物 理 学 报 Acta Phys. Sin. Vol. 61, No. 7 (2012) 070506

# 随机稀释基底上刻蚀模型动力学标度行为的数值模拟研究*

谢裕颖 唐刚† 寻之朋 韩奎 夏辉 郝大鹏 张永伟 李炎

(中国矿业大学理学院物理系, 徐州 221116)

(2011 年 10 月 17 日收到; 2011 年 12 月 18 日收到修改稿)

表面界面动力学粗化过程是凝聚态物理领域重要的研究内容, 为研究基底不完整性对刻蚀模型动力学标度行为的影响, 本文采用 Kinetic Monte Carlo (KMC) 方法, 分析研究了在随机稀释基底上刻蚀模型 (Etching model) 生长表面的动力学标度行为. 研究发现: 尽管随机稀释基底的不完整性会对刻蚀表面的动力学行为产生显著的影响, 导致刻蚀表面粗糙度指数和生长指数有明显的增加, 但其仍基本满足原有的动力学标度规律. 此外, 本文还对刻蚀表面动力学标度指数的有限尺寸效应进行了分析讨论.

**关键词**: 刻蚀模型, 随机稀释基底, 动力学标度, 有限尺寸效应

**PACS:** 05.40.–a, 02.50.–r, 64.60.Ht

## 1 引 言

表面界面动力学粗化过程在自然界和科学技术领域中广泛的存在, 对其进行研究具有重要的理论与实际意义. 一方面能够丰富非平衡统计物理学中的相关理论, 另一方面能加深人们对材料的实际生长、刻蚀等动力学过程的理解. 因此, 近年来人们对其进行了广泛深入的实验和理论研究 [1−6].

在表面界面粗化动力学的标度理论中, 连续性的动力学方程和离散生长模型是最广泛使用的理论方法. 常用的连续性方程有 Edwards-Wilkinson (EW)[7], Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) 方程 [8] 等. 这些方程能很好地描述表面界面涨落的标度性质和普适类 [9]. 针对不同的生长过程提出了许多离散的生长模型, 如 Eden 模型 [10]、抛射沉积 (ballistic deposition, BD) 模型 [11]、受限固 - 固 (restricted solid-on-solid, RSOS) 模型 [12] 等, 这些模型通常能很好地描述相应表面界面的微观生长机理. 研究发现: Eden 模型 [10]、抛射沉积模型 [11]、受限固 - 固模型 [12] 等模型在完整的基底上属于 KPZ 普适类, KPZ 方程能很好地描述其生长表面的动力学标度性质. 在对粗化表面界面的描述中, KPZ 方程可以表述为 [1,2,13,14]

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \nu\nabla^2 h + \frac{\lambda}{2}(\nabla h)^2 + \eta(\boldsymbol{r}, t), \tag{1}$$

式中, $\nu$ 表示表面张力系数, 方程右边的非线性项描述表面沿侧向的生长, 非线性系数 $\lambda$ 正比于表面的生长速度,$\eta(\boldsymbol{r}, t)$ 为高斯噪声项, 用来表示生长过程的随机性并满足

$$\begin{aligned} &\langle\eta(\boldsymbol{r}, t)\rangle = 0, \\ &\langle\eta(\boldsymbol{r}, t)\eta(\boldsymbol{r}', t')\rangle = 2D\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\delta(t-t'), \end{aligned} \tag{2}$$

其中, $D$ 表示噪声的强度.

研究表明, 许多粗糙表面具有自仿射 (self-affine) 分形结构, 并满足 Family-Vicsek (F-V) 动力学标度规律 [9]. 在动力学标度理论中, 粗化表面的形貌和标度性质通常用总的表面宽度 (即表面粗糙

* 国家自然科学基金 (批准号: 10674177), 中国矿业大学理科专项基金 (批准号: 2010LKWL01) 和中国矿业大学科研人才基金 (批准号: 2011RC22) 资助的课题.

