

窄带傅里叶变换光谱仪中平稳高斯噪声的理论分析*

吕金光¹⁾²⁾ 梁静秋^{1)†} 梁中燾¹⁾

1) (中国科学院长春光学精密机械与物理研究所应用光学国家重点实验室, 长春 130033)

2) (中国科学院研究生院, 北京, 100049)

(2011年7月6日收到; 2011年8月10日收到修改稿)

在本文所研究的空间调制型傅里叶变换光谱仪中, 在窄的光谱带宽内进行探测可以有效提高光谱的分辨率. 为了研究光源辐射噪声对系统的影响, 本文将辐射噪声归纳为一种高斯窄带的平稳随机过程, 利用线性系统分析方法, 根据统计学原理推导了辐射噪声作为随机变量通过干涉系统前后的输入信噪比与输出信噪比. 然后, 对于一个具有窄带矩形光谱的系统进行了计算仿真, 得出了信噪比增益随着光程差在不同自相关度和互相关度取值时的变化情况. 仿真结果表明, 不同光程差下的信噪比增益在相关度空间是一单调的平滑曲面, 增益极值始终沿着相关度圆的半径和周线移动, 并且经过一个光程差又回到初始的位置. 根据对信噪比增益的分析, 可以将噪声的相关度取值控制在某一范围之内, 并作为系统光源设计与测试的依据.

关键词: 傅里叶变换光谱仪, 平稳高斯窄带过程, 信噪比增益, 自相关度

PACS: 07.57.Ty, 02.50.Fz, 42.25.Kb

1 引言

傅里叶变换光谱仪通过一个干涉系统来测量不同光程差下的干涉图函数, 干涉图函数由光信号的自相干函数所决定^[1], 通过对干涉图函数进行傅里叶变换可以获得光信号的功率谱密度. 这是一种通过测量干涉光强来间接测量信号光谱的方法^[2]. 这种工作原理使得傅里叶变换光谱仪与其他类型的光谱仪器相比具有多通道、高通量、高精度、低杂光等优点. 传统的傅里叶变换光谱仪的仪器结构是采用基于动镜扫描的 Michelson 干涉仪的结构形式, 通过连续的平移动镜实现光程差的精密采样, 所以干涉图是时间的函数. 但高精度的动镜驱动系统增加了傅里叶变换光谱仪的难度和体积. 因此, 基于空间调制型的微型静态傅里叶变换光谱仪逐渐成为研究的热点. 2002年瑞士 Neuchâtel's 微技术研究所等单位对基于倾斜镜的傅里叶变换光谱仪进行了研究^[3], 由于反射镜倾斜角度有限, 不能形成大的光程差, 同时探测器像元与干涉光斑不匹配, 信噪比不高. 2006年瑞典 Mid-Sweden 大学研究了利用楔状 F-P 标准具阵列来实现多通道的傅里叶变换光谱仪^[4], 其具有很强的波长选择能力, 但不能进行宽光谱的探测. 2008年天津大学精密

测试技术及仪器国家重点实验室对微倾斜反射镜式的静态傅里叶变换光谱仪的机理进行了剖析^[5], 并针对干涉条纹的倾斜校正进行了研究. 2009年电子测试技术国家重点实验室设计了一种基于等效斜楔干涉具的小型静态傅里叶变换光谱仪^[6], 并将其应用于激光告警系统中, 其只能进行单波长脉冲的探测. 针对于倾斜镜光谱分辨率低和信噪比低的缺点, 本研究设计了一种基于阶梯微反射镜阵列的静态傅里叶变换光谱仪, 可以实现高分辨率的光谱探测. 本文主要对窄带高分辨率光谱探测过程中辐射噪声引起的信噪比增益进行理论分析与数学推导.

2 工作原理

本文所研究的是一种基于空间调制的傅里叶变换光谱仪^[7-9]. 仪器原理结构如图 1 所示.

与时间调制型的傅里叶变换光谱仪相比, 这种空间调制型光谱仪的主要特点在于反射镜的形状. 两个反射镜均为阶梯结构, 阶梯间隔遵循光程差互补原则: 大阶梯反射镜 M_1 的阶梯间隔等于小阶梯反射镜 M_2 的阶梯间隔 d 的阶梯数倍. 将两个阶梯

* 国家自然科学基金 (批准号: 60977062, 61027010) 和国家高技术研究发展计划 (863 计划) (批准号: 2009AA04Z315) 资助的课题.

