带有电子 - 双声子相互作用的一维铁磁性介观环的非经典本征态和非经典本征持续电流*

罗质华[1)†] 梁国栋[2)]

1) (广东第二师范学院物理系, 广州 510303)

2) (暨南大学光电工程系, 广州 510632)

(2011 年 6 月 30 日收到; 2011 年 7 月 11 日收到修改稿)

在一维铁磁性织构介观环的基础上, 计及电子 - 双声子相互作用, 介入了三项非经典效应抑制电子 - 单声子相互作用引起的量子涨落效应: 1) 跳步电子 - 单声子相干态关联效应; 2) 由压缩相干态引起的声子压缩态 - 单声子相干态间过程关联效应; 3) 声子位移 - 声子压缩态的表象关联效应. 从结果来看, 电子 - 双声子相互作用明显加强了压缩效应 (增大压缩参量), 而跳步电子 - 单声子相干态关联效应引起本征能量大幅度下降, 持续电流大幅度增加. 特别是介入了声子压缩态 - 单声子相干态间过程关联效应后, 声子压缩参量远大于理想压缩态相应的压缩参量, 有效地抑制了 Debye-Waller(D-W) 效应. 当声子压缩态 - 单声子相干态间过程关联与声子位移重整化效应结合在一起时, 声子场的压缩将更大幅度地增加, D-W 效应 (参量 $w_{\rm ph}$) 将更大幅度地减小, $\tilde{w}_{\rm ph} \ll w_{\rm ph}^{(0)}$, 从而极大幅度地抑制了电子 - 单声子相互作用导致的量子涨落效应. 这样一来, 非经典态本征能量 $\tilde{E}_n$ 极大幅度地下降, $\tilde{E}_n \ll E_n^{(0)}$, 与此同时, 本征持续电流振幅 $\tilde{I}_n$ 则极大幅度地增大, $\tilde{I}_n \gg I_n^{(0)}$.

关键词: 非经典本征态, 持续电流, 电子 - 声子相互作用, 压缩相干态

PACS: 73.23.Ra, 73.23.Ad, 73.23.Hk, 73.60.Nm

1 引 言

20 世纪 80 年代初, Büttiker 等人预言, 当磁通穿过介观尺寸的一维非超导金属环时, 可以存在由于几何相位诱发出的持续电流 ($I_{\rm pc}$)[1]. 此后, 介观环中持续电流的研究在理论上和实验上成了热点和挑战性课题 [2−5], 一系列研究工作相继开展, 其中包括单道环推广到多通道环、超导环、多道无序、磁性杂质环等; 与此同时, 进一步介入了电子关联行为、温度效应、Kondo 效应和非弹性散射效应, 特别是对不同系综平均的差异等做了深层次研究 [6−23]. 中国学者近年来在此领域曾相继做出一系列富有成果的创新工作, 例如耦合金属环的 $I_{\rm pc}$ [24], 嵌入量子点与双量子点 A-B 环的 Kondo 效应 [17−20], 杂质与无序效应、多臂环、自旋极化输运、三维掺杂纳米环、双电子量子点环 [25−32]、经典电磁场的量子噪声与热噪声对 $I_{\rm pc}$ 的影响 [21]、介观高聚物中的 Peierls 畸变 [17] 和介观环的声子相干态和压缩态效应 [23−27] 等. 特别是近年来人们又从理论预言和实验证实了介观环中电子由于自旋 - 轨道相互作用获得诱发平衡持续自旋流 [15,22,23]. 目前的研究已发展到涉足纳米环的持续电流 [28,29] 与现实应用的设想 [14].

尽管对介观环的研究工作在理论和实验上已有一系列成果, 开展的课题领域也十分宽广, 但是, 真正的问题在理论和实验上仍没有解决好, 对我们仍然是一个严峻的挑战. 例如, $I_{\rm pc}$ 测量值大小与方向和理论预期 (数量级 $\sim eE_{\rm c}/\hbar$, $E_{\rm c}$ 为 Thouless 能量) 相差十分大 [33], $I_{\rm pc}$ 电流幅度的测量值比理论预言大 1—2 个数量级, 周期与系综平均的处理结果还很令人困惑不解. 审视目前的研究动向, 至今还没有理论去具体解释这个 “意外大电流量值” 和方向 (也不知道如何去做)[34]. 虽然理论家们现在也在试图提出一个简单的新想法, 期望至少能够

* 国家自然科学基金 (批准号:10574163) 资助的课题.

† E-mail: lo-zh@126.com

 http://wulixb.iphy.ac.cn

解释这种结果, 但是真正涉及本质问题的深入性工作还很少 [33−36]. 然而, 上述这些困惑又是不应回避的. 因此, 近年来人们还在试图努力从金属介观环的 I_{pc} 问题寻求解答 [31,37]. 特别是 Loss 等人在 1990 年提出关于金属介观环的铁磁性织构 (Texture) 模型, 做出了关键性的开创工作 [38,39]. 他们将金属介观环放在一个经典静态的均匀磁场中, 试图例证这一铁磁性织构的持续电流与 Berry 相位的关系. 他们预言, 甚至在通常穿过环的磁场不存在的情况下, 系统仍然会支持平衡持续的自旋和电荷流, 穿过环的磁通只起到绝热参量作用, 而不是电流驱动者.

在本文中, 我们基于 Loss 的介观环铁磁性织构模型, 试图在深层次上研究与电子 - 声子相互作用有关的量子涨落效应. 在铁磁性介观环中, 电子 - 单声子相互作用 $H_{\mathrm{ep}} = \sum_{ql} M_q^{(1)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}\left(b_q + b_{-q}^{+}\right)c_l^{+}c_l$($b_q$, c_l 分别为声子和电子算符, x_l 为格位 l 坐标, $M_q^{(1)}$ 为相应的互作用耦合强度参量) 是客观存在的, 我们从量子光学理念知道, 电子 - 单声子相互作用将会使介观环的声子演化成单声子相干态. 因此, 电子波绕介观环运动将会发生电子 - 相干 (态) 声子弹性散射 (相干参量 $f_q^{(0)} = M_q^{(0)}/\hbar\tilde{\omega}_q$), 从而破坏电子绕环运动保持相位相干; 与此同时, 由于温度 $T \neq 0$, 声子场热噪声涨落效应随温度上升而增加, 也加剧破坏电子绕环运动保持相位相干的几率. 这两个效应结合在一起, 导致持续电流振幅 $I_{\mathrm{pc}}^{(0)}$ 伴随 D-W 效应特征量 $w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$ 呈严重指数衰减, $I_{\mathrm{pc}}^{(0)} \rightarrow e^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}(f_q^{(0)},\langle\tilde{n}_q\rangle)}I_{\mathrm{pc}}^{(0)}$. 例如取平均声子数 $\langle\tilde{n}_q\rangle \sim 1000$, $\left|f_q^{(0)}(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2 \sim 0.001$, $e^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}} \sim 0.368$; 若 $\langle\tilde{n}_q\rangle > 1000$, 衰减更为严重. 因此, 介观环中电子 - 单声子相互作用导致的量子涨落效应对 I_{pc} 的影响是一个极为严重的问题. 至今为止, 这个问题在国内外尚未给予注意, 也未提出有效解决的方法. 在本文中, 依据铁磁性介观环中极化子态的存在, 由于极化子 - 单声子相互作用的结果引起电子 - 双声子相互作用, 而电子 - 双声子相互作用有助于加强声子场的压缩效应, 所以本文在 Hamiltonian 中计入电子 - 双声子相互作用项. 为了抑制电子 - 单声子相互作用导致的严重量子涨落效应, 我们介入了三个非经典关联效应: 1) 跳步电子 - 单声子相干态关联效应; 2) 声子压缩态 - 单声子相干态间过程相干 (关联) 效应; 3) 关联表象导致的声子位移 - 声子压缩态表象间的表象关联效应, 即声子相干参量重整化修正. 为了计及电子 - 自旋轨道耦合效应, 我们采用绝热近似修正方法: 将电子自旋与轨道运动脱耦合, 按照量子力学关于绝热近似修正的 Berry 方法, 与自旋有关部分获得一个几何相位, 即当电子自旋 $S[R(t)]$ 绕着加入的磁场作几何性 $R(t)$ 运动时, 由于此时本征态 $|n(t)\rangle$ 随时间发展演化出各种激发态相位, 所以电子自旋 S 随 $R(t)$ 绕磁通一周存在各个激发态的相位叠加. 电子自旋伴随 $R(t)$ 绕磁场一周积累的相位称为自旋 Berry 相位, 它是一个与动力学无关的几何相位. 与 A-B 效应规范磁通 Φ_{em} 一样, 由自旋 Berry 几何相位得到的 Berry 磁通 Φ_{g} 将诱发出平衡持续自旋电流. 此时, 介观环总磁通 Φ 为

