

具微结构地壳中非线性地震波的演化*

韩海英 那仁满都拉† 双山

(内蒙古民族大学物理与电子信息学院, 通辽 028043)

(2011年3月19日收到; 2011年6月20日收到修改稿)

非线性地震波在地壳中传播及演化规律的研究具有重要实际意义. 利用有限差分方法, 对非线性地震纵波和横波在具微结构地壳中的演化过程进行了详细的数值模拟. 结果表明, 非线性地震纵波和横波在具微结构地壳中可以逐渐演化成一个孤立波或两个孤立波或孤立波列或消失. 地震波的初始幅度、频散系数和体力因子对演化过程和结果都有重要影响. 研究结果揭示了非线性地震波在一种微结构地壳中的演化规律, 这有助于在理论上解释一些特殊地震波现象.

关键词: 地震波, 孤立波, 微结构地壳

PACS: 91.30.Ab

1 引言

人们长期观测地震波时发现了地震波的放大现象, 详细的频谱分析证明放大现象不只是外部能量而主要是由内部能量引起^[1]. 为了解释这种地震波的放大现象人们引用了断裂力学的概念——伸缩子^[2,3]. 伸缩子由于其原子之间约束松散而能够从周围介质吸收能量. 但从热力学角度考虑, 不允许伸缩子无限地增加内能, 故必须存在一定的阈值. 当伸缩子中积累的能量达到其阈值后便不能存在, 它破裂而释放储存的能量. 在经典理论中, 把地壳介质一般当作均匀层状或各向异性介质来处理^[4-8]. 实际上, 地壳介质是一种由许多块状岩体被细薄的界面层连接起来的复杂结构^[1,9], 在长波条件下这种结构的介质可以看作微(细)结构介质. 在微结构介质中, 细薄的界面层起着伸缩子的作用, 因此微结构地壳介质可以吸收、储存和释放能量. 当一系列低强度的波在地壳中传播时, 可在界面层内产生一定的应力并遗留在界面层内, 即介质已储存了一定的能量. 这对随后来的波列来讲已形成了一种预应力场, 当强度超过一定阈值的波传播时, 能够释放界面层中储存的能量并吸收此能量而波本

身被放大. 换句话说, 能量从低强度的波吸收到介质中, 进而波本身衰减; 强度超过一定阈值的波能够释放介质界面层中储存的能量, 并吸收此能量而波本身被放大. 因此, 这种具有微结构地壳介质中非线性地震波的传播, 不能用通常的守恒系统来描述, 必须用具有能量交换的非守恒系统来描述, 只有非守恒系统才能够反映出地震波的放大与衰减特性. Zheng等^[10,11]采用近似分析方法模拟了非线性各向异性介质中地震波的传播. Engelbrecht和Khamidullin^[1]研究了微结构地壳中非线性地震波的传播问题, 并建立了基于伸缩子机理的一种唯象理论模型:

$$u_t + u^n u_x + du_{xxx} = \varepsilon f(u), \quad (1)$$

这里 d 为频散系数, 它反映介质频散性的强弱; ε 是反映系统体力强弱(即能量交换多与少)的参数, 简称体力因子. f 是基于伸缩子机理的体力, 可用如下三次多项式表示

$$f(u) = -(a_1 u - a_2 u^2 + a_3 u^3), \quad (2)$$

其中 a_1, a_2, a_3 为正常数, 称为体力参数. 此模型能够较好地描述非线性地震波在具微结构地壳中的传播与演化^[1,12]. 当 $n = 1$ 时, 方程(1)描述非线性

* 国家自然科学基金(批准号: 10862003, 40564001)和内蒙古民族大学科研创新团队建设计划资助的课题.

† E-mail: nrmdlt@126.com

地震纵波的传播;当 $n = 2$ 时, 方程 (1) 描述非线性地震横波 (SH 波) 的传播. 文献 [1,12,13] 中用伪谱方法研究 $n = 1$ 时的模型方程 (1), 给出了孤立波在地壳介质中传播时可以被放大或衰减的初步结论. 我们在文献 [14,15] 中利用有限差分方法, 分别研究 $n = 1$ 和 $n = 2$ 时的模型方程 (1), 给出了在具微结构地壳中孤立波的传播及相互作用的基本规律.

