

噪声诱导的二维复时空系统的同步研究*

都琳[†] 徐伟 许勇 王亮

(西北工业大学理学院应用数学系, 西安 710072)

(2011年9月18日收到; 2011年11月18日收到修改稿)

研究了一类噪声诱导的二维复时空系统的同步问题. 首先讨论了二维复 Ginzburg-Landau(CGL) 方程随时间和空间变化的时空混沌特性; 其次, 研究了时空噪声驱动下 CGL 系统的同步问题. 理论上利用线性稳定性分析, 得到了常数激励下 CGL 系统达到稳定态的临界强度; 结合噪声的随机性和非零均值特性, 揭示了噪声诱导同步的机理; 并从理论上和数值上分别给出了达到同步所需要的控制参数和噪声强度满足的条件, 实现了两个非耦合 CGL 系统的完全同步. 结果表明, 数值模拟和理论分析有很好的一致性.

关键词: 同步, 时空噪声, 时空混沌, 复 Ginzburg-Landau 方程

PACS: 05.45.Xt, 05.90.+m

1 引言

混沌同步作为非线性科学领域的热点研究课题, 经过二十多年的发展, 从理论到应用已经进行了广泛的研究. 各种同步方法, 包括完全同步、广义同步、相同步、延迟同步等, 已经发展到比较成熟的阶段, 并广泛应用于物理、生物、化学、信息科学和保密通信等领域^[1-11]. 然而自然界中大量存在的实际系统, 其状态都是随时间和空间而变化的. 由于其不同空间格点会产生具有较强关联性的混沌序列, 并且表现出各种丰富的时空混沌现象, 因此对于时空混沌系统同步行为的研究具有实际的应用价值^[3-7]. 同时, 时空动力系统由于受到不确定因素的干扰, 外部或内在随机噪声的影响不可避免. 一方面, 噪声会破坏系统的动力学行为, 使系统呈现更不稳定、更复杂的时空斑图现象; 另一方面, 噪声有可能消除系统对初始条件的敏感性, 将系统轨道驱动到非混沌区域, 进而实现混沌的控制与同步. 近年来, 作为随机动力学和控制与同步的交叉方向, 探究噪声诱导的非线性系统的控制和同步引起了相关学者的兴趣^[7-11].

噪声诱导的同步指在随机信号的干扰下, 不同初始条件的两个混沌系统的同步现象. 要实现两系统的同步, 一种情况是在噪声的作用下, 两系统轨道均被控制到相同的稳定点或周期态, 此时系统的最大 Lyapunov 指数由正变负, 两系统达到同步状态. 另一种情况是噪声将系统的混沌轨道驱动到另一条混沌轨道上, 此时条件 Lyapunov 指数为负, 两系统的状态完全一致, 从而达到同步状态. 已有的研究主要针对由常微分方程描述的非线性系统, 而对于由偏微分方程描述的时空动力系统, 特别是高维复时空系统, 噪声诱导同步的研究非常少见.

本文主要研究了一类噪声诱导的二维复时空动力系统的同步问题. 文章第二部分展示了二维复 Ginzburg-Landau 时空系统在一定的参数条件下呈现的时空混沌现象; 第三部分发现在具有复指数函数形式的时空噪声激励下, 不同初始条件的两个非耦合系统经过暂态过程后, 达到完全同步的现象; 为了从理论上分析噪声诱导时空混沌同步的机理, 第四部分研究了常数激励下确定性时空系统的动力学特性. 基于线性稳定性分析, 结合噪声的非零均值特性, 理论上给出了实现同步的条件. 最后, 仿

* 国家自然科学基金(批准号: 11172233, 10902085, 10972181)、西北工业大学基础研究基金、翱翔之星和博士论文创新基金资助的课题.

[†] E-mail: lindu@nwpu.edu.cn

真模拟也得到了实现同步的控制强度和噪声强度满足的范围. 数值和理论结果相一致, 进一步说明由于噪声的随机性和非零均值特性, 使两个时空混沌系统均收敛到相同的轨道, 进而达到完全同步状态.

2 二维复 Ginzburg-Laudau 系统的时空混沌特性

本文的研究对象为二维复 Ginzburg-Laudau (CGL) 系统, 其一般表达式为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon u - (\gamma + i\alpha) |u|^2 u + (\mu + i\beta) \nabla^2 u, \quad (1)$$

其中 $u(\mathbf{x}, t) = u_r(\mathbf{x}, t) + iu_i(\mathbf{x}, t)$ 是以时间 $t > 0$ 和空间 $\mathbf{x} \in R^2$ 为自变量的复时空系统的状态变

量; $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ 为拉普拉斯算子; $\varepsilon, \gamma, \mu, \alpha$ 和 β 为系统实参数. 作为研究对流问题、化学反应的湍流、非平衡系统的相位迁移等时空结构的重要的方程, CGL 系统的动力学行为极其丰富, 多年来在力学、物理、化学、光学等领域得到了广泛深入的研究. 已有的研究表明^[12-15], 在周期边界条件下, 方程存在如下形式的行波解:

$u(\mathbf{x}, t) = |u| e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)}$, 其中 \mathbf{k} 为波向量, ω 为频率. 对于标准的 CGL 方程 $\varepsilon = \gamma = \mu = 1$, 当系统参数满足 $1 + \alpha\beta < 0$ 时, 周期行波解的稳定性被破坏, 系统进入相湍流和缺陷湍流等复杂的时空混沌状态^[15,16].