$$\Phi = \Phi_{\mathrm{em}} + \Phi_0\Phi_{\mathrm{g}},$$

其中, Φ_{em} 为通常电磁意义的磁通, $\Phi_0 = hc/e$ 为量子磁通.

2 磁振子相干态和声子相干态

2.1 电子 - 磁振子相互作用

为了考虑铁磁性自旋波对铁磁性织构的一维介观环中持续电流的影响, 我们基于电子 - 磁振子相互作用, 对于带有磁通穿过的一维紧束缚介观环, 该织构 (texture) Hamiltonian 可表示成

$$\begin{aligned} H = &\sum_{l=1}^{N}\left[(\varepsilon_0-\mu)\,c_l^{+}c_l - J\left(c_{l+1}^{+}c_l + c_l^{+}c_{l+1}\right)\right] \\ &+ \sum_q \hbar\omega_q a_q^{+}a_q \\ &+ \sum_{q,l} M_q\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}\left(a_q + a_{-q}^{+}\right)c_l^{+}c_l, \end{aligned} \tag{1}$$

此处 $a_q^{+}(a_q)$ 为波矢 q 的磁振子产生 (甄灭) 算符, $c_l^{+}(c_l)$ 为格位 l 的电子产生 (甄灭) 算符, J 表示跳步积分, $\varepsilon_0 = \mu_{\mathrm{B}}B$ 表示在格位能量, μ 代表化学势. (1) 式是基于线性自旋波近似的结果, 其中第 3 项表示电子 - 磁振子相互作用, 并且 $M_{-q} = M_q^{*}$. 为了以后的演算方便, 我们对 (1) 式做如下的正则变换 e^{s}, 其中母函数 s 取为

$$s = \sum_{q,l}\frac{M_q}{\hbar\omega_q}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}\left(a_q - a_{-q}^{+}\right)c_l^{+}c_l, \tag{2}$$

此时, 新 Hamilton 量 $\tilde{H}$ 表示成

$$\tilde{H} = \mathrm{e}^{-s}H\,\mathrm{e}^{s} = \tilde{H}_0 + \tilde{H}_1, \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\tilde{H}_0 =& \sum_l (\varepsilon_0 - \varDelta_0) c_l^+ c_l + \sum_q \hbar\omega_q a_q^+ a_q \\ &+ \sum_{l\neq l'} U(l-l') c_l^+ c_{l'}^+ c_l c_{l'},\end{aligned} \tag{4}$$

$$\tilde{H}_1 = -J \sum_{l,\rho} c_{l+\rho}^+ c_l X_{l+\rho}^+ X_l, \tag{5}$$

其中

$$\varDelta_0 = \sum_q \frac{|M_q|^2}{\hbar\omega_q},$$

$$U(l-l') = -\sum_q \frac{|M_q|^2}{\hbar\omega_q} \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x_l - x_{l'})}, \tag{6}$$

$$X_l = \mathrm{e}^{\sum\limits_q \frac{M_q}{\hbar\omega_q} \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l} (a_q^- a_{-q}^+)}. \tag{7}$$

由于电子 - 磁振子相互作用要比电子 - 声子相互作用弱很多, 因此单磁极化子效应 $U(l-l')$ 项可以不用考虑. 众所周知, 由于电子在跳步运动过程吸收与发射磁振子, $\tilde{H}_1$ 正好反映这一虚过程. 进一步, 对 $\tilde{H}$ 在多自旋波态正交集

$$|\cdots n_q \cdots\rangle = \prod_q \frac{1}{\sqrt{n_q!}} \left(a_q^+\right)^{n_q} |0\rangle, \tag{8}$$

求平均, 可得到电子的有效 Hamilton 量

$$\begin{aligned}H_{\mathrm{em}} =& \sum_{l=1} (\varepsilon_0 - \mu - \varDelta_0) c_l^+ c_l \\ &- J\,\mathrm{e}^{-w_m} \sum_{l,\rho} \left(c_{l+\rho}^+ c_l + c_l^+ c_{l+\rho}\right) \\ &+ \sum_q \hbar\omega_q \langle n_q \rangle,\end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$w_m = \sum_q \left|\frac{M_q}{\hbar\omega_q}\left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\right)\right|^2 \left(\langle n_q\rangle + \frac{1}{2}\right). \tag{10}$$

从这里可以看到, 考虑到电子 - 磁振子相互作用引起的量子涨落效应, 有效电子跳步能 J 由于 D-W 效应修正为 $J\,\mathrm{e}^{-w_m}$, 它说明铁磁性自旋波在介观环中的相干传播过程, 以指数衰减 e^{-w_m} 形式减少电子在介观环运动时保持相位相干的几率, 并因此减小持续电流的振幅.

2.2 电子 - 单声子相互作用, 单声子相干态效应

一般而论, 电子 - 单声子相互作用效应远比电子 - 磁振子相互作用更重要 (当温度高于铁磁性织构的临界温度, 系统则变成 Stoner 激发). 作为对照, 在本节我们重点考虑电子 - 单声子相互作用, 通过审视单声子相干态带来的困扰, 以便进一步寻求更好的解决办法. 基于 2.1 中电子 - 磁振子相互作用结果, 我们相应的 Hamiltonian 修正为

$$\begin{aligned}\tilde{H} =& H_{\mathrm{em}} + \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q \left(b_q^+ b_q + \frac{1}{2}\right) \\ &+ \sum_q M_q^{(1)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l} (b_q + b_{-q}^+) c_l^+ c_l,\end{aligned} \tag{11}$$

(为了简化, 声子波矢 $\tilde{q}$ 以后简化为 q) 在 (11) 式中, $b_q^+ (b_q)$ 表示声子的产生 (甄灭) 算符, $M_q^{(1)}$ 代表电子 - 单声子耦合作用常数, 且 $M_{-q}^{(1)} = M_q^{(1)*}$. 按照量子光学理念, 由于电子 - 单声子相互作用过程, 介观环系统将会演化进入单声子相干态. 考虑到声子位移与跳步电子之间存在非绝热关联, 我们的声子位移正则变换取作如下形式:

$$U_D = \mathrm{e}^{\sum\limits_{ql} f_q \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l} \left(b_q - b_{-q}^+\right) c_l^+ c_l}. \tag{12}$$

Hamilton 量 $\tilde{H}$ 在 U_D 变换下导致

$$\begin{aligned}&U_D^{-1} \tilde{H} U_D \\ =& \sum_l \Big[\varepsilon_0 - \mu - \varDelta_0 - \sum_q (M_q^{(1)} f_q^* + M_q^{(1)*} f_q) \\ &+ \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q |f_q|^2\Big] c_l^+ c_l + \sum_q \hbar\omega_q \langle n_q\rangle \\ &+ \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q \left(b_q^+ b_b + \frac{1}{2}\right) + \sum_{q,l} (M_q^{(1)} - \hbar\tilde{\omega}_q) \\ &\times \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l} (b_q + b_{-q}^+) c_l^+ c_l \\ &- J\,\mathrm{e}^{-w_m} \sum_{l,q} c_{l+\rho}^+ c_l X_{l+\rho}^+ X_l,\end{aligned} \tag{13}$$

$$X_l = \mathrm{e}^{\sum\limits_q f_q \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l} (b_q - b_{-q}^+)}. \tag{14}$$

