

全局耦合网络上的两种类集团的聚集-湮没反应动力学*

朱标 李萍萍 柯见洪[†] 林振权

(温州大学物理与电子信息工程学院, 温州 325035)

(2011年4月21日收到; 2011年7月26日收到修改稿)

利用 Monte-Carlo 模拟研究了全局耦合网络上扩散限制的不可逆聚集-湮没过程的动力学行为. 在系统中, 同种类集团相遇, 将发生聚集反应; 不同种类的集团相遇, 则发生部分湮没反应. 模拟结果表明: 1) 当两种粒子初始浓度相等时, 系统长时间演化后, 集团浓度 $c(t)$ 和粒子浓度 $g(t)$ 呈现幂律形式, $c(t) \sim t^{-\alpha}$ 和 $g(t) \sim t^{-\beta}$, 其中幂指数 α 和 β 满足 $\alpha = 2\beta$ 的关系, 且 $\alpha = 2/(2+q)$; 集团大小分布随时间的演化满足标度律, $a_k(t) = k^{-\tau} t^{-\omega} \Phi(k/t^z)$, 其中 $\tau \approx -1.27q$, $\omega \approx (3 + 1.27q)/(2+q)$, $z = \alpha/2 = 1/(2+q)$; 2) 当两种粒子初始浓度不相等时, 系统经长时间演化后, 初始浓度较小的种类完全湮没, 而初始浓度较大的那个种类的集团浓度 $c_A(t)$ 仍具有幂律形式, $c_A(t) \sim t^{-\alpha}$, 其中 $\alpha = 1/(1+q)$, 其集团大小分布随时间的演化也满足标度律, 标度指数为 $\tau \approx -1.27q$, $\omega \approx (2 + 1.27q)/(1+q)$ 和 $z = \alpha = 1/(1+q)$. 模拟结果与已报道的理论分析结果相符得很好.

关键词: 全局耦合网络, 聚集-湮没, Monte-Carlo 模拟, 标度律

PACS: 68.43.Jk, 82.20.-w, 71.15.Pd

1 引言

聚集-湮没现象是指系统中的集团相遇后聚合成一个更大的集团或者发生湮没反应, 它广泛存在于自然界及人类社会当中, 如聚合物的形成、正负电子的湮没、生物种群之间的竞争、战争和瘟疫中人口的死亡以及星云分布等^[1]. Krapivsky^[2,3] 提出了两种类集团不可逆的聚集-湮没动力学模型: 同种类集团相遇将发生不可逆聚集反应, 而不同种类集团相遇将发生不可逆湮没反应. 基于平均场理论基础, Krapivsky 采用速率方程方法详细地研究了各种参数条件下的聚集-湮没反应过程的动力学行为. 研究表明, 在 A 和 B 两种粒子初始浓度相同的情况下, 系统中剩余的 A 和 B 两种集团的大小分布随时间的演化都满足传统的标度律; 在 A 和 B 两种粒子初始浓度不相同的情况下, 系统经长时间演化后, 只有初始浓度大的那个种类的集团大小分布满足传统的标度律, 初始浓度小的种类的集

团大小分布不再满足传统的标度律^[2]. 学者们采用速率方程方法深入地研究了各种聚集-湮没反应模型的动力学行为^[4-13]. 结果表明, 经长时间演化后, 集团大小分布随时间的演化总是具有一定的标度特性.

此外, Monte-Carlo 模拟也是研究聚集反应动力学行之有效的方法之一^[14-22]. Sokolov 和 Blumen^[14] 采用 Monte-Carlo 模拟研究了规则网络上的不可逆聚集-湮没反应动力学过程, 得到了集团浓度 $c(t)$ 和粒子浓度 $g(t)$ 遵循的规律: $c(t) \sim t^{-\alpha}$ 和 $g(t) \sim t^{-\beta}$, 其中 $\alpha = 2\beta$. 沈伟维等^[22] 采用 Monte-Carlo 模拟研究小世界网络上扩散限制的两种类集团的聚集-湮没过程, 并分析了初始浓度对称情况下的集团浓度与粒子浓度随时间的演化规律. 采用 Monte-Carlo 模拟方法来研究规则网络或复杂网络上扩散限制的聚集反应动力学, 将有助于人们更深入地了解网络结构的拓扑特性对反应动力学的影响.

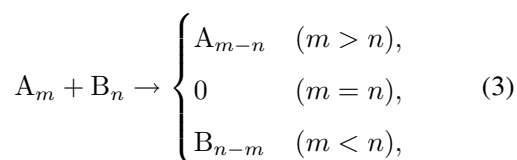
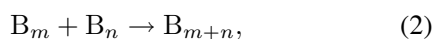
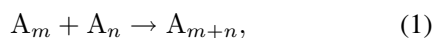
* 国家自然科学基金 (批准号: 1175131, 10775104, 10875086, 10305009) 资助的课题.