为了描述 CGL 方程中的时空混沌现象, 我们利用有限元差分方法将偏微分方程离散化, 得到系统状态的实部和虚部满足的递推关系式. 选取系统参数为 $\varepsilon = \gamma = \mu = 1, \alpha = -4.0, \beta = 2.0$, 方程满足尺寸为 $L = 40\pi$ 的周期边界条件, 即 $u(x, y, t) = u(x + L, y, t)$, $u(x, y, t) = u(x, y + L, t)$. 数值计算时, 划分二维空间 $\Omega = [0, L] \times [0, L]$ 为 64×64 个网格, 则每一时刻每个网格点由前一时刻临近的五个格点耦合而成, 并且实部和虚部之间也相互关联. 为了满足数值差分格式的收敛性和稳定性, 选取足够小的时间步长为 $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$. 给定实部 $u_r(\mathbf{x}, 0)$ 和虚部 $u_i(\mathbf{x}, 0)$ 的初始条件为强度 $D = 0.01$ 和 $D = 0.02$ 的 Gauss 白噪声, 经过一段时间的瞬态过程后, 图 1 给出了 CGL 方程的系统状态 (实部 u_r , 虚部 u_i 和振幅 $|u|$) 在 $t = 6$ s 和 $t = 10$ s 的空间斑图结构.

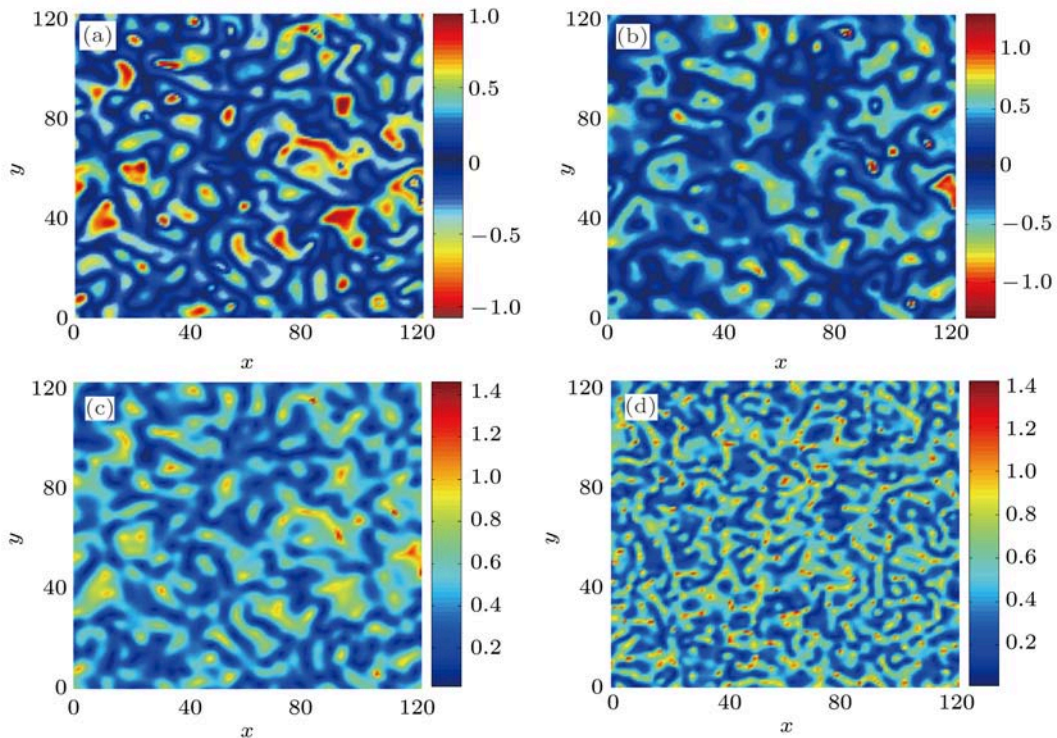


图 1 二维 CGL 系统 (1) 在某一时刻的空间斑图结构 (a) 实部 u_r ($t = 6$ s); (b) 虚部 u_i ($t = 6$ s); (c) 振幅 $|u|$ ($t = 6$ s); (d) 振幅 $|u|$ ($t = 10$ s)

由图 1 可以看出, 系统状态在不同时刻呈现不规则的二维斑图结构. 随着时间演化, 同一格处点的状态也不断变化, 系统行为在空间呈现随机图样. 为了更好地描述整个系统随时间和空间的演变过程, 我们选定空间坐标为 $(20L/64, 50L/64)$ 处的网格点, 其振幅 $|u| = \sqrt{u_r^2 + u_i^2}$ 随时间的演变过程和相轨图如图 2 所示. 由于空间各网格点相互耦合, 该系统其他格点均呈现类似的混沌运动状态. 此时时空系统的最大 Lyapunov 指数为 $0.4979 > 0$, 表明选定参数下系统处于时空混沌运动状态.

