

利用粒子滤波从雷达回波实时跟踪反演大气波导*

盛峥^{1)2)†} 陈加清¹⁾ 徐如海³⁾

1) (解放军理工大学气象学院, 南京 211101)

2) (南京信息工程大学气象灾害省部共建教育部重点实验室, 南京 210044)

3) (南京电子技术研究所, 南京 210013)

(2011年6月1日收到; 2011年7月17日收到修改稿)

粒子滤波 (particle filter, PF) 是利用蒙特卡洛仿真方法处理递推估计问题的非线性滤波算法, 这种方法不受模型线性和高斯假设的约束, 是处理非线性非高斯动态系统状态估计的有效算法, 适用于雷达回波反演大气波导 (RFC) 这类非线性非高斯问题. 文中分别介绍了 PF 的基本思想和具体算法实现步骤, 最后导出 PF 反演算法的迭代求解格式. 数值试验结果表明, 与扩展卡尔曼滤波 (extended kalman filter, EKF) 和不敏卡尔曼滤波 (unscented kalman filter, UKF) 相比, PF 更适用于 RFC 这类高度非线性反演问题, 可有效提高反演结果的稳定性和精度.

关键词: 大气波导, 雷达回波, 粒子滤波

PACS: 93.85.Ly, 41.20.Jb

1 引言

利用雷达回波反演大气波导 (refractivity from clutter, RFC), 它属于反问题研究领域中新课题^[1], 目前求解该反问题的方法主要是统计反演和物理反演方面的. 美国海军研究生院 Gerstoft 等采用模拟退火/遗传算法的方法, 利用雷达回波反演出大气波导结构^[2,3]; Yardim 和 Gerstoft 等在 Bayesian 理论框架内, 用 MCMC (Markov Chain Monte Carlo) 采样方法从雷达回波不仅反演了大气的折射率结构, 而且还估计了反演的精度, 即不确定性分析^[4]; Vasudevan 等利用重要序列性采样算法从雷达回波中估计表面波导结构^[5]; Douvenot 等利用映射函数结合支持向量机的方法实现对海洋大气波导结构的快速反演^[6]; Yardim 和 Gerstoft 等评估不同反演算法在全球重点海域对大气波导结构的反演精度^[7]; 盛峥和黄思训采用变分伴随结合正则化方法一种全新的物理反演算法对该问题进行反演研究^[8,9], 以提高反演速度; 盛峥利用 EKF 和 UKF 的反演算法实现对大气波导的实时跟踪反演^[10]. UKF 较 EKF 有更好的滤波效果, 但都是在

基于模型线性化和高斯假设的条件下. 在处理非线性非高斯问题时, 由于 PF 不受非线性非高斯问题的限制, 所以在机动目标跟踪、金融领域的数据分析、状态监视与故障诊断、图像处理等方面得到了广泛的应用. 基于此, 本文在前面工作的基础上引入 PF 算法来克服以上各种反演算法的缺陷.

2 大气波导参数化模型及粒子滤波方程中观测方程的建立

2.1 大气波导参数化模型

不同距离处的大气折射指数表达式可写成 (1) 式, m 表示大气折射指数, 下标 n_t 表示在时间 n_t 时的大气折射指数

$$\mathbf{x}_k = (m_1^T, m_2^T, \dots, m_{n_t}^T)^T, \quad (1)$$

为减少计算量, 采用四参数模型来代替经典的五参数模型, 以提高计算效率. 文中还是采用美国加利福尼亚海军物理实验室提出具有普适性的四参数

* 国家自然科学基金 (批准号: 41105013)、江苏省自然科学基金 (批准号: BK2011122) 和南京信息工程大学气象灾害省部共建教育部重点实验室开放课题 (批准号: KLME1109) 资助的课题.

† E-mail: 19994035@sina.com

经验模型, 它用矢量表示

$$\mathbf{m}_i = (c_1(t_i), c_2(t_i), h_1(t_i), h_2(t_i))^T, \quad (2)$$

其中四参数分别为: 波导底的高度 h_1 (base height), 混合层的斜率 c_1 (mixed layer slope), 表面波导的厚

度 h_2 (thickness), 以及表面波导厚度 h_2 所对应折射指数的变化 c_2 (M-deficit).