† E-mail: gangtang@cumt.edu.cn

 

度) 来描述. 表面宽度定义为

$$W(L,t)=\sqrt{1/L^d\sum_{i=1}^{L^d}[h(i,t)-\langle h(t)\rangle]^2}, \qquad (3)$$

式中, $L$ 表示基底的横向尺寸 (或生长系统的横向尺寸), $h(i,t)$ 表示 $t$ 时刻基底上 $i$ 格点的高度; $\langle h(t)\rangle$ 表示 $t$ 时刻所有格点的平均高度; $d$ 表示基底维数. 在基底宽度为 $L$ 的有限系统中, Family 和 Vicsek[9] 指出, 具有自仿射分形结构的粗糙表面, 其整体表面宽度 $W(L,t)$ 在不同生长阶段都能满足很好的动力学标度规律. 在生长的初始阶段 ($t\ll L^z$),$W(L,t)$ 满足标度关系

$$W(L,t)\propto t^{\beta}, \quad t\ll L^z, \qquad (4)$$

当生长时间足够长时 ($t\gg L^\varsigma$), 生长能达到饱和, 饱和表面宽度满足标度关系

$$W_{\rm sat}(L,t)\propto L^{\alpha}, \quad t\gg L^z, \qquad (5)$$

其中, $\beta$ 为系统的生长指数, 表示生长表面初始阶段的动力学性质; $\alpha$ 和 $z$ 分别是表面的粗糙度指数和动力学指数, 它们能够较好地描述粗糙表面在长生长时间及大系统尺寸极限下的渐近行为. 动力学指数 $z$, 与粗糙度指数 $\alpha$, 生长指数 $\beta$ 之间满足关系

$$z=\alpha/\beta. \qquad (6)$$

在此前的研究工作中, 人们对完整基底上的生长过程方面进行了较为充分地研究, 并取得了许多重要的研究成果 [10−12]. 但对于不完整基底上生长表面的动力学标度行为的研究却不是很多. 在实际的生长过程中, 基底上可能存在空位、缺陷等不完整性. 这些基底的不完整性显然会对粗化生长表面的标度性质产生影响. 所以对不完整基底上粗化生长表面动力学性质的研究同样具有重要的实际意义, 因此近年来在这一领域人们开展了一些重要的研究工作 [15−18].

2006 年, Lee 和 Kim[19] 在研究带有附加驱动力和淬火噪声基底上 Mullins-Herring 方程的脱钉相变时发现: 其表面生长的标度指数与规则基底的标度指数并不相同. 他们的数值模拟显示, 基底的不完整性会对粗糙表面的标度性质产生显著的影响. 在有淬火噪声的基底上, 粗化生长表面虽然仍具有自仿射的标度性质, 但其粗糙度指数的值比完整基底上生长表面粗糙度指数的值有明显增大, 产生的表面会更加粗糙.

2009 年, Lee 等 [20] 计算分析了随机稀释基底上受限固 - 固 (RSOS) 模型的表面生长动力学过程. 发现随机稀释基底上平衡受限固固模型生长表面的标度性质与完整基底上一样, 其表面粗化行为也表现出正常的动力学标度规律; 而对于非平衡受限固 - 固模型 (nonequilibrium restricted solid-on-solid) 的表面粗化, 一定量的稀释格点将导致表面粗糙度会随生长时间的增加而轻微偏离原有的动力学标度规律. 通过对比规律稀释基底与随机稀释基底上非平衡 RSOS 模型生长表面的标度指数, 他们发现基底格点的随机缺失是造成偏离原有标度行为的原因. Lee 等人未涉及偏离现象发生后模型表面的标度指数数值变化的研究, 为了进一步研究基底格点的随机缺失对刻蚀模型表面的临界指数和动力学标度行为的影响, 本文将研究刻蚀模型在多个稀释浓度下正方晶格上的的动力学标度行为.

刻蚀模型 [21] 是 KPZ 普适类中一个非常重要的离散模型, 它描述了腐蚀过程或解吸附过程中界面的动力学行为. 为研究基底晶格不完整性对刻蚀模型刻蚀粗糙表面动力学标度行为的影响, 本文采用 Kinetic Monte Carlo 方法, 研究了刻蚀模型在随机稀释基底上其刻蚀表面的动力学标度行为. 通过计算分析不同系统尺寸、不同稀释浓度的基底上刻蚀模型生长表面的动力学标度行为发现: 随机稀释格点会对刻蚀表面的动力学行为产生显著的影响, 基底的不完整性会造成刻蚀表面粗糙度和生长指数的明显增加, 但不同浓度的随机稀释基底上的刻蚀模型仍都满足比较好的动力学标度规律, 其生长过程仍基本满足原来的 Family-Vicsek 动力学标度规律. 此外, 本文还对刻蚀表面的粗糙度指数的有限尺寸效应进行了分析讨论.