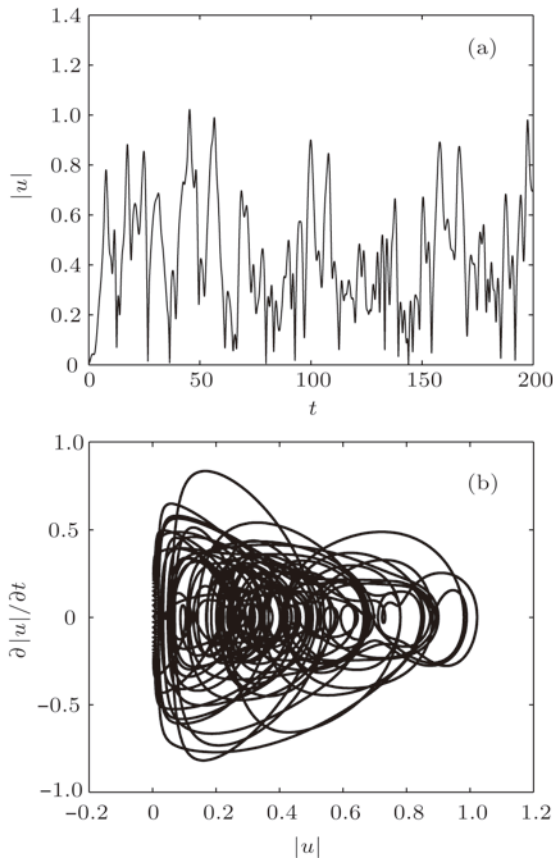


图 2 二维 CGL 系统振幅 (1) 在 $(20L/64, 50L/64)$ 处的 (a) 时间历程图和 (b) 相轨图

3 二维时空混沌的同步

在保密通信领域, 通信双方利用混沌信号达到信息传输. 然而在实际应用过程中, 由于噪声对信道的干扰, 使得很多时空混沌的同步都受到影响. 为了研究噪声诱导下时空系统的同步问题, 我们对两个时空混沌系统施加与噪声相关的激励, 观察两个受控系统能否到达完全同步状态, 即两个系统的每个空间点都具有相同的稳定点或混沌轨道. 本

文主要讨论具有复指数函数形式的噪声激励下两个非耦合的二维 CGL 系统, 其表示形式如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \varepsilon u - (\gamma + i\alpha) |u|^2 u \\ &\quad + (\mu + i\beta) \nabla^2 u + f e^{iD\xi(t)}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= \varepsilon v - (\gamma + i\alpha) |v|^2 v \\ &\quad + (\mu + i\beta) \nabla^2 v + f e^{iD\xi(t)}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $u = u_r + iu_i, v = v_r + iv_i$. 两个系统具有相同的系统参数和周期尺寸: $\varepsilon = \gamma = \mu = 1, \alpha = -4.0, \beta = 2.0, L = 40\pi$. 初始条件选定为具有不同种子的随机数, 即 $u(x, y, 0) \neq v(x, y, 0)$. 经过 $t = 10$ s 的暂态过程后, 对两系统在时间和空间上同时施加复指数噪声 $f e^{iD\xi(t)} = f \cos(D\xi(t)) + i f \sin(D\xi(t))$, 其中 $\xi(t) \sim N(0, 1)$ 为标准 Gauss 白噪声, f 为控制强度, D 为噪声强度.

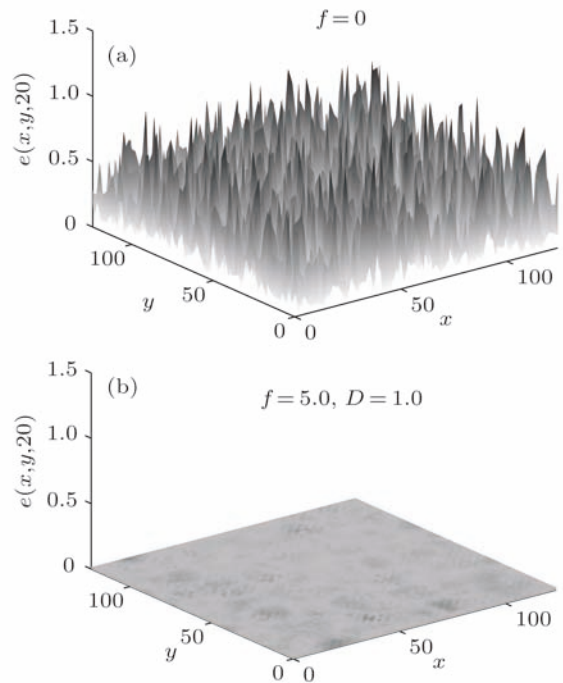


图 3 $t = 20$ s 时, 两受控 CGL 系统 (2) 误差 $e(x, y)$ 的空间状态 (a) $f = 0$; (b) $f = 5.0, D = 1.0$

