

不同耦合下混沌神经网络的同步*

吴望生 唐国宁†

(广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004)

(2011年7月8日收到; 2011年8月15日收到修改稿)

采用 Hindmarsh-Rose 神经元动力学模型, 对二维点阵上的神经网络的同步进行了研究. 为了解不同耦合对网络同步的影响, 提出了一般反馈耦合、分层反馈耦合和分层局域平均场反馈耦合三种方案. 研究表明: 在耦合强度较小的近邻耦合下, 一般反馈耦合不能使网络达到完全同步, 而分层反馈耦合和分层局域平均场反馈耦合可以使网络出现局部同步和全局同步. 不同形式的耦合会导致网络出现不同的斑图, 随着耦合强度的增大, 网络从不同步到同步的过程也不相同, 一般反馈耦合和分层反馈耦合网络是突然出现全局同步, 同步之前网络出现非周期性的相干斑图; 对于分层局域平均场反馈耦合网络, 同层神经元之间先出现从簇放电同步到同步的转变, 形成靶波, 然后同步区由中心向外逐渐扩大, 最终达到网络的全局同步. 这些结果表明, 只有适当的耦合才能实现信号的无损耗的传递. 此外我们发现分层局域平均场反馈耦合可以促进网络的同步.

关键词: Hindmarsh-Rose 神经元, 局域平均场, 同步

PACS: 05.45.Xt, 87.19.lm, 87.19.lj

1 引言

自 Pecora 和 Carro^[1] 于 1990 年发现了混沌系统可以同步以来, 混沌同步研究在许多学科领域深入展开, 特别是在神经科学领域, 成为当前研究的热点问题. 神经元之间的同步是一种自然现象, 对混沌神经元振子的同步研究, 直接关系到人们对大脑功能的认识, 有助于揭示大脑对信息的记忆和存储规律. 经过几十年的研究, 在混沌神经元振子之间和神经网络的同步方面取得了大量的研究成果. 一方面, 根据神经系统的特点, 人们提出了许多耦合方法, 如突触耦合^[2], 噪声驱动耦合^[3], 各种延迟反馈耦合 (如时变延迟^[4-6]、分布式时间延迟^[7]和分布时变延迟^[8]等). Baptist 等人^[2]发现: 对于同时存在化学和电突触耦合的神经网络, 适当的电突触强度可以使网络去同步或使网络出现完全同步. Rappel 等人^[3]发现噪声可以诱发神经网络的同步. Dhamala 等人^[4]利用延迟反馈控制法研究神经网络的混沌同步现象, 发现低增益因子和较大的时间延迟可提高网络的同步, Rosenblum 等人^[5]在全局平均场耦合中引入延时反馈, 发现延迟可以抑制或促进神经元集群的自同步. 另一方面, 人们发现了许多不同类型的神经元同步状态, 例如完全

同步^[9,10]、广义同步^[11]、相位同步^[12]和反相同步^[13]、零滞后同步^[14]、自适应同步^[15]、指数同步^[16]和间歇同步^[17]、混沌簇放电同步^[18]和集群嵌合态^[19]. 目前关于神经元的同步研究, 更多的是考虑少数神经元相互耦合的情况, 其网络拓扑结构多是环状或链状, 针对二维点阵上的大集群耦合神经网络的同步研究相对较少.

Huerta 等人^[20]研究了二维点阵上非全同的 Hindmarsh-Rose(HR) 神经网络, 采用近邻耦合, 发现会出现局部神经元簇放电同步、整体神经元簇放电同步和神经元的完全同步. Mainieri 等人^[21]发现二维点阵上扩散耦合 HR 神经网络出现部分同步, 其相干结构在神经元的 50 个平均发放周期内几乎不变, 认为所提出的模型能模仿短期记忆. 然而不同形式的耦合对二维点阵上神经元的同步有何作用迄今没有得到深入研究, 这些研究有助于理解发生在大脑中的同步现象和信息的无损失传播.

考虑到大脑的神经元之间存在近邻耦合、分层耦合, 神经元对信息有整合能力, 本文提出三种耦合方式: 一般反馈耦合、分层反馈耦合和分层局域平均场反馈耦合, 研究了不同耦合方式下二维正方形点阵上的混沌 HR 神经网络的同步. 在后两种

* 国家自然科学基金 (批准号: 11165004, 10765002) 资助的课题.

† E-mail: tangguoning@sohu.com

耦合中, 二维点阵上的神经元被划分成若干层, 这样神经元的耦合可分为外层、内层和同层耦合. 数值模拟表明: 在耦合强度较小的近邻耦合下, 一般反馈耦合不能使网络达到完全同步, 而分层反馈耦合和局域平均场反馈耦合可以实现网络的同步, 还可以使网络出现局部同步. 不同形式的耦合会导致网络出现不同的斑图, 有的出现局部的簇放电同步和局部完全同步, 因此不同形式的耦合, 其同步过程也不相同. 在分层局域平均场反馈耦合下, 通过选择适当的耦合参数, 可观察到持续向外传播的靶波. 接下来先介绍本文使用的模型, 然后介绍数值模拟结果, 最后给出本文的结论.

2 网络动力学模型

考虑由 $N = M \times M = 65 \times 65 = 4225$ 个 HR 神经元构成的二维正方形点阵神经网络, 各神经元初始处于不同的混沌态, 神经元用 (i, j) 标记, i, j 为格点的坐标指数. 本文采用近邻反馈耦合, 研究不同类型的耦合对网络同步的影响. 耦合的邻域半径为 r , 即某个神经元 (i, j) 只与其周围 $(2r+1) \times (2r+1)$ 正方形区域内的神经元耦合, 与神经元 (i, j) 耦合的神经元集合记为 $\Omega_{i,j}$. 考虑到大脑中的神经细胞存在分层结构, 这里将神经元分为若干层. 第 0 层只有一个神经元, 位于点阵中央, 为最内层的神经元. 第一层的神经元与第 0 层的神经元相邻, 第二层的神经元与第一层的神经元相邻, 依此类推, 这样得到 $L_{\max} = (M-1)/2 = 32$ 层 (不含第 0 层). 假设神经元 (i, j) 位于第 L 层上, 神经元 (i, j) 与第 L 层上邻域半径内的 $N_{i,j}^S$ 个神经元的耦合称为同层耦合, 这些神经元的集合记为 $\Omega_{i,j}^S$. 神经元 (i, j) 与第 $L-1, L-2, \dots, L-r (L-r \leq 0)$ 层上邻域半径内的 $N_{i,j}^I$ 个神经元的耦合为内层耦合, 这些神经元的集合记为 $\Omega_{i,j}^I$. 神经元 (i, j) 与第 $L+1, L+2, \dots, L+r (L+r \leq 32)$ 层上邻域半径内的 $N_{i,j}^O$ 个神经元的耦合称为外层耦合, 这些神经元的集合记为 $\Omega_{i,j}^O$. 位于格点 (i, j) 上的 HR 神经元的动力学行为由下列方程描述 [22]:

$$\dot{u}_{i,j} = v_{i,j} - au_{i,j}^3 + bu_{i,j}^2 - w_{i,j} + I_{\text{ext}} + F_{i,j}, \quad (1a)$$

$$\dot{v}_{i,j} = c - du_{i,j}^2 - v_{i,j}, \quad (1b)$$

$$\dot{w}_{i,j} = \gamma [s(u_{i,j} - \chi) - w_{i,j}], \quad (1c)$$

其中角标 i, j 为点阵格点坐标指数, u 代表神经细胞的膜电位, v 是与内电流 (如钠离子和钾离子) 相关的恢复变量, w 表示与钙离子激活的钾离子电流相关的慢变调节电流, a, b, c, d, γ, s 及 χ 都是系统

参数, I_{ext} 表示外界直流激励, $F_{i,j}$ 为耦合项. 在本文中各参数取值如下: $a = 1, b = 3, c = 1, d = 5, \gamma = 0.006, s = 4, \chi = -1.6$ 和 $I_{\text{ext}} = 3.0$, 这样孤立的神经元处于混沌状态.

考虑如下三种形式的耦合:

(1) 一般反馈耦合:

$$F_{i,j}(t) = \varepsilon \sum_{l,m \in \Omega_{i,j}} [u_{l,m}(t) - u_{i,j}(t)]. \quad (2)$$

(2) 分层反馈耦合:

$$F_{i,j}(t) = \varepsilon_O \sum_{l,m \in \Omega_{i,j}^O} [u_{l,m}(t) - u_{i,j}(t)] + \varepsilon \sum_{l,m \in (\Omega_{i,j}^I + \Omega_{i,j}^S)} [u_{l,m}(t) - u_{i,j}(t)]. \quad (3)$$

(3) 分层局域平均场反馈耦合:

$$F_{i,j}(t) = \varepsilon_O (\bar{u}_{i,j}^O(t) - u_{i,j}(t)) + \varepsilon_I (\bar{u}_{i,j}^I(t) - u_{i,j}(t)) + \varepsilon_S (\bar{u}_{i,j}^S(t) - u_{i,j}(t)), \quad (4)$$

$$\bar{u}_{i,j}^O(t) = \frac{1}{N_{i,j}^O} \sum_{l,m \in \Omega_{i,j}^O} u_{l,m}(t),$$

$$\bar{u}_{i,j}^I(t) = \frac{1}{N_{i,j}^I} \sum_{l,m \in \Omega_{i,j}^I} u_{l,m}(t),$$

$$\bar{u}_{i,j}^S(t) = \frac{1}{N_{i,j}^S} \sum_{l,m \in \Omega_{i,j}^S} u_{l,m}(t).$$

这时外层、内层和同层耦合的耦合强度分别为 $\varepsilon_O, \varepsilon_I$ 和 $\varepsilon_S, \varepsilon$ 称为网络的耦合强度.

在数值模拟中, 采用四阶龙格库塔法解方程, 积分步长 $\Delta t = 0.001$. 因为神经元的数量大, 网络实现精确的完全同步需要的时间依赖耦合强度. 在 5000 时间单位内, 网络基本达到同步的渐进态, 所以本文总积分时间取为 5000 时间单位. 通过对不同的神经元赋不同的随机值 $(-0.5, 0.5)$, 并让各神经元单独演化 100 时间单位, 得到网络的初态. 单个神经元在 (u, w) 平面上的混沌吸引子如图 1(a) 所示, 网络全部神经元膜电位的初始状态如图 1(b) 所示.

为了研究神经网络的同步程度, 将第 L 层所包围的神经元的同步参数 $\delta_L(t)$ 及其平均值 $\bar{\delta}_L$ 定义为

$$\delta_L(t) = \frac{1}{(2L+1)^2 - 1} \sum_{i,j=33-L}^{33+L} |u_{i,j}(t) - u_0(t)|, \quad (5)$$