表面波导的折射指数 (M 单位) 垂直分布关系式可写成 (3) 式

$$M(z, r) = M_0 + \begin{cases} c_1 z, & z < h_1, \\ c_1 h_1 + c_2(z - h_1), & h_1 < z < h_2, \\ c_1 h_1 + c_2 h_2 + 0.118(z - h_1 - h_2), & h_2 < z, \end{cases} \quad (3)$$

2.2 粒子滤波方程中观测算子的建立 —— 电磁波传播的地型抛物方程 (TPEM)

电磁波传播的波动方程 —— Helmholtz 方程可以用地型抛物方程进行近似. 建立以地面水平距离为 x 坐标、以地面高度为 z 坐标的局地平面直角坐标系, 得到电磁波传播的抛物近似方程 [11] 为

$$\partial_z^2 u + 2ik\partial_x u + k^2\left(n^2 - 1 + \frac{2z}{a_e}\right)u = 0, \quad (4)$$

上式中, k 为自由空间波数, n 为大气折射指数, a_e 为地球半径, z, x 分别为电磁波传播时距离坐标系原点的高度和距离, u 为电磁场的场量强度. 抛物方程 (4) 式的边界条件, 参阅文献 [11]. 对一个带初始值的抛物方程, 可以使用“步进类型”的数值解法, 即在某一个距离 x_0 上给定一个有效的解, 利用“步进”的傅里叶算法递推解出所有 $x > x_0$ 处的解, 从而可得出下面 (5) 式, 即反演时所采用的观测算子

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) = -2L(\mathbf{x}_k) + 10 \log_{10}(r) + C, \quad (5)$$

L 代表雷达电磁波的单程传播损耗, C 代表在 (5) 式所用的所有常量, (5) 式就是雷达接收到海杂波回波功率密度 $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k)$ 与电磁波的单程传播损耗 $L(\mathbf{x}_k)$ 的关系式, 在已知 $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k)$ 和雷达相关参数的情况下, 可计算出电磁波的单程传播损耗 $L(\mathbf{x}_k)$.

3 PF 算法的数学描述和实现

PF 是通过非参数化的蒙特卡罗模拟方法来实现递推贝叶斯滤波, 适用于任何系统方程为非线性和噪声为非高斯的情况, 精度可以逼近最优估计. 其基本思想是, 利用一组带有相关权值的随机样本, 以及基于这些样本的估算来表示后验概率密度. 下面分别对 PF 的数学原理和实现过程介绍如下 [12].

3.1 PF 算法的数学描述

首先考虑 (6) 式的非线性模型, 其中 \mathbf{f}_k 代表大气折射指数 \mathbf{x}_k 的状态方程, \mathbf{h}_k 为雷达接收到海杂波回波功率密度 z_k 与电磁波的单程传播损耗 $L(\mathbf{x}_k)$ 的观测方程.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_{k-1}, u_{k-1}, w_{k-1}), \\ z_k &= \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, v), \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}_n$ 为系统状态, \mathbf{f}_k 为 n 维向量函数, \mathbf{h}_k 为 m 维向量函数, w_k 为 n 维随机过程噪声, v_k 为 m 维随机量测噪声. 在进行滤波前先做如下假设: 过程噪声 w_k 具有协方差阵 \mathbf{Q}_k , 量测噪声 v_k 具有协方差阵 \mathbf{R}_k , 初始状态 x_0 与所有噪声独立, 其先验均值和协方差阵为

$$E(x_0) = \bar{x}_0 = \hat{x}_{0|0}, \quad \text{cov}(x_0) = \mathbf{P}_0, \quad (7)$$

设 $x_{0:k} = \{x_0, x_1, \dots, x_k\}$, $z_{0:k} = \{z_0, z_1, \dots, z_k\}$, 则贝叶斯滤波的步骤如下.