## 2 刻蚀模型和随机稀释基底

### 2.1 刻蚀模型

刻蚀模型最初是由 Mello 等人 [21] 为模拟液体对晶体的溶蚀而提出的. 数值模拟结果显示, 这个模型具有非常好的标度性质, 并属于 KPZ 方程所描述的普适类. 后来许多学者对其进行了深入的分析和研究 [22−24]. 刻蚀模型常被用来描述表面的腐蚀过程或解吸附过程, 但其生长规则却是通过与之

相反的生长过程来定义的, 如图 1 所示. 基底上刻蚀模型的算法为

1) 在离散的时间 $t$ 随机地选取一个离散点 $i = 1, 2, \cdots, N_i$;

2)$h_i(t+1) = h_i(t) + 1$;

3) 如果 $h_{i-1}(t) < h_i(t)$, 那么令 $h_{i-1}(t+1) = h_i(t)$;

4) 如果 $h_{i+1}(t) < h_i(t)$, 那么令 $h_{i+1}(t+1) = h_i(t)$.

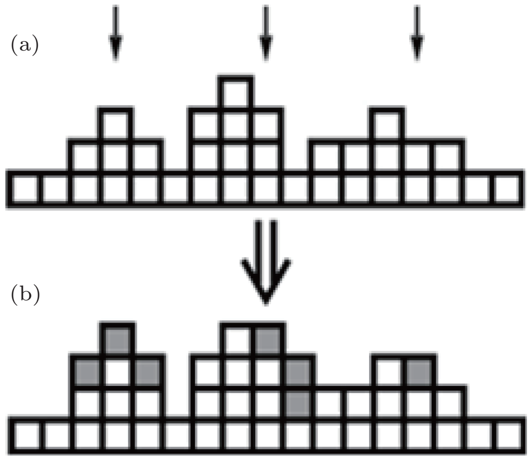


图 1 1+1 维情况下刻蚀模型生长规则的示意图

## 2.2 随机稀释基底

人们在描述基底的不完整性时, 通常采用点渗流或键渗流来表示. 本文讨论的是采用点渗流方法所产生的随机稀释基底 [20]. 对于二维 $L \times L$ 正方格子基底, 当对其进行一定浓度 $x$ 的稀释时, 基底上将产生 $L \times L \times x$ 个空缺的格点. 所以基底上每个格点, 它们都要么以 $x$ 的概率被稀释, 要么以 $1 - x$ 的概率被占据. 图 2 表示基底尺寸为 $L = 16$, 对应稀释浓度为 $x = 0.1$ 时产生的随机稀释基底.

图 2 中所表示的是正方形格子, ◆代表基底格点的空缺. 刻蚀生长在基底的有效格点上进行, 缺失的格点上将无法进行刻蚀生长. 相应地, 高度变量也在基底有效格点上定义. 这里仅考虑最近邻格点之间的相互作用, 且采用周期性边界条件.

本文将研究 2+1 维情况下刻蚀模型在随机稀释基底上刻蚀表面的动力学过程, 因此, 只有满足上面的生长规则时, 粒子才能随机地沉积到稀释基底上有效的格点位置上. 文中将分别选用系统尺寸 $L$ =32, 64, 128, 256, 512 的正方晶格作为基底, 并对相关基底取 $0.05 \leqslant x \leqslant 0.50$ 的浓度进行稀释. 在模拟计算中, 最小尺寸的基底的沉积时间大于 $2^{15}$, 统计平均的次数为 $5\times10^4$; 最大尺寸基底的沉积时间大于 $2^{19}$, 统计平均的次数为 $1\times10^3$.

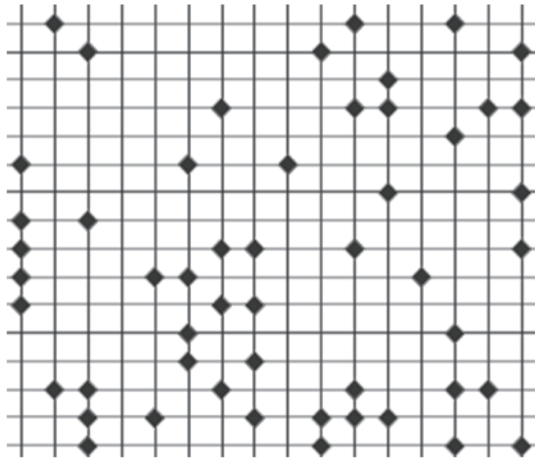

图 2 稀释浓度 $x$ =0.1, $L$ =16 时的基底示意图, 其中◆代表空缺的格点

# 3 模拟结果与讨论

## 3.1 随机稀释基底上刻蚀模型的动力学标度行为

图 3 给出了系统尺寸一定时, 刻蚀表面的粗糙度随基底稀释浓度变化的双对数关系. 图 3(a), (b), (c), (d) 对应的基底尺寸分别为 $L = 32, 64, 128, 256$. 基底的稀释浓度则分别为 $x = 0.10, 0.20, 0.30, 0.41, 0.43, 0.50$.

