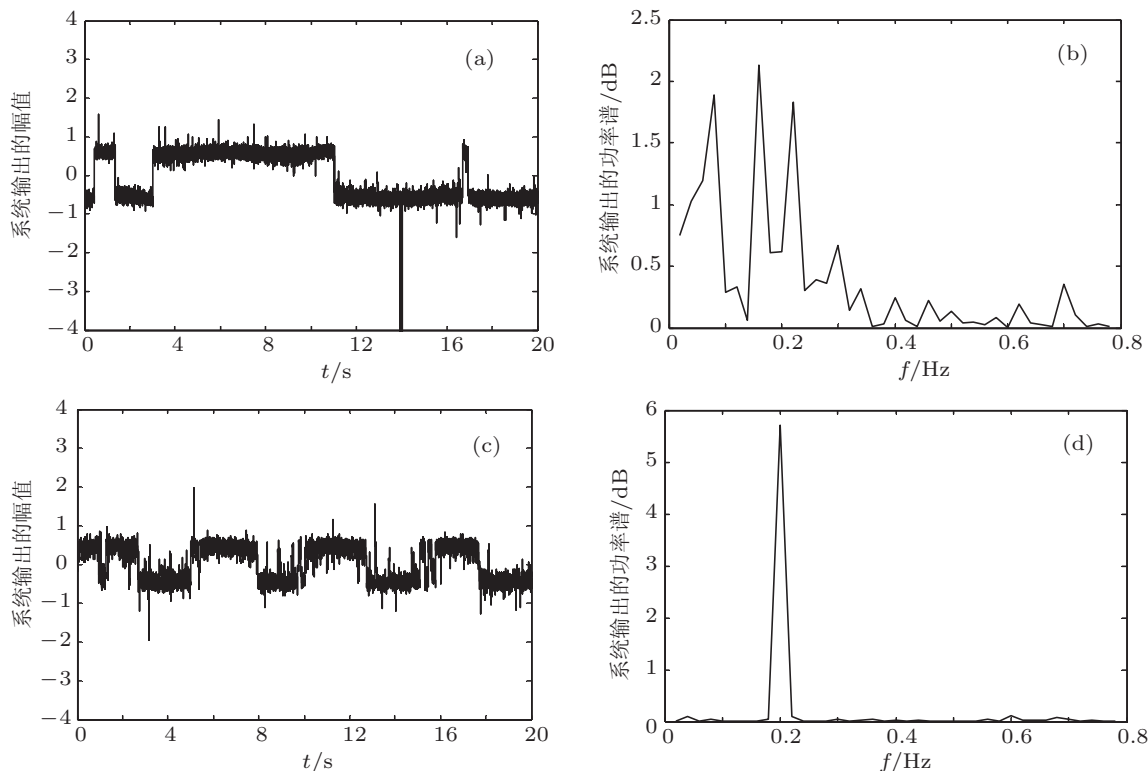


图 5 参数取值  $A_0 = 20, \Omega = 0.4\pi, b = 800, \alpha = 1.9, \beta = 0, \sigma^2 = 4$  时, 输出信号时域图和功率谱图 (a)  $a = 280$ , 时域图; (b)  $a = 280$ , 功率谱图; (c)  $a = 150$ , 时域图; (d)  $a = 150$ , 功率谱图

还需要指出的是, 从图 4 可以看到系统结构参数  $b$  对信噪比的影响是非线性的, 且当  $b < 1056$  时, 随着  $b$  的增加, 信噪比增大; 当  $b = 1056$  时达到峰值; 当  $b > 1056$  突然变化开始下降, 而且下降幅度很大. 这个突然下降说明当势垒的高度足够低时, 系统 (1) 的输出变成了以势垒为中心的跃迁, 而系统中的非线性项已经失去了主导地位, 整个几乎变成了线性系统. 另外, 由图 4 还可知, 随着  $\alpha$  指数的增大, 尽管 SNR 峰值点基本不变, 但 SNR 的峰值持续增大. 这一特征说明了特征指数的减小将导致随机共振效果变弱; 在高斯噪声情形, 该参数诱导随机共振的共振效果最明显.

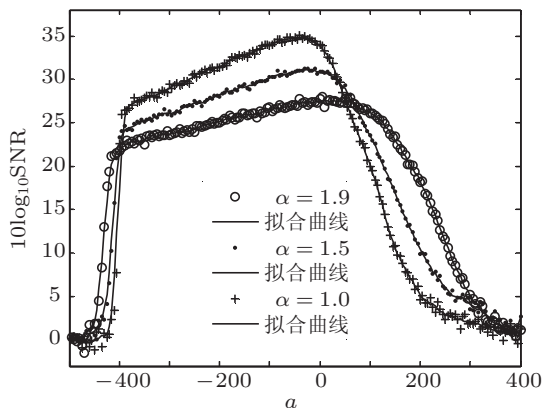


图 6 不同特征指数情形下信噪比随系统参数  $a$  的演化曲线 (参数取值  $b = 800$ ,  $\alpha = 1.9, 1.5, 1.0$ ,  $\beta = 0$ ,  $\sigma^2 = 4$ ,  $A_0 = 20$ ,  $\Omega = 0.4\pi$ )