本文利用有限差分方法, 分别对不同幅度的非线性地震纵波和横波在微结构地壳中的演化过程进行数值模拟研究, 给出反映非线性地震纵波和横波演化规律的模拟结果, 并讨论系统频散系数和体力因子对非线性地震纵波和横波演化的影响.

2 非线性地震纵波的演化

当 $n = 1$ 时, 方程 (1) 描述非线性地震纵波在具微结构地壳中的传播. 本节利用在文献 [14] 中构造的差分格式, 首先对不同幅度的非线性地震纵波在具微结构地壳中的演化过程进行数值模拟研究. 计算中频散系数取为 $d = 10^{-1.1}$, 与文献 [16] 相同. 体力因子取为 $\varepsilon = 2$, 其目的就是加快地震波演化过程. 体力参数选取为 $a_1 = 1.0, a_2 = 0.5, a_3 = 0.0556$, 与文献 [12,14] 相同. 它们的不同选取对谐波演化的影响, Peterson 和 Salupere 在文献 [16] 中进行了详细的研究, 在此不再讨论. 已有研究表明 [14], 体力参数取为 $a_1 = 1.0, a_2 = 0.5, a_3 = 0.0556$ 时, 对孤立波的初始幅度存在两个阈值, 即 $A_1 = 4.11$ 和 $A_2 = 6.38$. 初始幅度小于第一个阈值 A_1 的孤立波传播过程中逐渐衰减并趋于零, 初始幅度在两个阈值之间的孤立波被放大并趋于第二个阈值 A_2 , 而初始幅度大于第二个阈值 A_2 的孤立波衰减并趋于第二个阈值 A_2 . 为了分析非线性地震纵波是否也有这样的被放大和衰减规律, 我们选取如下正弦波

$$u(x, 0) = A_0 \sin(x) \quad (3)$$

作为初始激励, 在周期边界条件

$$u(x, t) = u(x + 2\pi, t) \quad (4)$$

下, 对非线性地震纵波在地壳中的演化过程进行了数值模拟研究. 图 1 显示的是初始幅度 $A_0 = 2.8$ (远小于第一个阈值 A_1) 时, 地震纵波的演化. 由图可以看出, 地震纵波在频散和非线性共同作用下变形并逐渐衰减而消失. 这一规律与上述孤立波的衰减规律相同. 但初始幅度 $A_0 = 4$ 时 (仍小于第一个阈

值 A_1), 地震纵波在频散和非线性共同作用下开始变形并逐渐放大成一个幅度为 A_2 的稳定传播的孤立波 (如图 2 所示), 这一点与上述孤立波的放大规律不同. 出现这种现象的主要原因是, 虽然地震纵波的初始幅度 $A_0 < A_1$, 但地震纵波在频散和非线性共同作用下变形之后的幅度可以大于第一个阈值 A_1 , 故地震纵波可以放大成一个幅度为 A_2 的孤立波并稳定传播. 图 3 显示的是初始幅度 $A_0 = 5$ (在两个阈值之间) 的地震纵波的演化. 可以看出, 地震纵波变形并逐渐放大成两个幅度为 A_2 的稳定传播的孤立波. 图 4 显示的是初始幅度 $A_0 = 7$ (大于第二个阈值 A_2) 的地震纵波的演化. 由图可以看出, 地震纵波变形并逐渐衰减成两个幅度为 A_2 的稳定传播的孤立波. 我们的数值模拟还发现, 如果非线性地震纵波的初始幅度足够大, 则可以演化成孤立波列. 总之, 系统的频散系数、体力参数和体力因子确定的情况下, 地震纵波的初始幅度决定着它演化成一个孤立波或两个孤立波或孤立波列或消失.