† E-mail: liangjq@ciomp.ac.cn

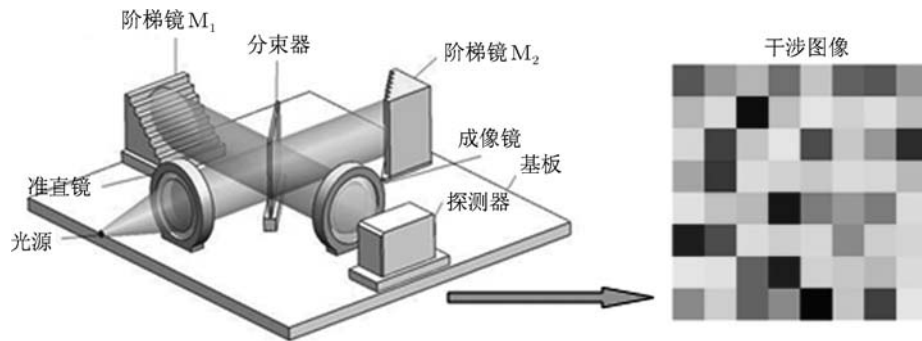


图1 空间调制型傅里叶变换光谱仪原理图

反射镜正交放置,则可以形成一个光程差的空间阵列.阶梯镜在横向空间对干涉图进行采样,采样间隔为阶梯间隔的二倍,即 $\Delta = 2d$.光信号经过干涉系统后,在探测器阵列上记录干涉图的空间采样值;通过对干涉图信号的采样序列进行离散傅里叶变换的数学运算,即可恢复出光信号的光谱信息^[10,11].

根据 Nyquist-Shannon 采样定理,阶梯镜对干涉图信号进行采样时,采样频率不能小于二倍的信号带宽^[12].换言之,仪器所测量的信号的光谱带宽 B 由阶梯镜的阶梯间隔所决定.即

$$B = \frac{1}{2\Delta} = \frac{1}{4d}. \quad (1)$$

根据数字信号处理理论,若采样点数为 N ,则最大光程差为 $L = 2Nd$,对干涉图序列进行离散傅里叶变换时其光谱分辨率为

$$F = \frac{1}{L} = \frac{1}{2Nd}. \quad (2)$$

根据 (1) 和 (2) 式,为了得到高的光谱分辨率,在采样点数不变的情况下可以增大阶梯间隔,从而使仪器在一个窄的光谱带宽内进行光谱测量.我们在这种原理的傅里叶变换光谱仪中放置一个窄带滤光片来限制光谱带宽,这样就可以根据 Nyquist-Shannon 采样定理进行光谱测量.如果要实现多谱带任务,可以放置一个滤光片轮,通过旋转,可以实现不同光谱频带的选通.

3 理论计算

光源的发光过程是处于高能级的原子向低能级跃迁,辐射出光子的过程^[13].虽然光源每秒辐射出的光子的平均数目是常量,但是在任一时刻辐射出光子的实际数目随时间是变化的和不确定的,是一个随机变量.换句话说,光源辐射光子的能量是

在一个平均值上起伏变化,光源发光是一个依赖于时间参数的随机过程.对于大多数的光子起伏噪声,都可以归结为一个高斯随机过程.这种随机过程具有统计特性,可以通过它的概率分布或数字特征加以描述.

3.1 窄带噪声信号

光源辐射能量的过程可以视为是一种平稳随机过程,即它的统计特性与时间起点无关,不随时间的推移而发生变化.对于我们研究的傅里叶变换红外光谱仪而言,要实现高的光谱分辨率,就要压窄光谱的带宽,所以辐射噪声可以归纳为一种高斯窄带的平稳随机过程.下面我们就对这种高斯窄带随机过程的噪声与信噪比进行分析^[14,15].

窄带随机过程的噪声可以表示为一个包络和相位缓慢变化的余弦信号,即

$$n_r(t) = a(t) \cos[2\pi f_c t + \theta(t)], \quad (3)$$

其中 $a(t)$ 及 $\theta(t)$ 是窄带随机过程的包络函数和随机相位函数, f_c 是窄带信号的中心频率.这里 $a(t)$ 及 $\theta(t)$ 随时间的变化要比中心频率慢得多.

为了便于线性系统分析,我们根据实函数 (3) 构造它的解析信号为

$$n(t) = a(t) \cos[2\pi f_c t + \theta(t)] + ja(t) \sin[2\pi f_c t + \theta(t)]. \quad (4)$$

将式 (4) 展开成如下形式:

$$\begin{aligned} n(t) = & n_c(t) \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t) \\ & + j[n_c(t) \sin(2\pi f_c t) \\ & + n_s(t) \cos(2\pi f_c t)], \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $n_c(t) = a(t) \cos[\theta(t)]$, $n_s(t) = a(t) \sin[\theta(t)]$, 分别为窄带噪声 $n(t)$ 的同相分量和正交分量.

为了分析问题方便,我们这里只考虑噪声为零均值平稳高斯窄带过程时的情况,即 $E[n(t)] = 0$.

将 (5) 式代入, 可得

$$E[n(t)] = E[n_c(t)] \cos(2\pi f_c t) - E[n_s(t)] \sin(2\pi f_c t) + j\{E[n_c(t)] \sin(2\pi f_c t) + E[n_s(t)] \cos(2\pi f_c t)\}. \quad (6)$$

由于 $n(t)$ 是平稳的, 所以对于任意的时间 t 都应有 $E[n(t)] = 0$, 故由 (6) 式得

$$E[n_c(t)] = E[n_s(t)] = 0. \quad (7)$$

所以均值为零的窄带平稳高斯噪声, 其同相分量与正交分量的均值也为零.

