

过渡流区钝锥体 Linear 桥函数调节参数研究*

戎宜生[†] 刘伟强

(国防科技大学航天与材料工程学院, 长沙 410073)

(2011年4月12日收到; 2011年6月20日收到修改稿)

由于过渡区域流动的物理现象的复杂性和流动控制方程的非线性, 航天飞行器设计所需要的气动加热特性目前主要由工程计算方法得到. 为了使计算过渡流区热流的 Linear 桥函数方法能适用于广泛应用的钝锥体外形, 拟合得到了相应的调节参数, 使用 DSMC 方法对计算结果进行验证. 验证结果表明该调节参数适用于钝锥体外形, 使得 Linear 桥函数在过渡流区能比较准确地计算钝锥体物面热流.

关键词: 过渡流区钝锥体, 桥函数, DSMC 方法, 调节参数

PACS: 05.70.-a

1 引言

可重复使用运载火箭的发展中, 一个亟需解决的重要问题是飞行器在高超声速的再入过程中气动加热十分严重. 准确的气动热估算尤为重要. 以高马赫数飞行的钝锥体, 要准确计算其气动加热仍然非常困难, 需要考虑诸诸多因素^[1]. 由于过渡区域流动的物理现象的复杂性和流动控制方程的非线性^[2,3], 航天飞行器设计所需要的气动加热特性目前主要由桥函数^[4]等工程计算方法或直接仿真 Monte Carlo(DSMC)方法^[5,6]得到. Wagner^[7]严格证明了 DSMC 仿真事实上在消除离散误差和统计误差后能够提供 Boltzmann 方程的解. 针对近平衡无限阶的 Chapman-Enskog 和非平衡力矩层方法^[8,9], 高精度的 DSMC 模拟也被证明与 Boltzmann 方程的解相当符合. 而更多无法获得解析解的复杂流场, 通过与实验数据和分子动力学模拟的比较, 也证明了 DSMC 方法的计算结果的正确性^[5]. 但由于 DSMC 方法的巨大计算量, 需要使用高性能的计算机和消耗大量的计算时间, 因此工程方法提供了一个便捷的途径以获得误差范围内允许的结果. 文献[10]使用了带参数的线性插值的桥函数对端面迎风的圆柱体驻点处的热流进行了研究. 而文献[10]中所使用的调节参数不适用于钝锥体外形, 并且其计算结果仅限于驻点处, 无法给出

整个物面的热流分布. 本文拟合出相应的 Linear 桥函数调节参数, 针对过渡流区钝锥体物面热流进行了计算. 计算结果与其他两种桥函数进行了比较, 最后通过 DSMC 方法模拟流场统计物面热流作为验证, 符合的计算结果表明, 本文所提出的调节参数适用于计算过渡流区高马赫数飞行的钝锥体物面热流.

2 Linear 桥函数计算公式

Linear 桥函数是以流动分区的界限为 Knudsen 数的变化区间, 使用线性插值和调节参数进行校正的方法, 计算过渡区域的热流, 其表达式为

$$q_{br} = a \frac{(Kn_{fm} - Kn)q_c + (Kn - Kn_c)q_{fm}}{Kn_{fm} - Kn_c}, \quad (1)$$

其中 q_{br} 表示过渡流区的热流, q_c 表示连续流区的热流, q_{fm} 表示自由分子流区的热流, Kn 是所在过渡区的 Knudsen 数, $Kn_c = 0.001$, $Kn_{fm} = 10.0$ 是流动分区的两个分界值^[11]. a 为调节参数, 对端面迎风的圆柱体驻点热流计算取 $a = 1.25$ ^[10], 而针对钝锥体, 根据下文 $H = 70$ km 算例中 DSMC 的驻点及物面热流结果, 拟合取 $a = 0.7$.

* 高校博士点专项科研基金 (批准号: 200899980006), 国家自然科学基金重点研究项目 (批准号: 90916018) 和湖南省自然科学基金 (批准号: 09JJ3109) 资助的课题.

[†] E-mail: 76571686@qq.com

连续流热流计算时, 驻点热流计算使用的计算公式^[12]为

$$q_w = 0.76Pr^{-2/3}(\rho_0\mu_0)^{1/2}\left(\frac{dv}{dx}\right)_0^{1/2}(h_r - h_w), \quad (2)$$

其中下标 0 表示驻点处的值, w 表示物面, h_r 表示参考焓.