同样, 我们已略去 l 与 l' 处两个局域极化子的有效相互作用, 即 $-\sum\limits_q M_q^{(1)} f_q^* \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x_l - x_{l'})} c_l^+ c_{l'}^+ c_l c_{l'}$. 基于多声子态 $(\tilde{n}_q)$ 正交集波函数满足

$$\begin{aligned}|\tilde{\varPhi}\rangle =& \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=1}^{N} C_l^+ \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{L}\left(n + \frac{\varPhi}{\varPhi_0}\right) x_l} \\ &\times |0\rangle_{C_l} \otimes |\cdots \tilde{n}_q \cdots\rangle \\ =& |\varPhi_1\rangle \otimes |\cdots \tilde{n}_q \cdots\rangle,\end{aligned} \tag{15}$$

$$|\cdots \tilde{n}_q \cdots\rangle = \prod_q \frac{1}{\sqrt{\tilde{n}_q!}} \left(b_q^+\right)^{\tilde{n}_q} |0\rangle_b, \tag{16}$$

我们得到带有电子 - 单声子相互作用的介观环系统本征能量

$$\begin{aligned}E_n^{(0)} =& (\varepsilon_0 - \mu - \varDelta_0) + \sum_q \hbar\omega_q \langle n_q\rangle \\ &+ \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q \left[\left(\langle \tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\right) + |f_q|^2\right]\end{aligned}$$

$$-\sum_q (M_q^{(1)} f_q^* + M_q^{(1)*} f_q) - 2J\,\mathrm{e}^{-w_m - w_{\mathrm{ph}}} \cos\frac{2\pi}{N}\Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\Big). \quad (17)$$

应用极值方程 $\dfrac{\partial E_n^{(0)}}{\partial f_q^*} = 0$, 我们求得声子相干参量 $f_q^{(1)*}$:

$$f_q^{(1)} = \frac{M_q^{(1)}}{\hbar\tilde{\omega}_q} \Big/ \Big[1 + \frac{2J}{\hbar\tilde{\omega}_q}\mathrm{e}^{-w_m - w_{\mathrm{ph}}^{(0)}} |1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}|^2 \times \Big(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\Big)\cos\frac{2\pi}{N}\Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\Big)\Big], \quad (18)$$

其中相应电子 - 单声子相互作用的 D-W 效应特征量

$$w_{\mathrm{ph}}^{(0)} = \sum_q \Big|f_q^{(0)}(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\Big|^2 \Big(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\Big),$$
$$f_q^{(0)} = \frac{M_q^{(1)}}{\hbar\tilde{\omega}_q}. \quad (19)$$

这样一来, 介入单声子相干态效应, 系统本征能量 (17) 式修正为

$$E_n^{(0)} = (\varepsilon_0 - \mu - \Delta_0 - \Delta_{\mathrm{ph}}) + \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q\Big(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\Big) - 2J\,\mathrm{e}^{-w_m - w_{\mathrm{ph}}^{(0)}} \times \Big[1 + \sum_q \Big|f_q^{(1)}(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\Big|^2 \Big(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\Big)\Big] \times \cos\frac{2\pi}{N}\Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\Big). \quad (20)$$

(这里已略去磁振子能量 $\sum\limits_q \hbar\omega_q\langle n_q\rangle$ 的微小贡献). 从 (20) 式可看到: 由于电子 - 相干 (态) 声子弹性散射的结果, 其引起的 D-W 效应导致极化子能带严重变窄, $J \to J\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$; 与此同时, 由于电子 - 单声子相互作用, 其直接结果引起本征能量下降 $\Delta_{\mathrm{ph}} = \Big|M_q^{(1)}\Big|^2/\hbar\tilde{\omega}_q$. 特别是, 介入相干态效应后, 由于跳步电子 - 单声子相干态关联效应的修正

$$2J\sum_q \Big|f_q^{(1)}(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\Big|^2 \Big(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\Big),$$

导致本征能量较大幅度下降, 从而使持续电流有较大幅度的增加. 此时持续电流

$$I(\Phi, T) = -c\frac{\partial F}{\partial \Phi_{\mathrm{em}}} = \sum_n I_n^{(1)} f(E_n), \quad (21)$$

其中 $f(E_n)$ 为 Fermi 分布函数

$$f(E_n) = 1/\big(\mathrm{e}^{(E_n - \mu)/kT} + 1\big), \quad (22)$$

而

$$I_n^{(1)} = -\frac{2eJ}{N\hbar}\mathrm{e}^{-w_m - w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}\Big[1 + \sum_q \big|f_q^{(1)}(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\big|^2 \times \big(\langle\tilde{n}_q\rangle + 1\big)\Big]\sin\frac{2\pi}{N}\Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\Big). \quad (23)$$

这里得到的 E_n 与 I_n 的结果说明, 由于处于单声子相干态的声子之间相位相干性, 声子场的量子涨落趋于测不准极限, 此时, 跳步电子 - 单声子相干态关联效应导致持续电流 I_n 的较大幅度增加起着主导作用; 而另一方面, 电子 - 单声子相互作用的结果, 又必然引起沿介观环运动的电子受到相干 (态) 声子的强烈弹性散射, 极化子能带宽度呈现由于 D-W 效应导致强烈指数衰减 $J\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$, 因而持续电流振幅发生严重指数衰减, 这是很令人困扰的问题.

3 压缩相干态效应, 电子 - 双声子相互作用

3.1 压缩相干态效应

我们知道, 量子光学中存在两种声子场压缩态, 即理想压缩态

$$|(\phi_q, f_q)\rangle = U_D(f_q)U_S(\phi_q)|0\rangle, \quad (24)$$

与压缩相干态 [40]

$$|[\phi_q, f_q]\rangle = U_S(\phi_q)U_D(f_q)|0\rangle, \quad (25)$$

其中

$$U_D = \mathrm{e}^{\sum\limits_q \left(f_q^* b_q - f_q b_q^+\right)},$$
$$U_S = \mathrm{e}^{\frac{1}{2N_1}\sum\limits_q \phi_q\left(b_q^{+2} - b_q^2\right)}. \quad (26)$$

由于 U_D 与 U_S 不对易, $U_D U_S \neq U_S U_D$, 这两种过程是不等价的. 对于理想压缩态, 只有声子 (b_q) 有压缩, 而声子相干态 (参量 f_q) 无压缩,

$$U_S^{-1}U_D^{-1}b_q U_D U_S = (b_q ch\gamma_q + b_q^+ sh\gamma_q) - f_q, \quad \Big(\gamma_q = \frac{\phi_q}{N_1}\Big), \quad (27)$$

它说明系统处于理想压缩态时, 声子的压缩态与声子相干态过程之间是不相干的 (没有相互关联); 而对于压缩相干态,

$$U_D^{-1}U_S^{-1}b_q U_S U_D = (b_q ch\gamma_q + b_q^+ sh\gamma_q) - (f_q ch\gamma_q + f_q^* sh\gamma_q), \quad (28)$$

在此种过程中, 不但对声子有压缩, 而且对声子相干态也存在压缩效应, 即声子压缩态与声子相干态是存在过程相干. 量子光学已证明, 压缩相干态导致的亚 Poisson 统计行为 (Q_M- 因子), 非经典反聚束效应, 二阶与三阶关联等非经典效应远比理想压缩态大得多. 为了解决电子 - 单声子相互作用导致