当控制力 $f = 0$ 时, 由于时空混沌系统对初值的极端敏感特性, 随着时间的演化, 两个非耦合系统之间的差别越来越大, 所呈现的时空混沌状态是完全不同的. 为了定量研究两个系统的误差状态, 首先定义误差变量为

$$e(x, y, t) = |u(x, y, t) - v(x, y, t)|. \quad (3)$$

图 3(a) 给出了 $t = 20$ s 时, 两系统的误差变量 $e(x, y)$

在空间 Ω 上的状态. 数值结果表明, 未加控制时, 系统误差在 0 到 1.5 范围内波动, 两系统状态完全不同; 当控制强度增加为 $f = 5.0$, 噪声强度为 $D = 1.0$ 时, 两个系统的状态误差如图 3(b) 所示, 表明两系统在该时刻状态变量完全一致. 此时, 空间位置为 $(20L/64, 50L/64)$ 处的振幅和状态误差随时间的变化过程由图 4 所示.

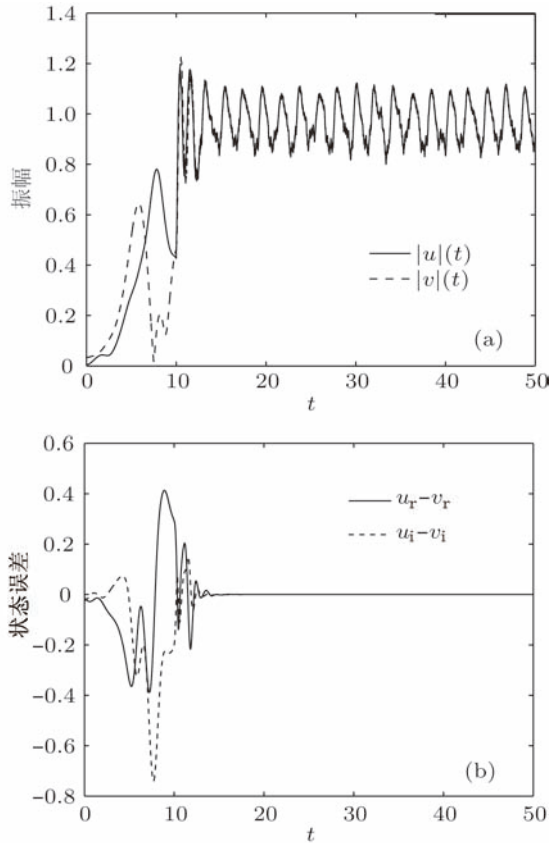


图 4 施加 $f = 5.0, D = 1.0$ 的控制后, $20L/64, 50L/64$ 处的振幅和状态误差的时间历程

上述结果表明, 在噪声的激励下, 两个时空系统仍处在混沌状态, 但其状态误差在空间上均收敛到零. 为了描述两系统在空间上的误差随时间的变化情况, 定义空间上的平均误差:

$$e_s(t) = \sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |u(i, j, t) - v(i, j, t)|^2}, \quad (4)$$

其中 $N = 64$ 为空间划分的网格数. 由上式可以看出, 空间平均误差是时间的函数. 图 5 给出了不同控制强度和噪声强度下, 两系统的空间平均误差 $e_s(t)$ 随时间的演化过程. 从图中可以看出, 未加控制时 ($f = 0$), 两时空系统的空间平均误差经过瞬态过程稳定在 0.35 附近, 表明两系统没有达到同步状态. 在 $t = 10$ s 后施加参数为 $f = 5.0, D = 1.0$

的噪声控制后, 两非耦合时空系统的误差经过 5 s 左右迅速降到零, 表明两时空混沌系统实现完全同步. 但是若增加噪声强度 ($f = 5.0, D = 3.0$) 或减少控制强度 ($f = 1.0, D = 1.0$), 空间误差又变为非零状态, 表明此时两时空系统仍未达到同步.