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)_0 = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2(p_0 - p_\infty)}{\rho_0}},$$

其中 R 为钝锥体的球头半径. 锥面热流计算公式为

$$q_w = 0.332\rho_e v_e Pr^{-2/3}(Re_s)^{-1/2}(h_r - h_w) \times \left(\frac{\rho_e \mu_e v_e r^{1.25} s}{\int_0^s \rho_e \mu_e v_e r^{1.25} ds}\right)^{1/2}, \quad (3)$$

其中下标 e 表示边界层外缘的值, s 表示从驻点到计算点沿物面的长度, Re_s 表示该点的雷诺数.

自由分子流区热流计算的计算公式^[3]为

$$\frac{2\beta_\infty^3 Q}{\rho_\infty} = a_c \frac{1-\varepsilon}{2\sqrt{\pi}} \left(\left[s^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} - \frac{1}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{T_w}{T_\infty} \right] \times \left[e^{(-s^2 \sin^2 \theta)} + \sqrt{\pi} s \sin \theta \left\{ 1 + \operatorname{erf}(s \sin \theta) \right\} - \frac{1}{2} e^{(-s^2 \sin^2 \theta)} \right] \right), \quad (4)$$

其中 a_c 是热调节系数, ε 是镜面反射分子分数, γ 是比热比, erf 是误差函数, s 是速度比, 表达式为 $s = V_\infty \beta_\infty$, $\beta_\infty = 1/\sqrt{2RT_\infty}$. 误差函数的表达式为

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (5)$$

作为比较的 Matting 桥函数^[10]和 Nomura 桥函数^[10]为

$$q_{br} = q_c \left(1 - e^{-q_{fm}/q_c} \right), \quad (\text{Matting}), \quad (6)$$

$$q_{br} = \frac{q_c + (Kn/c)^2 q_{fm}}{1 + (Kn/c)^2}, \quad (\text{Nomura}), \quad (7)$$

其中 Nomura 取 $Kn^2 = \frac{V_\infty \mu_\infty}{a_\infty^2 \rho_\infty R} = \left(\frac{M_\infty}{\sqrt{Re_\infty}} \right)^2$, $c = 3$, 若 R 取为计算点的轴向半径则称为改进 Nomura 桥函数.

3 DSMC 方法

由于传统的基于求解偏微分方程组的方法无法求解获得自由分子流区和连续流区间的再入流场, 因此在 20 世纪 60 年代初, Bird^[5] 提出了 DSMC 方法用以解决这一问题. Wagner^[7] 严格证明了 DSMC 仿真事实上在消除离散误差和统计误差后能够提供 Boltzmann 方程的解. 针对近平衡无限阶的 Chapman-Enskog 和非平衡力矩层方法^[8,9], 高精度的 DSMC 模拟也被证明与 Boltzmann 方程的解相当符合. 而更多无法获得解析解的复杂流场, 通过与实验数据和分子动力学模拟的比较, 也证明了 DSMC 方法的计算结果的正确性^[5].

本文为验证桥函数的正确性, 对不同的飞行状态进行了 DSMC 验证计算. 本文针对在不同的飞行状态下, 球头半径 50 mm, 半锥角 8.2, 总长 2.0 m 的单球锥外形进行计算, 计算网格如图 1 所示, 飞行状态如表 1 所示.

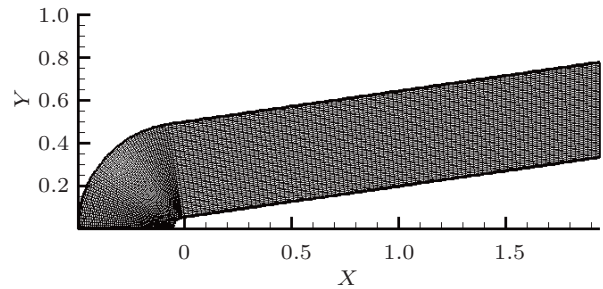


图 1 钝锥体的计算网格

表 1 不同的飞行状态

H/km	70	80	120
Ma	24.9	26.5	19.5

为确保 DSMC 计算结果的正确性, 仿真分子的数目在计算机计算能力范围内尽可能的多. 碰撞网格与统计网格为同一套, 网格尺度为分子自由程的分数, 以确保分子间碰撞的正确性. 当最大和最小密度相差过大时, 使用整体固定时间步长的计算效率会很差, 因此采用可变时间步长, 并确保在一个时间步长内仿真分子不会穿过两个网格. 分子间碰撞采用硬球模型, 壁面反射采用完全镜面反射.

图 2 与图 3 分别是高度为 70 km 时流场的温度等值线云图和马赫数等值线云图. 由图可见, 在这个高度, 稀薄效应还不明显, 激波结构仍很清晰.