3.2 窄带噪声信号通过光谱仪系统的信噪比增益

对于傅里叶变换光谱仪系统, 我们可以将光学系统的模型以结构图的方式简化为如图 2 的形式. 其中 $\nu = 1/\lambda$ 为波数, δ 为光程差, $u(\nu)$ 与 $c(\nu)$ 分别为输入信号与输出信号的频谱, $r(\nu)$ 与 $t(\nu)$ 分别为分束器的振幅反射率与振幅透射率, $\exp(-j2\pi\nu\delta)$ 为相位延迟.

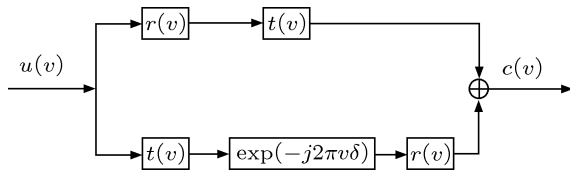


图2 光学干涉系统的结构图表示

所以这个干涉系统的频率响应函数^[15] 可以表示为

$$H(\nu) = r(\nu)t(\nu) + t(\nu)r(\nu)e^{-j2\pi\nu\delta}. \quad (8)$$

这里考虑一种理想的情况, 即分束器的分束效率与光信号的频率无关. 通过对频率响应函数作傅里叶变换可以得到系统的冲激响应为

$$h(t) = RT\delta(t) + rt\delta(t - \delta/c), \quad (9)$$

其中 c 为光速.

光信号通过干涉系统, 根据线性系统理论, 输出信号为输入信号与系统冲激响应的卷积, 即

$$c_u(t) = u(t) * h(t) = RTu(t) + RTu(t - \delta/c), \quad (10)$$

式中“*”表示卷积运算.

所以输出信号光强为

$$I_u = \langle c_u(t) \times c_u^*(t) \rangle = RT[I_0 + I_0 + \Gamma_u(\delta) + \Gamma_u^*(\delta)] = RT[I_0 + I_0 + I_0\gamma(\delta) + I_0\gamma^*(\delta)] = RT\{I_0 + I_0 + 2I_0|\gamma(\delta)| \times \cos[2\pi\nu_c\delta + \varphi(\delta)]\}, \quad (11)$$

其中 $\langle \rangle$ 表示求时间平均, $R = rr^*$, $T = tt^*$, $I_0 = \langle u(t)u^*(t) \rangle$ 为输入信号光强, $\Gamma_u(\delta) = \langle u(t)u^*(t - \delta/c) \rangle$ 为输入光信号的自相干函数, $\gamma(\delta) = \Gamma(\delta)/I_0$ 表示相干度, $\nu_c = 1/\lambda_c = f_c/c$ 是光信号的中心波数, $\varphi(\delta)$ 为相移函数.

同理, 对于噪声通过干涉系统, 其输出噪声为输入噪声与系统冲激响应的卷积, 即

$$c_n(t) = n(t) * h(t) = RTn(t) + Rtn(t - \delta/c), \quad (12)$$

所以输出噪声光强为

$$I_n = \langle c_n(t) \times c_n^*(t) \rangle = RT[\langle n(t)n^*(t) \rangle + \langle n(t - \delta/c)n^*(t - \delta/c) \rangle + \langle n(t)n^*(t - \delta/c) \rangle + \langle n(t - \delta/c)n^*(t) \rangle] = RT[\sigma_n^2 + \sigma_n^2 + \Gamma_n(\delta) + \Gamma_n^*(\delta)], \quad (13)$$

其中 $\sigma_n^2 = \langle n(t)n^*(t) \rangle$ 为输入噪声的平均功率, $\Gamma_n(\delta) = \langle n(t)n^*(t - \delta/c) \rangle$ 为输入噪声的自相干函数.

将 (5) 式代入自相干函数公式, 经过计算整理得

$$\Gamma_n(\delta) = \langle n_c(t)n_c(t - \delta/c) \rangle \cos(2\pi\nu_c\delta) + \langle n_c(t)n_s(t - \delta/c) \rangle \sin(2\pi\nu_c\delta) - \langle n_s(t)n_c(t - \delta/c) \rangle \sin(2\pi\nu_c\delta) + \langle n_s(t)n_s(t - \delta/c) \rangle \cos(2\pi\nu_c\delta) + j[\langle n_c(t)n_c(t - \delta/c) \rangle \sin(2\pi\nu_c\delta) - \langle n_c(t)n_s(t - \delta/c) \rangle \cos(2\pi\nu_c\delta) + \langle n_s(t)n_c(t - \delta/c) \rangle \cos(2\pi\nu_c\delta) + \langle n_s(t)n_s(t - \delta/c) \rangle \sin(2\pi\nu_c\delta)]. \quad (14)$$