$$\bar{\delta}_L = \frac{1}{T} \int_{4000}^{5000} \delta_L(t) dt, \quad (6)$$

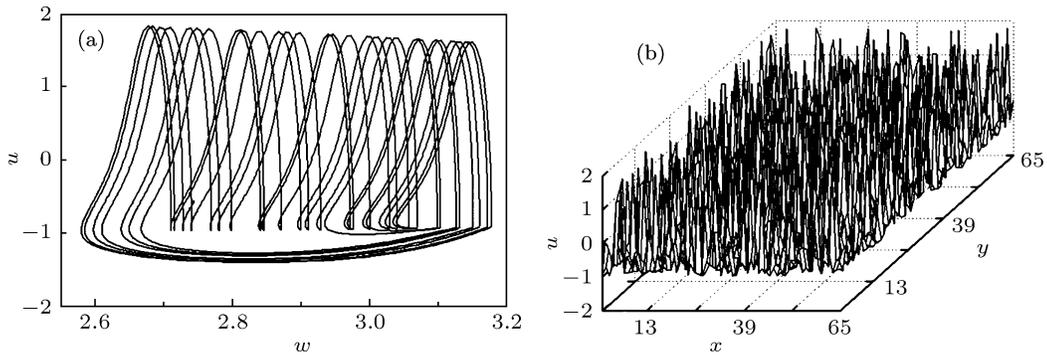


图 1 (a) 单个 HR 神经元在 $u-w$ 相平面上的混沌吸引子; (b) HR 神经网络的膜电位的初值的三维空间斑图

其中 u_0 为第 0 层上的这个神经元的 u 变量. $\delta_L(t)$ 描述 t 时刻神经网络的空间同步程度, $\delta_L(t)$ 越小, 表明同步程度越高. 通常 $\delta_L(t)$ 是振荡式下降, 根据 $\delta_L(t)$ 的大小, 一般不容易判断不同参数下网络的同步程度. 所以我们用 $\bar{\delta}_L$ 描述去掉同步暂态后的一段时间内神经元之间的平均同步情况. 不失一般性, 我们选择的时间范围是 [4000, 5000]. 当 $\delta_L(t) = 0$ 表示第 L 层所包围的神经元与第 0 层神经元达到精确的完全同步, 当 $L = 32$ 时, $\delta_{32}(t) = \delta_G(t) = 0$ 表示整个网络达到了精确的完全同步. 然而, 在有限时间内一般 $\delta_G(t)$ 并不能达到 0, 当 $\bar{\delta}_G \leq 10^{-3}$ 时, 认为网络达到近似完全同步. 当 $\bar{\delta}_L \leq 10^{-3}$ 和 $\bar{\delta}_{L+1} > 10^{-3}$ 时, 则认为网络的同步半径 $R_L = L$.

在网络没有出现全局同步的情况下, 也可能在同层神经元之间出现层内同步. 假设第 L 层神经元的集合记为 Ω_L , 我们用均方差 σ_L 及其平均值 $\bar{\sigma}_L$ 来描述同一层神经元之间的同步情况:

$$\sigma_L(t) = \frac{1}{8L} \left[\sum_{i,j \in \Omega_L} u_{i,j}^2(t) - \left(\sum_{i,j \in \Omega_L} u_{i,j}(t) \right)^2 \right], \quad (7)$$

$$\bar{\sigma}_L = \frac{1}{T} \int_{4000}^{5000} \sigma_L(t) dt, \quad (8)$$

$\sigma_L(t) = 0$ 表示第 L 层上的神经元之间达到精确的完全同步. 与 (6) 式相似的原因, 我们用 $\bar{\sigma}_L(t)$ 描述去掉同步暂态后的一段时间内神经元之间的平均同步情况, 当 $\bar{\sigma}_L \leq 10^{-3}$ 时, 认为第 L 层上的神经元达到近似的完全同步.

3 一般反馈耦合和分层反馈耦合下的数值模拟结果

首先在 $r = 1$ 情况下研究不同耦合对神经网络同步的影响.

3.1 一般反馈耦合下神经网络的同步

真实的神经网络存在近邻耦合, 在一维链式近邻耦合下, 链式的链接矩阵的最大特征值为 $\lambda = -4 \sin^2 \frac{\pi}{2N}$ [9], 只要耦合强度足够大都可以使网络达到完全同步, 而且随着神经元的数目的增加, 神经元同步的临界耦合强度也将增大. 方程 (2) 定义的一般反馈耦合是链式近邻耦合的推广, 原则上可以使网络出现完全同步. 图 2 给出了同步参数 $\bar{\delta}_G$ 随耦合强度 ε 的变化. 从图 2 可以看出, 在小的耦合强度下, 网络不可能达到完全同步, 只有当耦合强度大于 130 才能达到近似的完全同步, 完成同步需要的时间约为 1700 时间单位, 而且网络几乎是突然出现同步. 原因是: 在神经元的数量较大的情况下, 链式近邻耦合网络需要很大耦合强度才能达到完全同步. 随着耦合强度的增加, 依次出现局部神经元簇放电同步, 网络自发出现不规则的相干斑图, 最终达到完全同步, 与文献 [20] 的结果相似.

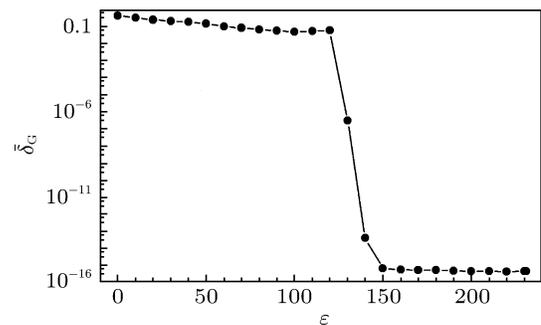


图 2 在一般反馈耦合下同步参数 $\bar{\delta}_G$ 随耦合强度 ε 的变化

3.2 分层反馈耦合下神经网络的同步

考虑到大脑皮层、视觉神经系统的神经细胞是分层耦合的, 存在信息逐级传递情况, 例如信息通过神经纤维传输给大脑皮层的形状神经元, 再由

皮层精细空间中的中间神经元传递给下级有知觉的结构 [23]. 因此研究分层耦合对神经网络同步的影响对了解大脑对信息的传递有积极意义. 取耦合强度 $\varepsilon_0 = 0.001$, 以模仿信号在纵向 (不同层之间) 的单向传递. 图 3 给出了分层反馈耦合下, 同步参

数 $\bar{\delta}_G$ 和同步半径 R_L 随耦合强度 ε 变化曲线. 从图 3 可以看出, 当耦合强度 $\varepsilon \geq 1.0$ 时, 网络达到近似的完全同步 (参见图 4, 要达到精确同步需要更长时间), 同步半径 R_L 迅速扩大到最外层, 说明网络几乎是从不同步突然过渡到同步的.