介观环系统本征能量的量子起伏, 以及 D-W 效应导致持续电流 I_n 振幅出现严重指数衰减 $\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$ 这一烦恼问题, 我们采用非经典压缩相干态方法. 计及电子 - 双声子相互作用, 系统的 Hamiltonian 写成

$$\begin{aligned}\mathcal{H} =& \sum_{l=1}(\varepsilon_0-\mu-\varDelta_0)\,c_l^+c_l - J\,\mathrm{e}^{-w_m}\sum_{l,\rho}c_{l+\rho}^+c_l\\&+\sum_q\hbar\tilde{\omega}_q\Big(b_q^+b_q+\frac{1}{2}\Big)\\&+\sum_{q,l}M_q^{(1)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}\left(b_q+b_{-q}^+\right)c_l^+c_l\\&+\sum_{q,l}M_q^{(2)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}\left(b_q^2+b_{-q}^{+2}\right)c_l^+c_l.\end{aligned}\tag{29}$$

我们在这里做如下说明. 1996 年, Ivanov 等 [40] 及 Majernikava 和 Koval[41] 曾提出, 当晶格偏离简谐振动, 电子与晶格粒子相互作用势在离开平衡位置邻域的级数展开只计及到三阶, 量子化后就会出现电子 - 双声子相互作用. 但是我们也知道, 基于量子光学理念, 当存在电子 - 单声子相互作用过程, 相互作用系统会演化进入单声子相干态; 与此同时, 由于极化子态的存在 (极化子是一个电子 $\oplus$ 单声子构成复合粒子系统的元激发粒子), 极化子 - 单声子相互作用的直接结果导致电子 - 双声子相互作用过程, 因此相互作用系统也会同时演化进入双声子相干态 (见 Mandel 和 Wolf[42]). 但是, 此时的双声子相干态演化与单声子相干态演化过程是同时相伴发生, 而非独立发生, 它们是相互相干和密切相关的, 因此, 这两个演化过程之间是非绝热关联. 这一相互相干过程的结果导致单声子相干态被压缩 (Mandel 称双光子相干态为压缩相干态)[42]. 因此, 在本文我们采用压缩相干态作为变分波函数处理方案, 才能正确反映这一真实物理图像 [43]. 在关联表象下, 基态变分波函数表示成

$$|\psi\rangle = \tilde{U}|\tilde{\varPhi}\rangle,\tag{30}$$

其中

$$\tilde{U} = \mathrm{e}^{\sum\limits_q\left\{\sum\limits_l f_q\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}(b_q-b_{-q}^+)c_l^+c_l+\frac{1}{2N_1}\phi_q(b_q^{+2}-b_q^2)\right\}},\tag{31}$$

$$|\tilde{\varPhi}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{l=1}^{N}c_l^+\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{L}\left(n+\frac{\varPhi}{\varPhi_0}\right)x_l}|0\rangle_{c_l}\otimes|\cdots\tilde{n}_q\cdots\rangle.\tag{32}$$

考虑压缩相干态图像, 此时相干参量 f_q 存在相干 (过程) 修正, 即

$$\begin{aligned}&U_D^{-1}U_S^{-1}b_qU_SU_D\\&=(b_q ch\gamma_q+b_q^+ sh\gamma_q)-\sum_{l'}\Big(f_q^*\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}qx_{l'}}ch\gamma_q\\&\quad+f_q\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_{l'}}sh\gamma_q\Big)c_{l'}^+c_{l'},\end{aligned}\tag{33}$$

并且注意求和项目 $\sum_l\sum_{l'}(\cdots)$ 要考虑到 $\langle\tilde{\varPhi}|U_D^{-1}U_S^{-1}\mathcal{H}U_SU_D|\tilde{\varPhi}\rangle$ 为实数, 考虑到 $f_q^{*2}=f_q^2=-|f_q|^2$, $M_q^{(1)*}f_q=M_q^{(1)*}f_q^*=-M_q^{(1)}f_q^*=-M_q^{(1)*}f_q$, 经过运算 (虽然繁琐但直接), 我们得到介观环系统的非经典态本征能量为

$$\begin{aligned}E_n =&\langle\tilde{\varPhi}|U_D^{-1}U_S^{-1}\mathcal{H}U_SU_D|\tilde{\varPhi}\rangle\\=&(\varepsilon_0-\mu-\varDelta_0)+\sum_q\hbar\tilde{\omega}_q\Big[\langle\tilde{n}_q\rangle ch^2\gamma_q\\&+(\langle\tilde{n}_q\rangle+1)sh^2\gamma_q+\frac{1}{2}\\&+|f_q|^2(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^2\Big]\\&-\sum_q(M_q^{(1)}f_q^*+M_q^{(1)*}f_q)(ch\gamma_q-sh\gamma_q)\\&+\sum_q\lambda_q^{(2)}[(2\langle\tilde{n}_q\rangle+1)sh\gamma_q ch\gamma_q\\&-|f_q|^2(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^2]\\&-2J\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}}\cos\frac{2\pi}{N}\Big(n+\frac{\varPhi}{\varPhi_0}\Big),\end{aligned}\tag{34}$$

其中电子 - 双声子有效相互作用

$$\lambda_q^{(2)}=\sum_l\Big(M_q^{(2)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}+M_q^{(2)*}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}qx_l}\Big).\tag{35}$$

将 (34) 式 E_n 与 (17) 式 $E_n^{(0)}$ 做比较, 与理想压缩态不同, 压缩相干态除了声子 b_q 有压缩效应以外, 还导致声子压缩态 - 单声子相干态过程之间有相干效应 (f_q 的相干修正), 因此, 相干参量 $|f_q|^2$ 有如下相干效应修正:

$$\begin{aligned}|f_q|^2\to&(f_q^*ch\gamma_q+f_q sh\gamma_q)(f_q ch\gamma_q+f_q^* sh\gamma_q)\\=&|f_q|^2(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^2;\end{aligned}$$

特别是, D-W 效应特征量

$$w_{\mathrm{ph}}^{(0)}=\sum_q\left|f_q^{(0)}(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\Big(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\Big)$$

的相干效应修正为

$$\begin{aligned}w_{\mathrm{ph}}=&\sum_q\left|f_q(ch\gamma_q-sh\gamma_q)(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\\&\times(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^2\Big(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\Big),\end{aligned}\tag{36}$$

从而更进一步大幅度压缩 D-W 效应的指数衰减行为. 计入压缩相干态效应, 新修正的 f_q 应从 (34) 式 E_n 的极值方程 $\dfrac{\partial E_n}{\partial f_q^*}=0$ 决定,

$$f_q=M_q^{(1)}(ch\gamma_q+sh\gamma_q)\Big[\hbar\tilde{\omega}_q+|\lambda_q^{(2)}|$$

$$+2J\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}}|1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}|^2(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^2 \times\left(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\right)\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)\Big]^{-1}. \quad (37)$$

借助极值条件 $\dfrac{\partial E_n}{\partial f_q^*}=0$, 我们得到计入压缩相干态效应的介观环系统非经典态本征能量

$$\begin{aligned}E_n=&(\varepsilon_0-\mu-\Delta_0)-\sum_q\frac{|M_q^{(1)}|^2}{\hbar\tilde{\omega}_q}(ch\gamma_q-sh\gamma_q)\\&+\sum_q\hbar\tilde{\omega}_q\Big[\langle\tilde{n}_q\rangle ch^2\gamma_q+(\langle\tilde{n}_q\rangle+1)sh^2\gamma_q+\frac{1}{2}\Big]\\&-2J\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}}\Big[1+\sum_q\Big|f_q(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^2\\&\times(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\Big|^2\left(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\right)\Big]\\&\times\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right),\end{aligned}\quad (38)$$

由此新修正的平衡持续电荷和自旋电流

$$\begin{aligned}&I(\Phi,T)=\sum_n I_n f(E_n),\\&I_n=-\frac{2\,\mathrm{e}J}{N\hbar}\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}}\Big[1+\sum_q\big|f_q(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^2\\&\quad\times(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\big|^2\left(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\right)\Big]\\&\quad\times\sin\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right).\end{aligned}\quad (39)$$

这里需要说明的是, 由于 D-W 效应特征量 w_{ph} 是由多声子态正交集 $|\cdots\tilde{n}_q\cdots\rangle$ 平均求得, 与单声子相干态的期望值无关, 因此 (36) 式 w_{ph} 中 f_q 应取为 $f_q^{(0)}=\dfrac{M_q^{(1)}}{\hbar\tilde{\omega}_q}$. 作为与单声子相干态比较, 由于 $(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^4=\mathrm{e}^{-4\gamma_q}\ll1$, 可知更有效地大幅度削弱 D-W 效应, $w_{\mathrm{ph}}<w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$, 因此 $E_n<E_n^{(0)}$. 作为结果, 极化子能带 J 大幅度变宽, 介观环持续电流得到大幅度提高.