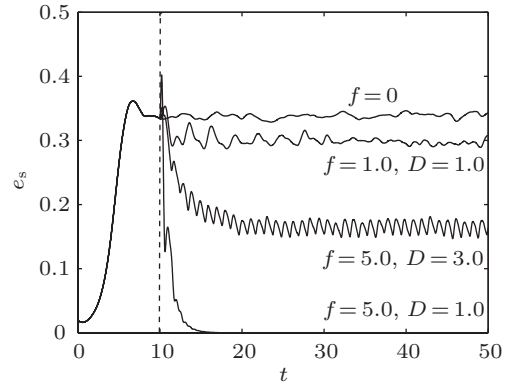


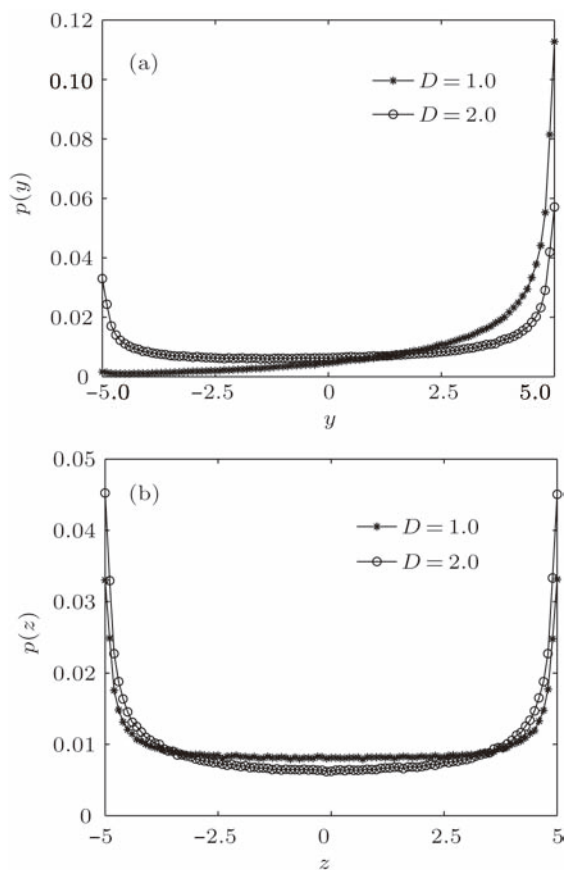
图 5 两受控 CGL 系统 (2) 的空间平均误差 $e_s(t)$ 随时间的变化过程

4 同步机理分析

基于上述研究结果, 我们得到如下结论: 当噪声的控制强度和噪声强度满足一定条件时, 两个受噪声诱导的 CGL 时空混沌系统才能达到完全同步. 为了确定两时空系统达到同步的参数范围, 本节将从理论上研究其同步机理. 首先对噪声的统计特性进行研究. 对系统施加的噪声项为 $f e^{iD\xi(t)} = f \cos(D\xi(t)) + i f \sin(D\xi(t))$, 令 $y = f \cos(D\xi(t))$, $z = f \sin(D\xi(t))$, 则实部和虚部为具有三角函数形式的有界噪声, 即 $y, z \in [-1, 1]$, 且均值满足:

$$\begin{aligned} E(y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f \cos(Dx) p(x) dx \\ &= f \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(Dx) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \\ &= f e^{-\frac{1}{2}D^2}, \quad (5) \\ E(z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f \sin(Dx) p(x) dx \\ &= f \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(Dx) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \\ &= 0. \end{aligned}$$

选定 $n = 1000000$ 个样本点, 并取 $f = 5.0$, 噪声实部和虚部的概率密度函数由图 6 所示.


 图6 $f = 5.0$ 时, 噪声的实部 (a) 和虚部 (b) 的概率密度函数

由图6可见, 噪声强度对虚部的概率密度影响不大, 但实部的统计特性是完全不同的. 当噪声强度 D 较小, 噪声项 $f \cos(D\xi)$ 主要趋近于 $f = 5.0$, 并且具有非零均值. 随着噪声强度 D 的增大, 噪声项 $f \cos(D\xi)$ 的随机性越来越明显, 均值趋向于零.

对于具有非零均值的噪声驱动的时空动力系统, 直接进行理论分析是不可行的. 于是我们进而考虑受常数激励的确定性 CGL 系统, 其表示形式如下:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon u - (\gamma + i\alpha) |u|^2 u + (\mu + i\beta) \nabla^2 u + F, \quad (6)$$

其中 $u = u_r + iu_i$, F 为实数. 该方程为受迫 CGL 系统, 已有的研究表明^[7,17], 当耗散项的

强度 F 足够大时, 时空混沌系统被稳定到平衡状态. 假设方程(6)存在定态解 u_0 , 由于定点 $u_0 = u_0(x, y, t)$ 关于时间和空间为常数, 其微分量满足 $\frac{\partial u_0}{\partial t} = 0, \nabla^2 u_0 = 0$, 此时 u_0 满足方程:

$$\varepsilon u_0 - (\gamma + i\alpha) |u_0|^2 u_0 + F = 0, \quad (7)$$

其中 $u_0 = u_{0r} + iu_{0i}$. 取 $\varepsilon = \gamma = \mu = 1, \alpha = -4.0, \beta = 2.0$, 对于不同强度的常数激励 F , 求解复方程(7), 可以得到 u_0 的实部 u_{0r} 和虚部 u_{0i} 的数值解.