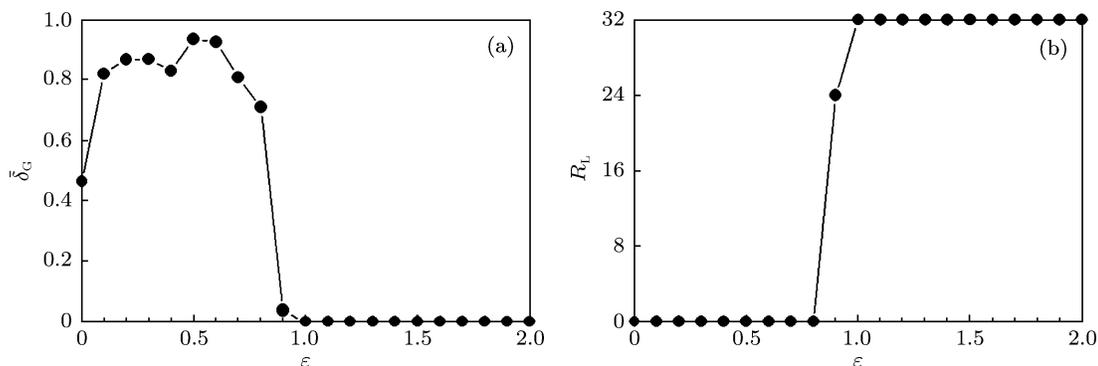


图 3 分层反馈耦合下同步参数 $\bar{\delta}_G$ 和同步半径 R_L 随耦合强度 ε 的变化

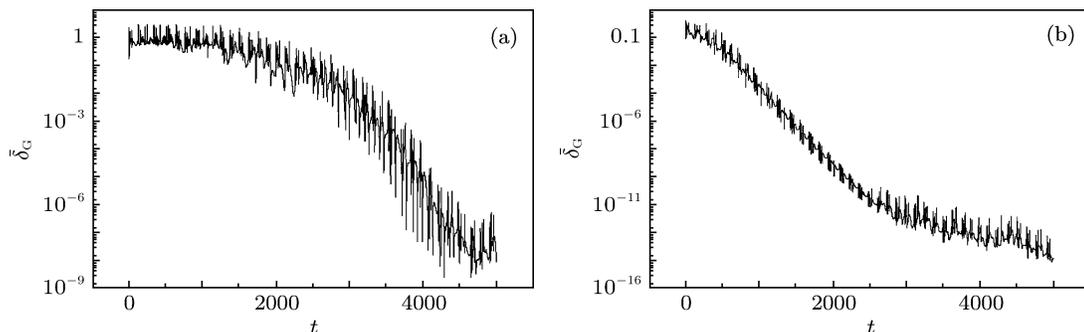


图 4 分层反馈耦合下不同耦合强度对应的同步参数 $\bar{\delta}_G$ 随时间的变化 (a) $\varepsilon = 1.0$; (b) $\varepsilon = 2.0$

为了了解网络在同步以前的行为, 图 5 给出了耦合强度 $\varepsilon = 0.8$ 时, 不同时刻网络的 u 变量斑图, 图 6 给出相应网络不同层的均方差 σ_L 随时间的变化, 图 7 给出了部分层的均方差平均值 $\bar{\sigma}_L$ 随耦合强度 ε 的变化曲线. 从图 5 可以看出网络自发出现规则的对称斑图, 这些斑图在向外扩散中不断产生丰富的变化, 产生的斑图具有非周期性、暂时性的特点. 从图 6 可以看出, 产生对称斑图的原因是, 第一层始终近似同步, 形成振源, 其他各层神经元出现间歇的近似同步 (原因是神经元膜电位由 0 回到静息态的时间很长). 斑图具有非周期性表现在: 其他各层在神经元的峰放电阶段出现去同步, 且同步均方差随时间无规律振荡式变化, 因此即使延长时间, 也不可能得到周期变化的斑图. 观察所有神经元的膜电位的平均值 $\bar{u}(t)$ 随时间变化, 图 5 反映了 $\bar{u}(t)$ 由最小 (图 5(a)) 到最大 (图 5(d)) 再到

最小 (图 5(h)) 变化过程, 这个过程周而复始, 一方面 $\bar{u}(t)$ 的最大值和最小值作无规律变化, 另一方面, $\bar{u}(t)$ 的最小值之间的间隔也在 [120, 190] 单位时间内无规律变化, 由此可以看出, 类似图 5 的图案变化会重复出现.

从图 7 可看出, 1) 当 $\varepsilon = 0.4$ 时, $\bar{\sigma}_1 \approx 0$, 第一层神经元达到近似同步, 起到振源作用. 2) 曲线在 $\varepsilon = 0.5$ 出现凹陷, 是由于它是一个转折点. 当 $\varepsilon < 0.5$ 时, 随着耦合强度的增大, 网络出现的各种斑图对称性越来越高. 当 $\varepsilon = 0.5$ 时, 网络出现的各种斑图的对称性达到图 5 的效果. 当 $\varepsilon \geq 0.5$ 时, 网络出现的各种斑图有很好的对称性, 可得到与图 5 类似的结果. 由于在不同的 ε 下出现的斑图形状不同, 导致 $\bar{\sigma}_L$ 有所不同. 3) 当 $\varepsilon = 1.0$ 时, 各层才达到层内同步, 但由图 3 可知此时网络已达成全局同步, 因此网络中无法形成持续向外传播的靶波.

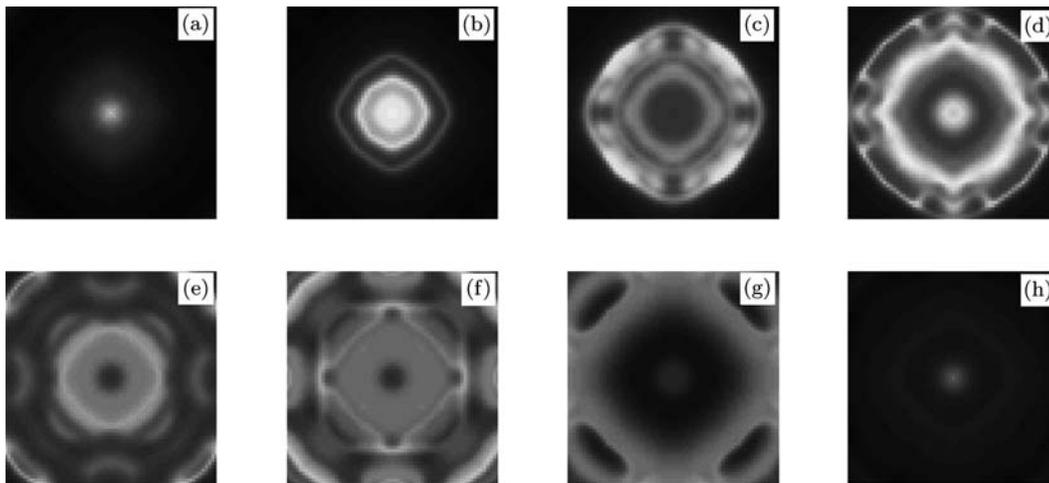


图 5 在耦合强度 $\varepsilon = 0.8$ 的分层反馈耦合下不同时刻的网络斑图. (a) $t = 4804$; (b) $t = 4815$; (c) $t = 4836$; (d) $t = 4845$; (e) $t = 4864$; (f) $t = 4870$; (g) $t = 4900$; (h) $t = 4966$

