

相对论电子束在动态加载等离子体中的自聚焦传输*

苏东[†] 唐昌建

(四川大学高能密度物理及技术教育部重点实验室, 成都 610064)

(2011年3月23日收到; 2011年5月18日收到修改稿)

为了进一步研究相对论电子束-离子通道辐射实验和理论的需要, 研究了相对论电子束入射中性气体以及通过碰撞电离动态加载等离子体实现对高能束流的自聚焦传输过程 PIC (particle in cell) 模拟发现, 电子束电离出的离子背景能够实现对电子束的聚焦传输. 但是离子背景横向和纵向的不均匀性对束流的传输特性有显著影响. 在此基础上, 提出了电子束在横向不均匀离子背景中传输的理论模型, 给出了束流的自聚焦条件. 数值计算结果表明, 横向不均匀性会导致电子束的混合相位传输, 使得焦点附近内层电子可能跑到电子束外而被散焦损失, 这与 PIC 模拟的结果相符. 此外, PIC 模拟还发现, 由于电子束的自聚焦, 在焦点处将电离出更多的离子而引起纵向不均匀性, 纵向不均匀性使得碰撞后的低能电子被俘获, 俘获电子效应会大幅降低电子束的传输效率. 但是俘获电子在纵向呈准周期分布, 对传输电子起到静电 Wiggler 场的作用, 可能实现静电 Wiggler 场的动态加载. 研究结果对于进一步研究电子束-等离子体系统的实验以及理论模型提出有一定的参考价值.

关键词: 相对论电子束, 离子通道, 自聚焦, PIC 模拟

PACS: 25.65.Rr, 52.38.Hb, 52.40.Mj, 42.65.Jx

1 引言

上个世纪 50 年代, Bohm^[1] 和 Akhiezer^[2] 提出了基于等离子体作为慢波系统 (slow wave structure, SWS) 的思想, 但是由于当时技术条件的限制而停滞下来后来随着相对论电子束激励的微波器件的发展, 等离子体填充微波源重新受到人们的重视, 与此同时, 非相对论电子束激励的等离子体填充的微波管的研究工作也取得了令人瞩目的进展, 这方面的成就主要有俄罗斯电工研究所研制的等离子体耦合腔行波管, 其效率比同参数真空器件 (17%) 大幅度提高, 达 40%, 输出功率和带宽也得到显著提高^[3]. 另外 Hughes 实验室研制的新型高功率微波源——等离子体填充返波振荡器 (PASOTRON), 这一新型微波源在 0.5 MW 工作时效率达到 50%, 工作于超过 1 MW 时效率也在 30% 以上^[4]. 近年来, 等离子体填充的微波器件中束流不稳定性相关理论工作依然是国内外研究的热点问题^[5-12], 如文献 [6] 和 [10] 研究了离子通道中的切连科夫 (Cherenkov) 辐射, 文献 [8] 用动力学理

论 (kinetic theory) 研究了离子通道中的电磁不稳定性问题, 文献 [9] 给出了近轴下相对论电子束-离子通道系统的色散关系. 此外, 等离子体中强流束物理的研究也十分活跃, 低发散度的相对论电子束在等离子体中的传播可以持续被离子聚焦, 这对于等离子体透镜^[13]、等离子体尾场加速器^[14]以及拍波加速器^[15,16]等方面的研究工作都极具吸引力. 上述领域都涉及到带电粒子束在等离子体中的传输问题, 因此, 研究相对论电子束在等离子体中聚焦和输运特性, 对于新型微波源以及加速器的研究都是具有重要意义的^[17].

在上述的两个成功应用等离子体聚焦的例子中, 带电粒子束的脉冲长度都在几十上百微秒, 可以通过填充低气压 (10^{-5} — 10^{-4} Torr, 1 Torr = 1.33322×10^2 Pa) 气体在几个微秒内完全电离背景气体而实现离子背景的动态加载, 进而实现对电子束的有效聚焦传输, 由于填充气压较低, 可以实现完全电离而形成较均匀的离子背景. 然而对于相对论电子束, 其典型的脉宽为 10—100 ns, 虽然可以通过填充小分子量的氢气通过质子辅助电

* 科技部重大专项项目 (批准号:2009GB105003) 资助的课题.