进一步从极值方程 $\dfrac{\partial E_n}{\partial\gamma_q}=0$, 可以求出压缩参量 γ_q. 考虑到 $\gamma_q=\dfrac{\phi_q}{N_1}\ll1$, $ch\gamma_q\approx1$, $sh\gamma_q\approx\gamma_q$, 因而

$$\begin{aligned}&(ch\gamma_q-sh\gamma_q)'\approx-\Big(1-\frac{1}{2}sh2\gamma_q\Big),\\&\big[(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^2\big]'\approx-2(1-sh2\gamma_q),\\&\big[(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^4\big]'\approx-2(4-sh2\gamma_q),\end{aligned}$$

从而

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_n}{\partial\gamma_q}\approx&\Big\{\hbar\tilde{\omega}_q+2J\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}}\Big|f_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\Big|^2\\&\times\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)\\&+\Big[(2\hbar\tilde{\omega}_q+2|\lambda_q^{(2)}|)\cdot|f_q|^2-M_q^{(1)*}f_q\Big]\\&\times(2\langle\tilde{n}_q\rangle+1)^{-1}\Big\}sh2\gamma_q\\&-8J\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}}|f_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2\\&\times\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)-|\lambda_q^{(2)}|\\&-2[(\hbar\tilde{\omega}_q+|\lambda_q^{(2)}|)\cdot|f_q|^2-M_q^{(1)}f_q^*]\\&\times(2\langle\tilde{n}_q\rangle+1)^{-1}=0,\end{aligned}\quad (40)$$

这样一来,

$$\begin{aligned}sh2\gamma_q=&\Big\{8J\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}}|f_q\big(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\big)|^2\\&\times\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)+|\lambda_q^{(2)}|\\&+2\Big[(\hbar\tilde{\omega}_q+|\lambda_q^{(2)}|)|f_q|^2-M_q^{(1)}f_q^*\Big]\\&\times(2\langle\tilde{n}_q\rangle+1)^{-1}\Big\}\\&\times\Big\{\hbar\tilde{\omega}_q+2J\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}}|f_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2\\&\times\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)+[2(\hbar\tilde{\omega}_q+|\lambda_q^{(2)}|)|f_q|^2\\&-M_q^{(1)}f_q^*]\big(2\langle\tilde{n}_q\rangle+1\big)^{-1}\Big\}^{-1}\\\approx&\Big[8J_e^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}}|f_q\big(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\big)|^2\\&\times\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)+|\lambda_q^{(2)}|\Big]\\&\times\Big[\hbar\tilde{\omega}_q+2J\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}}|f_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2\\&\times\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)\Big]^{-1}.\end{aligned}\quad (41)$$

作为比照, 对于理想压缩态, 由于只有声子压缩, 但声子相干态没有压缩, 当不计入电子 - 双声子相互作用时 ($\lambda_q^{(2)}=0$),

$$\begin{aligned}\tilde{f}_q^{(1)}=&\frac{M_q^{(1)}}{\hbar\tilde{\omega}_q}\Big\{1+\frac{2J}{\hbar\tilde{\omega}_q}\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}|1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}|^2\\&\times(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^2\left(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\right)\\&\times\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)\Big\}^{-1},\end{aligned}\quad (42)$$

$$\begin{aligned}sh2\gamma_q^{(0)}=&\frac{2J}{\hbar\tilde{\omega}_q}\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}^{(1)}}\Big|f_q\big(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\big)\Big|^2\\&\times\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)\\&\times\Big[1+\frac{2J}{\hbar\tilde{\omega}_q}\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}^{(1)}}|f_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2\\&\times\cos\frac{2\pi}{N}\left(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)\Big]^{-1},\end{aligned}\quad (43)$$

其中

$$w_{\rm ph}^{(1)} = \sum_q |f_q^{(0)}(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2 (ch\gamma_q - sh\gamma_q)^2 \times \left(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\right). \tag{44}$$

与此相应, 本征态持续电流

$$\tilde{I}_n^{(1)} = -\frac{2eJ}{N\hbar}\,\mathrm{e}^{-w_m - w_{\rm ph}^{(1)}}\left[1 + \sum_q \left|f_q^{(1)}(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2 \times (ch\gamma_q - sh\gamma_q)^2\left(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\right)\right] \times \sin\frac{2\pi}{N}\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right). \tag{45}$$

显然, 由于 $w_{\rm ph} \ll w_{\rm ph}^{(1)}$, $sh\gamma_q \gg sh\gamma_q^{(0)}$, 因此与理想压缩态比较, 计入声子压缩态 - 单声子相干态过程关联效应 (相干修正), 大幅度地增强了声子场的压缩行为. 作为结果, 大幅度压低了电子 - 单声子相互作用导致的量子涨落, 从而达到大幅度抑制 D-W 效应, 使 I_n 的振幅有大幅度增大.

3.2 关联表象中声子相干态 - 声子压缩态间非绝热表象关联

在 3.1 中, 为了化解量子力学运算上的困难, 将关联表象 (31) 式做绝热近似处理, $\tilde{U} = U_S(\phi_q)U_D(f_q)$. 但从表象理论, 可有

$$\tilde{U} = \mathrm{e}^{\sum\limits_q\left\{\sum\limits_l f_q\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}(b_q - b_{-q}^+)c_l^+c_l + \frac{1}{2N_1}\phi_q(b_q^{+2} - b_q^2)\right\}} \neq U_D(f_q)U_S(\phi_q), \tag{46}$$

也就是说, 关联表象 $\tilde{U}$ 仅当单声子相干态和声子压缩态相互独立时才可以分解成单个 $U_D(f_q)$ 与 $U_S(\phi_q)$ 的独立乘积. 但是, 当电子 - 声子相互作用不太弱时, 声子位移 (声子相干态) 与声子压缩的两个态表象不是相互独立 (绝热) 存在, 而是在电子 - 声子耦合系统中相互作用和相互关联. 因而, 作为关联表象 $\tilde{U}$ 的非绝热表象关联修正结果, (46) 式的声子位移参量 f_q 有个重整化修正 $f_q \to f(\phi_q)$ [37]

$$f(\phi_q) = \frac{\mathrm{e}^{2\gamma_q} - 1}{2\gamma_q} f_q > f_q > f_q^{(1)}. \tag{47}$$

当 $\langle\tilde{n}_q\rangle \gg 1$ 时, 压缩参量方程修正为

$$sh2\tilde{\gamma}_q = \left\{8J\,\mathrm{e}^{-w_m - w_{\rm ph}}\left|f(\phi_q)\left(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\right)\right|^2 \times \cos\frac{2\pi}{N}\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) + \left|\lambda_q^{(2)}\right|\right\} \times \left\{\hbar\tilde{\omega}_q + 2J\,\mathrm{e}^{-w_m - w_{\rm ph}} \times \left|f(\phi_q)\left(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\right)\right|^2 \times \cos\frac{2\pi}{N}\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)\right\}^{-1}. \tag{48}$$