为了研究定态解 u_0 的稳定性, 首先将方程(8)的实部和虚部展开得:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_r}{\partial t} = \varepsilon u_r - \gamma(u_r^2 + u_i^2)u_r + \alpha(u_r^2 + u_i^2)u_i \\ \quad + \mu \nabla^2 u_r - \beta \nabla^2 u_i + F, \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} = \varepsilon u_i - \gamma(u_r^2 + u_i^2)u_i - \alpha(u_r^2 + u_i^2)u_r \\ \quad + \mu \nabla^2 u_i + \beta \nabla^2 u_r. \end{cases} \quad (8)$$

令 $f_1 = \varepsilon u_r - \gamma(u_r^2 + u_i^2)u_r + \alpha(u_r^2 + u_i^2)u_i + F$, $f_2 = \varepsilon u_i - \gamma(u_r^2 + u_i^2)u_i - \alpha(u_r^2 + u_i^2)u_r$. 对定态解做微扰, 即 $u_r = u_{0r} + \zeta_r$, 和 $u_i = u_{0i} + \zeta_i$, 代入(8)式, 并对 f_1, f_2 在 (u_{0r}, u_{0i}) 点做泰勒展开. 去掉高阶项, 可得线性微扰方程:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \zeta_r}{\partial t} \\ \frac{\partial \zeta_i}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_r} & \frac{\partial f_1}{\partial u_i} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_r} & \frac{\partial f_2}{\partial u_i} \end{pmatrix}_{(u_{0r}, u_{0i})} \begin{pmatrix} \zeta_r \\ \zeta_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu \nabla^2 u_r - \beta \nabla^2 u_i \\ \mu \nabla^2 u_i + \beta \nabla^2 u_r \end{pmatrix}. \quad (9)$$

假设方程(9)存在如下形式的解^[18]:

$$\begin{aligned} \zeta_r &= \hat{\zeta}_r(k) \exp(\lambda t + ikx + iky), \\ \zeta_i &= \hat{\zeta}_i(k) \exp(\lambda t + ikx + iky), \end{aligned} \quad (10)$$

其中 λ 为特征值, $(\hat{\zeta}_r(k), \hat{\zeta}_i(k))^T$ 为特征向量, k 为行波解的波数. 给定同样的参数值, 则微扰方程的特征值满足:

$$\begin{vmatrix} 1 - u_i^2 - 3u_r^2 - 8u_r u_i - 2k^2 - \lambda & -4u_r^2 - 12u_i^2 - 2u_r u_i + 4k^2 \\ 4u_i^2 - 2u_r u_i + 12u_r^2 - 4k^2 & 8u_r u_i - u_r^2 - 3u_i^2 + 1 - 2k^2 - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (11)$$

根据线性稳定性理论, 当且仅当 $\text{Re}(\lambda) < 0$ 时, 定点 u_0 是稳定的. 将 (7) 式计算的 u_{0r}, u_{0i} 的带入 (11) 式, 得到特征值实部 $\text{Re}(\lambda(k))$ 随着波数 k 的变化关系如图 7(a) 所示. 从图中可以看出, 当 $F = 0.5$ 时, $\text{Re}(\lambda(0)) > 0$, 此时方程的解 (8) 成指数发散, 系统处于不稳定的时空混沌态. 当 $F = 2.5$ 时, $\text{Re}(\lambda) \leq 0$, 特别当 $F = 5.0$ 时, 对于不同的波数 k , 均满足 $\text{Re}(\lambda) < 0$, 表明方程的解收敛到平衡点, 系统被控制到稳定状态上. 定义 $\text{Re}(\lambda)_{\max} = \max_{k \in [-\infty, +\infty]} (\text{Re}(\lambda))$, 图 7(b) 给出了不同控制力 F 下, $\text{Re}(\lambda)_{\max}$ 的变化曲线. 研究结果表明, 当激励强度 $F > 2.5$ 时, 受迫时空混沌系统 (6) 被控制到稳定点. 本质上, 时空混沌的控制和同步是相关的, 如果两个时空混沌系统均被控制到相同的稳定点或周期轨道, 则这两个系统也能够达到同步状态. 因此, 受常数力控制的时空混沌系统达到同步状态的阈值为 $F_0 = 2.5$.