[†] E-mail: kejianhong@yahoo.com.cn

然而,对于两种类聚集-湮没反应系统,已报道的大部分数值模拟研究工作仅涉及初始粒子浓度对称情况下的集团浓度与粒子浓度随时间的演化规律.初始粒子浓度不对称情况下的两种类反应系统演化动力学有待深入地探讨;此外,扩散限制下的聚集-湮没反应系统的标度特性也值得深入研究.在上述工作的基础上,本文将研究全局耦合网络上扩散限制的聚集-湮没反应系统,从A与B两种粒子初始浓度对称与不对称两种情况出发,详细地研究集团浓度、粒子浓度以及集团大小分布随时间的演化规律,并着重探讨扩散限制下的系统动力学演化的标度特性.

2 基于全局耦合网络的聚集-湮没动力学模型

首先构造一个全局耦合网络,网络中任意两个节点之间都有边直接相连.任何时刻,每个网络节点上至多占据一个A种类或B种类集团,每个集团包含一个或多个同种类粒子.网络节点被集团占据的状况可以用下列三种可能的态来表示: m 态,0态或 $-n$ 态.节点处于 m 态表示该节点被 m 个A种类粒子同时占据,而节点处于0态表示没有粒子占据该节点(即空节点),节点处于 $-n$ 态表示该节点被 n 个B种类粒子同时占据.考虑一个简单但常用的系统初始化条件:假定初始时刻只有若干节点被粒子占据,且只能被一个粒子占据.全局耦合网络上的聚集-湮没反应系统的动力学演化如下所述.首先,随机地选择一个有集团存在的节点 i ;然后从节点 i 的相邻节点随机选择一个节点 j ;最后 i 节点上的集团(即所有粒子)移到 j 节点上,并进行1)如果节点 j 为空节点,则该集团占据 j 节点;2)如果 j 节点已有集团,则将遵循Krapivsky提出的聚集-湮没动力学机理进行反应^[2].



其中, A_n 代表具有 n 个A种类粒子的集团; B_n 代

表具有 n 个B种类粒子的集团.反应(1)式和(2)式描述两个同种类集团相遇后自发地聚合成一个更大的集团.反应(3)式描述含有 m 个A种类粒子的集团与含有 n 个B种类粒子的集团相遇后发生湮没反应,此时 j 节点的粒子数将是 $|m-n|$,粒子种类由 m 和 n 的大小决定.当A种类反应物包含的粒子多于B种类粒子时,产物为A种类集团;当B种类反应物包含的粒子多于A种类粒子时,产物为B种类集团;当两种集团粒子数相同时,则彼此完全湮没^[22].

必须指出的是,一个集团从节点 i 移到节点 j 的速率(也称为扩散速率)往往与其大小(质量)有关.因此,本文将引入扩散系数 D 来表征集团在节点间的迁移(扩散)速率.通常,扩散系数 D 与集团所含粒子数(质量) m 的关系可写为 $D \sim m^{-q}$, q 越大, D 则越小,即质量越大的集团越难发生迁移^[14].

3 模拟结果与分析

3.1 两种粒子初始浓度对称

我们先研究两种粒子初始浓度对称的系统,即初始时刻A和B两种具有相同的粒子个数(本文中,网络大小 10^4 ,A和B两种粒子数都为 3×10^3).首先讨论不可逆聚集-湮没反应系统中集团浓度、粒子浓度随时间的演化规律.这里,我们定义集团浓度 $c_A(t)$ =A种类集团数/网络大小,粒子浓度 $g_A(t)$ =A种类粒子数/网络大小;相应地, $c_B(t)$ =B种类集团数/网络大小,粒子浓度 $g_B(t)$ =B种类粒子数/网络大小,不难得知,在演化过程中, $c_A(t) \equiv c_B(t) = c(t)$ 以及 $g_A(t) \equiv g_B(t) = g(t)$.如图1所示的是在不同扩散指数的情况下,集团浓度、粒子浓度与时间的关系图.研究表明,全局耦合网络上的聚集-湮没反应系统中,剩余的集团浓度和粒子浓度随着时间的演化具有幂律形式, $c(t) \sim t^{-\alpha}$ 和 $g(t) \sim t^{-\beta}$.