1) 假定在 $k - 1$ 时刻已经获得了 $p(x_{k-1}|z_{1:k-1})$, 那么状态一步预测的概率密度函数

$$\begin{aligned} p(x_k|z_{1:k-1}) \\ = \int p(x_k|x_{k-1})p(x_{k-1}|z_{1:k-1})dx_{k-1}; \end{aligned} \quad (8)$$

2) 在已经获得 $p(x_k|z_{1:k-1})$ 的基础上, 计算得到量测一步预测的概率密度函数

$$p(z_k|z_{1:k-1}) = \int p(x_k|z_k)p(x_k|z_{1:k-1})dx_k; \quad (9)$$

3) 在 k 时刻已经获得新的量测数据 z_k 可利用贝叶斯公式计算得到后验概率密度函数

$$\begin{aligned} p(x_k|z_{1:k}) &= p(x_k|z_{1:k-1}, z_k) \\ &= \frac{p(z_k|x_k, z_{1:k-1})p(x_k|z_{1:k-1})}{p(z_k|z_{1:k-1})}. \end{aligned} \quad (10)$$

这就完成了贝叶斯滤波计算. 但是, 这一方法的最大困难在于概率密度函数的计算, 即使在噪声为高斯分布的假设下, 计算其变量的分布也都是非常复杂的. 基于此, 下面介绍的粒子滤波算法.

设 $\{x_{0:k}^{(i)}, i = 1, 2, \dots, N\}$ 是从一个建议的容易采样的概率密度函数 $q(x_{0:k}|z_{1:k})$ 进行采样而产生 N 个样本, 称为采样粒子 (sampling particle), 而 $q(x_{0:k}|z_{1:k-1})$ 称为重要性密度函数 (importance density function), 则对概率密度函数 $p(x_{0:k}|z_{1:k})$ 的加权近似就可表示为

$$\hat{p}(x_{0:k}|z_{1:k}) = \sum_{i=1}^N \overline{w}_k^i \delta(x_{0:k} - x_{0:k}^{(i)}),$$

$$\overline{w}_k^i = w_k^i / \sum_{j=1}^N w_k^j, \quad (11)$$

式中

$$w_k^i(x_{0:k}) = \frac{p(z_{1:k}|x_{0:k})p(x_{0:k})}{q(x_{0:k}|z_{1:k})}$$

称为重要性权值.

为了实现递推计算, 选取重要性密度函数为 $q(x_{0:k}|z_{1:k}) = q(x_{0:k-1}|z_{1:k-1})q(x_k|x_{0:k-1}, z_{1:k})$, 从 $q(x_k|x_{0:k-1}, z_{1:k})$ 中抽取样本 $x_k^{(i)}$, 重要性权值更新为

$$w_k^{(i)} = \frac{w_{k-1}^{(i)}p(z_k|x_k^{(i)})p(x_k^{(i)}|x_{k-1}^{(i)})}{q(x_k^{(i)}|x_{0:k-1}^{(i)}, z_{1:k})},$$

称为序贯重要性采样 (SIS). 但是与 SIS 滤波有关的一个普遍问题是退化现象, 即经过几次迭代之后, 差不多所有的粒子都具有负的权值. 已经证明, 重要性权值的方差随着时间递增而增大. 但是重采样是解决退化问题的一个有效办法, 该算法的主要思想是: 一旦退化现象明显发生, 在重要性采样的基础上, 加入重采样, 以淘汰权值低的粒, 而集中于权值高的离子, 从而限制退化现象. 具体方法是对每个粒子 $x_k^{(i)}$ 按其权值生成 N_i 个副样本, 并使得 $\sum N_i = N$, 若 $N_i = 0$, 则说明该粒子被淘汰. 通过重采样产生一个新的样本集合 $\{\hat{x}_k^{(i)}, i = 1, 2, \dots, N\}$, 且每个粒子的权值 $w_k^{(i)} = 1/N$.