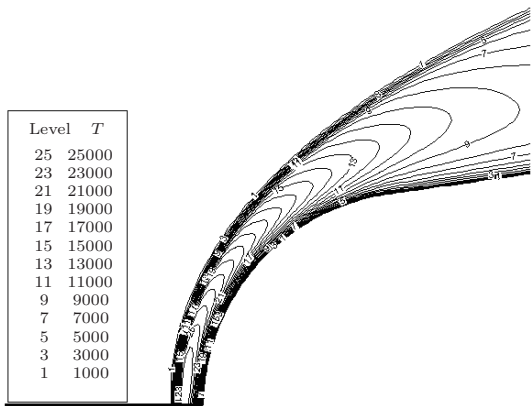


图2 钝锥体对称面流场温度等值线云图 ($H = 70$ km)

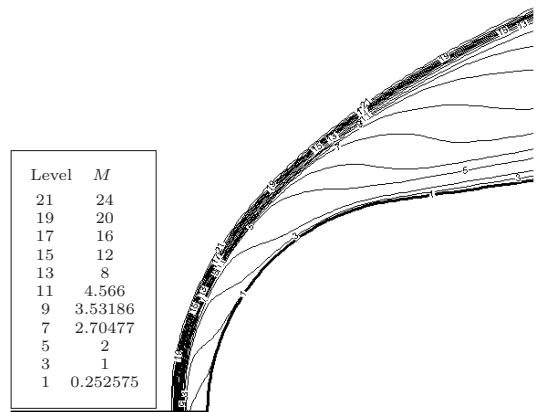


图3 钝锥体对称面流场马赫数等值线云图 ($H = 70$ km)

4 不同桥函数计算结果与 DSMC 验证

表 2 为 DSMC 方法对不同飞行状态的驻点热流计算结果与各种桥函数计算结果的比较. 由表可见, 在不同的计算高度, Linear 桥

函数与 DSMC 计算结果很符合, 最大误差不超过 3%; Matting 桥函数计算结果在 80 km 和 120 km 处误差也较小, 但在 70 km 处误差较大; 而 Nomura 桥函数的计算结果就不是很理想.

表 2 驻点处不同桥函数热流结果与 DSMC 方法热流结果比较

H/km	70		80		120	
	热流/(W/m^2)	误差/%	热流/(W/m^2)	误差/%	热流/(W/m^2)	误差/%
Linear	4832464	1.9	2377669	1.1	4502.039	3.0
Matting	5886300	19.5	2295895	2.4	4430.616	1.3
Nomura	6669030	35.4	3405338	44.8	5712.325	30.7%
DSMC	4926688		2352228		4371.815	

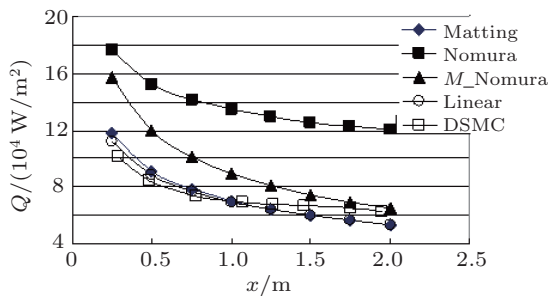


图4 锥面上不同桥函数热流结果与 DSMC 热流结果比较 ($H = 80$ km)

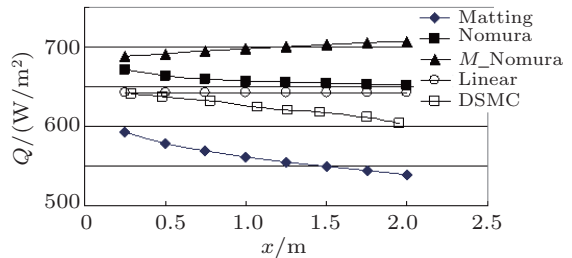


图5 锥面上不同桥函数热流结果与 DSMC 热流结果比较 ($H = 120$ km)

图 4 与图 5 则分别给出了 $H = 80$ km 和 $H = 120$ km 时锥面上的热流比较. 由图可见, Linear 桥函数和 Matting 桥函数的计算结果都比较接近 DSMC 的计算结果, 在高度为 80 km 时相差都不超过 15%; 高度为 120 km 时, Matting 桥函数的最大误差是 11%, 而 Linear 桥函数为 6%. Nomura 桥函数和改进 Nomura 桥函数的计算结果相对于 DSMC 方法误差则比较大. Matting 桥函数, Nomura 桥函数和改进 Nomura 桥函数的比较结果, 与文献 [4] 的结论相一致.