表1 不同 q 值情况下的幂律指数 α 和 β 的值

q	0	1	2	3
α	0.9536	0.64531	0.49579	0.41392
β	0.47958	0.32074	0.24573	0.19903

由表1可见,随着扩散指数的增大,幂指数 α 和 β 的值都减小,且满足 $\alpha \approx 2\beta$ 和 $\alpha \approx 2/(2+q)$.

对于全局耦合网络, 其网络空间维度 $d > 2$, 因此我们的模拟结果定量地验证了文献 [14] 中的理论分析结论: 当 $d > 2$ 时, $\alpha = 2/(2 + q)$.

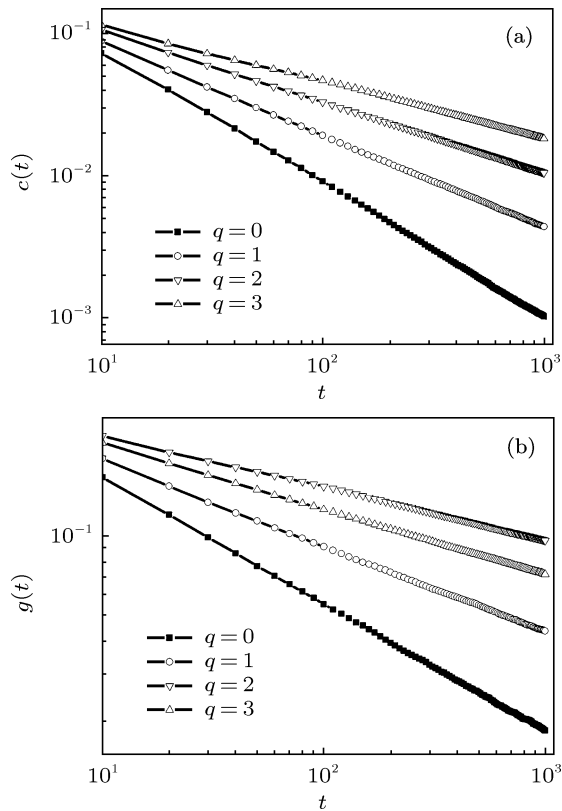


图 1 (a) 集团浓度随时间的演化; (b) 粒子浓度随时间的演化

下面我们进一步讨论集团大小分布随时间的演化规律, 它是聚集集团演化动力学研究的一个重要内容. A 种类集团大小分布随时间的演化用 $a_k(t)$ 表示, $a_k(t) = A_k(t)/N$, 其中 $A_k(t)$ 是 t 时刻系统内含有 k 个粒子的 A 种类集团的数目, N 为网络节点的数目. 相似地, B 种类集团大小分布 $b_k(t) = B_k(t)/N$, 其中 $B_k(t)$ 是 t 时刻系统中含有 k 个粒子的 B 种类集团的数目, N 为网络节点的数目. 很显然, $a_k(t) = b_k(t)$. 如图 2(a) 所示的是 $q = 2$ 情况下聚集集团大小 $k = 3, 6, 9$ 所对应的集团浓度随时间的演化曲线. 由图可见, $a_k(t)$ 的演化与集团的大小有关.

已有的大部分研究表明, 集团大小分布随时间的演化具有一定的标度特性 [2-11,23]. 一类聚集系统经长时间演化后, 其集团大小分布随时间的演化总是满足如下的标度律形式 [23]:

$$a_k(t) = k^{-\tau} t^{-\omega} \Phi(k/t^z), \quad (4)$$

其中, $\Phi(x)$ 是标度函数. 当 $x \ll 1$ 时, $\Phi(x) \approx 1$;

当 $x \gg 1$ 时, $\Phi(x) \ll 1$. 对于扩散限制的聚集 - 湮没反应系统, 我们无法通过理论方法求得集团大小分布随时间演化的解析表达式. 这里, 我们利用计算机模拟数据来分析聚集 - 湮没反应系统的标度特性.

首先将 (4) 式改写为

$$a_k(t) \times t^\delta = (k/t^z)^{-\tau} \Phi(k/t^z), \quad (5)$$

其中, $\delta = \omega + \tau z$. 此外, 由集团浓度与粒子浓度的定义可知

$$c_A(t) = \sum_k a_k(t) \propto t^{-\alpha}, \quad (6)$$

$$g_A(t) = \sum_k k a_k(t) \propto t^{-\beta}. \quad (7)$$

由 (4)–(7) 式我们得到

$$z = \alpha - \beta, \quad \delta = \omega + \tau z = z + \alpha. \quad (8)$$

当粒子初始浓度对称时, α 和 β 满足 $\alpha = 2\beta$. 因此, 我们可以得出结论: 如果全局耦合网络上扩散限制的聚集 - 湮没过程中集团大小分布随时间的演化具有标度形 (4) 式, 那么其标度指数将满足如下关系:

$$z = \alpha/2, \quad \delta = 3\alpha/2. \quad (9)$$

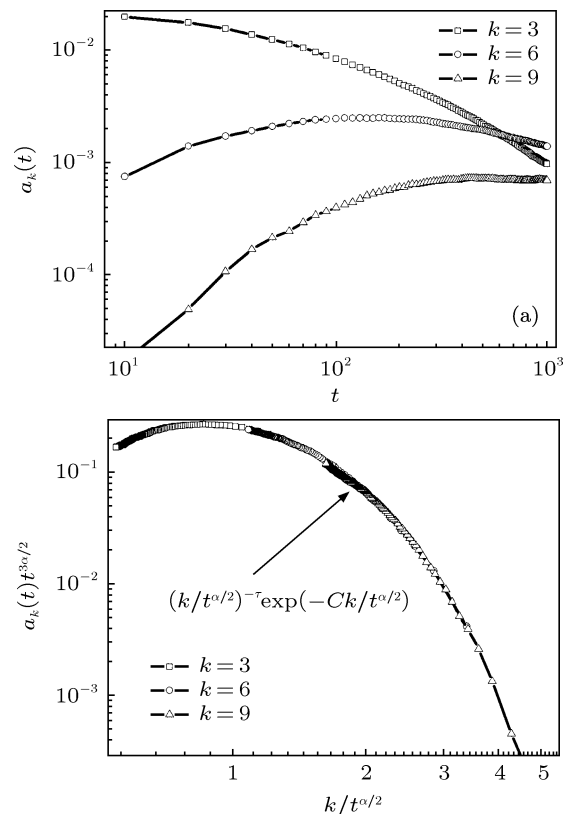


图 2 (a) $q = 2$ 时集团大小分布随时间的演化曲线; (b) $q = 2$ 时集团大小分布满足一定的标度律

根据 (5) 式, 我们采用新坐标重新描绘集团大小分布随时间的演化, 得到了 $a_k(t) \times t^{3\alpha/2}$ 随 $k \times t^{-\alpha/2}$ 的演化曲线, 如图 2(b) 所示. 结果发现, 不同大小所对应的分离的 $a_k(t)$ 曲线都将塌缩在一条相同的曲线上. 由此可见, 全局耦合网络上扩散限制的聚集-湮没反应过程中, 聚集集团大小分布满足标度律: $a_k(t) \approx t^{-\delta} x^{-\tau} \exp(-Cx)$, 其中 $\delta = 3\alpha/2$, $x = k/t^z$. 对扩散指数 q 取其他值, 我们可以得到类似的结果: 采用合适的重标度坐标, 所有的集团大小分布随时间的演化曲线将塌缩在同一条曲线上, 即聚集集团大小分布总是满足一定的标度律.

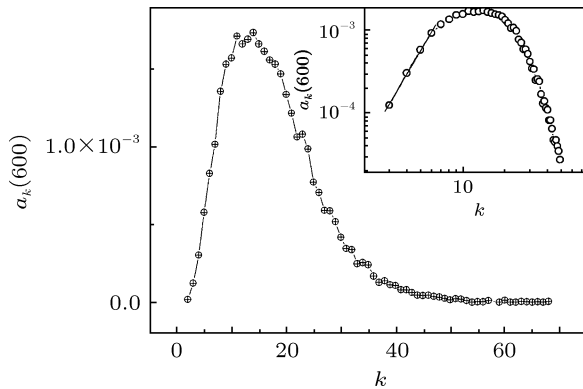


图 3 $q = 1$ 时 $a_k(600)$ 随聚集集团大小 k 的变化曲线

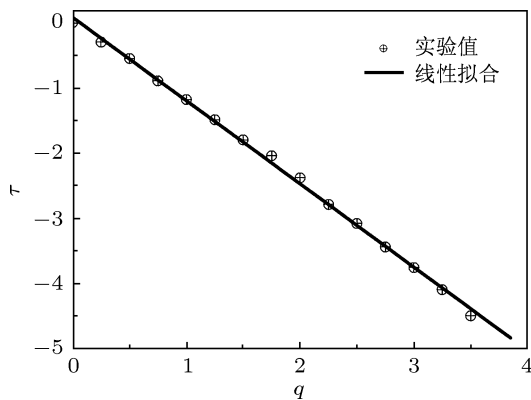


图 4 标度指数 τ 随扩散指数 q 的变化关系

我们进一步分析标度指数 ω , z 和 τ . 由 (8) 式可知, $z = 1/(2+q)$ 以及 $\omega = (3-\tau)/(2+q)$. 下面我们分析标度指数 τ 与 q 之间的关系. 给定时间, 可以描绘出聚集集团大小分布 $a_k(t)$ 随 k 的大小变化曲线, 如图 3 所示 (这里我们取 $t = 600$). 根据 $a_k(t) = k^{-\tau} t^{-\omega} \Phi(k/t^z)$, 当聚集集团大小 k 较小而时间 t 很大时, $k/t^{\alpha/2} \ll 1$, $\Phi(k/t^{\alpha/2}) \approx 1$,