3.2 PF 算法的实现

1) 初始化: $k = 0$, 根据 $p(x_0)$ 的分布采样得到 $\{x_0^{(i)}, i = 1, 2, \dots, N\}$, 令 $k = 1$.

2) 权值计算, 采样 $\{x_k^{(i)}, i = 1, 2, \dots, N\} \sim$

$q(x_k|x_{0:k-1}^{(i)}, z_{0:k})$, 计算权值

$$w_k^{(i)} = \frac{w_{k-1}^{(i)}p(z_k|x_k^{(i)})p(x_k^{(i)}|x_{k-1}^{(i)})}{q(x_k^{(i)}|x_{0:k-1}^{(i)}, z_{1:k})},$$

权值归一化得:

$$\overline{w}_k^i = w_k^i / \sum_{j=1}^N w_k^j.$$

3) 重采样, 从 $\{\hat{x}_k^{(i)}, i = 1, 2, \dots, N\}$ 中根据重要性权值 \overline{w}_k^i 重新采样得到新的 N 个粒子的集合, 并重新分配粒子权值得:

$$w_k^{(i)} = \overline{w}_k^i = \frac{1}{N}.$$

4) 输出状态估计, 令 $k \rightarrow k + 1$, 利用 $\mathbf{x}_k = f_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}, \mathbf{w}_{k-1})$ 计算 \mathbf{x}_k , 返回第二步进行递推计算.

5) 重复步骤 (2)—(4), 最后得到时刻状态量估计的均值为 $\hat{x}_k = \sum_{j=1}^N w_k^{(j)} x_k^{(j)}$.

4 数值试验与结果分析

为了验证 PF 方法实时跟踪反演大气波导参数的可行性及其精度, 设计了以下反演的数值实验. 试验过程设计如下: 1) 选择雷达参数: 雷达频率 3 GHz; 抬升角 0°; 雷达天线高度 15 m; 2) 根据统计结果, 给定滤波算法的误差协方差矩阵为: $\mathbf{P}_0 = \text{diag}\{(10M - \text{units}/\text{km})^2\}$, $\mathbf{Q}_k = \text{diag}\{(10M - \text{units}/\text{km})^2\}$, $\mathbf{R}_k = \text{diag}\{(5 \text{ dB}^2)\}$; 3) 设置反演算法过程中随机采样点的个数为 100, 滤波算法的执行次数为 30, 每次间隔 1 min; 4) 此情况下大气折射指数随时间是变化的, 4 个参数中由于 c_1, h_2 变化较为复杂, 呈现非线性变化的特征较为明显, c_2, h_1 变化相对来讲线性特征明显点, 故分别考虑 2 个参数为线性变化, 2 个参数为非线性变化, 设定真值为 $c_1(t) = 0.2 - 0.0005t^2$, $c_2 = -0.6 + 0.01t$, $h_1 = 40 - 0.5t$, $h_2 = 100 - 0.1 \times (t - 15)^2$, t 的单位为 min. 为对比说明 EKF, UKF 和 PF 的反演精度, 分别利用 EKF, UKF 和 PF 对大气折射指数进行反演, 100 个初始采样点值为随机选取. 在采样过程中, 100 个采样点同时进行, 最后得到的反演结果是 100 个采样点的简单平均值. 经过 30 min, 即 30 次滤波估计后, EKF 和 PF 对各个参数的反演结果见图 1, UKF 和 PF 对各个参数的反演结果见图 2.