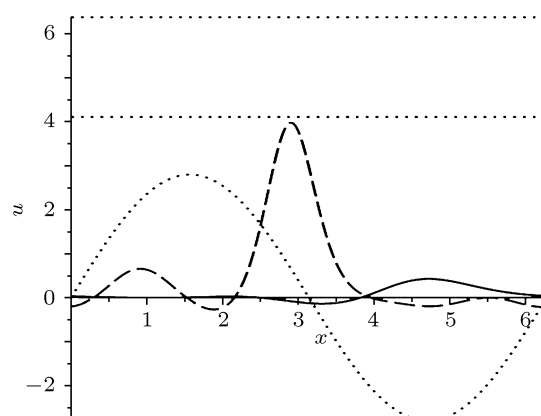


图 1 地震纵波的演化 $A_0 = 2.8, d = 10^{-1.1}, \varepsilon = 2, t = 0$ (点线), $t = 1$ (破折线), $t = 4.5$ (实线)

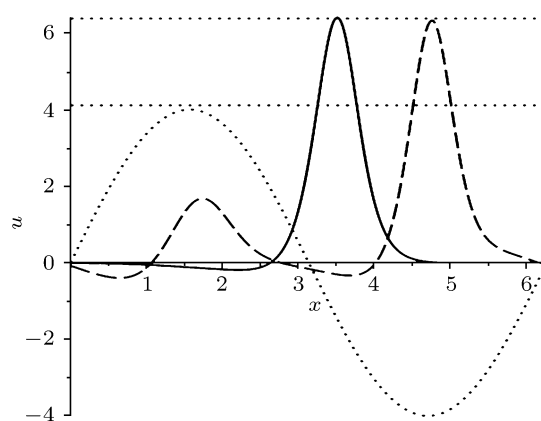


图 2 地震纵波的演化 $A_0 = 4, d = 10^{-1.1}, \varepsilon = 2, t = 0$ (点线), $t = 1.5$ (破折线), $t = 4$ (实线)

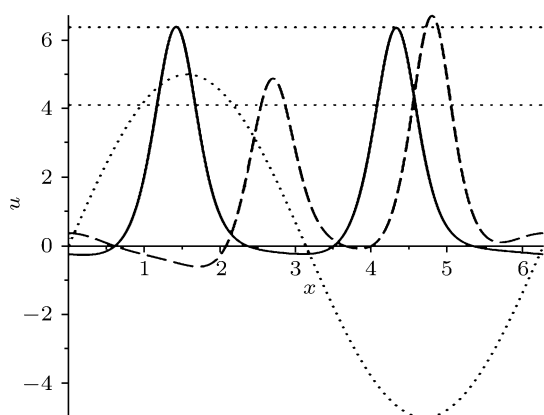


图3 地震纵波的演化 $A_0 = 5, d = 10^{-1.1}, \epsilon = 2, t = 0$ (点线), $t = 1.33$ (破折线), $t = 6$ (实线)

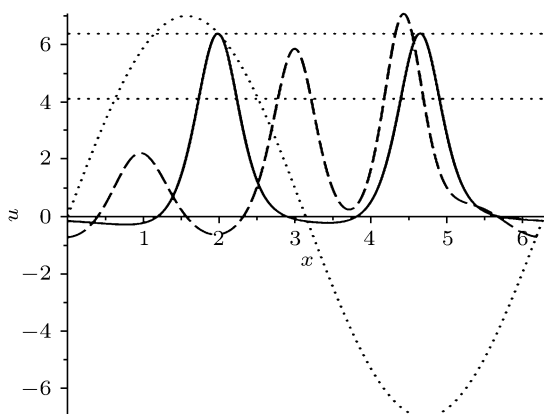


图4 地震纵波的演化 $A_0 = 7, d = 10^{-1.1}, \epsilon = 2, t = 0$ (点线), $t = 1$ (破折线), $t = 7.33$ (实线)

接着我们考察系统的频散系数和体力因子对非线性地震纵波演化的影响. 首先考虑频散系数对地震纵波演化的影响. 图2, 图5和图6表示的是不同频散下, 同一初始幅度 $A_0 = 4$ 的非线性地震纵波的演化. 图2表示频散系数 $d = 10^{-1.1}$ 时, 非线性地震纵波演化成一个孤立波; 图5表示频散系数 $d = 0.04$ 时, 演化成两个孤立波; 图6表示频散系数 $d = 0.01$ 时, 演化成三个孤立波, 即孤立波列. 值得注意的是频散系数不能太大 (即频散不能太强), 否则将把波快速频散而不容易形成孤立波, 即过强的频散不利于形成孤立波 (如图7所示). 因此, 在其他参数不变的情况下, 频散系数决定着非线性地震纵波演化成一个孤立波或两个孤立波或孤立波列或消失. 其次考虑体力因子对非线性地震纵波演化的影响. 为此, 在图8中绘制了体力因子 $\epsilon = 0.2$ 时, 地震纵波的演化过程. 与图2比较可知, 在同一初始幅度 $A_0 = 4$ 和频散系数 $d = 10^{-1.1}$ 的情况下, 由于体力因子的不同地震纵波演化而形