对于一个平稳随机过程而言, 相关函数是与时间无关的量. 所以同相分量的自相关函数 $\langle n_c(t)n_c(t - \delta/c) \rangle = R_{nc}(\delta)$, 正交分量的自相关函数 $\langle n_s(t)n_s(t - \delta/c) \rangle = R_{ns}(\delta)$, 同相分量与正交分量的互相关函数 $\langle n_c(t)n_s(t - \delta/c) \rangle = R_{cs}(\delta)$ 和 $\langle n_s(t)n_c(t - \delta/c) \rangle = R_{sc}(\delta)$. 将其代入 (13) 式, 则输出噪声光强为

$$I_n = RT\{2\sigma_n^2 + 2[R_{nc}(\delta) \cos(2\pi\nu_c\delta) + R_{cs}(\delta) \sin(2\pi\nu_c\delta) - R_{sc}(\delta) \sin(2\pi\nu_c\delta) + R_{ns}(\delta) \cos(2\pi\nu_c\delta)]\}. \quad (15)$$

经过数学推导可以得出同相分量和正交分量的相关函数之间有如下的关系, 即

$$R_{nc}(\delta) = R_{ns}(\delta), \quad (16)$$

$$R_{cs}(\delta) = -R_{sc}(\delta). \quad (17)$$

所以, 输出噪声光强变为

$$\begin{aligned} I_n &= RT\{2\sigma_n^2 + 2[2R_{nc}(\delta) \cos(2\pi\nu_c\delta) \\ &\quad + 2R_{cs}(\delta) \sin(2\pi\nu_c\delta)]\} \\ &= RT\{2\sigma_n^2 + 2[2\sigma_{nc}^2 r_{nc}(\delta) \cos(2\pi\nu_c\delta) \\ &\quad + 2\sigma_{nc}\sigma_{ns} r_{cs}(\delta) \sin(2\pi\nu_c\delta)]\}, \quad (18) \end{aligned}$$

式中 $r_{nc}(\delta) = \frac{R_{nc}(\delta)}{\sigma_{nc}^2}$ 是噪声同相分量 $n_c(t)$ 的自相关度, $r_{cs}(\delta) = \frac{R_{cs}(\delta)}{\sigma_{nc}\sigma_{ns}}$ 是同相分量和正交分量的互相关度.

将 (5) 式代入噪声的平均功率公式 $\sigma_n^2 = \langle n(t)n^*(t) \rangle$, 可得 $\sigma_n^2 = \sigma_{nr}^2 + \sigma_{ni}^2$, 其中

$$\begin{aligned} \sigma_{nr}^2 &= \langle [n_c(t) \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t)]^2 \rangle \\ &= \frac{1}{2}\sigma_{nc}^2 + \frac{1}{2}\sigma_{ns}^2, \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ni}^2 &= \langle [n_c(t) \sin(2\pi f_c t) + n_s(t) \cos(2\pi f_c t)]^2 \rangle \\ &= \frac{1}{2}\sigma_{nc}^2 + \frac{1}{2}\sigma_{ns}^2, \quad (20) \end{aligned}$$

所以 $\sigma_{nr}^2 = \sigma_{ni}^2 = \frac{1}{2}\sigma_{nc}^2 + \frac{1}{2}\sigma_{ns}^2$, $\sigma_n^2 = \sigma_{nc}^2 + \sigma_{ns}^2$.

同时根据 (16) 式, $R_{nc}(0) = R_{ns}(0)$, 可得 $\sigma_{nc}^2 = \sigma_{ns}^2$, 所以

$$\sigma_{nr}^2 = \sigma_{ni}^2 = \sigma_{nc}^2 = \sigma_{ns}^2 = \frac{1}{2}\sigma_n^2. \quad (21)$$

将其代入 (18) 式, 可得输出噪声光强为

$$\begin{aligned} I_n &= RT\{2\sigma_n^2 + 2[\sigma_n^2 r_{nc}(\delta) \cos(2\pi\nu_c\delta) \\ &\quad + \sigma_n^2 r_{cs}(\delta) \sin(2\pi\nu_c\delta)]\}. \quad (22) \end{aligned}$$

由 (11) 式和 (13) 式可得输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{\langle u(t)u^*(t) \rangle}{\langle n(t)n^*(t) \rangle} = \frac{I_0}{\sigma_n^2}. \quad (23)$$

由 (11) 式和 (22) 式可得输出信噪比为

$$\begin{aligned} \frac{S_o}{N_o} &= \frac{I_u}{I_n} \\ &= \frac{2I_0 + 2I_0 |\gamma(\delta)| \cos[2\pi\nu_c\delta + \varphi(\delta)]}{2\sigma_n^2 + 2\sigma_n^2 r_{nc}(\delta) \cos(2\pi\nu_c\delta) + 2\sigma_n^2 r_{cs}(\delta) \sin(2\pi\nu_c\delta)}. \quad (24) \end{aligned}$$

所以信噪比增益为

$$\begin{aligned} G &= \frac{S_o}{N_o} / \frac{S_i}{N_i} \\ &= \frac{1 + |\gamma(\delta)| \cos[2\pi\nu_c\delta + \varphi(\delta)]}{1 + r_{nc}(\delta) \cos(2\pi\nu_c\delta) + r_{cs}(\delta) \sin(2\pi\nu_c\delta)}. \quad (25) \end{aligned}$$

4 计算仿真

下面以矩形窄带光谱的情况为例, 分析各个参数对信噪比增益的影响.