[†] E-mail: su.dong.phys@gmail.com; tchangjian@scu.edu.cn

离来实现对短脉冲的传输. 然而在 PASOTRON 的研究中发现通过填充大分子量的氙气, 能够有效的抑制软管不稳定性, 从而提高工作效率使输出功率比填充氦气时提高近一个数量级^[18]. 因此为了进一步研究相对论电子束离子聚焦 (IFR) 辐射的需要. 研究相对论电子束在大分子量高压气体形成的等离子体中的传输特性是很有必要的. 此外, 本室自 2006 年来一直从事相对论电子束的离子聚焦与辐射的相关工作^[6-8,10,12], 本文也是为进一步的实验和理论模型的建立提供参考.

由于电子束与气体碰撞电离形成等离子体以及实现离子对电子束的聚焦是一个复杂的非线性过程, 再加上填充较高气压的气体, 因此相对论电子束在其中动态加载等离子体以及其传输特性又具有新的特点. 研究结果对于进一步研究电子束—等离子体系统的实验和理论模型的建立提供参考.

2 电子束在动态加载等离子体中的传输

实验发现, 当电子束通过背景气体传输时, 碰撞电离产生的二次低能电子被排除, 而正离子留在束内, 从而使电子束的空间电荷部分被中和, 电子束在自磁场和部分中和的空间电荷场作用下可带来净的聚焦或箍缩. 本文首先使用粒子模拟程序 OOPIC Pro 2.0.0 对电子束在动态加载的等离子体中的传输过程进行详细的研究, OOPIC Pro 是以 XOOPIK 为物理内核, 于 1995 年由加州大学伯克利分校的等离子体理论与模拟组 (PTSG) 开发的粒子模拟程序, 1998, Tech-X 公司与 PTSG 合作改进了 XOOPIK 物理内核, 并加入可视化平台, 形成现在的 2.5 维的粒子模拟程序.

设柱形均匀实心电子束, 平行射入填充氙气的密封管中, 在管的末端设置与入射束半径相同的窗口为收集极, 其余边界均为理想导体. 采用蒙特卡罗算法模拟电离过程结合电磁算法 (解完整

的 Maxwell 方程) 求解电子束运动方程, 此外为了研究电子束的传输特性, 对高频场做了衰减. 所选系统参数及模拟参数如表 1 所示 (无特殊说明有关参数均取表 1 所给值), 其中系统参数根据即将进行的实验为基准, 模拟参数根据数值稳定性条件——Courant 条件: $\omega_p \Delta t < 0.25$, $v \Delta t / \Delta z < 1$ (粒子每个时间步长所走过的距离不能超过空间步长) 确定.

模拟的主要结果如图 1 所示. 其中图 1(a) 为图 1(c) 所对应的离子背景密度的空间分布, 从该图可看出, 离子背景存在两种不均匀性, 即横向和纵向的不均匀性, 横不均匀性为离子背景沿横向在束边沿衰减到零. 由于离子背景是通过碰撞电离动态形成的, 纵向不均匀性主要表现为沿纵向的衰减以及在焦点处离子密度出现极大值, 前者的影响随着电离过程的进行而减弱, 后者却会随着电子束进一步聚焦而更加明显 (图 1(b) 所示). 图 1(c) 中电子束聚焦形成第一个焦点之后散焦, 主体打到侧壁上而损失掉, 此时收集极电流很小. 随着电离的进行, 离子通道逐渐建立起来 (如图 1(b)), 对应的电子束的空间分布如图 1(d) 所示, 电子束在第一个焦点聚焦后分成两支不同频率振荡的束, 称之为混合相位传输. 其中一支以较大的振幅振荡而部分损失, 另一支聚焦形成第二个焦点后发散, 且第一焦点左移. 随着气体电离的进行, 中和效应增强, 电子束进一步被聚焦, 如图 1(e) 所示, 尽管存在大振幅的振荡, 但电子束主体能通过离子通道打到收集极, 此时收集极电流达到最大值 (约为 106 A). 从该图可以看到电子束混合相位更加明显, 其中一支直接打到侧壁上而损失掉, 另一支以较大的振幅振荡, 第三支以较小的振幅正当, 第四支聚焦后保持较小半径传输. 另外在第一焦点处可以看到沿径向分布的电子群, 这部分电子群纵向速度和离子相当 (图 1(g)), 基本不动. 这是由于焦点电子密度极高, 因而在该处电离出更多的离子 (图 1(a), (b)) 而形成势阱, 碰撞后的低能电子被势阱所俘获 (图 1(g)), 这就是第二种纵向不均匀性的表现. 此外, 俘获电子会在横向振荡进而电离出更多离子,