与此同时, 只考虑 E_n, I_n 中的 f_q 修正为 $f(\phi_q)$, 我们有 ($E_n \to \tilde{E}_n, I_n \to \tilde{I}_n$)

$$\begin{aligned}\tilde{E}_n =& (\varepsilon_0 - \mu - \Delta_0) - \sum_q \frac{|M_q^{(1)}|^2}{\hbar\tilde{\omega}_q}(ch\gamma_q - sh\gamma_q) \\ &+ \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q\left[\langle\tilde{n}_q\rangle ch^2\gamma_q + (\langle\tilde{n}_q\rangle + 1)sh^2\gamma_q + \frac{1}{2}\right] \\ &- 2J\,\mathrm{e}^{-w_m - \tilde{w}_{\rm ph}}\Big[1 \\ &+ \sum_q \left|f(\phi_q)(ch\gamma_q - sh\gamma_q)^2(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2 \\ &\times \left(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\right)\Big]\cos\frac{2\pi}{N}\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right),\end{aligned} \tag{49}$$

$$\begin{aligned}\tilde{I}_n =& -\frac{2eJ}{N\hbar}\,\mathrm{e}^{-w_m - \tilde{w}_{\rm ph}}\Big[1 \\ &+ \sum_q \left|f(\phi_q)(ch\gamma_q - sh\gamma_q)^2(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2 \\ &\times \left(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\right)\Big]\sin\frac{2\pi}{N}\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right).\end{aligned} \tag{50}$$

此时, 由于 $\gamma_q \to \tilde{\gamma}_q$, $w_{\rm ph}$ 修正为

$$\tilde{w}_{\rm ph} = \sum_q \left|f_q^{(0)}\left(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\right)\right|^2 \times \mathrm{e}^{-4\tilde{\gamma}_q}\left(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\right) < w_{\rm ph} \ll w_{\rm ph}^{(1)}. \tag{51}$$

显然, 一方面 $\tilde{w}_{\rm ph} \ll w_{\rm ph}^{(0)}$; 另一方面, 由于 $f_q = f_q^{(1)}(ch\gamma_q + sh\gamma_q)$, $\gamma_q \gg \gamma_q^{(0)}$, $\left|f(\phi_q)(ch\gamma_q - sh\gamma_q)^2\right|^2 > \left|\frac{\mathrm{e}^{2\gamma_q^{(0)}} - 1}{2\gamma_q^{(0)}} f_q^{(1)}(ch\gamma_q^{(0)} - sh\gamma_q^{(0)})^2\right|^2$, 这样一来, 不但由于修正因子 $\mathrm{e}^{-\tilde{w}_{\rm ph}}$ 导致非经典态本征能量 $\tilde{E}_n \ll E_n$, 持续电流振幅有实质性大幅度增大, 而且同时还有跳步电子与单声子相干态关联效应项 ($\langle\tilde{n}_q\rangle \gg 100$): $J\sum\limits_q \left|f(\phi_q)(ch\gamma_q - sh\gamma_q)^2(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\left(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\right)$ 进一步大幅度修正相结合一起, 使 $\tilde{E}_n$ 和 $\tilde{I}_n$ 得到更大幅度的修正.

4 结论与讨论

在 Loss 铁磁性织构的一维介观环中, 与电子 - 磁振子相互作用相比较, 电子 - 单声子相互作用导致的量子涨落是一种最重要的量子涨落效应. 当 $\langle\tilde{n}_q\rangle \gg 1$ 时, 由于电子被相干 (态) 声子的弹性

散射引起 D-W 效应, 极化子能带 J 呈现严重的指数衰减行为, $J \to J\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$. 在本文中, 我们在考虑电子 - 双声子相互作用下, 介入了三个重要非经典态效应修正: 1) 跳步电子 - 单声子相干态关联效应; 2) 由压缩相干态引起的声子压缩态 - 单声子相干态间过程相干 (关联) 效应; 3) 关联表象带来的声子位移参量重整化修正, 即声子位移 - 声子压缩态的非绝热表象关联效应. 从本文分析的结果, 我们得到如下重要结论.

1) 介入压缩相干态效应, 由于单声子相干态 - 声子压缩过程相干, $f_q \to (f_q ch\gamma_q + f_q^* sh\gamma_q)$, $|f_q|^2$ 修正为 $|f_q ch\gamma_q + f_q^* sh\gamma_q|^2 = |f_q|^2(ch\gamma_q - sh\gamma_q)^2$. 与理想压缩态效应比较 ($\tilde{f}_q^{(1)}$, $\gamma_q^{(0)}$, $w_{\mathrm{ph}}^{(1)}$ 参量), 当不计入电子 - 双声子相互作用, $f_q \approx (ch\gamma_q + sh\gamma_q)\tilde{f}_q^{(1)} = \mathrm{e}^{\gamma_q}\tilde{f}_q^{(1)}$, 而 $w_{\mathrm{ph}}^{(1)} = \sum\limits_q |f_q^{(0)}\left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\right)|^2 \mathrm{e}^{-2\gamma_q^{(0)}}(\langle\tilde{n}_q\rangle + 1/2)$ 大幅度下降为

$$w_{\mathrm{ph}} = \sum_q \left|f_q^{(0)}\left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\right)\right|^2 \mathrm{e}^{-4\gamma_q}\left(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\right) \ll w_{\mathrm{ph}}^{(1)}.$$

特别是, 对于压缩参量 γ_q, 由于 $2J\,\mathrm{e}^{-w_m - w_{\mathrm{ph}}^{(1)}}|f_q^{(1)}(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2 \cos\dfrac{2\pi}{N}\left(n + \dfrac{\Phi}{\Phi_0}\right)$ 修正为

$$8J\,\mathrm{e}^{-w_m - w_{\mathrm{ph}}}\left|f_q\left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\right)\right|^2 \cos\frac{2\pi}{N}\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right),$$

计及 $f_q > f_q^{(1)}$ 和 $w_{\mathrm{ph}} < w_{\mathrm{ph}}^{(1)}$, γ_q 获得大幅度修正

$$sh2\gamma_q \gg sh2\gamma_q^{(0)}.$$

考虑到 w_{ph} 中的 $sh2\gamma_q \gg 4sh2\gamma_q^{(0)}$ 这一事实, 介入压缩相干态效应后, $w_{\mathrm{ph}} \approx \mathrm{e}^{-16\gamma_q^{(0)}} w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$, 而理想压缩态的 $w_{\mathrm{ph}}^{(1)} \approx \mathrm{e}^{-2\gamma_q^{(0)}} w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$. 因此, 压缩相干态效应带来的非相干修正从根本上解决了大幅度压抑 D-W 效应这个难题, 从而使介观环非经典本征能量 $E_n \ll E_n^{(0)}$, 结果持续电流得到极大幅度提高.

2) 由于存在极化子 - 单声子相互作用, 因此, 介观环中客观上必然存在电子 - 双声子相互作用. 我们知道, 为了使一维电子 - 声子耦合系统的极化子 - 孤子波形成和极化子 - 孤子态更加稳定, 必须要求电子 - 双声子有效相互作用 $\lambda_q^{(2)} < 0$[43]. 虽然单声子态是由于电子 - 单声子耦合过程演化而成, 但由于介观环中存在电子 - 单声子互作用和电子 - 双声子互作用的竞争, 从 (37) 式可以看到, 电子 - 双声子相互作用减弱了相干参量 f_q 的大小. 但是反过来看, 从 $sh2\gamma_q$ 的方程 (41) 式可以看到, 电子 - 双声子作用能显著增加压缩参量 ϕ_q, 即增强声子场的压缩效应, 特别是, 当 $2J$, $\dfrac{M_q}{\hbar\omega_q}$ 和 $\lambda_q^{(2)}$ 的大小可以比较时, 电子 - 双声子互作用对增强压缩效应会起到重要作用.