成孤立波的时间显然不同. 从图2看出, 约在 $t = 4$ 时, 地震波就可演化成一个稳定传播的孤立波 (实线); 但从图8看出, 当 $t = 4$ 时孤立波远未形成 (破折线), 约在 $t = 38$ 时才形成了稳定传播的孤立波 (实线). 因此, 体力因子决定着非线性地震纵波的演化快慢. 体力因子大, 地震纵波演化的快; 体力因子小, 地震纵波演化的慢.

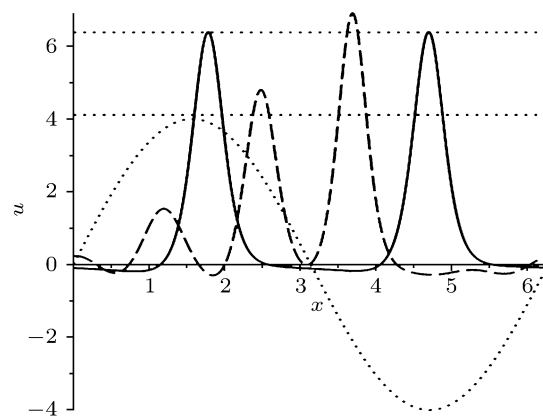


图5 地震纵波的演化 $d = 0.04, A_0 = 4, \epsilon = 2, t = 0$ (点线), $t = 0.8$ (破折线), $t = 7.5$ (实线)

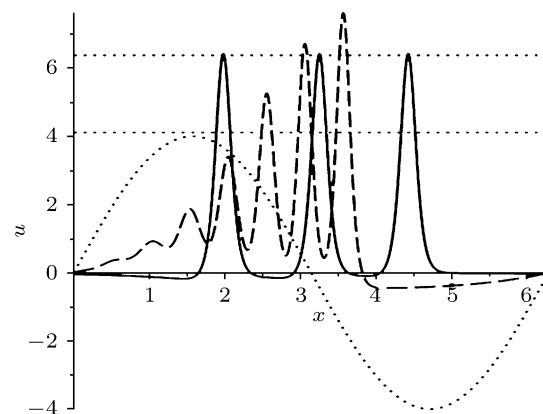


图6 地震纵波的演化 $d = 0.01, A_0 = 4, \epsilon = 2, t = 0$ (点线), $t = 0.6$ (破折线), $t = 7$ (实线)

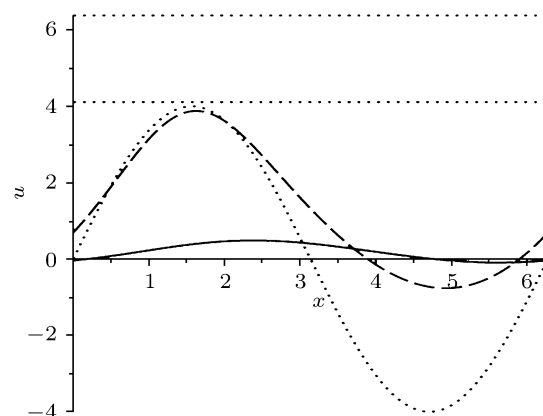


图7 地震纵波的演化 $d = 1, A_0 = 4, \epsilon = 2, t = 0$ (点线), $t = 1$ (破折线), $t = 7$ (实线)

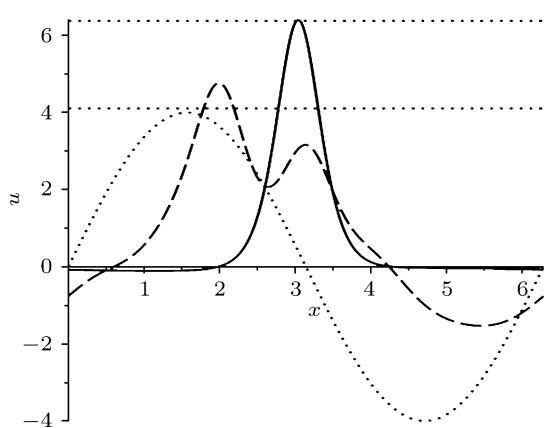


图8 地震纵波的演化 $\varepsilon = 0.2, A_0 = 4, d = 10^{-1.1}, t = 0$ (点线), $t = 4$ (破折线), $t = 38$ (实线)