对于一个光谱带宽为 B 的矩形光谱, 其光谱的函数形式为

$$B(\nu) = \text{rect}\left(\frac{\nu - \nu_c}{B}\right), \quad (26)$$

则通过傅里叶变换运算得出光信号的相干度^[1]和相移函数为

$$|\gamma(\delta)| = \left| \frac{\sin(\pi B\delta)}{\pi B\delta} \right| = |\sin c(B\delta)|, \quad (27)$$

$$\varphi(\delta) = \begin{cases} 0, & \frac{2k}{B} < \delta < \frac{2k+1}{B}, \\ \pi, & \frac{2k+1}{B} < \delta < \frac{2k+2}{B}, \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (28)$$

所以此时的信噪比增益可以写为如下的形式:

$$G = \frac{1 + \sin c(B\delta) \cos(2\pi\nu_c\delta)}{1 + r_{nc}(\delta) \cos(2\pi\nu_c\delta) + r_{cs}(\delta) \sin(2\pi\nu_c\delta)}. \quad (29)$$

当 $\delta = 0$ 时, $r_{nc}(0) = 1$, $r_{cs}(0) = 0$, 所以此时的信噪比增益为 $G = 1$. 当 $\delta \neq 0$ 时, 自相关度 $r_{nc}(\delta)$ 和互相关度 $r_{cs}(\delta)$ 描述的是噪声的统计特性, 我们在几个特定光程差下分析其对信噪比增益的影响.

当光程差 δ 分别等于 $\frac{1}{8}\lambda_c$, $\frac{1}{4}\lambda_c$, $\frac{3}{8}\lambda_c$, $\frac{1}{2}\lambda_c$, $\frac{5}{8}\lambda_c$, $\frac{3}{4}\lambda_c$, $\frac{7}{8}\lambda_c$ 和 λ_c 时, 不同自相关度 r_{nc} 值和互相关度 r_{cs} 值所对应的信噪比增益的情况如图 3 所示.

图 3 给出了信噪比增益随光程差、自相关度 r_{nc} 和互相关度 r_{cs} 的变化趋势. 从图中可以看出在某一光程差区域, 在特定的相关度位置会出现信噪比增益奇异的情况.

下面分析这种奇异现象出现的原因. 根据 (29) 式, 当信噪比增益出现奇异时, 信噪比增益函数会存在奇点. 所以此时 r_{nc} 和 r_{cs} 所对应的特征方程为

$$r_{nc} \cos(2\pi\nu_c\delta) + r_{cs} \sin(2\pi\nu_c\delta) + 1 = 0. \quad (30)$$