3) 本文着意采用声子平移算符 $U_D = e^{\sum\limits_{ql} f_q\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}\left(b_q - b_{-q}^{+}\right)c_l^{+}c_l}$, 显然物理上它代表着跳步电子 ($c_l$) 与单声子相干态 (参量 f_q) 存在非经典关联效应. 应该特别注意的是, 当 $\langle\tilde{n}_q\rangle \gg 1000$ 时, 由这一效应所导致的关联修正项

$$2J\sum_q |f(\phi_q)\left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\right)|^2\left(\langle\tilde{n}_q\rangle + \frac{1}{2}\right)$$

对 $\tilde{E}_n$ 和 $\tilde{I}_n$ 起着极重要的修正作用.

4) 声子位移 - 声子压缩态之间非绝热表象关联导致位移参量 f_q 的重整化修正

$$f_q \to f\left(\phi_q\right) = \frac{\mathrm{e}^{2\gamma_q} - 1}{2\gamma_q} f_q \gg f_q$$

是一种重要非经典效应, 其结果进一步增大压缩参量

$$sh2\tilde{\gamma}_q \approx \left(\frac{\mathrm{e}^{2\gamma_q} - 1}{2\gamma_q}\right)^2 sh2\gamma_q > sh2\gamma_q.$$

因此, 一方面 D-W 效应特征量有进一步修正, $\tilde{w}_{\mathrm{ph}} < w_{\mathrm{ph}}$; 另一方面, 非绝热关联项 $2J\sum\limits_q \left|f(\phi_q)(ch\gamma_q - sh\gamma_q)^2(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2$ 也有进一步增加. 这样一来, 将压缩相干态效应和声子位移 - 声子压缩态间表象关联效应相互结合一起, 非经典效应从实质上真正解决了大幅度削弱由电子 - 单声子相互作用导致的量子涨落, 结果使本征态能量有极大幅度降低, 同时, 又使持续电流 $\tilde{I}_n$ 的振幅有极大幅度的增加.

作为持续电流的修正, 我们下面做一个近似估算. 在一般情况下, $\langle\tilde{n}_q\rangle \sim 1000$, $\left|\dfrac{M_q^{(1)}}{\hbar\tilde{\omega}_q}(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2 \sim 0.001$, $sh2\gamma_q^{(0)} \sim 0.2$, 此时 $w_{\mathrm{ph}}^{(0)} \sim 1.0$. 计及电子 - 双声子相互作用 $\dfrac{|\lambda_q^{(2)}|}{\hbar\tilde{\omega}_q} \sim 0.1$ —0.4, 此时

$$\begin{aligned} sh2\gamma_q^{(0)} \approx & \frac{2J}{\hbar\tilde{\omega}_q}\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}\,\mathrm{e}^{-2\gamma_q^{(0)}}}\left|f_q^{(1)}\left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\right)\right|^2 \\ & \times \cos\frac{2\pi}{N}\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \\ = & 0.44 \times \frac{2J}{\hbar\tilde{\omega}_q}\left|f_q^{(1)}\left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\right)\right|^2 \\ & \times \cos\frac{2\pi}{N}\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right), \end{aligned}$$

而 (仅取 $\gamma_q \approx 4\gamma_q^{(0)}$ 作为近似估算)

$$\begin{aligned} sh2\tilde{\gamma}_q \approx & \frac{8J}{\hbar\tilde{\omega}_q}\Big(\frac{\mathrm{e}^{2\gamma_q}-1}{2\gamma_q}\Big)^2 \mathrm{e}^{-w_{\rm ph}^{(0)}\,\mathrm{e}^{-4\gamma_q}} \\ & \times \left|f_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2 \\ & \times \cos\frac{2\pi}{N}\Big(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\Big)+\frac{|\lambda_q^{(2)}|}{\hbar\tilde{\omega}_q} \\ \approx & \frac{8J}{\hbar\tilde{\omega}_q}\Big(\frac{\mathrm{e}^{2\gamma_q}-1}{2\gamma_q}\Big)^2 \mathrm{e}^{-w_{\rm ph}^{(0)}\,\mathrm{e}^{-4\times 4\gamma_q^{(0)}}} \\ & \times |f_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2 \\ & \times \cos\frac{2\pi}{N}\Big(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\Big)+\frac{|\lambda_q^{(2)}|}{\hbar\tilde{\omega}_q} \\ = & 4\times\Big(\frac{\mathrm{e}^{2\gamma_q}-1}{2\gamma_q}\Big)^2 \\ & \times 0.82\times\frac{2J}{\hbar\tilde{\omega}_q}|f_q(1-\mathrm{e}^{\mathrm{i}q\rho})|^2 \\ & \times \cos\frac{2\pi}{N}\Big(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\Big)+\frac{|\lambda_q^{(2)}|}{\hbar\tilde{\omega}_q} \\ \approx & 9.18 sh2\gamma_q^{(0)}+\frac{|\lambda_q^{(2)}|}{\hbar\tilde{\omega}_q}, \end{aligned}$$

对此, $\tilde{w}_{\rm ph}$ 折合修正为

$$\tilde{w}_{\rm ph}=w_{\rm ph}^{(0)}\,\mathrm{e}^{-4\times(9.18\tilde{\gamma}_q^{(0)}+0.1)}\approx 0.0172 w_{\rm ph}^{(0)}.$$

可见, 计入压缩相干态效应, 即声子压缩态 - 单声子相干态间的过程相干 (关联) 效应, 此时压缩参量比理想压缩态增大约 9.18 倍, 因而从根本上极大地压缩了 D-W 效应. 计入

$$\sum_q\left|f(\phi_q)(ch\gamma_q-sh\gamma_q)^2(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2 \times\Big(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\Big)\sim 0.95,$$

得到介观环平衡持续本征电流的近似估算为

$$\tilde{I}_n\approx 2.68(1+0.95)I_n^{(0)},$$

其中

$$I_n^{(0)}=\frac{2eJ}{N\hbar}\,\mathrm{e}^{-w_m-w_{\rm ph}^{(0)}}\sin\frac{2\pi}{N}\Big(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\Big)$$

是Wu和Ma当年在《Phys. Rev.》上发表的结果[44].

上述近似估算说明, $\tilde{I}_n$ 的大幅度修正主要是压缩参量的修正起着关键性作用. 因此, 减小声子能量 $\hbar\omega_q$, 增加极化子能带宽度和增加 $M_q^{(1)}$ 与 $\lambda_q^{(2)}$, 使

$$\left|\frac{M_q^{(1)}}{\hbar\tilde{\omega}_q}(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2 =\left|\frac{M_q^{(1)}}{\hbar\tilde{\omega}_q}\right|^2\times 4\sin^2\frac{\rho q}{2}>0.001,$$

从而增大 $sh\tilde{2}\gamma_q$. 这样一来, $\tilde{w}_{\rm ph}\gg w_{\rm ph}^{(0)}$, $\tilde{I}_n$ 还会比上述估算有更大的修正, 即 $\tilde{I}_n\gg I_n^{(0)}$. 实际上当 $\langle\tilde{n}_q\rangle$ 远大于 1000, 跳步电子 - 单声子相干态关联效应, 即

$$J\sum_q\left|\frac{M_q^{(1)}}{\hbar\tilde{\omega}_q}\Big(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}\Big)\right|^2\Big(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\Big)$$

项的贡献就很大, 它更起着极显著增加 $\tilde{I}_n$ 振幅的效果.