因此, $a_k(t) \approx k^{-\tau} t^{-\omega}$. 当时间 t 固定时, 聚集集团浓度与其大小关系满足 $a_k(t) \propto k^{-\tau}$ (k 较小), 即 $\ln a_k(t) \approx -\tau \ln k + C$. 由图 3 我们可以得到 $q = 1$ 时标度指数 $\tau \approx -1.18$. 采用相同的方法, 我们得到了标度指数 τ 与扩散指数 q 的近似关系式: $\tau \approx -1.27q$, 如图 4 所示.

综上所述, 当两种类粒子初始浓度对称时, 1) A 或 B 种类的集团浓度与粒子浓度随时间的演化都具有幂律形式; 2) 聚集集团大小分布满足一定的标度律, 但它的标度指数不是普适的, 与扩散指数有关.

3.2 两种粒子初始浓度不对称

接下来我们讨论两种粒子初始浓度不对称的情况, 即初始时刻 A, B 两种类粒子个数不相同 (这里我们所采用的网络的总节点数仍为 10^4 , A 和 B 两种粒子数分别为 4800 与 1200). 首先分析 $q = 1$ 的情况. 令总集团浓度 $c(t) = c_A(t) + c_B(t)$. 由图 5 可见, 长时间演化后, 系统中 B 种类粒子 (即初始浓度小的种类) 将完全湮没, 只有 A 种类集团 (即初始浓度大的种类) 能生存. 在反应初期, 系统中同时存在同种类集团间的聚集反应和不同种类集团间的湮没反应. 随着 B 种类粒子逐渐湮没殆尽, 系统中只存在 A 种类集团, 两种类集团的聚集-湮没反应将退化为单种类不可逆聚集反应. 对于聚集-湮没反应系统, 值得关注的是反应后期的系统演化动力学行为. 系统经长时间演化后, $c_B(t) \approx 0$; 因此, 我们只讨论 A 种类集团的演化行为, 包括集团浓度、粒子浓度等随时间的演化. 由图 6 可见, A 种类集团的总粒子浓度在反应初期随着时间快速地减小,

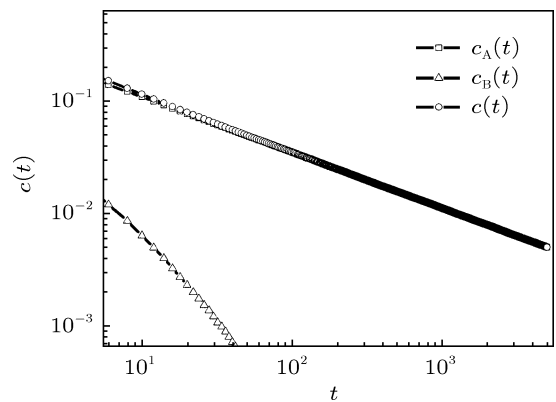


图 5 A 种类和 B 种类集团浓度及系统总浓度随时间的演化

但一定时间后将保持一定值, 不再随时间减小或增大. 图 7 所示的是不同扩散指数情况下 A 种类集团浓度 $c_A(t)$ 随时间的演化关系. 由图可见, $c_A(t)$ 随时间演化具有幂律形式: $c_A(t) \sim t^{-\alpha}$, 其中幂律指数 α 取决于扩散指数 q , 如表 2 所示. 由表 2 可见, 对于初始浓度不对称的聚集 - 湮没反应系统, A 种类集团 (初始浓度大的种类) 随着扩散指数 q 的增大, 其集团浓度的幂律演化指数 α 值逐渐减小, 且满足如下关系: $\alpha = 1/(1 + q)$.