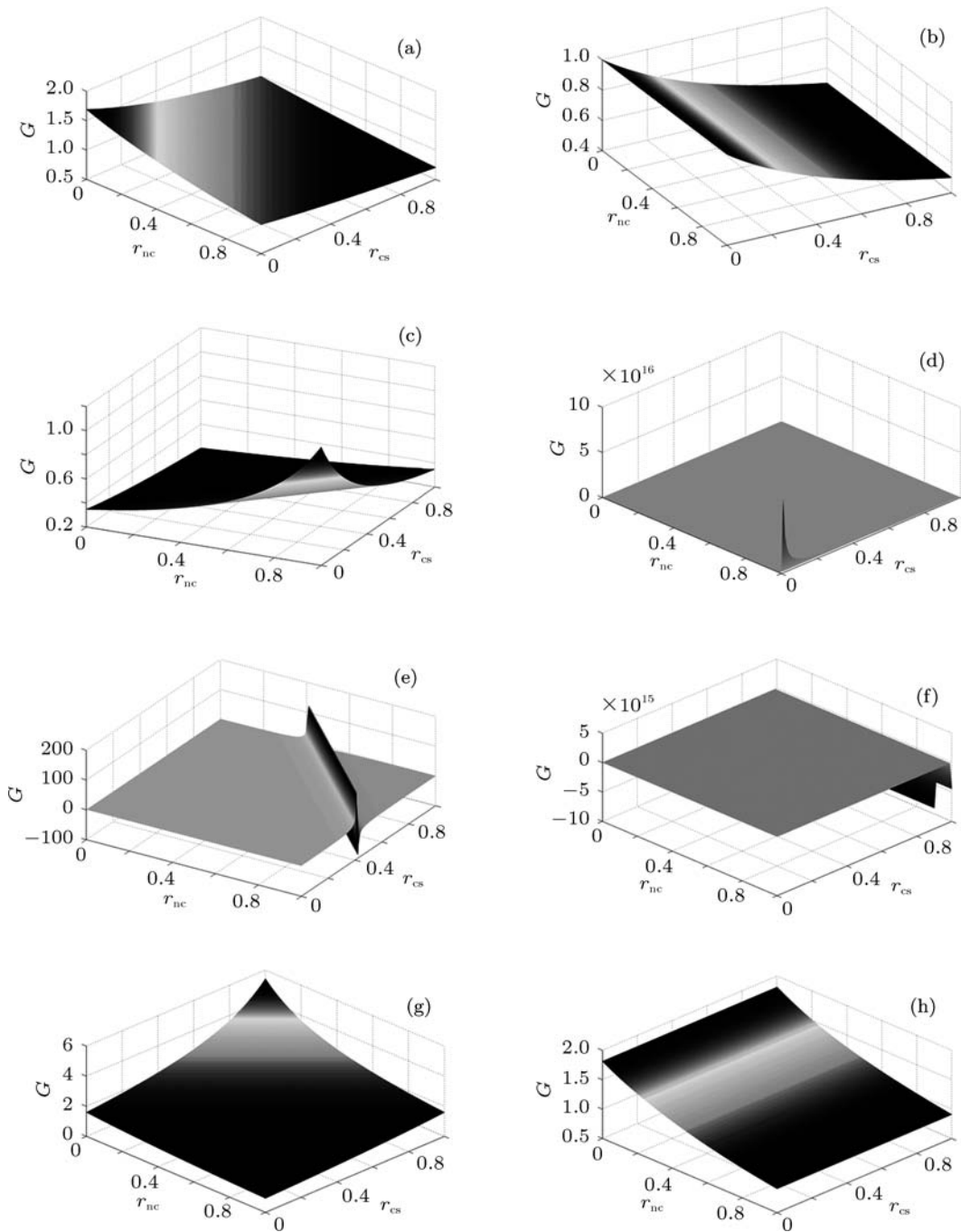


图 3 不同光程差位置不同相关度取值时的信噪比增益 (a) $\delta = \lambda_c/8$; (b) $\delta = \lambda_c/4$; (c) $\delta = 3\lambda_c/8$; (d) $\delta = \lambda_c/2$; (e) $\delta = 5\lambda_c/8$; (f) $\delta = 3\lambda_c/4$; (g) $\delta = 7\lambda_c/8$; (h) $\delta = \lambda_c$

由于 $0 \leq r_{nc} \leq 1, 0 \leq r_{cs} \leq 1$, 所以若要在 $0 \leq r_{nc} \leq 1$ 和 $0 \leq r_{cs} \leq 1$ 的值域范围内特征方程 (30) 存在零点, 则要求光程差的范围为 $\frac{1}{2}\lambda_c \leq \delta \leq \frac{3}{4}\lambda_c$.

在 $\frac{1}{2}\lambda_c \leq \delta \leq \frac{3}{4}\lambda_c$ 的光程差范围内, 特征方程所对应的直线簇如图 4 所示 (为了便于观察, 我们作图时将自相关度与互相关度的值取到 2).

这些直线簇的渐近线是两条平行于坐标轴取

值为 1 的直线, 即 $r_{nc} = 1$ 和 $r_{cs} = 1$; 包络线则是一个半径为 1 的圆, 其函数形式为

$$r_{nc}^2 + r_{cs}^2 = 1, (0 \leq r_{nc} \leq 1 \text{ 和 } 0 \leq r_{cs} \leq 1). \quad (31)$$

所以, 在 $\frac{1}{2}\lambda_c \leq \delta \leq \frac{3}{4}\lambda_c$ 的光程差范围内, 只要 r_{nc} 和 r_{cs} 在相关度圆 $r_{nc}^2 + r_{cs}^2 = 1$ 所包围的范围之内取值, 就不会出现信噪比增益奇异的情况.

将 r_{nc} 和 r_{cs} 的取值限制在相关度圆所包围的

范围内, 当光程差为 $\frac{1}{2}\lambda_c, \frac{5}{8}\lambda_c, \frac{3}{4}\lambda_c$ 时, 信噪比增益曲面如图 5 所示.

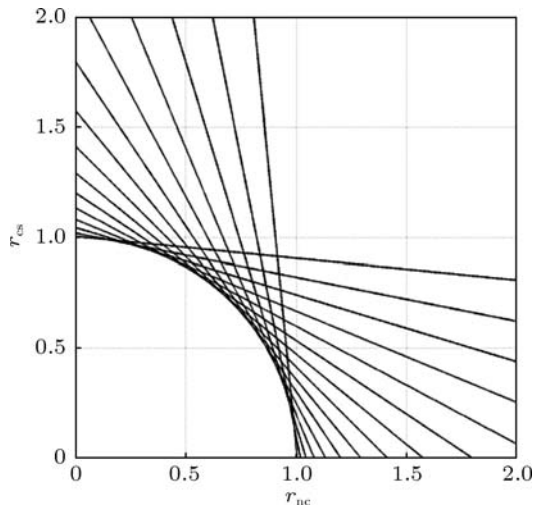


图 4 特征方程所对应的直线簇

用图 5(a), (b), (c) 替换图 3(d), (e), (f), 可以看到信噪比增益在不同光程差位置随着自相关度和互相关度取值的变化情况. 经过分析可以发现, 信噪比增益曲面是一个单调变化的平滑曲面; 在一个波长的光程差范围之内, 随着光程差的增加, 信噪比增益的极大值沿着相关度圆的半径和周线在 $r_{nc} = 0, r_{nc}^2 + r_{cs}^2 = 1$ 和 $r_{cs} = 0$ 三个轮廓面上扫描一周; 并且光程差经过一个波长, 增益极值又

回到初始的位置; 且在 $\frac{1}{2}\lambda_c \leq \delta \leq \frac{3}{4}\lambda_c$ 的光程差范围内, 在相关度圆上信噪比增益出现无穷大值.