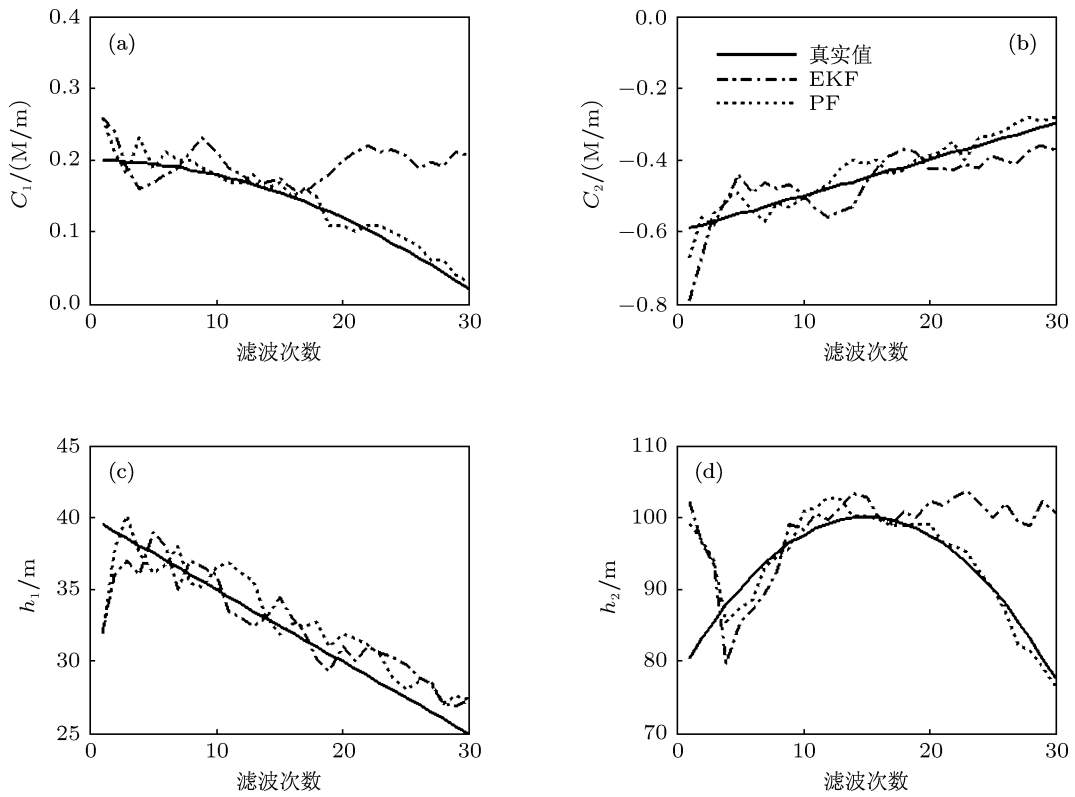


图1 EKF和PF对各个参数的反演结果

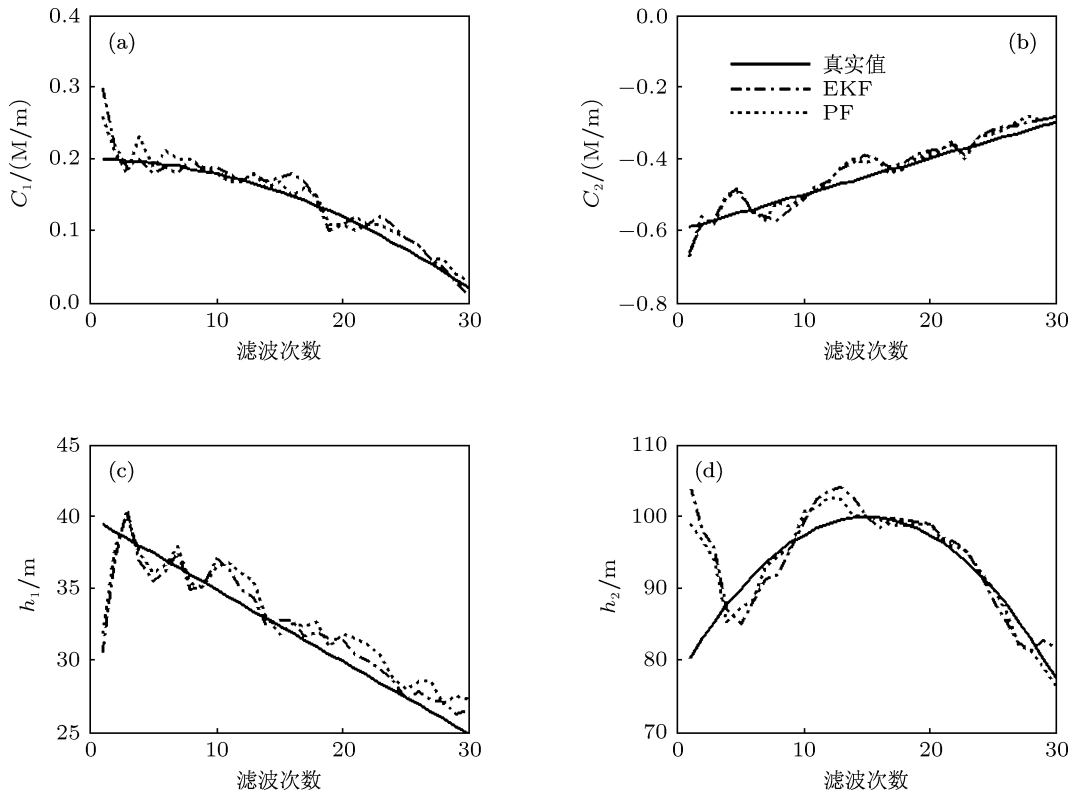


图2 UKF和PF对各个参数的反演结果

表1 UKF 和 PF 两种算法的反演结果误差统计

参数	10 次仿真数值试验				50 次仿真数值试验			
	$c_1/\%$	$c_2/\%$	$h_1/\%$	$h_2/\%$	$c_1/\%$	$c_2/\%$	$h_1/\%$	$h_2/\%$
EKF	32.7	11.8	4.2	10.4	33.2	11.7	4.2	10.8
UKF	12.6	5.1	3.3	6.5	12.8	5.0	3.4	6.6
PF	10.2	5.1	3.5	4.6	10.1	5.1	3.4	4.5

从图 1(b) 和 (c) 中可看出, 在大气折射指数随时间为线性变化, 即待反演参数呈现线性变化时, EKF 和 PF 均能反演出折射指数参数, 对参数的线性变化特征均能实时跟踪反演, EKF 和 PF 的反演精度较为相近. 从图 1(a) 和 (d) 中可看出, 在大气折射指数随时间为曲线变化, 即待反演参数的非线性较强时, EKF 不能很好地反演这些参数, 均出现发散现象, 即跟踪反演失败. 从图 2(b) 和 (c) 中可看出, 在大气折射指数随时间为线性变化, UKF 和 PF 均能反演出折射指数参数, 且两种方法的反演精度较为相近. 