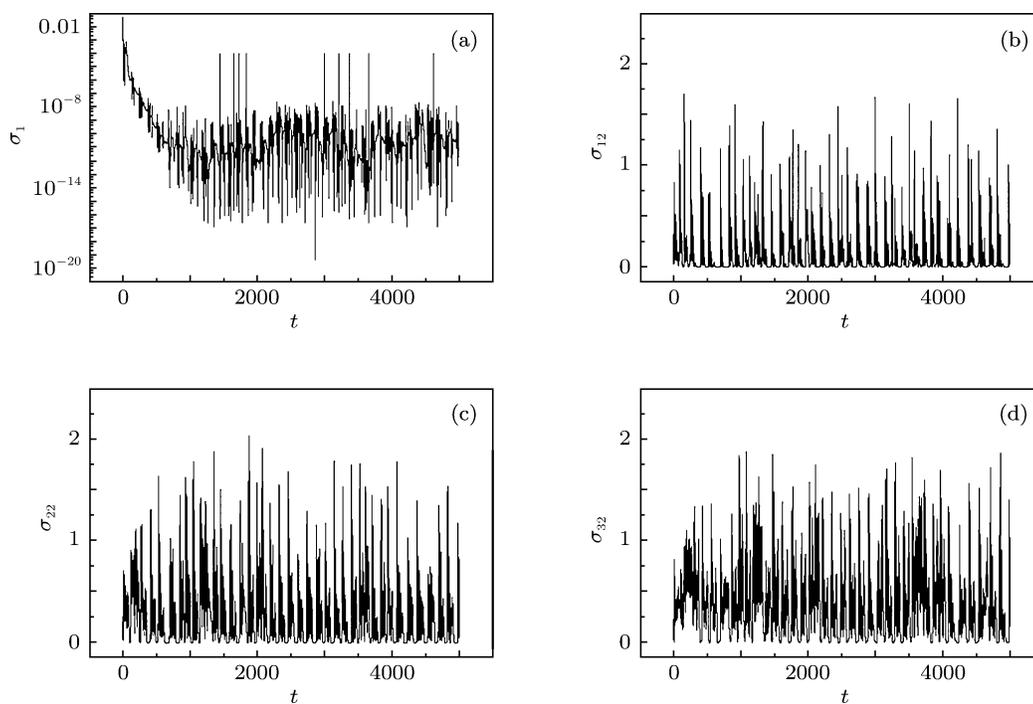


图 6 在耦合强度 $\varepsilon = 0.8$ 的分层反馈耦合下部分层的同步均方差 σ 随时间变化 (a) $L = 1$; (b) $L = 12$; (c) $L = 22$; (d) $L = 32$

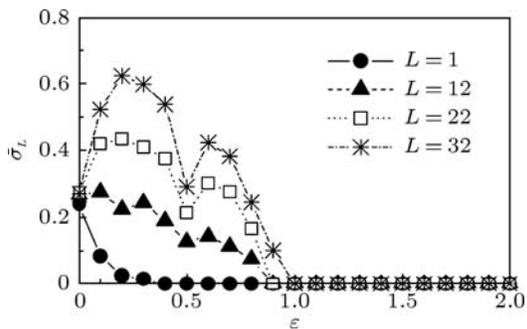


图 7 分层反馈耦合下部分层的同步均方差平均值 $\bar{\sigma}_L$ 随耦合强度 ε 的变化

为了了解 ε_0 对同步的影响, 图 8 给出了在给定 $\varepsilon = 2.0$ 下同步参数 $\bar{\sigma}_G$ 随耦合强度 ε_0 的变化, 结果表明, 当 $\varepsilon_0 > 0.4$ 时, 网络无法实现同步, 因此外层耦合强度的增大会破坏整个网络的同步能力.

下面考虑增大耦合邻域半径 r 对同步的影响. 研究表明, 增大 r 可以促进网络的同步. 例如当 $r = 4$ 时, 对于一般反馈耦合, 只要耦合强度 $\varepsilon \geq 1.5$ 就可以使网络出现近似完全同步. 对于分层反馈耦合, 如果 $\varepsilon_0 = 0.001$, 则只要 $\varepsilon \geq 0.9$ 就可使网络出现近似完全同步.

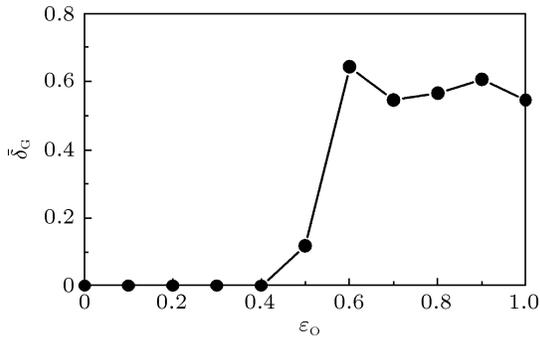


图 8 在 $\epsilon = 2.0$ 的分层反馈耦合下同步参数 $\bar{\delta}_G$ 随耦合强度 ϵ_O 的变化

4 分层局域平均场反馈耦合下的数值模拟结果

单个的神经元相当于一个整合器, 对输入的信

息有整合能力, 分层局域平均场耦合反映了神经元对信息的一种整合. 下面取 $r = 1$ 和 $\epsilon_O = 0.001$, 研究在不同 ϵ_S, ϵ_I 下网络的同步.