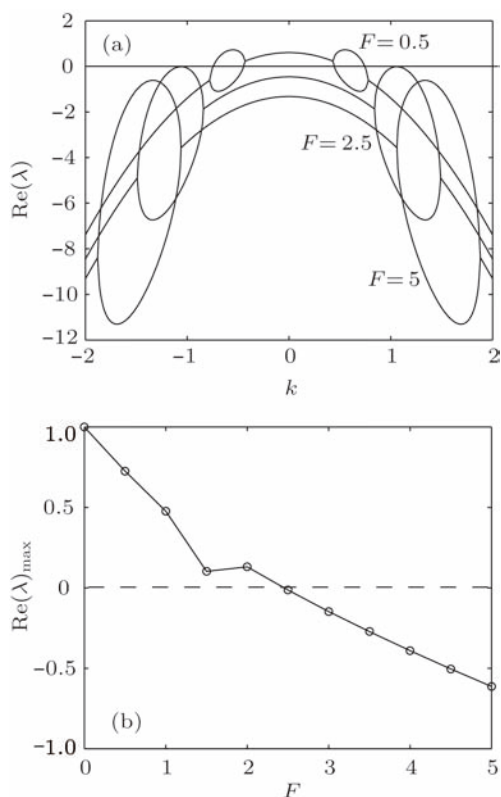


图 7 (a) 特征值的实部 $\text{Re}(\lambda)$ 与波数 k 的关系; (b) 最大特征值 $\max(\text{Re}(\lambda))$ 随强度 F 的变化关系

结合上节的数值结果, 我们发现当 $f = 1.0, D = 1.0$ 和 $f = 5.0, D = 3.0$ 时, 由 (5) 式计算的噪声均值分别为 0.6065 和 0.0555 $< F_0$, 此时两系统不能同步. 而当 $f = 5.0, D = 1.0$ 时, 噪声均

值 $E(f \cos(D\xi)) = 3.0327 > F_0$, 两系统达到同步状态. 基于此, 我们认为对时空混沌系统的同步起主要作用的是外激噪声项 $f \cos(D\xi(t))$. 由于该噪声的非零均值特性, 消除了系统对初始条件的敏感性, 将系统的时空轨道驱动到相同的时空混沌态, 此时两系统达到完全同步状态.

5 控制强度与噪声强度的影响

通过对确定性时空系统进行线性稳定性分析, 本文给出了受常数耗散项激励的 CGL 系统实现同步的条件, 即 $F > F_0 = 2.5$. 同时由于噪声具有的非零均值特性, 噪声均值也应在受迫 CGL 系统 (6) 的同步范围内, 即理论上 f 和 D 应满足:

$$E(f \cos(D\xi)) = f \cdot e^{-\frac{1}{2}D^2} > F_0 = 2.5. \quad (12)$$

取 $f \in [0, 5], D \in [0, 2]$, 图 8(a) 给出了噪声激励下 CGL 系统达到同步的理论范围, 即白色区域表示能够达到同步, 灰色区域为不可同步的范围. 另一方面, 首先定义时空平均误差为

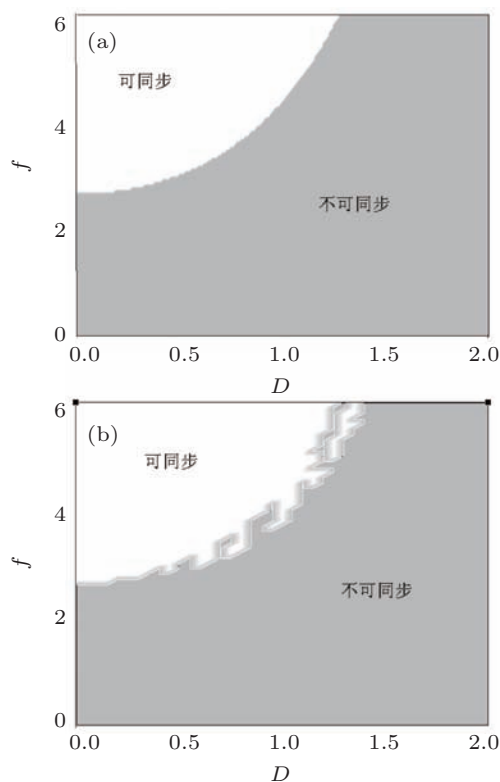


图 8 噪声诱导时空同步的理论 (a) 和数值 (b) 参数范围

$$\varepsilon = \frac{1}{TL^2} \int_{\tau}^{t+T} dt \int_{0 \leq x, y \leq L} |u(x, y, t) - v(x, y, t)| dx dy, \quad (13)$$

其中 $L = 40\pi$, $T = 10$ s, $\tau = 20$ s. 假设当 $\varepsilon < 10^{-3}$ 时, 系统达到同步状态. 则数值模拟得到的控制强度和噪声强度满足的可同步范围由图 8(b) 中的白色区域表示. 理论和数值结果相比较, 达到同步的参数范围几乎一致, 进一步验证了我们对于噪声诱导同步的机理分析, 即当噪声的均值非零时, 相当于对系统施加一定强度的耗散激励, 使系统轨道收敛到稳定吸引子附近. 同时由于两系统受到同一时空噪声的驱动, 空间每一点均呈现相同的混沌运动状态, 即达到时空系统的完全同步.