表 1 模拟系统参量以及模拟主要参数

电流	加速电压	电子束半径	填充气压	波导长度	波导半径	时间步长	z 向网格大小	r 向网格大小	Particle		
I/A	V/kV	r_b/cm	/Torr	z/cm	r/cm	$\Delta t/s$	$\Delta z/cm$	$\Delta r/cm$	$\omega_p \Delta t$	$\frac{v_{z0} \Delta t}{\Delta z}$	weight
150	530	0.15	0.2	15	0.2	2×10^{-13}	0.05	0.025	0.0114	0.1045	3×10^6

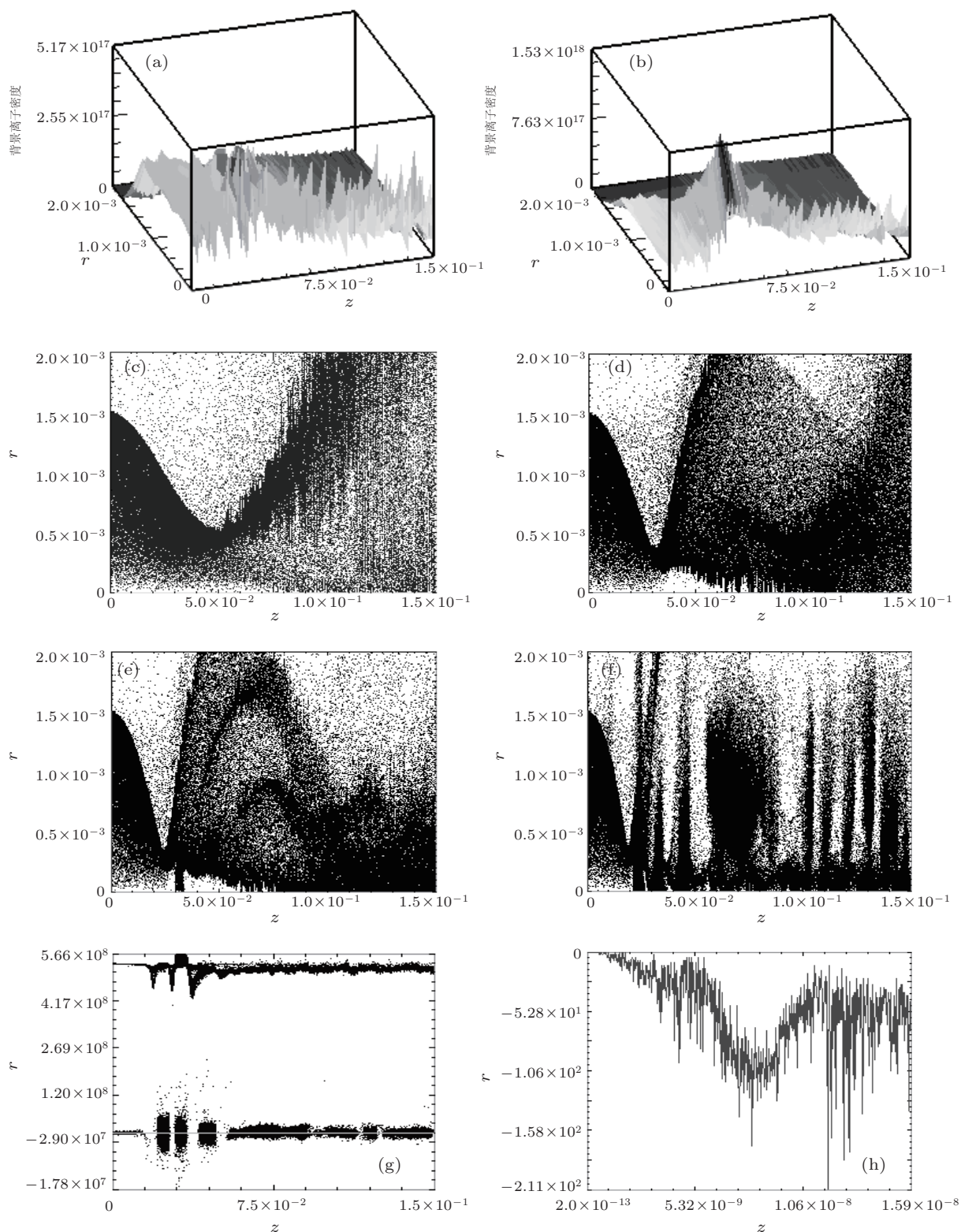


图 1 电子束在氩气中传输的 PIC 模拟 (a), (b) 分别为 5 ns, 7 ns 时离子密度的分布; (c), (d), (e), (f) 分别为电子束在 5 ns, 7 ns, 9 ns, 14 ns 的空间分布; (g) 为电子束在 14 ns 的纵向速度分布, 其中 $u_z = \gamma v_z$; (h) 为收集极电流的时间演化过程

使得俘获能力也增强. 模拟中我们观测到, 模拟中, 俘获电子随焦点的形成而增加, 俘获电子会降低俘获处的离子对电子束的中和, 使电子束在该处约束变差. 随着碰撞电离的进行, 离子通道建立起来,

图 1(f) 可以看到在第一个焦点之后一部分电子被散焦直接打到侧壁上而损失, 另外一部分电子被聚焦到很小的半径 (图 1(f) 所示小于 $2.5 \times 10^{-4} \text{ m}$) 振荡传输, 此时在各个焦点处均出现了大量的俘获电