图 9(a) 给出了在不同的 ϵ_S 下得到同步参数 $\bar{\delta}_G$ 随 ϵ_I 的变化, 图 9(b) 给出了在不同的 ϵ_S 下同步半径 R_L 随 ϵ_I 的变化. 从这两个图可以看出, 同层之间的耦合对网络同步有较少的影响. 当 $\epsilon_I \in [0, 0.8]$ 时, 同步半径 R_L 始终为 0, 各层神经元之间不存在同步. 当 $\epsilon_I = 0.9$ 时, 在 $L = 1$ 层范围内的神经元出现了同步. 随着 ϵ_I 继续增大, R_L 逐步增大, 表明同步范围在扩大, 并在 $\epsilon_I = 1.4$ 时, 同步范围扩展到最外层 $L = 32$, 这时整个网络达到近似完全同步 (参见图 10). 从图 10 可以看出, 在近邻耦合和小耦合强度下, 网络的同步效率不高, 网络演化 5000 个时间单位还无法达到精确的同步. 上述结果表明, 这种局域平均场耦合导致网络由内向外逐层同步, 这与第二种耦合的突然同步是不同的.

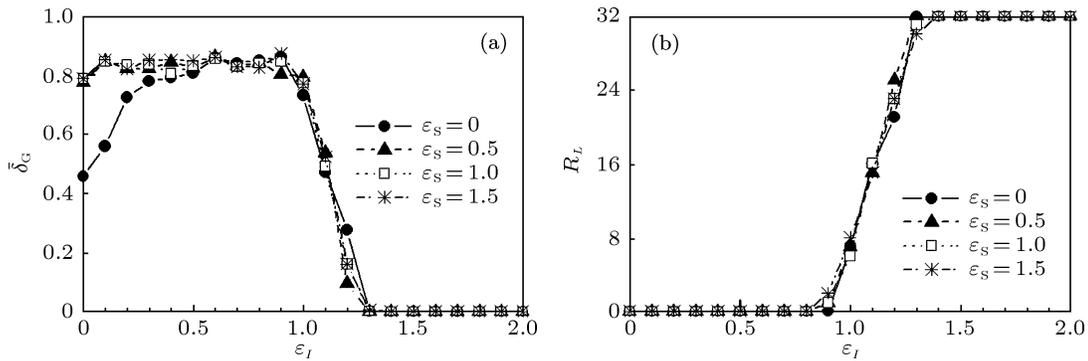


图 9 在分层局域平均场耦合和不同 ϵ_S 值下同步参数 $\bar{\delta}_G$ 和同步半径 R_L 随耦合强度 ϵ_I 的变化

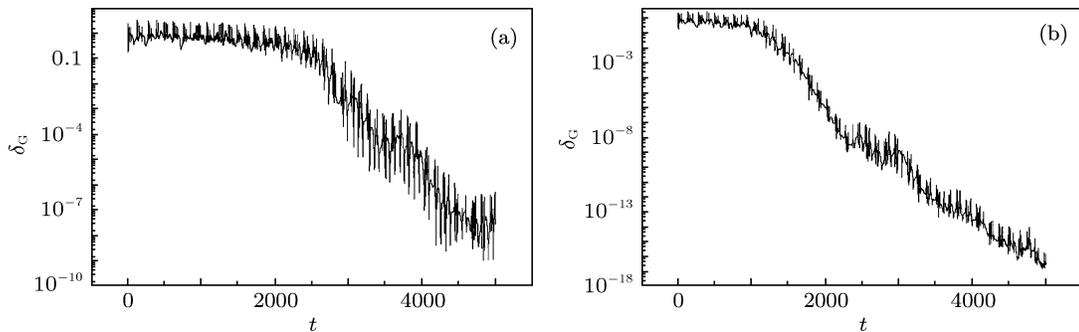


图 10 分层局域平均场耦合和给定 $\epsilon_S = 1.0$ 情况下不同耦合强度 ϵ_I 下同步参数 δ_G 随时间的变化 (a) $\epsilon_I = 1.4$, (b) $\epsilon_I = 2.0$

为了了解分层局域平均场耦合网络在同步以前的行为, 图 11 给出了不同耦合强度下网络的 u 变量在 $t = 4500$ 时刻斑图, 图 12 给出了在 $\epsilon_S = 1.0$ 和 $\epsilon_I = 0.9$ 时, 第 $L = 22$ 层上两个神经元和第 $L = 32$ 层上两个神经元的 u 变量时间序列. 图 13 给出了在 $\epsilon_S = 1.0$ 和 $\epsilon_I = 0.9$ 时,

过中心格点 (33,33) 的水平线上 65 个神经元的 u 变量的时间序列斑图. 图 14 给出了在 $\epsilon_O = 0.001$ 和 $\epsilon_S = 1.0$ 时情况下不同层的均方差平均值 $\bar{\sigma}_L$ 随耦合强度 ϵ_I 的变化曲线.

从这些图可以看出, 当 $\epsilon_I \in [0.1, 0.9]$ 时, 第一层神经元达到近似同步 (参见图 11 和图 14), 其他

未达到同步的各层神经元始终出现簇放电同步, 各层的 $\bar{\sigma}_L$ 几乎相等, 当 $\varepsilon_I \geq 0.8$ 时, 部分内层神经元开始出现同层神经元达到近似同步. 正是同层神经元达到簇放电同步或近似同步, 导致网络出现回字形结构的斑图. 特别是, 当耦合强度 $\varepsilon_I = 0.9$ 时, 各层 $\bar{\sigma}_L$ 突然减少到接近 0, 内层神经元达到同步, 中间各层的神经元达到近似同步, 31-32 层达到簇放电同步, 其同层均方差平均值约为 0.003(参见图 12), 不同层的神经元处于不同的状态, 相邻层上的神经元膜电位之差较小(即他们的状态相近), 从而使网络出现靶波斑图(参见图 11(d) 和图 13). 从图 14 可看出, 继续增大 ε_I , $\bar{\sigma}_L$ 又出现先增大后减少情况. 这是因为: 随着耦合强度再增大, 同步半径逐渐增大, 回字形斑图逐渐消失(对于同步半

径之外的层, 层上部分神经元出现由近似同步向簇放电同步转变), 导致 $\bar{\sigma}_L$ 增大; 当 $\varepsilon_I = 1.0$ 时, 同步半径之外的其他各层神经元只出现簇放电同步. 层离中心越近, 该层上的神经元同步程度就越高, 但他们对应 $\bar{\sigma}_L$ 达到其最大值; 当 ε_I 增大超过 1 之后, 同步半径继续增大, 未同步的各层神经元的同步程度继续提高, $\bar{\sigma}_L$ 又开始下降. 上述情况表明, 只有适当选择耦合方式和耦合参数时, 信号传递才可以实现无损耗的传播.