3 非线性地震横波的演化

当 $n = 2$ 时, 方程 (1) 描述非线性地震横波 (SH 波) 在具微结构地壳中的传播. 本节利用我们在文献 [15] 中构造的差分格式, 首先对不同幅度的非线性地震横波在具微结构地壳中的演化过程进行数值模拟. 计算中频散系数选取为 $d = 0.5$, 与文 [12,15] 的相同. 体力因子仍取为 $\varepsilon = 2$, 体力参数也取为 $a_1 = 1.0, a_2 = 0.5, a_3 = 0.0556$, 与上节相同. 经文献 [15] 的研究可知, 此时对孤立波的初始幅度也存在两个阈值, 即 $A_1 \approx 4.2570$ 和 $A_2 \approx 6.3374$. 初始幅度小于第一个阈值 A_1 的孤立波传播过程中逐渐衰减并趋于零, 初始幅度在两个阈值之间的孤立波逐渐被放大并趋于第二个阈值 A_2 , 而初始幅度大于第二个阈值 A_2 的孤立波逐渐衰减并趋于第二个阈值 A_2 . 为了考察非线性地震横波的演化规律, 我们还是以 (3) 式表示的正弦波作为初始激励并在周期边界条件 (4) 下, 对地震横波在地壳介质中的演化过程进行了数值模拟研究. 图 9 显示的是初始幅度 $A_0 = 3$ (远小于第一个阈值 A_1) 时, 地震横波的演化. 由图可以看出, 地震横波在频散和非线性共同作用下变形并逐渐衰减而消失, 这一规律与上述孤立波的衰减规律相同. 但初始幅度 $A_0 = 4$ 时 (仍小于第一个阈值 A_1), 地震横波在频散和非线性共同作用下开始变形并可逐渐放大成一个幅度为 A_2 的稳定传播的孤立波 (如图 10 所示). 出现这种放大规律的主要原因还是由于地震横波变形之后的幅度大于第一个阈值 A_1 所引起. 图 11 显示的是初始幅度 $A_0 = 6$ (在两个阈值之间) 的地震横波的演化. 此时, 地震横

波变形并逐渐放大成两个幅度为 A_2 的稳定传播的孤立波. 图 12 显示的是初始幅度 $A_0 = 7$ (大于第二个阈值 A_2) 的地震横波的演化. 此时, 地震横波变形并逐渐衰减成两个幅度为 A_2 的稳定传播的孤立波. 如果非线性地震横波的初始幅度足够大, 则也可以演化成孤立波列. 其次我们也考察了频散系数和体力因子对非线性地震横波演化的影响. 模拟结果表明, 初始幅度为 $A_0 = 4$ 的地震横波, 当频散系数 $d = 0.5$ 时演化成一个孤立波 (如图 10 所示), 当频散系数 $d = 0.2$ 时演化成两个孤立波, 当频散系数 $d = 0.05$ 时演化成三个孤立波. 由于篇幅的关系这里没有给出后两种情况下的模拟图像. 因此, 在其他参数不变的情况下, 频散系数决定着非线性地震横波演化成一个孤立波或两个孤立波或孤立波列或消失. 另外, 对体力因子的考察表明, 体力因子也只决定着非线性地震横波的演化快慢. 总之, 非线性地震横波的演化规律类似于地震纵波, 只是两者所需的演化条件 (如频散系数)、过程及结果 (所形成孤立波的特征) 不同.