子(图 1(g)), 由于俘获电子对中和效应的降低, 电子传输效率大幅降低, 有效传输的电流最终稳定在 53 A 左右(图 1(h)), 这与文献 [20] 的实验结果相符. 进一步增加模拟时间发现随着碰撞电离的进行, 俘获电子会越来越多, 致使电子束传输更加困难, 最终导致电子束在第一焦点后被散焦而不能有效传输. 此外, 从图 1(f) 中可以看到, 俘获电子沿纵向呈准周期分布, 这部分电子和对应的离子形成了准周期性的电场, 模拟中观测到该电场对传输电子纵向速度进行周期性调制, 这可能实现静电 Wiggler 的动态加载.

上述 PIC 模拟中发现, 尽管使用的是均匀电子束, 由于电子束处于部分中和, 离子会受到电子束的吸引而向轴聚集, 这种运动大于离子的热运动, 会导致离子背景沿径向分布的不均匀性为了更好的理解横向不均匀性的影响, 提出下列模型加以研究: 1) 入射电子束为均匀实心电子束, 发射度为零; 2) 碰撞电离已结束, 二次低能电子被排开, 在束的传输轨道上留下相对静止的离子群, 且其分布为 $n_i = n_{i0} \exp(-kr^2/r_{b0}^2)$; 4) 假设电子束始终保持为层流束且在包络线内电子沿横向均匀分布, 在上述模型中电荷分布在圆柱坐标系下为

$$\rho = en_{b0} \left(N(r) - \frac{r_{b0}^2}{r_e^2} \right), \quad 0 \leq r \leq r_e, \quad (1)$$

$$\rho = en_{b0} N(r), \quad r > r_e, \quad (2)$$

其中, e 为电子电荷绝对值, n_{b0} 为电子束密度, $N(r) = f_0 \exp(-kr^2/r_{b0}^2)$ 为中和因子, $f_0 = n_{i0}/n_{b0}$ 为轴线上的中和因子, n_{i0} 为离子轴线上密度, k 为离子背景不均匀性的度量 (k 越大越不均匀), r_{b0} 为电子束初始半径, r_e 为电子束包络线半径. (1) 式右边第二项为电子束由于聚焦对其密度的影响. 由高斯定理和安培环路定理结合相对论运动方程可得电子横向运动方程为