表 2 不同 q 值情况下幂律指数 α 的值

q	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
α	0.94	0.657	0.4985	0.401	0.332	0.29	0.2489

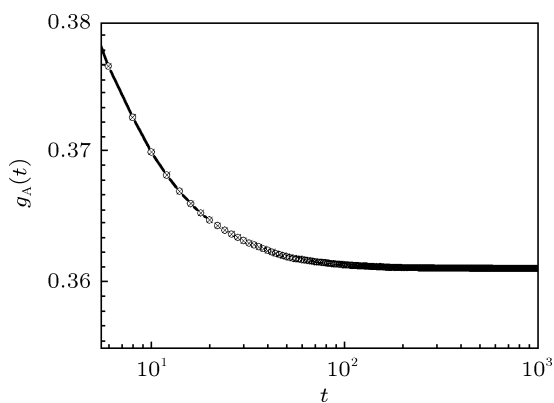


图 6 A 种类粒子浓度随时间的演化

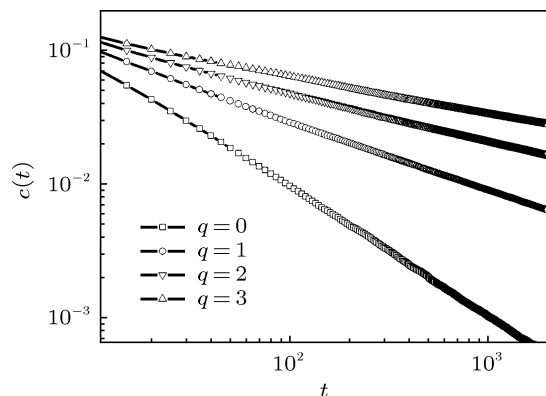


图 7 不同 q 值情况下 A 种类集团浓度随时间的演化

接下来我们讨论 A 种类集团大小分布随时间的演化规律. 在粒子初始浓度不对称的情况下, $\beta = 0$, 则由 (8) 式可以得到 $\delta = 2\alpha$ 和 $z = \alpha$. 然后, 我们分别描绘出 $q = 0$ 和 $q = 2$ 情况下的聚集集团大小分布随时间的演化, 并依据 (5) 式, 给出了 $a_k(t) \times t^{2\alpha}$ 随 $k \times t^{-\alpha}$ 的演化曲线, 如图 8

和图 9 所示. 结果发现, 不同大小所对应的分离的 $a_k(t)$ 曲线都将塌缩在一条相同的曲线上. 这表明, 对于粒子初始浓度不对称的系统, 粒子初始浓度大的种类的集团大小分布总是满足传统的标度律: $a_k(t) \approx t^{-\delta} x^{-\tau} \exp(-Cx)$, 其中 $\delta = 2\alpha$, $z = \alpha$, $x = k/t^z$. 进一步, 我们可以得到标度指数 τ 与扩散指数 q 近似满足关系式 $\tau \approx -1.27q$. 由此, 我们得知, 当粒子初始浓度不对称时, 初始浓度大的那个种类的集团大小分布满足标度形式 (4), 其标度指数是非普适的常数, $\tau \approx -1.27q$, $\omega \approx (2 + 1.27q)/(1 + q)$, 以及 $z = 1/(1 + q)$ (取决于扩散指数 q).

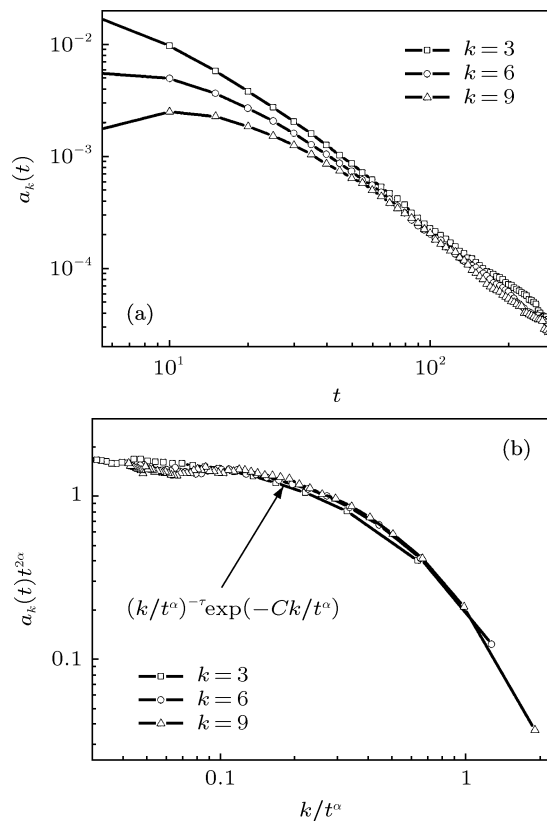


图 8 (a) $q = 0$ 时 A 种类集团大小分布随时间的演化曲线; (b) $q = 0$ 时集团大小分布满足一定的标度律

4 结论

本文利用 Monte-Carlo 模拟研究了全局耦合网络上的扩散限制的不可逆聚集 - 湮没反应过程的动力学行为. 在系统中, 存在两种不同种类的集团: A 种类集团和 B 种类集团. 同种类集团相遇, 将发生聚集反应; 不同种类的两个集团相遇, 则发生湮没反应. 此外, 集团在全局耦合网络上的扩散速率与