从中可以看出, 稀释基底上的刻蚀表面呈现出很好的标度性质, 并与其他离散生长模型相类似 [22], 生长过程大体上也可以分为三个阶段: 1) 初始阶段, 在这个阶段, 粒子沉积到表面上以后, 粒子横向之间是相互独立的, 还没有形成关联, 表面粗糙度只与生长时间有关而与基底稀释的浓度无关, 这个阶段与随机沉积过程是一样的. 2) 中间阶段, 在这个区域内, 刻蚀模型的生长规则在沉积过程中开始发挥作用, 生长在表面上的粒子横向关联显现出来并且逐渐地增强. 表面粗糙度与生长时间的双对数关系曲线整体上表现出比较好的线性关系, 表面粗糙度与时间之间仍满足幂律关系 $W(L,t) \propto t^{\beta}$. 3) 饱和稳定阶段, 在饱和区域, 表

面的关联长度达到系统尺寸 $L$, 这时由于系统尺寸的限制, 横向关联不再增加, 表面粗糙度达到饱和. 饱和粗糙度 $W_{\rm sat}(L)$ 与系统尺寸 $L$ 则满足幂律关系 $W_{\rm sat}(L) \propto L^{\alpha}$. 可见: 随机稀释基底上刻蚀模型的表面生长仍呈现出比较好的标度性质, 并可用 Family-Vicsek 标度规律描述刻蚀表面的动力学演化过程.

本文首先采用常用的文献 [9] 方法来计算随机稀释基底上刻蚀模型表面的标度指数. 在饱和稳定阶段, 通过对不同稀释浓度基底上刻蚀模型的饱和表面宽度 $W_{\rm sat}(L)$ 与系统尺寸 $L$ 进行线性拟合, 拟合出的直线斜率即为粗糙度指数 $\alpha$; 在生长的中间区域对最大尺寸基底 (基底尺寸 $L = 512$) 上的曲线进行线性拟合, 拟合直线的斜率即为生长指数 $\beta$. 由此我们得到了不同稀释浓度 $(0.05 \leqslant x \leqslant 0.42)$ 下的粗糙度指数和生长指数, 并整理合并到表 1 中. 观察表 1 可以发现, 当稀释浓度取最小 $x_{\min} = 0.05$ 时, 粗糙度指数和生长指数分别达到最小值 $\alpha_{\min} \cong 0.39 \pm 0.02$, $\beta_{\min} \cong 0.23 \pm 0.01$, 而完整正方晶格基底上刻蚀表面的粗糙度指数和生长指数分别为 $\alpha_{\rm squ} \cong 0.38 \pm 0.01$, $\beta_{\rm squ} \cong 0.23 \pm 0.01$[23]. 可见, 随机稀释正方晶格基底上刻蚀表面的粗糙度指数和生长指数与完整正方基底上刻蚀表面的粗糙度指数和生长指数相比有明显的增加, 且随着稀释浓度的增加, 它们还会有明显增加, 基底不完整性将使刻蚀模型生长表面粗糙度和生长指数显著地增大. 粗糙度指数增大的原因是, 稀释浓度的增大表示进行生长的基底上缺失的格点数目增多, 并且其分布是随机的, 这将造成基底上剩余格点位置的无序及其周围配位数各不相同, 由此破坏了原有基底的均匀性, 并由此导致生长表面粗糙度的增加, 并且能达到过粗化的地步 [25], 但饱和表面宽度与粗糙度指数间仍满足幂律关系 $W_{\rm sat}(L) \propto L^{\alpha}$, 随机稀释基底上刻蚀表面饱和生长阶段仍满足原来的 Family-Vicsek 动力学标度规律. 生长指数增大的原因是, 随着稀释格点的减少, 生长表面的整体横向关联较低浓度情形相应减弱, 造成生长中间阶段表面宽度的增加更加陡峭, 因此导致生长指数的增大.

为了更明显地表示基底格点的随机空缺对刻蚀表面粗化过程的影响, 在图 4 中, 本文还给出了稀释浓度一定时, 系统尺寸变化下刻蚀模型表面宽度随时间的双对数变化关系. 图 4(a), (b), (c), (d) 分别对应基底的稀释浓度为 $x = 0.10, 0.20, 0.39, 0.41$, 基底尺寸分别为 $L =$32, 64, 128, 256, 512 的模拟计算结果.