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dz} &= \frac{v_r}{v_{z0}}, \\ \frac{dv_r}{dz} &= - \frac{\omega_p^2 r_{b0}^2 r}{2v_{z0} r_e^2 (\gamma^3 \frac{v_r^2}{c^2} + \gamma)} \\ &\times \left(\frac{f_0 r_e^2}{kr^2} \left(1 - \exp\left(-k \frac{r^2}{r_{b0}^2}\right) \right) - \frac{1}{\gamma_0^2} \right), \\ &0 \leq r \leq r_e, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{dr}{dz} = \frac{v_r}{v_{z0}},$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_r}{dz} &= - \frac{\omega_p^2 r_{b0}^2}{2v_{z0} r (\gamma^3 \frac{v_r^2}{c^2} + \gamma)} \\ &\times \left(\frac{f_0}{k} \left(1 - \exp\left(-k \frac{r^2}{r_{b0}^2}\right) \right) - \frac{1}{\gamma_0^2} \right), \\ &r > r_e, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\omega_p^2 = e^2 n_{b0} / m \epsilon_0$ 为电子等离子体频率, m 为电子质量, c 为真空中光速, v_{z0} 为电子 z 向初始速度, 对于相对论电子束 v_{z0} 很大, 上述运动方程中忽略了其变化, $\gamma = (1 - (v_{z0}^2 + v_r^2)/c^2)^{-1/2}$ 为洛伦兹因子, $\gamma_0 = (1 - v_{z0}^2/c^2)^{-1/2}$. 方程组 (3), (4) 分别为电子在束包络内外的运动方程. 方程 (3) 取 $r = r_e$ 即为电子束包络方程. 当 $dv_{r_e}/dz > 0$ 时, 电子束散焦, 而当 $dv_{r_e}/dz \leq 0$ 电子束聚焦, 在 $dv_{r_e}/dz = 0$ 时有 $r = r_e = r_{b0}$, $v_{r_e} = 0$, 由此可得

$$f_0 > \frac{k}{\gamma_0^2 (1 - \exp(-k))}. \quad (5)$$

此为电子束在径向不均匀离子背景中传输的自聚焦条件, 当离子背景为均匀分布时, 即 $\lim_{k \rightarrow 0} (1 - \exp(-k))/k = 1$, 方程 (5) 式可化为著名的 Budker 自聚焦条件 $f_0 \geq 1/\gamma^2$. 由 (5) 式可以看出, 由于离子背景径向的不均匀性, 要达使电子束聚焦传输, 要求中和因子比 Budker 自聚焦条件高. 此外, 由于离子背景沿径向的不均匀性, 不同横向位置的中和程度不同, 因而横向振荡的频率也会随横向位置的变化而变化, 从而导致了传输过程中电子以不同的频率振荡传输, 即混合相位传输.

在进行数值求解时, 先解出最外层电子(包络)的半径, 再带入内层电子的运动方程, 即可得到不同层电子的运动情况, 当电子的半径超出最外层电子的半径时, 其运动规律用方程组 (4) 描述. 数值计算的有关参量取与模拟相同的参数(见表 1). 图 2 为中和因子 $f_0 = 0.5$ 时, $k = 0.0001$ 以及 $k = 1$ 时层流电子束在背景等离子体中的运动情况, 由 (5) 式可知它们均满足聚焦条件. 当 $k = 0.0001$ 时(图 2(a)), 离子背景基本上均匀, 电子束保持其层流特性在离子背景中振荡传输, 这与文献 [19] 的结论一致. 而当 $k = 1$ 离子背景沿径向迅速衰减, 在束边界处降为 $\exp(-1)$, 电子束的传输情况如图 2(b) 所示, 由图看出在第二个焦点之前, 电子束保持层流特性, 由于离子背景径向的不均匀性, 不同横向位置的电子所受中和程度不同, 导致了不同层电子以不同的频率震荡, 即出现混合相位

传输. 此外, 由于理论中离子背景沿径向按高斯分布, 内层电子比外层电子先聚焦, 导致在焦点附近内层电子运动到包络线之外, 这部分电子将会受到整个电子束的空间电荷力的排斥而以较大的振幅振荡, 可能打到壁上而损失掉, 这一点与 PIC 模拟结果相符.