从图 2(a) 和 (d) 中可看出, 在大气折射指数随时间为曲线变化, 即待反演参数的非线性较强时, UKF 此时也能描绘出参数的变化情况, 但是相比参数线性变化情况下, 反演精度明显降低, 而 PF 此时的非线性反演优势体现出来, 对曲线变化的参数均实现成功跟踪反演, 且反演精度相对于参数线性变化情况下没有明显降低.

在表 1 中列出 EKF, UKF 和 PF 三种算法在考虑折射指数随时间变化条件下的反演结果误差统计, 由于前面几次反演的结果不是很稳定, 故反演结果都是在反演稳定以后再统计比较反演结果的, 在这里取为第 5 次滤波以后的反演结果, 表中的百分比表示反演结果的相对误差, 为提高结论的可信度, 表中分别列出 10 次仿真数值试验和 50 次仿真数值试验的统计结果.

从表 1 并结合图 1 和图 2, 可看出在参数随时间为线性变化情况下, EKF, UKF 和 PF 均能正确反演出参数变化情况, EKF 反演精度要略低于 UKF 和 PF. 参数随时间为非线性变化情况

下, EKF 此时对参数的反演基本失败, 反演过程中出现发散情况. UKF 和 PF 此时对非线性变化参数的反演优势体现出来了, 对参数的非线性变化实现成功跟踪反演, 但此时的 UKF 反演精度要略低于 PF 的反演精度, 说明 PF 通过非参数化的蒙特卡罗模拟方法来实现递推贝叶斯滤波, 适用于非线性和噪声为非高斯的情况, 精度优于 UKF, 可以逼近最优估计.