由信噪比增益 (29) 式, 可以在不同光程差位置测量辐射噪声的相关度值, 从而得到相应的信噪比增益. 不同的光程差位置具有不同的信噪比增益曲面, 这主要是由于干涉系统的光学相干性决定的. 根据系统要求的信噪比增益指标, 我们由各个光程差所对应的信噪比增益曲面可以确定辐射噪声的自相关度和互相关度取值; 由这些相关度值的交集, 从而确定信噪比增益指标所对应的噪声的具体相关度取值. 通过对信噪比增益的理论分析, 由信噪比增益需求来确定的相关度取值, 可以作为辐射光源设计与测试的判据.

5 结论

光源发光的过程是一个平稳高斯随机过程, 所以辐射噪声可以看作一个随机变量, 利用线性系统理论与统计学方法进行分析和处理. 对于窄带探测的光谱仪系统, 辐射噪声是一种窄带平稳高斯随机过程. 我们利用统计学原理通过严格的数学推导, 理论上得出了信号与噪声通过光谱仪系统前后的输入输出信噪比与信噪比增益. 由于系统的相干性, 不同光程差对应着不同的信噪比增益. 通过对矩形

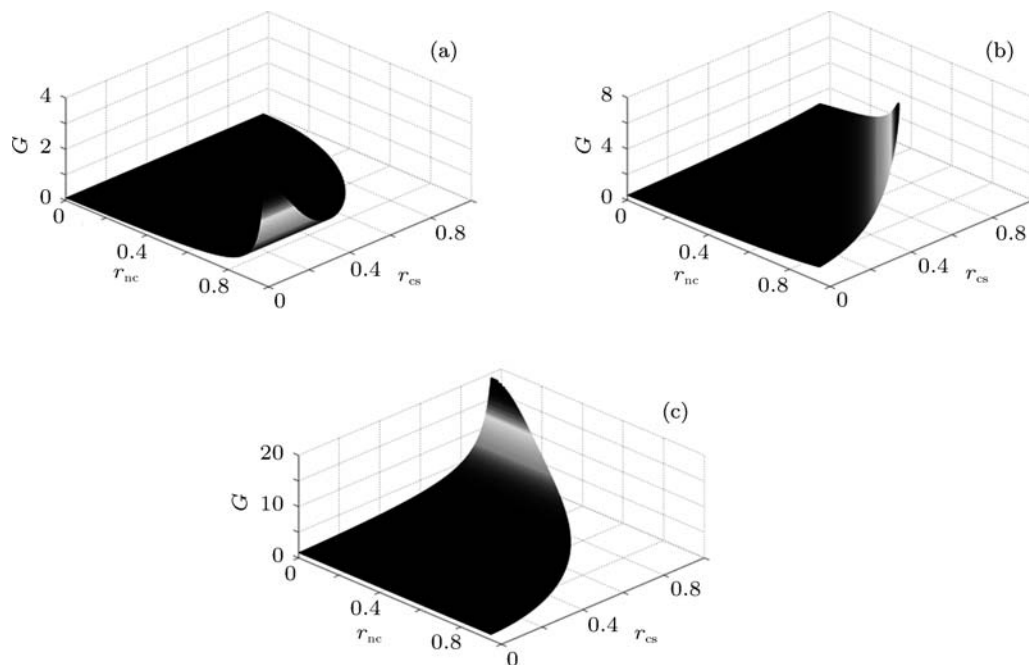


图 5 限制在相关度圆内的信噪比增益曲面 (a) $\delta = \lambda_c/2$; (b) $\delta = 5\lambda_c/8$; (c) $\delta = 3\lambda_c/4$

光谱作用下的系统进行仿真, 得出了在不同光程差位置信噪比增益随着噪声自相关度取值和互相关度取值变化的情况, 由此我们可以在不同光程差位置测量辐射噪声的相关度值, 从而得出相应的信噪比增益值. 从信噪比增益曲面图中发现在 $\frac{1}{2}\lambda_c \leq \delta \leq \frac{3}{4}\lambda_c$ 的光程差区域信噪比增益会出现奇异的现象. 经过分析我们得到, 这一光程差区

域对应着一个相关度圆 $r_{nc}^2 + r_{cs}^2 = 1$ 的界限, 只有在相关度圆之外的相关度取值才会使信噪比增益函数出现奇异的现象. 通过对相关度取值的限制, 我们得到了特征方程不存在零点时的不同光程差下信噪比增益曲面在不同相关度取值位置的变化情况. 由此, 根据系统的信噪比增益要求, 可以推算出噪声的自相关度和互相关度取值范围, 并以此来作为系统光源设计与测试的依据.