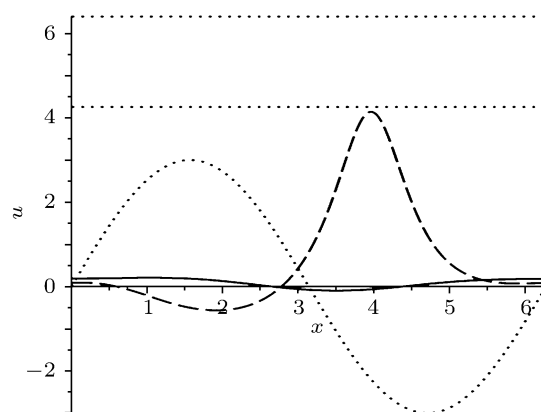


图9 地震横波的演化 $\varepsilon = 2, A_0 = 3, d = 0.5, t = 0$ (点线), $t = 4$ (破折线), $t = 38$ (实线)

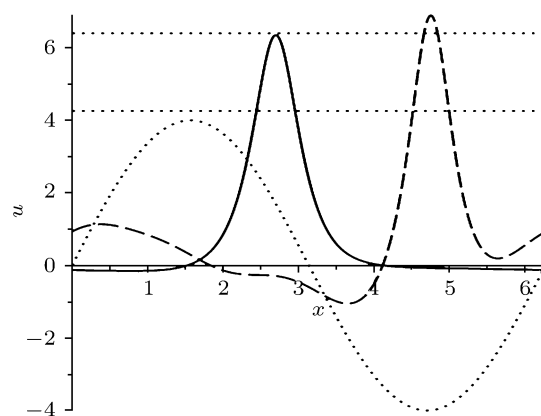


图10 地震横波的演化 $\varepsilon = 2, A_0 = 4, d = 0.5, t = 0$ (点线), $t = 4$ (破折线), $t = 38$ (实线)

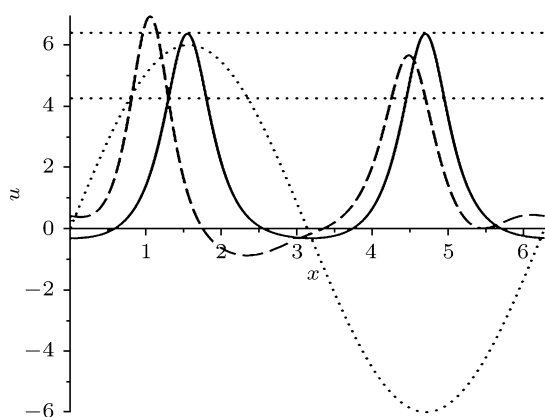


图 11 地震横波的演化 $\varepsilon = 2, A_0 = 6, d = 0.5, t = 0$ (点线), $t = 4$ (破折线), $t = 38$ (实线)

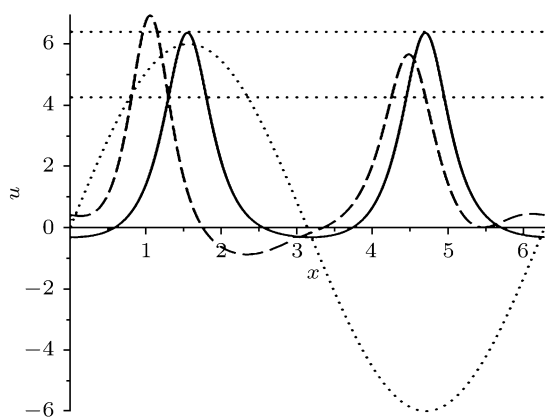


图 12 地震横波的演化 $\varepsilon = 2, A_0 = 7, d = 0.5, t = 0$ (点线), $t = 4$ (破折线), $t = 38$ (实线)

4 结论

本文基于伸缩子机理的一种唯象理论模型,用有限差分方法对具微结构地壳中非线性地震纵波和横波的演化过程进行了详细的数值模拟研究.结果表明:在同一种地壳(频散系数相同、体力参数不变)中,较小幅度的地震纵波逐渐演化而消失,较大幅度的地震纵波逐渐演化成一个孤立波或两个孤立波,更大幅度的地震纵波逐渐演化成孤立波列;在不同的地壳(频散系数不同、体力参数不变)中,同一种幅度的非线性地震纵波也可以演化成一个孤立波或两个孤立波或孤立波列或消失.值得注意的是过强的频散不利于非线性地震纵波演化形成孤立波.体力因子只起着加快地震纵波演化过程或减缓地震纵波演化过程的作用,对演化结果没有影响.非线性地震横波的演化规律类似与地震纵波,只是两者所需的演化条件、过程及结果不同.本文结果将有助于在理论上解释非线性地震波在具微结构地壳中演化及由此而产生的一些特殊地震波现象.如文献[1]中指出的地震波的放大现象,可利用本文结果给出较合理的解释,这就是地震波在微结构地壳中传播时释放地壳中储存的能量并吸收此能量而被放大.另外,文献[17,18]中报道的地震仪记录到的永久性位移和阶梯型应变以及远处观测到的高频剪切表面波^[19]等特殊地震波现象,也可尝试用地震波在微结构地壳中传播及所形成的孤立波来解释,在文献[20]中也进行过类似的尝试.