5 结论

本文在前面提出利用 EKF 和 UKF 实现对大气波导结构的多方位角实时跟踪反演的基础上, 针对利用 EKF 和 UKF 在处理非线性非高斯问题时的缺陷, 提出利用 PF 算法来克服以上各种反演算法的缺陷, 实现对 RFC 这类高度非线性问题的成功反演. 同时将 PF 算法与 EKF, UKF 算法进行了数值试验比较, 数值试验结果证明了 PF 算法的有效性. 虽然 PF 算法可以作为解决非线性反演问题的有效手段, 但是该算法仍然存在着一一些问题. 其中最主要的问题是需要用大量的样本数量才能很好地近似系统的后验概率密度. 描述后验概率分布所需要的样本数量就越多, 算法的复杂度就越高. 因此, 能够有效地减少样本数量的自适应采样策略是该算法的重点. 另外, 重采样阶段会造成样本有效性和多样性的损失, 导致样本贫化现象, 如何保持粒子的有效性和多样性, 克服样本贫化, 也是该算法研究重点.

- [1] Yan H J 1996 *AJ.* **112** 1312
 [2] Gerstoft P, Rogers L T, Krolik J L, Hodgkiss S W 2003 *Radio Sci.* **38** 8053
 [3] Gerstoft P, Hodgkiss S W, Rogers L T, Jablecki M 2004 *Radio Sci.* **39** 6006
 [4] Yardim C, Gerstoft P, Hodgkiss W S 2006 *IEEE Antennas Propag.*

- 54** 1318
 [5] Vasudevan S, Anderson H R, Kraut S, Gerstoft P, Rogers L T, Krolik J L 2007 *Radio Sci.* **42** 2014
 [6] Douvenot R, Fabbro V, Gerstoft P, Bourlier C, Saillard J 2008 *Radio Sci.* **43** 3842
 [7] Yardim C, Gerstoft P, Hodgkiss W S 2009 *Radio Sci.* **44** 3897

- [8] Sheng Z, Huang S X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1734 (in Chinese) [盛峥, 黄思训 2010 物理学报 **59** 1734]
 [9] Sheng Z, Huang S X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3912 (in Chinese) [盛峥, 黄思训 2010 物理学报 **59** 3912]
 [10] Sheng Z 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 119301 (in Chinese) [盛峥 2011 物理学报 **60** 119301]
 [11] Barrios A E 1994 *IEEE Antennas Propag.* **42** 90
 [12] Sarkka S Vehtari A Lampinen J 2007 *Info Fusion* **8** 2

Tracking refractivity from radar clutter using particle filter*

Sheng Zheng^{1)2)†} Chen Jia-Qing¹⁾ Xu Ru-Hai³⁾

1) (*Institute of Meteorology, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China*)

2) (*Key Laboratory of Meteorological Disaster of Ministry of Education, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China*)

3) (*Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing 210013, China*)

(Received 1 June 2011; revised manuscript received 17 July 2011)

Abstract

Particle filter(PF) is an effective algorithm for the state recursive estimation in nonlinear and non-Gaussian dynamic systems by utilizing the Monte Carlo simulation, and it is applicable for solving the nonlinear and non-Gaussian RFC(refractivity from radar clutter) problems. The basic idea and the specific algorithm of PF are introduced; the implementation of the iterative inversion algorithm is derived finally. The experimental result indicates that the particle filter is suited to solve the nonlinear inversion problem and can effectively increase the stability and the accuracy of inversion results compared with the extended Kalman filter (EKF) and the unscented kalman filter (UKF).

Keywords: atmospheric ducts, radar clutter, particle filter (PF)

PACS: 93.85.Ly, 41.20.Jb

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41105013), the National Natural Science Foundation of Jiangsu, China (Grant No. BK2011122), and the Open Issue Foundation of Key Laboratory of Meteorological Disaster of Ministry of Education, China (Grant No. KLME1109).

† E-mail: 19994035@sina.com