为了了解 ε_O 对同步的影响, 图 15 给出了在给定 $\varepsilon_S = 1.0, \varepsilon_I = 2.0$ 下同步参数 $\bar{\delta}_G$ 随耦合强度 ε_O 的变化. 结果表明, 当 $\varepsilon_O \geq 0.2$ 时, 在小的耦合强度 ε_I 下网络不出现同步. 可见耦合强度 ε_O 的增加, 将严重影响网络的同步.

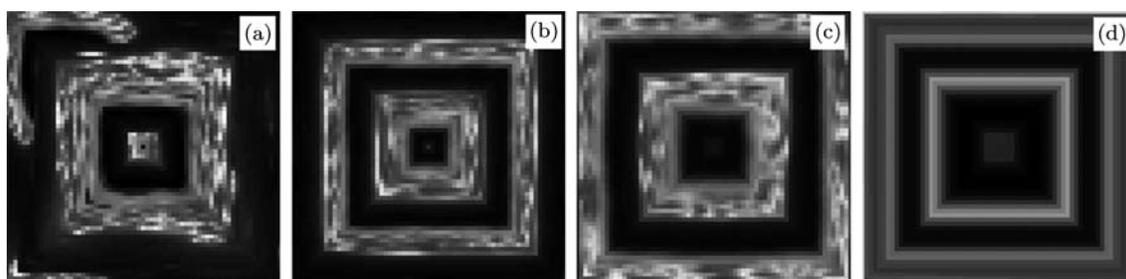


图 11 在局域平均场耦合和给定 $\varepsilon_S = 1.0$ 情况下, 不同耦合强度 ε_I 对应的 $t = 4500$ 时刻的网络 u 变量斑图 (a) $\varepsilon_I = 0.1$; (b) $\varepsilon_I = 0.3$; (c) $\varepsilon_I = 0.6$; (d) $\varepsilon_I = 0.9$

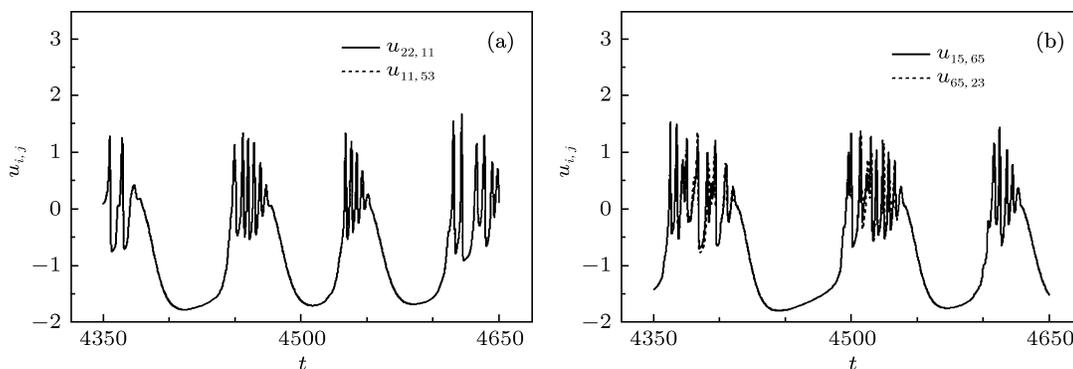


图 12 给定 $\varepsilon_S = 1.0$ 和 $\varepsilon_I = 0.9$ 的情况下, 第 $L = 22$ 层上两个神经元 (a) 和第 $L = 32$ 层上两个神经元 (b) 的 u 变量时间序列图

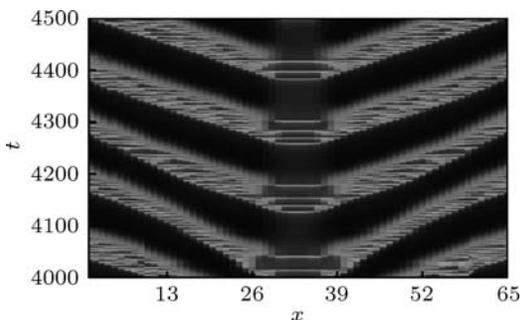


图 13 给定 $\varepsilon_S = 1.0$ 和 $\varepsilon_I = 0.9$ 的情况下通过中心格点 (33, 33) 水平线上 65 个神经元的 u 变量的时间序列斑图.

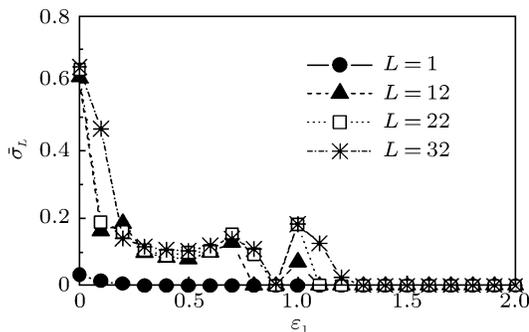


图 14 在分层局域平均场耦合和 $\varepsilon_S = 1.0$ 情况下不同层的均方差平均值 $\bar{\sigma}_L$ 随耦合强度 ε_I 的变化

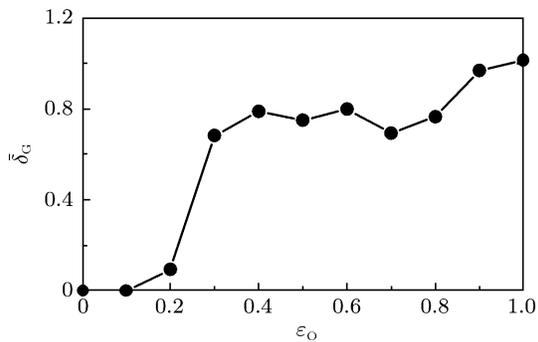


图 15 在局域平均场耦合下和当 $\varepsilon_I = 2.0, \varepsilon_S = 1.0$ 时同步参数 δ_G 随耦合强度 ε_O 的变化

对比图 3 和图 9 可以看出, 在 $r = 1$ 情况下, 分层耦合的同步阈值为 $\varepsilon = 1.0$, 相当归一化后的耦合强度约为 5.0, 而分层局域平均场反馈耦合同步阈值为 1.4, 可见分层局域平均场反馈耦合可以促进网络的同步. 另外增大邻域半径, 也能促进网络的同步, 例如当 $r = 4, \varepsilon_O = 0.001, \varepsilon_S = 0.6$ 时, 只要 $\varepsilon_I \geq 1.2$ 便可使网络出现近似完全同步. 为了了解网络神经元数目的改变对同步的影响, 我们对三种耦合都进行了增大神经元数目的数值模拟, 结果表明增大网络神经元数目会削弱网络同步能力.