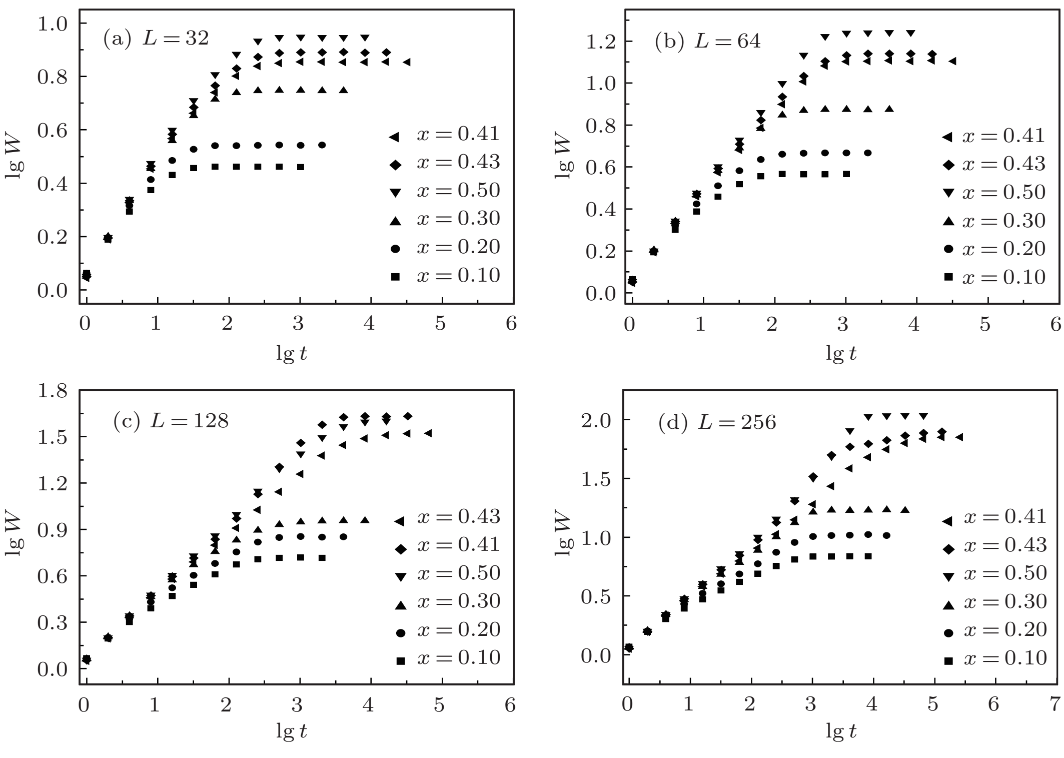


图 3 稀释浓度 $x$ 由 0.1 变化到 0.5 时, 刻蚀模型表面宽度 $W(L,t)$ 随生长时间 $t$ 变化的双对数关系

对于 Family-Vicsek 动力学标度生长 [9], 在生长的中间阶段, 表面粗糙度与时间之间满足幂律关系 $W(L,t) \propto t^{\beta}$, 在双对数关系图中表现为一条直线. 而对图 3 和图 4 的仔细观察可以发现, 表面粗糙度随时间的增长表现为一条轻微向上弯曲的曲线, 在随机稀释基底上刻蚀表面生长的中间阶段, 刻蚀表面粗糙度随时间的增长轻微超过幂律关系. 比较图 3 和图 4 中各图可以发现: 随着稀释浓度和系统尺寸的增大, 这一弯曲现象更加明显. 说明这一偏离幂律关系的现象同时受基底受稀释的浓度及基底的尺寸影响. 这一现象与文献 [20] 中的随机稀释格点对非平衡受限固 - 固模型表面的生长动力学行为的影响十分地类似, 本文中所讨论的刻蚀模型也属于非平衡生长模型. 因此一个合理的解释是: 非平衡离散模型的生长受随机稀释格点不完整性的影响, 于生长过程的中间阶段会偏离原来严格的线性关系. 产生这一现象的合理物理解释是: 对于满足有周期性边界条件的完整正方晶格, 其格点分布是均匀的, 任意格点周围的配位数均相同, 在长时间统计 (指中间阶段) 下, 每个格点在生长过程中受最近邻格点的影响也是相同的, 均匀的统计分布下各个部分格点高度的差异基本相互抵消, 故而刻蚀表面的粗糙度只与时间有关. 而在随机稀释的正方晶格的基底上, 随机的格点缺失分布, 使基底变得不均匀, 基底上有效格点周围配位数将发生变化, 这将造成大小不同的连通的粒子团在生长过程中, 获得下落粒子的概率不同, 由此造成长时间统计 (指中间阶段) 下, 各个部分格点高度差异无法相互抵消, 继而导致整体表面宽度随时间增长偏离标准的 Family-Vicsek 动力学标度关系.