6 结论

以二维 CGL 方程为研究对象, 通过对系统同

时施加时空噪声激励, 实现了两个非耦合时空混沌系统的完全同步. 数值模拟结果表明, 在一定的控制强度和噪声强度范围内, 噪声诱导的两系统在空间每一点均呈现相同的混沌状态, 空间平均误差经过瞬态过程后趋向于零. 理论上通过对常数激励的 CGL 系统的线性稳定性分析, 结合具有指数形式的噪声具有的随机性和非零均值特性, 揭示了噪声诱导同步的机理, 并给出了实现同步的参数范围. 结果表明控制强度要足够大以保证噪声的耗散性, 同时噪声强度要尽量小以保证噪声的非零均值特性. 当同步条件满足时, 两系统能被驱动到相同的混沌态, 即实现时空系统的完全同步. 数值模拟进一步验证了理论分析的合理性. 本文研究的噪声诱导同步的方法主要基于二维时空 CGL 系统的时空动力学特性. 对于其他有类似性质的时空系统, 即如果常数激励能够实现系统的控制或同步, 我们认为具有非零均值的 Gauss 或非 Gauss 噪声仍然能够实现该时空系统的控制或同步. 希望本文的工作对于噪声诱导的同步方法有一定的推动作用.

-
- [1] Hu G, Xiao J H, Zheng Z G 2000 *Chaos Control* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Press) pp78–148 (in Chinese) [胡岗, 萧井华, 郑志刚 2000 混沌控制 (上海: 上海科技教育出版社) 第 78—第 148 页]
- [2] Jia F L, Xu W, Du L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5640 (in Chinese) [贾飞蕾, 徐伟, 都琳 2007 物理学报 **56** 5640]
- [3] Lü L, Li G, Chai Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7517 (in Chinese) [吕翎, 李钢, 柴元 2008 物理学报 **57** 7517]
- [4] Ahlborn A, Parlitz U 2008 *Phys. Rev. E* **77** 016201
- [5] Wang X Y, Zhang N, Ren X L, Zhang Y L 2011 *Chin. Phys. B* **20** 020507
- [6] Hramov A E, Koronovskii A A, Popov P V 2005 *Phys. Rev. E* **72** 037201
- [7] Hramov A E, Koronovskii A A, Popov P V 2008 *Phys. Rev. E* **77** 036215
- [8] Goldobin D S, Pikovsky A 2005 *Phys. Rev. E* **71** 045201(R)
- [9] Hramov A E, Koronovskii A A, Popov P V, Moskalenko O I 2006 *Phys. Lett. A* **354** 423
- [10] Hu A H, Xu Z Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3132 (in Chinese) [胡爱花, 徐振源 2007 物理学报 **56** 3132]
- [11] Moskalenko O L, Koronovskii A A, Hramov A E 2010 *Phys. Lett. A* **374** 2925
- [12] Guo B L, Huang H Y 2003 *Ginzburg-Landau Equation* (Beijing: Science Press) pp121–130 (in Chinese) [郭柏灵, 黄海洋 2002 金兹堡 - 朗道方程 (北京: 科学出版社) 第 121—130 页]
- [13] Aranson I S, Kramer L 2002 *Rev. Modern Phys.* **74** 100
- [14] Du L, Xu W, Li Z, Zhou B 2011 *Phys. Lett. A* **375** 1870
- [15] Bartuccelli M, Constantin P, Doering C R 1990 *Physica D* **44** 421
- [16] Gao J L, Xie L L, Peng J H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5218 (in Chinese) [高继华, 谢玲玲, 彭建华 2009 物理学报 **58** 5218]
- [17] Chate H, Pikovsky A S, Rudzick O 1999 *Physica D* **131** 17
- [18] Ouyang Q 2010 *Introduction of Nonlinear Science and Pattern Dynamics* (Beijing: Beijing University Press) pp140–142 (in Chinese) [欧阳颀 2010 非线性科学与斑图动力学导论 (第二版) (北京: 北京大学出版社) 第 140—142 页]

Noise-induced synchronization of two-dimensional complex spatiotemporal systems*

Du Lin[†] Xu Wei Xu Yong Wang Liang

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(Received 18 September 2011; revised manuscript received 18 November 2011)

Abstract

A type of noise-induced synchronization in two-dimensional (2D) complex spatiotemporal system is studied in this paper. First, we employ a 2D complex Ginzburg-Laudau equation (CGL) to present spatiotemporal chaos. Then the synchronization in the CGL equation driven by spatiotemporal noise is studied. Theoretically, the critical control intensity is obtained by linear stability analysis of a constant forced CGL system. Combining with randomness and non-zero mean of the noise, we reveal the mechanism of synchronization and give the required conditions for control parameters and noise intensity resulting in synchronization theoretically and numerically. A complete synchronization in a pair of uncoupled CGL equations is achieved. A good agreement between the theoretical analyses and the numerical results is obtained.

Keywords: synchronization, noise, spatiotemporal chaos, complex Ginzburg-Laudau equation

PACS: 05.45.Xt, 05.90.+m

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11172233, 10902085, 10972181), the Fundamental Research Fund, Aoxiang Star Plan and the Doctorate Foundation of Northwestern Polytechnical University, China.

[†] E-mail: lindu@nwpu.edu.cn