需要指出, $\tilde{I}_n$ 随外界磁通变化出现周期性振荡; 虽然我们在 Hamiltonian 中没有加入 L-S 耦合项, 但按照 Berry 关于量子力学绝热近似的几何相位修正方案, 我们在 $\tilde{I}_n$ 中得到平衡持续自旋电流; 特别是, 当通过环的磁通 $\Phi_{\rm em}=0$, $\tilde{I}_n\neq 0$, 在此意义来讲, 外界磁通 $\Phi_{\rm em}$ 只是个绝热参量, 它并不是 $\tilde{I}_n$ 的驱动者. 由于带有自旋 - 轨道耦合的电子自旋穿越介观环获得自旋 Berry 相位, 因而本文得到了与 $B=0$ 的情况对应的持续自旋电流描述真实的自旋运动.

[1] Buttiker M, Imry Y, Landauer R 1983 *Phys. Lett.* A **96** 365

[2] Chandrasekhar V, Webb R A, Brady M J, Ketchen M B, Gailagher W J, Kleinsasser A 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 3578

[3] Cheung H F, Gefen Y, Riedel E K, Shih W H 1988 *Phys. Rev.* B **37** 6050

[4] Ambegaoker V, Eckern U 1990 *Phys. Lett.* **65** 381

[5] Altshuler B L, Gelfan Y, Imry Y 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 88

[6] Bouzerar G, Poilblanc D, Monlambaux G 1994 *Phys. Rev.* B **49** 8258

[7] Lévy L P, Dolan G, Dansmuir J, Bouchait H 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 2074

[8] Mailly D, Chapelier C, Benoid A 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 2120

[9] Grüner G 1994 *Rev. Mod. Phys.* **66** 1

[10] Ye J F, Ye F, Ding G H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 468 (in Chinese) [叶剑斐, 叶飞, 丁国辉 2003 物理学报 **52** 468]

[11] Giamarchi T, Shastry B S 1995 *Phys. Rev.* B **51** 10915

[12] Wang J, Ma Z S 1995 *Phys. Rev.* B **52** 14892

[13] Liang S D, Bai Y H, Beng B 2006 *Phys. Rev.* B **74** 113304

[14] Citro R, Romeo F 2007 *Phys. Rev.* B **75** 073306

[15] Sun Q F, Xie X C, Wang J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 196801

[16] Niliionl J, Eckler H P, Johanness O 2007 *Phys. Rev.* B **76** 73408

[17] Zhao H K 2005 *Phys. Lett.* A **342** 468

[18] Liang F Y, Li H M, Li Y J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 830 (in Chinese) [梁芳营, 李汉明, 李英骏 2006 物理学报 **55** 830]

[19] Wu S Q, Sun W L, Yu W L,Wang S J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2910 (in Chinese) [吴绍全, 孙威立, 余万伦, 王顺金 2005 物理学报 **54** 2910]

[20] Chen X W, He D J, Wu S Q, Song K H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4287 (in Chinese) [谌雄文, 贺达江, 吴绍全, 宋克慧 2006 物理学报 **55** 4287]

[21] Dajkal J, Szopal M, Voardas Z 2004 *Phys. Rev.* B **69** 45305

[22] Sheng J S, Kai C 2006 *Phys. Rev.* B **74** 235315

[23] Wu J N, Chang M C 2005 *Phys. Rev.* B **72** 172405

[24] Wu H 2008 *Chin. Phys.* B **17** 3026

[25] Liu P, Xiong S J 2009 *Chin. Phys.* B **18** 5414

[26] Xu N, Ding J W, Ma M M, Jang X 2010 *Chin. Phys.* B **19** 016101

[27] Ma M M, Ding J W, Chen H B, Xu N 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2726 (in Chinese) [马明明, 丁建文, 陈宏波, 徐宁 2009 物理学报 **58** 2726]

[28] Xu N, Ding J W, Chen H B, Ma M M 2009 *Chin. Phys.* B **18** 2030

[29] Xu N, Ding J W, Ma M M, Tang X 2010 *Chin. Phys.* B **19** 016101

[30] Du J, Wang S X, Yuan A G 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2767 (in Chinese) [杜坚, 王素新, 袁爱国 2010 物理学报 **59** 2767]

[31] Chen X W, Chen B J, Shi Z G, Song K H 2009 *Acta Phys. Sin.* **59** 2767 (in Chinese) [谌雄文, 谌宝菊, 施振刚, 宋克慧 2009 物理学报 **58** 2720]

[32] Luo Z H, Cao X J, Yu C F 2011 *Chin. Phys.* B **20** 067103

[33] Hamutal B S, Ora E W, Imryl Y 2009 *Phys. Rev.* B **80** 02459

[34] Bouchiat H 2008 *Mesoscop. Phys.* **1** 7

[35] Zelgak O M 2008 *Phys. Rev.* B **78** 125305

[36] Feilhauer J, Moško M 2008 *Physica* E **40** 1582

[37] Luo Z H, Liang G D 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 037303 (in Chinese) [罗质华, 梁国栋 2011 物理学报 **60** 037303]

[38] Loss D, Goldbart P 1992 *Phys. Rev.* B **45** 13544

[39] Kusakabe K, Aoki H 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 144

[40] Ivanov V A, Zhuravlev M Y, Murayama Y, Nakajima S 1996 *JETP Lett.* **64** 148

[41] Majernikava E, Koval J 1998 *Physica* **37** 23

[42] Mandel L, Wolf E 1995 *Optical Coherence and Guantum Optics* (Cambridge University Press) pp1042–1047

[43] Yu C F, Liang G D, Cao X J 2008 *Acta Phys. Sin.* 4402 (in Chinese) [余超凡, 梁国栋, 曹锡金 2008 物理学报 **57** 4402]

[44] Wu S S, Ma Z S 1996 *Phys. Rev.* B **53** 16372

Non-classical eigen state and the persistent current in one-dimensional mesoscopic ring with the electron-two-phonon interaction*

Luo Zhi-Hua[1)†] Liang Guo-Dong[2)]

1) (*Department of Physics, Guangdong University of Education, Guangzhou* 510303, *China*)

2) (*Department of Optoelectronic Enginecring, Jinan University, Guangzhou* 510632, *China*)

(Received 30 June 2011; revised manuscript received 11 July 2011)

Abstract

For the one-dimensional mesoscopic ring with the ferromagnetic texture, to restrain the quantum fluctuations caused by the electron-one-phonon interaction, the non-classical correlation effects are used in our research to solve this puzzling problem, i.e. 1) the hopping electron-displaced phonon state correlation; 2) the process correlation between the phonon squeezed state, and the one-phonon coherent state, originating from the squeezed coherent state of phonon; 3) the renormalization of the phonon displacement. It is found that due to the electron-two phonon interaction, the squeezing effect of phonon is enhanced significantly. Because of the effect of the electron-displaced phonon correlation the non-classical eigen state energy declines significantly and the amplitude of the persistent current increases substantially. Particularly the process correlation between the squeezed phonon state and the one-phonon coherent state is by far the most important contribution to these non-classical effects. First of all, this effect more greatly increases the squeezing effect of phonon field in contrast to the ideal squeezed state. As a result, it will restrain effectively the Debye-Waller effect (factor $w_{\rm ph}$) with $w_{\rm ph} < w_{\rm ph}^{(0)}$. Furthermore, when we combine the effective renormalization of the phonon displacement with the effect of process correlation between the phonon squeezed state and the one-phonon coherent state, the phonon squeezing effect will increases substantially, at the same time, the D-W effect decreased more substantially ($\tilde{w}_{\rm ph} \ll w_{\rm ph}^{(0)}$), thereby weakening the quantum fluctuation to a bigger degree. With these results, the non-classical eigen energy ($\tilde{E}_n$) is much lowered ($\tilde{E}_n \ll E_n^{(0)}$), while the amplitude of eigen persistent current is increased most significantly ($\tilde{I}_n \gg I_n^{(0)}$).

Keywords: non-classical eigen state, persistent current, electron-phonon interaction, squeezed coherent state

PACS: 73.23.Ra, 73.23.Ad, 73.23.Hk, 73.60.Nm

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574163).

† E-mail: lo-zh@126.com