- [1] Engelbrecht J, Khamidullin Y 1988 *Phys. Earth Planet. Inter.* **50** 39
- [2] Zhurkov S N 1983 *Sov. Phys. Solid State* **25** 1797
- [3] Petrov V A 1983 *Sov. Phys. Solid State* **25** 1800
- [4] Du Q Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4428 (in Chinese) [杜启振 2004 物理学报 **53** 4428]
- [5] Du Q Z, Liu L L, Sun J B 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6143 (in Chinese) [杜启振, 刘莲莲, 孙晶波 2007 物理学报 **56** 6143]
- [6] Liu J X, Cui Z W, Wang K X 2007 *Chin. Phys.* **16** 2180
- [7] Li H X, Tao C H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2836 (in Chinese) [李红星, 陶春辉 2009 物理学报 **58** 2836]
- [8] Li H X, Tao C H, Zhou J P, Deng J Z, Deng X M, Fang G X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8083 (in Chinese) [李红星, 陶春辉, 周建平, 邓居智, 邓显明, 方根显 2009 物理学报 **58** 8083]
- [9] Engelbrecht J 1983 *Nonlinear Wave Processes of Deformation in Solids* (Boston: Pitman)
- [10] Zheng H S, Zhang Z J, Liu E R 2006 *Geophys. J. Int.* **165** 943
- [11] Zheng H S, Zhang Z J, Tian X B 2006 *Chin. J. Geophys.* **49** 885 (in Chinese) [郑海山, 张中杰, 田小波 2006 地球物理学报 **49** 885]
- [12] Porubov A V, Gursky V V, Maugin G A 2003 *Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math.* **52** 85
- [13] Engelbrecht J, Peipman T 1992 *Wave Motion* **16** 173
- [14] Mandafu, Naranmandula 2009 *Chin. J. Solid Mech.* **30** 614 (in Chinese) [满达夫, 那仁满都拉 2009 固体力学学报 **30** 614]
- [15] Mandafu, Naranmandula 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 60 (in Chinese) [满达夫, 那仁满都拉 2010 物理学报 **59** 60]
- [16] Peterson P, Salupere A 1997 *Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math.* **46** 102
- [17] Berckhemer H, Schneider G 1964 *Bull. Seism. Soc. Am.* **54** 973
- [18] Wideman C J, Major M W 1967 *Bull. Seism. Soc. Am.* **57** 1429
- [19] Aki K, Richards P G 2002 *Quantitative Seismology* (Second edition) (Sausalito: University Science Books)
- [20] Bataille K, Lund F 1982 *Physica D* **6** 95

Evolution of nonlinear seismic waves in microstructured earth crust*

Han Hai-Ying Naranmandula[†] Shuang Shan

(College of Physics and Electronics, Inner Mongolia University for Nationalities, Tongliao 028043, China)

(Received 19 March 2011; revised manuscript received 20 June 2011)

Abstract

Study of propagation and evolution of nonlinear seismic wave in earth crust is of important practical significance. In this paper, evolutions of nonlinear seismic longitudinal wave and transverse wave in microstructured earth crust are simulated detailedly by using the finite difference method. The results indicate that nonlinear seismic longitudinal wave and transverse wave in microstructured earth crust may evolve into one solitary wave or two solitary waves or solitary wave train, or disappearance. The initial amplitude of seismic wave, dispersion coefficient and body force factor significantly influence the evolution process. Our results reveal the evolution law of nonlinear seismic wave in a microstructured earth crust, which will help to explain some special seismic wave phenomena in theory.

Keywords: seismic wave, solitary wave, microstructured earth crust

PACS: 91.30.Ab

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10862003, 40564001), and the Innovative Research Team Building Programs of Inner Mongolia University for Nationalities of China.

[†] E-mail: nrmdltl@126.com