表 1 不同稀释浓度下, 拟合得到的刻蚀表面的粗糙度指数 $\alpha_x$ 和生长指数 $\beta_x$

| 稀释浓度 $x$ | 0.05 | 0.10 | 0.20 | 0.39 | 0.41 | 0.42 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 粗糙度指数 $\alpha_x$ | 0.39±0.02 | 0.48±0.03 | 0.54±0.02 | 1.15±0.03 | 1.20±0.07 | 1.28±0.13 |
| 生长指数 $\beta_x$ | 0.23±0.01 | 0.26±0.01 | 0.28±0.01 | 0.57±0.02 | 0.60±0.03 | 0.60±0.02 |

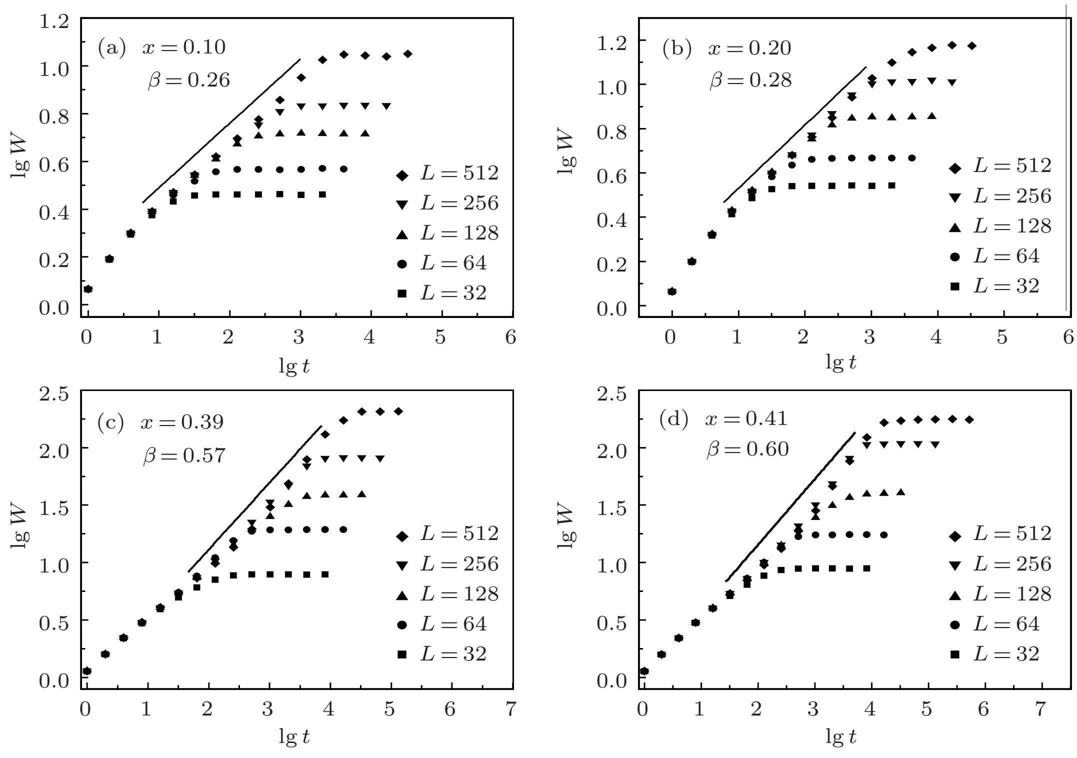


图 4 基底尺寸从 32 变化到 512 时, 刻蚀模型表面宽度 $W(L,t)$ 随生长时间 $t$ 变化的双对数关系图

### 3.2　粗糙度指数的有限尺寸效应

为了进一步分析讨论随机稀释基底上刻蚀表面的粗糙度指数的有限尺寸效应[26,27], 本文依照文献 [27] 给出的分析方法: 即首先将相同稀释浓度下, 基底尺寸为 $32 \leqslant L \leqslant 512$ 时的系统模拟到表面粗糙度饱和, 求得相应表面粗糙度的饱和值 $W_{\rm s}(L)$. 对应不同尺寸下的粗糙度指数可由下式求得:

$$\alpha_L = \frac{\ln[W_{\rm s}(L)/W_{\rm s}(L/2)]}{\ln 2}. \tag{7}$$

将同一稀释浓度 $x$ 下, 求出的不同粗糙度指数 $\alpha_L$ 与 $1/L$ 进行线性拟合, 拟合得到的直线与 $y$ 轴的交点 (此时, $L \rightarrow \infty$) 即为有限尺寸效应修正后的粗糙度指数 $\alpha'_x$. 按上述方法求出不同浓度下, 有限尺寸效应修正后的粗糙度指数 $\alpha'_x$, 并结合表 1 的数据汇入表 2 中.

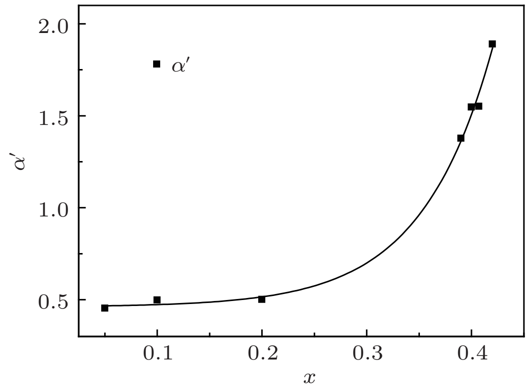


图 5　采用有限尺寸效应修正后, 粗糙度指数 $\alpha'$ 与稀释浓度 $x$ 的变化关系

表 2 不同稀释浓度下, 有限尺寸效应修正前后分别得到的刻蚀表面的粗糙度指数 $\alpha_x$ 及 $\alpha'_x$

| 稀释浓度 $x$ | 0.05 | 0.10 | 0.20 | 0.39 | 0.41 | 0.42 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 修正前 $\alpha_x$ | 0.39±0.02 | 0.48±0.03 | 0.54±0.02 | 1.15±0.03 | 1.20±0.07 | 1.28±0.13 |
| 修正后 $\alpha'_x$ | 0.45±0.05 | 0.50±0.1 | 0.50±0.01 | 1.38±0.14 | 1.55±0.09 | 1.89±0.06 |

对比表 2 中两组数据发现: 考虑了有限尺寸效应后, 得到的粗糙度指数发生了比较大的变化, 整体上它们的数值都有增加. 此外, 通过计算分析还发现: 修正的粗糙度指数 $\alpha'_x$ 随稀释浓度 $x$ 的变化还能较好地满足幂律关系, 如图 5 所示. 拟合曲线可以表示为

$$\alpha'(x) = a{\rm e}^{bx} + \alpha_0, \tag{8}$$

式中, $a = 0.003 \pm 0.002$, $b = 15.00 \pm 0.01$, $\alpha_0 = 0.47 \pm 0.04$. 对于这一现象的背后的微观物理机理还有待于进一步的研究和探索.

## 4 结 论

为研究随机稀释基底的不完整性对刻蚀模型表面动力学标度行为的影响, 本文对不同尺寸的二维正方晶格基底进行了不同浓度的随机稀释, 并在这些稀释的基底上采用数值模拟的方法, 分析计算了刻蚀表面的动力学性质. 模拟计算结果表明: 当对基底进行随机稀释时, 刻蚀表面仍然显示出比较好的标度行为, 并且仍基本上能满足 Family-Vicsek 标度规律. 但随着稀释浓度的增加, 随机稀释基底上刻蚀表面的粗糙度和生长指数与完整晶格基底上刻蚀表面的相应数值相比有明显的增加, 说明基底的不完整性会导致刻蚀模型生长表面粗糙度和生长指数的显著增加. 造成这一现象的原因是: 基底晶格上格点的随机缺失造成了基底上有效格点周围的配位数发生变化, 破坏基底的均匀性, 生长表面的整体横向关联较低浓度情形相应减弱, 并由此对刻蚀模型生长过程的中间阶段产生影响, 表面粗糙度随时间的增长也会轻微地偏离幂律关系. 研究发现, 这一偏离不仅与基底的稀释的浓度有关, 还与系统的基底尺寸有关. 通过对有限尺寸效应的计算分析发现, 系统的有限尺寸效应会使刻蚀表面的粗糙度指数有进一步的增大, 并还能满足幂律关系.