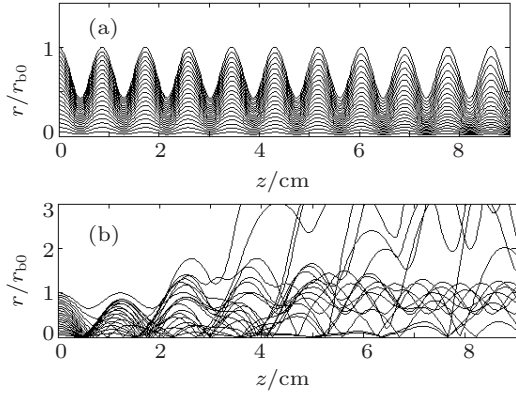


图2 不同均匀程度下实心层流电子束的传输

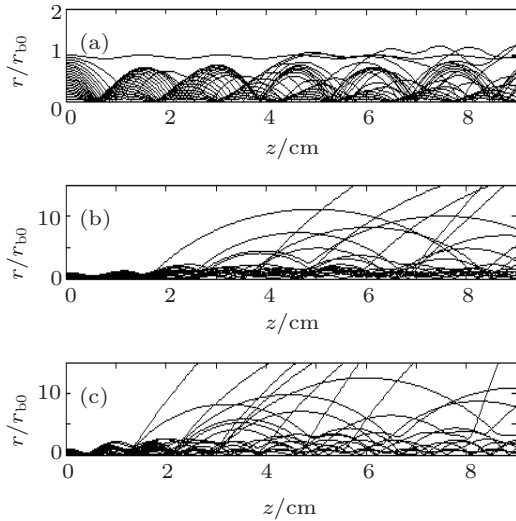


图3 不同中和因子下实心层流电子束的传输

图3为 $k = 1$ 时, 不同中和因子下层流电子束在背景等离子体中的传输特性. 由(5)式可知, 对于所选参数, 要求中和因子 $f_0 > 0.3812$. 图3(a)中 $f_0 = 0.4$, 很接近该条件, 该图可以看出, 电子束以混合相位的方式传输, 但保持了很好的束型, 只有少部分电子逃逸到包络之外. 图3(b),(c)可以看出随着中和因子的增加, 在焦点处部分电子出现较大振幅的振荡, 且中和因子越高, 这种大振幅就越严重越靠前且损失电子越多, 这是因为 f_0 越大电

子束会被聚焦到越小的半径, 焦点处的电子密度过大, 使得空间电荷力增强, 再加上离子背景径向的不均匀性导致的相位的混合使得内层电子在焦点处被散焦而损失掉.

3 结论

本文研究了相对论电子束在中性气体中通过碰撞电离形成离子背景, 以及电子束在其中的自聚焦传输特性. 目前的研究发现, 在无外加引导磁场下, 可通过离子背景来实现对相对论电子束的聚焦传输, 且电子束能被聚焦到很小的半径. 由于相对论电子束的脉冲长度较短, 为了实现对电子束的有效传输, 需要填充较高气压的气体, 因此传输过程又具有一下特点:

1. 为了实现对相对论电子束的有效传输, 需要填充较高气压的气体, 这就导致了在动态加载的离子背景具有横向和纵向的不均匀性.

2. PIC 模拟发现横向不均匀性是由于电子束部分中和, 离子被吸引而向轴向聚集产生的. 在该模拟基础上我们提出了电子束在横向不均匀离子背景中传输的理论模型, 在该模型中给出了电子束的自聚焦条件, 数值计算结果表明横向不均匀性会导致电子束的混合相位传输. 由于聚焦不同步, 在焦点附近内层电子可能被散焦而损失, 这与 PIC 模拟的结果相符.

3. 纵向不均匀性主要是由于电子束被严重聚焦, 导致在焦点处电离出的离子密度过高, 使得碰撞后的低能电子在该处被俘获. 俘获电子会使该处离子的中和效应降低, 使得电子束在该处的约束变差, 从而使得电子束的传输效率大幅降低. 但是另一方面, 俘获电子在纵向呈准周期分布, 可起到静电 Wiggler 的作用, 可能实现静电 wiggler 的动态加载.

进一步的研究表明, 可通过外加较小磁场, 来限制低能电子和离子的运动, 从而有效地抑制离子背景横向不均匀性带来的混合相位以及纵向不均匀性导致的电子俘获, 可使电子束型和传输效率得到大幅度提高. 当然本文也存在不足之处, 如理论模型过于简单, 且仅考虑了横向的不均匀性. 但研究结果对进一步实验以及理论模型的建立还是有一定的参考价值.