接下来让我们保持输入信号、噪声强度和参数  $b$  不变的情况下, 来讨论改变参数  $a$  对系统平均输出信号的演化.  $a$  值从  $a = 280$  逐渐减小, 观察系统输出时域图和功率谱图变化. 当  $a = 280$  时, 从图 5(a),(b) 可以看出, 无论是时域图还是频域图都没有明显的信号特征信息. 减小  $a$  值到 150 时, 时域图中出现有周期信号占主导作用的系统跃迁, 频域图中在信号频率处其谱线也变得很突出. 当  $a > 0$  时, 系统 (1) 是双稳系统, 同样减小  $a$  相当于减小了势垒, 而当  $a < 0$  时, 系统 (1) 变成了以势垒为中心的单稳系统. 因此, 减小参数  $a$  会使系统 (1) 的信噪比经历一个先增加后减小的变化趋势 (如图 6 所示), 即此时发生随机共振的原因与参数  $b$  诱导的随机共振现象的物理机理是一致的. 由图 6 还可看出, 随着  $\alpha$  稳定噪声的特征指数的减小, 随机共振的效

果变得更为明显; 当噪声为高斯噪声时, 随机共振效果最弱. 显然, 这个定性变化趋势刚好与图 5 截然相反.

就目前来说, 还没有统一的界定参数调节随机共振的标准, 参数调节随机共振实际上是通过改变系统的内部特征, 达到随机系统与外部力的协作效应. 因此, 参数调节所获得的最佳非线性系统, 也可以认为是实现参数调节随机共振的过程. 以往在高斯噪声环境下进行的研究, 表明系统参数在一定范围调节, 系统会发生随机共振, 并且调节系统参数  $a, b$  得到的演化规律是一致的. 我们上面的研究结果表明也表明, 当  $\alpha$  稳定噪声一定的情况下, 可以通过调节系统参数在一定范围内, 使得输出效果达到最优. 但是对于不同稳定指数的噪声, 改变参数  $a, b$  得到的效果不一样. 在实际应用中, 这些结果为  $\alpha$  稳定噪声背景下如何调节系统参数指明了方向, 在利用参数调节随机共振原理进行弱信号检测方面具有重要的理论意义.

## 4 结论

$\alpha$  稳定噪声具有拖尾性, 能在大范围内跳跃, 而高斯噪声只能在小范围内跳动; 相对  $\alpha$  稳定噪声而言, 高斯分布的参数较少, 且不能描述实际问题中普遍存在的非正常扩散现象, 故而高斯分布模拟实际问题的准确度不如  $\alpha$  稳定分布. 本文研究了四次势函数过阻尼系统在  $\alpha$  稳定噪声环境下的参数诱导随机共振现象. 研究结果表明, 1) 改变线性项参数  $a$  和改变非线性项参数  $b$  都可以诱导随机共振现象; 2) 对于参数  $b$  诱导的随机共振现象, 随机共振效果特征指数减小而减弱, 但对于参数  $a$  诱导的随机共振现象, 情况则相反. 此外, 通过分析参数  $a, b$  变化时的信号检测效果, 我们发现在固定噪声水平的情况下, 使得系统进入随机共振状态的参数并不是一个唯一的值, 而是一个范围. 当调节参数到一定的范围, 就可以实现双稳系统对弱信号的检测. 因此, 在信号和  $\alpha$  稳定噪声的强度不变的情况下, 掌握系统参数与随机共振间的互变规律, 对于实现在  $\alpha$  稳定噪声环境下的弱信号检测有着重要的意义.