[1] Family F, Vicsek T 1991 *Dynamics of Fractal Surfaces* (Singapore: World Scientific Press)

[2] Barabási A L, Stanley H E 1995 *Fractal Concepts in Surface Growth* (Cambridge: Cambridge University Press)

[3] Tang G, Ma B K 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 994 (in Chinese) [唐刚, 马本堃 2002 物理学报 **51** 994]

[4] Hao D P, Tang G, Xia H, Chen H, Zhang L M, Xun Z P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2018 (in Chinese) [郝大鹏, 唐刚, 夏辉, 陈华, 张雷明, 寻之朋 2007 物理学报 **56** 2018]

[5] Xun Z P, Tang G, Han K, Hao D P, Xia H, Zhou W, Yang X Q, Wen R J, Chen Y L 2010 *Chin. Phys.* B **19** 070516

[6] Tang G, Hao D P, Xia H, Han K, Xun Z P 2010 *Chin. Phys.* B **19** 100508

[7] Edwards S F, Wilkinson D R 1982 *Proc. R. Soc.* (London) A **381** 17

[8] Kardar M, Parisi G, Zhang Y C 1986 *Phys. Rev. Lett.* **56** 889

[9] Family F, Vicsek T 1985 *J. Phys.* A **18** L75

[10] Jullien R, Botet R 1985 *Phys. Rev. Lett.* **54** 2055

[11] Meakin P, Ramanlal P, Sander L M, Ball R C 1986 *Phys. Rev.* A **34** 5091

[12] Kim J M, Kosterlitz J M 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 2289

[13] Meakin P 1998 *Fractals, scaling and growth far from equilibrium* (Cambridge: Cambridge University Press)

[14] Halpin-Healy T, Zhang Y C 1995 *Phys. Rep.* **254** 215

[15] Tang L H, Leschhorn H 1992 *Phys. Rev.* A **45** R8309

[16] Buldyrev S V, Barabási A L, Caserta F, Havlin S, Stanley H E, Vicsek T 1992 *Phys. Rev.* A **45** R8313

[17] Song H S, Kim J M, Korean 2007 *J. Phys. Soc.* **51** 1630

[18] Song H S, Kim J M, Korean 2008 *J. Phys. Soc.* **53** 1802

[19] Lee C, Kim J M 2006 *Phys. Rev.* E **73** 016140

[20] Lee S B, Lee C H 2009 *Phys. Rev.* E **80** 021134

[21] Mello B A 2001 *Phys. Rev.* E **63** 041113

[22] Tang G, Xun Z P, Wen R J, Han K, Xia H, Hao D P, Zhou W, Yang X Q, Chen Y L 2010 *Physica* A **389** 4552

[23] Aarão R F D A 2004 *Phys. Rev.* E **69** 021610

[24] Paiva T, Aarão R F D A 2007 *Surface Science* **601** 419

[25] Lee S B, Jeong H C, Kim J M 2008 *J. Stat. Mech.* P12013

[26] Hao D P, Tang G, Xia H, Han K, Xun Z P 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 038102 (in Chinese) [郝大鹏, 唐刚, 夏辉, 韩奎, 寻之朋 2011 物理学报 **60** 038102]

[27] Aarão Reis F D A 2001 *Phys. Rev.* E **63** 056116

# Numerical simulation of dynamic scaling behavior of the etching model on randomly diluted lattices*

Xie Yu-Ying Tang Gang† Xun Zhi-Peng Han Kui Xia Hui
Hao Da-Peng Zhang Yong-Wei Li Yan

( *Department of Physics, China University of Mining and Technology, Xuzhou* 221116, *China* )

( Received 17 October 2011; revised manuscript received 18 December 2011 )

**Abstract**

Surface roughening has been extensively studied in many fields of science and technology. In order to investigate the influence of imperfection of the randomly diluted lattices on dynamic scaling behavior of the surfaces, the etching model growing on diluted squares is simulated by kinetic Monte Carlo (KMC) simulation. It is found that although the scaling behavior of the etching model can be affected by imperfections of the randomly diluted lattices, the roughness and the growth exponent are larger than those of the growth on perfect squares. The scaling behavior still satisfies the Family-Vicsek dynamic scaling. In addition, the finite system size effect of the randomly diluted lattice is also calculated and analyzed.

**Keywords:** etching model, randomly diluted lattice, dynamic scaling, finite size effect

**PACS:** 05.40.–a, 02.50.–r, 64.60.Ht

∗ Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10674177), the Fundamental Research Funds for the Central Universities(Grant No. 2010LKWL01-CUMT), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities(Grant No.2011RC22-CUMT).

† E-mail: gangtang@cumt.edu.cn