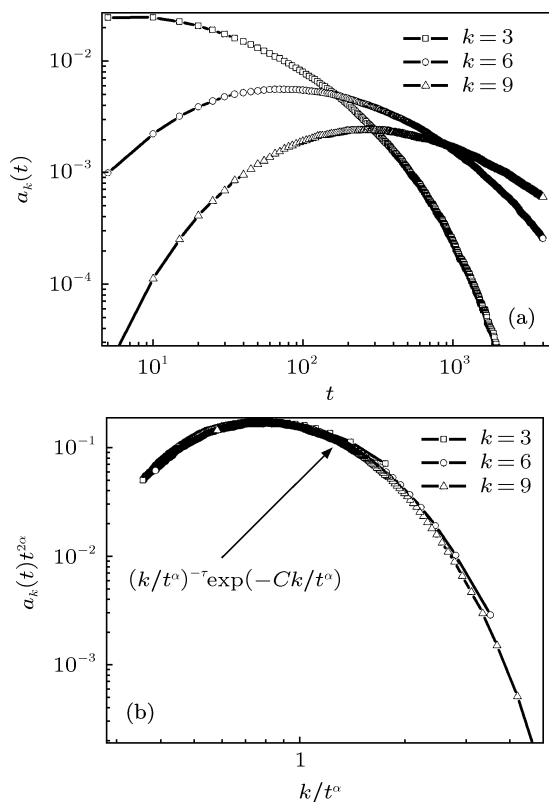


图9 (a) $q = 2$ 时 A 种类集团大小分布随时间的演化曲线; (b) $q = 2$ 时集团大小分布满足一定的标度律

集团的质量 m 有关, 即 $D \propto |m|^{-q}$. 分别针对粒子初始浓度对称与不对称两种情况, 分析了集团浓度和粒子浓度以及集团大小分布随时间的演化规律.

当两种粒子初始浓度对称时, 系统经长时间演化后, 集团浓度 $c(t)$ 和粒子浓度 $g(t)$ 都具有幂律形式, $c(t) \sim t^{-\alpha}$ 和 $g(t) \sim t^{-\beta}$, 其中

幂指数 α 和 β 满足 $\alpha = 2\beta$ 的关系, 且 $\alpha = 2/(2+q)$; 而集团大小分布随时间的演化满足标度律, $a_k(t) = k^{-\tau} t^{-\omega} \Phi(k/t^z)$, 标度指数 (τ , ω 和 z) 与扩散指数 q 的关系分别是: $\tau \approx -1.27q$, $\omega \approx (3 + 1.27q)/(2+q)$, 以及 $z = 1/(2+q)$.

当两种粒子初始浓度不对称时, 1) A 种类和 B 种类集团在反应初期都参与聚集和湮没反应; 2) 系统经长时间演化后, 粒子初始浓度小的 B 种类集团被初始浓度大的 A 种类集团完全湮没, 系统内只剩下 A 种类集团. 对于 $t \gg 1$, A 种类集团浓度随时间的演化仍呈现幂律形式, $c_A(t) \sim t^{-\alpha}$, 且幂指数与扩散指数满足关系式: $\alpha = 1/(1+q)$; A 种类粒子浓度则保持一定的大小不变. A 种类集团大小分布随时间的演化满足标度律, $a_k(t) = k^{-\tau} t^{-\omega} \Phi(k/t^z)$, 标度指数与扩散指数 q 的关系式分别是: $\tau \approx -1.27q$, $\omega \approx (2 + 1.27q)/(1+q)$, 以及 $z = 1/(1+q)$.

比较初始粒子浓度对称与不对称两种情况, 可以发现, 粒子初始浓度对称情况下的集团浓度随时间的幂律分布指数 α 值 ($\alpha = 2/(2+q)$) 大于初始浓度不对称时的 α 值 ($\alpha = 1/(1+q)$). 这是因为当粒子初始浓度对称时, 即使经过长时间演化, 系统内 A 和 B 两种粒子都能共存, 于是聚集和湮没两种反应将共同促使 A, B 种类集团浓度不断减小; 而在粒子初始浓度不对称的情况下, 在演化后期系统仅存在初始浓度大的 A 种类集团, 于是只有聚集反应这一个因素促使集团浓度减小. 本文的模拟结果与文献 [2,14] 的理论分析符合得很好.