5 结论

由于过渡区域流动的物理现象的复杂性和流动控制方程的非线性, 航天飞行器设计所需要的气动加热特性目前主要由工程计算方法得到. 本文使用计算过渡流区热流的 Linear 桥函数方法, 针对钝锥体的外形, 确定适合的调节参数, 在不同飞行状态下进行工程估算, 与其他形式的桥函数计算结果进行比较, 并通过 DSMC 方法对计算结果的正确性进行了验证. 在驻点处, Linear 桥函数与 DSMC 计算结果很符合, 最大误差不超过 3%;

Matting 桥函数计算结果在 80 km 和 120 km 处误差也较小,但在 70 km 处误差较大;而 Nomura 桥函数的计算结果就不是很理想.而在锥面上,Linear 桥函数和 Matting 桥函数的计算结果都比较接近 DSMC 的计算结果,在高度为 80 km 时相差都不超过 15%;高度为 120 km 时,Matting 桥函数的最大

误差是 11%,而 Linear 桥函数为 6%.Nomura 桥函数和改进 Nomura 桥函数的计算结果相对于 DSMC 方法误差则比较大.结果表明本文提出的调节参数适用于钝锥体外形,使得 Linear 桥函数在过渡流区能比较准确地计算钝锥体物面热流,可为飞行器初步设计提供一定的参考依据.

-
- [1] Rong Y S, Liu W Q 2010 *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica* **31** 1552 (in Chinese) [戎宜生, 刘伟强 2010 航空学报 **31** 1552]
- [2] Ji X L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 064207 (in Chinese) [季小玲 2011 物理学报 **60** 064207]
- [3] Esmael A, Nouar C 2008 *Physical Review E* **77** 057302
- [4] Swaminathan P K, Erlandson R E, Meng C I, Rault D F, Didier F G, Taylor J C 1996 *Journal of Spacecraft and Rockets* **33** 607
- [5] Bird G A 1994 *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows* (Oxford: Clarendon Press) p57
- [6] Chen W F, Li Z, Long W H 2006 *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica* **27** 365 (in Chinese) [陈伟芳, 李壮, 龙万花 2006 航空学报 **27** 365]
- [7] Wagner W 1992 *Journal of Statistical Physics* **66** 1011
- [8] Gallis M A, Torczynski J R, Rader D J 2004 *Physical Review E* **69** 1
- [9] Gallis M A, Torczynski J R, Rader D J, Tij M, Santos A 2006 *Physics of Fluids* **18** 1
- [10] Rong Y S, Chen W F, Shi Y Z, Liu W Q 2008 *Journal of National University of Defense Technology* **30** 6 (in Chinese). [戎宜生, 陈伟芳, 石于中, 刘伟强 2008 国防科技大学学报 **30** 6]
- [11] Chen X 1996 *Kinetics and Its Application on Heat Transfer and Flow Research* (Beijing: Tsinghua University Press) p89 (in Chinese) [陈熙 1996 动力论及其在传热与流动研究中的应用 (北京: 清华大学出版社) 第 89 页]
- [12] Qu Z H, Liu W, Zeng M, Liu J 1999 *Hypersonic Aerodynamics* (Changsha: National University of Defense Technology Press) p48 (in Chinese) [瞿章华, 刘伟, 曾明, 柳军 1999 高超声速空气动力学 (长沙: 国防科技大学出版社) 第 48 页]

Research on accommodation parameter of linear bridging relation for blunt cone in transitional regime*

Rong Yi-Sheng[†] Liu Wei-Qiang

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 12 April 2011; revised manuscript received 20 June 2011)

Abstract

Due to the complex flow in the transitional regime and the nonlinearity of the flow control functions, when a launch vehicle is designed, the aerodynamic heating is predicted mainly by engineering method. The accommodation parameter of linear bridging relation which is used to calculate the heat flux in transitional regime is fixed to fit the blunt cone which is widely used. The results of the bridging relation are validated by using the DSMC method. The validation shows that the accommodation parameter suited for the blunt cone and ensuring the linear bridging relation may be used to calculate the heat flux of blunt cone in a transitional regime.

Keywords: blunt cone in transitional regime, bridging relation, DSMC method, accommodation parameter

PACS: 05.70.-a

* Project supported by the Doctoral Fund of Ministry of Education of China (Grant No. 200899980006), the State Key Program of National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90916018), and the Nature Science Foundation of Hunan Province (Grant No. 09JJ3109).

[†] E-mail: 76571686@qq.com