5 结论

通过研究二维方形点阵混沌神经网络的同步, 我们发现: 1) 不同形式的耦合导致网络的同步过程各不相同. 随着耦合强度的增加, 一般反馈耦合和分层反馈耦合网络会突然出现全局同步, 而分层局域平均场反馈耦合网络, 随着耦合强度的增大, 先是同层神经元达到簇放电同步, 然后达到同步, 形成靶波; 接着不同层之间的神经元的同步由内层向外层逐层扩散, 最后达到网络的全局同步. 2) 一般反馈耦合需要较大的耦合强度才能使网络达到同步, 而分层反馈耦合和分层局域平均场反馈耦合只要较小的耦合强度就可使网络达到同步, 将耦合强度归一化后发现, 分层局域平均场反馈耦合的同步所需的耦合强度是最小的, 可见分层局域平均场具有促进同步的作用. 3) 适当选择参数, 分层反馈耦合和分层局域平均场反馈耦合都会产生丰富的斑图, 前者网络中会出现非周期性对称斑图, 后者网络中会出现周期性自维持靶波. 4) 增大耦合的邻域半径可以促进网络的同步, 增大网络的神经元数目则会削弱同步. 一般反馈耦合和分层反馈耦合都不会使网络出现靶波, 而分层局域平均场反馈耦合可以使网络出现靶波, 表明只有在特定的耦合下才能出现信息的无损耗传递, 希望我们的研究结果有助于理解神经系统的信息传递模式.

- [1] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [2] Baptista M S, Moukam Kakmeni F M, Grebogi C 2010 *Phys. Rev. E* **82** 036203
- [3] Rappel W J, Karma A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 3256
- [4] Dhamala M, Jirsa V K, Ding M Z 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 074104
- [5] Rosenblum M G, Pikovsky A S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 114102
- [6] Yu H J, Tong W J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2977 [于洪吉, 童伟君 2009 物理学报 **58** 2977]
- [7] Zhou J, Liu Z H 2008 *Phys. Rev. E* **77** 056213
- [8] Tang Y, Qiu R, Fang J A, Miao Q Y 2008 *Phys. Lett. A* **372** 4425
- [9] Wang H X, Lu Q S, Wang Q Y 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2173
- [10] He G G, Zhu P, Chen H P, Xie X P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5307 (in Chinese) [何国光, 朱萍, 陈宏平, 谢小平 2010 物理学报 **59** 5307]
- [11] Shahverdiev E M, Shore K A 2005 *Phys. Rev. E* **71** 016201
- [12] Wang H X, Lu Q S, Shi X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060509
- [13] Zeitler M, Daffertshofer A, Gielen C C A M 2009 *Phys. Rev. E* **79** 065203
- [14] Englert A, Kinzel W, Aviad Y, Butkovski M, Reidler I, Zigzag M, Kanter I, Rosenblum M 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 114102
- [15] Ma J, Su W T, Gao J Z 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1554 (in Chinese) [马军, 苏文涛, 高加振 2010 物理学报 **59** 1554]
- [16] Yu J, Hu C, Jiang H J, Teng Z D 2011 *Neurocomputing* **74** 1776
- [17] Wang Q Y, Chen G R, Perc M 2011 *PLoS ONE* **6** e15851
- [18] Shi X, Lu Q S 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 636
- [19] Sheeba J H, Chandrasekar V K, Lakshmanan M 2009 *Phys. Rev. E* **79** 055203
- [20] Huerta R, Bhazenov M, Rabinovich M I 1998 *Europhys. Lett.* **43** 719
- [21] Mainieri M S, Erichsen Jr R, Brunnet L G 2005 *Physica A* **354** 663
- [22] Hindmarsh J L, Rose R M 1984 *Proc. R. Soc. Lond. B* **221** 87
- [23] Lu Q S, Liu S Q, Liu F, Wang Q Y, Hou Z H, Zheng Y H 2008 *Adv. Mech.* **38** 766 (in Chinese) [陆启韶, 刘深泉, 刘峰, 王青云, 候中怀, 郑艳红 2008 力学进展 **38** 766]

Synchronizations of chaotic neuronal networks under different couplings*

Wu Wang-Sheng Tang Guo-Ning[†]

(College of Physics and Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

(Received 13 July 2010; revised manuscript received 17 August 2011, China)

Abstract

The synchronization of a two-dimensional (2D) neuronal network is investigated, based on the dynamical model of Hindmarsh-Rose neuron. In order to know the effects of different types of coupling on the synchronization of a network, we propose three coupling schemes. They are the general feedback coupling, the hierarchical feedback couplings with and without local mean field. The numerical results show that when the neighbor coupling strength is small, the hierarchical feedback couplings with and without local mean field can achieve local and global synchronizations of the network, whereas the general feedback coupling cannot achieve global synchronization. Different couplings generate different patterns in the corresponding network, so that the processes of the transition from asynchronization to synchronization in the networks are different. With the increase of coupling strength, the synchronization in the network with the general feedback or hierarchical feedback couplings is suddenly established, and the networks exhibit different coherent patterns that are aperiodic before the global synchronization occurs. However, the network with hierarchical feedback couplings and local mean field exhibits the different synchronous processes. The neurons in the same layer first achieve the transition from bursting synchronization to global synchronization, leading to the formation of target wave. Then, the synchronization region gradually expands from the center of the network. Finally, the whole networks can achieve synchronization. These results show that the lossless signal transmission can be achieved only if the appropriate coupling is applied. In addition, we find that the hierarchical feedback coupling with local mean field can facilitate synchronization.

Keywords: Hindmarsh-Rose neural, local mean field, synchronization

PACS: 05.45.Xt, 87.19.lm, 87.19.lj

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11165004, 10765002).

[†] E-mail: tangguoning@sohu.com