- [1] Bohm D, Gross E P 1949 *Phys. Rev.* **15** 1864
- [2] Achiezer A J, Fainberg Y B 1950 *Doklady AN USSR* **73**(1) 555
- [3] Zavjalov M A, Mitin L A, Perevodchikov V I, Tskhai V I, Shapiro A L 1994 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **22** 600
- [4] Goebel D M 1999 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **27** 800
- [5] Rouhani M H, Maraghechi 2006 *Phys. Plasmas* **13** 083101
- [6] Wang B, Tang C J, Liu P K 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5953 (in Chinese)[王斌, 唐昌建, 刘濮鲲 2006 物理学报 **55** 5953]
- [7] Su D, Tang C J, Liu P K 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2802 (in Chinese)[苏东, 唐昌建, 刘濮鲲 2007 物理学报 **56** 2802]
- [8] Su D, Tang C J 2009 *Phys. Plasmas* **16** 053101
- [9] Mirzanejhad S, Sohbatazadeh Ghasemi F M, Sedaghat Z, Mahdian Z 2010 *Phys. Plasma* **17** 053106
- [10] Wang Z Y, Tang C J 2010 *Phys. Plasmas* **17** 083114
- [11] Bret A, Gremillet L, Dieckmann M E 2010 *Phys. Plasmas* **17** 120501
- [12] Su D, Tang C J 2011 *Phys. Plasmas* **18** 023104
- [13] Ng J S T, Chen P, Baldis H, Bolton P, Cline D, Craddock W, Crawford C, Decker F J, Field C, Fukui Y, Kumar V, Iverson R, King F, Kirby R E, Nakajima K, Noble R, Ogata A, Raimondi P, Walz D, Weidemann A W 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 244801
- [14] Barov N, Rosenzweig J B, Conde M E, Gai W, Power J G 2000 *Phys. Rev. Special Topics Accel. Beams* **3** 011301
- [15] Amiranoff, Bernard D, Cros B, Jacquet F, Matthieussent G, Mine P, Mora P, Morillo J, Moulin F 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 5220
- [16] Lindberg R R, Charman A E, Wurtele J S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 5
- [17] Song F L, Zhang Y H, Xiang F, Chang A B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1807 (in Chinese) [宋法伦, 张永辉, 向飞, 常安碧 2008 物理学报 **57** 1807]
- [18] Goebel D M, Ponti E S, Feicht J R, Watkins R M 1996 *Intense Microwave Pulses IV* **69** 2843
- [19] Zhou H F, Tang C J 2008 *High Power Laser and Particle Beams* **20** 147 (in Chinese)[周华芳, 唐昌建 2008 强激光与粒子束 **20** 147]
- [20] Barker R J 刘国志, 周传明 (译) 2005 *High-power Microwave Sources and Technologies*, First edition(Beijing: Tsinghua University Press)p256, 258 (in Chinese)[刘国志, 周传明译 2005 高功率微波源与技术第一版(北京: 清华大学出版社) 第 256,258 页]

Self-focus and transmission of relativistic electron beam in a dynamically loaded plasma*

Su Dong[†] Tang Chang-Jian

(The Key Laboratory of High Energy Density Physics and Technology, Ministry of Education, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

(Received 23 March 2011; revised manuscript received 18 May 2011)

Abstract

In order to further study the radiation of the relativistic electron beam-ion channel experimentally and theoretically, the propagation of a relativistic electron beam in neutral gas and its self-focusing process are investigated. Particle in cell (PIC) simulation shows that the electron beam can self-focus and transmit the dynamically loaded plasma through impact ionization. The transverse and the longitude inhomogeneities of the ion background have significant effects on the transport properties of the electron beam. Base on these researches, a model of transmission of electron beam in a transverse non-uniform ion background is supposed. And the condition of self-focus is given. The numerical results show that the transverse inhomogeneity will lead to the mixed phase transmission of the electron beam, and the inner electrons can defocus near the focus point, which is consistent with the PIC simulation. The PIC simulation also shows that due to the self-focusing of the electron beam, there are much more ions to be ionized at the focus point, which will capture the lower-energy electrons after collision, the capture electron effect will significantly reduce the efficiency of the transmission of the electron beam. But the distribution of the captured electrons in the longitude direction is quasi-periodic, which acts as the electrostatic Wiggler field. These may achieve the dynamical loading of the electrostatic Wiggler field. These results give new clues to the further study of electron beam-plasma system in experiment and the establishment of theoretical models.

Keywords: relativistic electron beam, ion channel, self-focus, PIC simulation

PACS: 25.65.Rr, 52.38.Hb, 52.40.Mj, 42.65.Jx

* Project supported by the National Science and Technology Major Project of the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2009GB105003).

[†] E-mail: su.dong.phys@gmail.com;tchangjian@scu.edu.cn