- [1] Vicsek T 1992 *Fractal Growth Phenomena* (Singapore: World Scientific)
- [2] Krapivsky P L 1993 *Physica A* **198** 135
- [3] Krapivsky P L 1993 *Physica A* **198** 150
- [4] Ben-Naim E, Krapivsky P L 1995 *Phys. Rev. E* **52** 6066
- [5] Argyrakis P, Kopelman R 1993 *Phys. Rev. E* **47** 3757
- [6] Ke J, Lin Z 2002 *Phys. Rev. E* **65** 051107
- [7] Privman V, Cadilhe A M R, Glasser M L 1996 *Phys. Rev. E* **53** 739
- [8] Zhang L, Yang Z R 1997 *Physica A* **237** 444
- [9] Zhang L, Yang Z R 1997 *Phys. Rev. E* **55** 1442
- [10] Frachebourg L, Krapivsky P L, Redner S 1998 *J. Phys. A: Math. Gen.* **31** 2791
- [11] Balboni D, Rey P A, Droz M 1995 *Phys. Rev. E* **52** 6220
- [12] Ke J, Lin Z, Zheng Y, Chen X, Lu W 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 028301
- [13] Shi H P, Ke J H, Sun C, Lin Z Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1 (in Chinese) [施华萍, 柯见洪, 孙策, 林振权 2009 物理学报 **58** 1]
- [14] Sokolov I M, Blumen A 1994 *Phys. Rev. E* **50** 2335
- [15] Catanzaro M, Bognuá M, Pastor-Satorras R 2005 *Phys. Rev. E* **71** 056104
- [16] Laguna M F, Aldana M, Larralde H, Parris P E, Kenkre V M 2005 *Phys. Rev. E* **72** 026102
- [17] Gallos L K, Argyrakis P 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 138301
- [18] Tang M, Liu Z, Zhou J 2006 *Phys. Rev. E* **74** 036101
- [19] Liang X M, Ma L J, Tang M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 83 (in Chinese) [梁小明, 马丽娟, 唐明 2009 物理学报 **58** 83]
- [20] Hua D Y 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 018901
- [21] Kwon S, Kim Y 2009 *Phys. Rev. E* **79** 041132
- [22] Shen W W, Li P P, Ke J H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6681 (in Chinese) [沈伟伟, 李萍萍, 柯见洪 2010 物理学报 **59** 6681]
- [23] Vicsek T, Family F 1984 *Phys. Rev. Lett.* **52** 1669

Kinetics of two-species aggregation-annihilation processes on globally coupled networks*

Zhu Biao Li Ping-Ping Ke Jian-Hong[†] Lin Zhen-Quan

(College of Physics and Electronic Information Engineering, Wenzhou University, Wenzhou 325035, China)

(Received 21 April 2011; revised manuscript received 26 July 2011)

Abstract

Kinetics of diffusion-limited aggregation-annihilation process on globally coupled networks is investigated by the Monte Carlo simulation. In the system, when two clusters of the same species meet at the same node, they will aggregate and form a larger one; while if two clusters of different species meet at the same node, they will annihilate each other. The simulation results show that, (i) if the two species have equal initial concentrations, the concentration of clusters $c(t)$ and the concentration of particles $g(t)$ follow power laws at large time, $c(t) \sim t^{-\alpha}$ and $g(t) \sim t^{-\beta}$, with the exponents α and β satisfying $\alpha = 2\beta$ and $\alpha = 2/(2+q)$; meanwhile, the cluster size distribution can take the scaling form $a_k(t) = k^{-\tau} t^{-\omega} \Phi(k/t^z)$, where $\tau \approx -1.27q$, $\omega \approx (3 + 1.27q)/(2+q)$ and $z = \alpha/2 = 1/(2+q)$; (ii) if the two species have different initial concentrations, the cluster concentration of the heavy species $c_A(t)$ follows the power law at large time, $c_A(t) \sim t^{-\alpha}$, where $\alpha = 1/(1+q)$, and the cluster size distribution of the heavy species can obey the scaling law at large time, $a_k(t) = k^{-\tau} t^{-\omega} \Phi(k/t^z)$, with the scaling exponents $\tau \approx -1.27q$, $\omega \approx (2 + 1.27q)/(1+q)$ and $z = \alpha = 1/(1+q)$. The simulation results accord well with the reported theoretic analyses.

Keywords: globally coupled network, aggregation-annihilation, Monte Carlo simulation, scaling law

PACS: 68.43.Jk, 82.20.-w, 71.15.Pd

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11175131, 10775104, 10875086, 10305009).

[†] E-mail: kejianhong@yahoo.com.cn