- [1] Benzi R, Sutera A, Vulpiani A 1981 *Phys. A* **14** 453
- [2] Gammaitoni L, Hanggi P, Marchesoni F 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 223
- [3] Kang Y M 2004 *Ph. D. Dissertation* (Xian: Xi'an Jiaotong University) (in Chinese) [康艳梅 2004 博士学位论文 (西安: 西安交通大学)]
- [4] Bartussek R, Hanggi P, Jung P 1994 *Phys. Rev. E* **49** 3939
- [5] Zhu G Q, Ding K, Zhang Y, Zhao Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3001 (in Chinese) [朱光起, 丁珂, 张宇, 赵远 2010 物理学报 **59** 3001]
- [6] Zhang L, Liu L, Cao L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1494 (in Chinese) [张莉, 刘立, 曹力 2010 物理学报 **59** 1494]
- [7] Kang Y M, Xu J X, Xie Y 2003 *Phys. Rev. E* **68** 036123
- [8] Wan P, Zhan Y J, Li X C, Wang Y H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 040502 (in Chinese) [万频, 詹宜巨, 李学聪, 王永华 2011 物理学报 **60** 040502]
- [9] Lin M, Meng Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3627 (in Chinese) [林敏, 孟莹 2010 物理学报 **59** 3627]
- [10] Zhang X Y, Xu W, Zhou B C 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060514 (in Chinese) [张晓燕, 徐伟, 周丙常 2011 物理学报 **60** 060514]
- [11] Anishchenko V S, Safonova M A, Chua L O 1993 *Journal of Circuit, System and Computer* **3** 553
- [12] Anishchenko V S, Safonova M A, Chua L O 1992 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **2**(2) 397
- [13] Bulsara A R, Gammaitoni L 1996 *Physics Today* **3** 39
- [14] Duan F, Xu B H 2003 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **13** 411
- [15] Xu B H, Duan F B 2004 *Phys. Rev. E* **69** 061110
- [16] Xu B H, Zeng L Z, Li J L 2007 *Sound and Vibration* **303** 255
- [17] Xu B H, Zhang H Q, Zeng L Z, Li J L, Wu X X, Jiang Z P 2007 *Appl. Phys. Lett.* **91** 91908
- [18] Zhao Z K, Hui G H 2010 *Advanced Materials Research* **121-122** 646
- [19] Yang Y B, Xu B H 2011 *IUTAM Bookseries* **29** 229
- [20] Jiang S Q, Guo F, Zhou YR, Gu T X 2007 *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **375** 483
- [21] Nolan J P 2009 *Stable distributions* (Math/Stat Department, American University) Manuscript, in preparation
- [22] Zeng L Z, Xu B H, Li J L 2007 *Physics Letters A* 455
- [23] Li Y J, Kang Y M 2010 *Commun. Theor. Phys.* **54** 292
- [24] Kang Y M, Jiang Y L 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 3578
- [25] Zhang L, Song A, He J 2009 *Phys. A: Math. Theor.* **42** 475003
- [26] Zhang W Y, Wang Z L, Zhang W D 2009 *Control Engineering of China*. **16**(5) 638 (in Chinese) [张文英, 王自力, 张卫东 2009 控制工程 **16**(5) 638]
- [27] Di Paola M, Failla G 2005 *Probabilist. Eng. Mech.* **20** 128
- [28] Gitterman M 2000 *Phys. Rev. E* **62** 6065
- [29] Yang X L 2003 *Ph. D. Dissertation* (Hangzhou: Zhejiang University) (in Chinese) [杨祥龙 2003 博士学位论文 (杭州: 浙江大学)]
- [30] Janicki A, Weron A 1994 *Simulation and Chaotic Behavior of  $\alpha$  Stable Stochastic Processes* (New York: Marcel Dekker)
- [31] Nolan J P 2002 *Stable Distributions* (Boston: Birkhauser)
- [32] Dybiec B, Gudowska-Nowak E 2006 *Acta Physica Polonica B* **37** 1479
- [33] Weron A, Weron R 1995 *Lecture Notes in Physics* **457** 379
- [34] Weron R 1996 *Statist. Prob. Lett* **28** 165
- [35] Weron R 1996 *Research Report HSC Wroclaw University of Technology* **1** 1
- [36] Gong C, Wang Z L 2008 *MATLAB language commonly used algorithm for assembly* (Electronic Industry Press) (in Chinese) [龚纯, 王正林 2008 MATLAB 语言常用算法程序集 (电子工业出版社)]
- [37] Dybiec B, Gudowska-Nowak E 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016105
- [38] Dybiec B, Gudowska-Nowak E 2004 *Fluct. Noise Lett.* **4** L273
- [39] Gudowska-Nowak E, Dybiec B, Flyvbjerg H 2004 *Proc SPIE* **5467** 223
- [40] Bulsara A R, Inchiosa M E, Gammaitoni L 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 2162
- [41] Mitaim S, Kosko B 2004 *IEEE Trans. Neural Netw.* **15** 1526
- [42] Hu G 1994 *Stochastic Forces and Nonlinear Systems* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [胡岗 1994 随机力与非线性系统 (上海: 上海科技教育出版社)]

# Parameter-induced stochastic resonance in overdamped system with $\alpha$ stable noise\*

Zhang Guang-Li Lü Xi-Lu Kang Yan-Mei<sup>†</sup>

(Department of Applied Mathematics, School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 3 May 2011; revised manuscript received 15 June 2011)

## Abstract

Parameter-induced stochastic resonance is an important method of detecting weak signal from noise, but under  $\alpha$  stable noise background, this method has not been reported. In this paper, we study the parameter-induced stochastic resonance in an overdamped system with  $\alpha$  stable noise. Our investigation discloses that the stochastic resonance can be realized by tuning the system parameter under  $\alpha$  stable noise background; when the nonlinear term parameter is turned, the resonant effect becomes weakened as the  $\alpha$  stability index  $\alpha$  decreases. But when the linear term parameter is turned, the resonant effect becomes strengthened as the  $\alpha$  stability index  $\alpha$  decreases. Our observation is significant for understanding the positive role of  $\alpha$  stable noise in weak signal detection, which is helpful for understanding the effects of different  $\alpha$  stable noises on stochastic resonance systems.

**Keywords:** stochastic resonance,  $\alpha$  stable noise, weak signal detection

**PACS:** 05.45.-a, 05.40.-a, 05.40.Ca, 05.40.Fb

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No.11072182).

<sup>†</sup> E-mail: kangyanmei2002@yahoo.com.cn