- [1] Lü N G 2007 *Fourier Optics* (Beijing: China Machine Press) p182 (in Chinese) [吕乃光 2007 傅里叶光学 (北京: 机械工业出版社) 第 182 页]
- [2] Weng S F 2005 *Fourier Transform Infrared Spectrometer* (Beijing: Chemical Industry Press) p34 (in Chinese) [翁诗甫 2005 傅里叶变换红外光谱仪 (北京: 化学工业出版社) 第 34 页]
- [3] Manzardo O 2002 Switzerland: Univ. Neuchatel
- [4] Anatoliy M, Henrik A, Goran T, Hans-Erik N 2006 *Proc. of SPIE* **6395** 639504
- [5] Lin L, Ren Z, Li G 2008 *Spectrosc. Spect. Anal.* **28** 2067 (in Chinese) [林凌, 任钊, 李刚 2008 光谱学与光谱分析 **28** 2067]
- [6] Tian E M, Zhang J L, Li X, Zhang Y, Wang Z B 2009 *Spectrosc. Spect. Anal.* **29** 853 (in Chinese) [田二明, 张记龙, 李晓, 张悦, 王志斌 2009 光谱学与光谱分析 **29** 853]
- [7] Kong Y M, Liang J Q, Liang Z Z, Wang B, Zhang J 2009 *Proc. of SPIE* **7283** 728304
- [8] Kong Y M, Liang J Q, Wang B, Liang Z Z, Xu D W, Zhang J 2009 *Spectrosc. Spect. Anal.* **29** 1142 (in Chinese) [孔延梅, 梁静秋, 王波, 梁中翥, 徐大伟, 张军 2009 光谱学与光谱分析 **29** 1142]
- [9] Fu J G, Liang Z Z, Liang J Q 2010 *Spectrosc. Spect. Anal.* **30** 3203 (in Chinese) [付建国, 梁中翥, 梁静秋 2010 光谱学与光谱分析 **30** 3203]
- [10] Lü Q B, Yao T, Xiang L B, H M 2010 *Spectrosc. Spect. Anal.* **30** 114 (in Chinese) [吕群波, 姚涛, 相里斌, 黄旻 2010 光谱学与光谱分析 **30** 114]
- [11] Jian X H, Zhang C M, Zhu B H, Ren W Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6131 (in Chinese) [简小华, 张淳民, 祝宝辉, 任文艺 2010 物理学报 **59** 6131]
- [12] Fan C X, Zhang F Y, Xu B X, Wu C K 2001 *Communication Principles* (Beijing: National defence industrial press) p190 (in Chinese) [樊昌信, 张甫翊, 徐炳祥, 吴成柯 2001 通信原理 (北京: 国防工业出版社) 第 190 页]
- [13] Zhao K H, Zhong X H 1984 *Optics* (Vol.2) (Beijing: Peking university Press) p291 (in Chinese) [赵凯华, 钟锡华 1984 光学 (下册) (北京: 北京大学出版社) 第 291 页]
- [14] Zhang C M, Huang W J, Zhao B C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5479 (in Chinese) [张淳民, 黄伟健, 赵葆常 2010 物理学报 **59** 5479]
- [15] Xiang L B, Yuan Y, Lv Q B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5399 (in Chinese) [相里斌, 袁艳, 吕群波 2009 物理学报 **58** 5399]

Theoretical analysis on stationary Gaussian random noise in narrowband Fourier transform spectrometer*

Lü Jin-Guang¹⁾²⁾ Liang Jing-Qiu^{1)†} Liang Zhong-Zhu¹⁾

1) (State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

2) (Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(Received 6 April 2011; revised manuscript received 10 August 2011)

Abstract

The spectral resolution can be increased by detecting the optical signal in a narrowband spectrum for the Fourier transform spectrometer based on spatial modulated in our study. In this paper, to study the effect of the radiant source on the interference system, we regard the radiant noise as a narrowband stationary Gaussian random process. Using the linear system analysis method and the statistical theory, we deduce the input signal-to-noise ratio (SNR) and the output SNR after the optical signal and the radiant noise have passed through the interference system. Then we simulate the system and compare the obtained result with a narrowband rectangle spectrum, and obtain the SNR gains along the optical path difference (OPD) in different autocorrelation degree and cross-correlation degree values. The simulation result indicates that the SNR gains at different OPDs in the correlation degree space each are a monotonic smooth surface. The SNR gain maximum moves along the radius and the contour of the correlation degree circle, and it returns to the initial position. after an OPD According to the analysis of the SNR gain, the autocorrelation degree and cross-correlation degree values can be controlled in a certain area, which can serve as a criterion for the design and the test of the radiant source.

Keywords: Fourier transform spectroscopy, narrowband stationary Gaussian random process, SNR gain, autocorrelation degree

PACS: 07.57.Ty, 02.50.Fz, 42.25.Kb

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60977062, 61027010) and the National High Technology Research, and Development Program of China (Grant No. 2009AA04Z315).

† E-mail: liangjq@ciomp.ac.cn.