

光折变非相干耦合空间孤子族统一理论*

吉选芒^{1)†} 姜其畅¹⁾ 刘劲松²⁾

1) (山西运城学院物理与电子工程系, 运城 044000)

2) (华中科技大学光电子科学与工程学院, 武汉 430074)

(2011年6月5日收到; 2011年8月2日收到修改稿)

理论证明了稳态条件下有分压电阻和 e 偏振非相干均匀背景光辐照的光伏光折变晶体中存在非相干耦合空间孤子族. 这种孤子族是由多束偏振方向和波长都相同的互不相干光束耦合形成的. 孤子族各分量成分光束都能在晶体中稳定传播. 当入射光束中只含有一个或两个分量时, 空间孤子族退化为空间孤子或非相干耦合孤子对. 当分压电阻、e 偏振背景光、外加电场和光伏场取不同值时, 可获得 14 种光折变非相干耦合空间孤子族. 先前已报道的非相干耦合空间孤子族都可在不同条件下从本文中得到了.

关键词: 非线性光学, 光折变效应, 空间孤子族, 分压电阻

PACS: 42.65.Tg, 42.65.Jx

1 引言

光折变空间光孤子是指当非线性介质的自聚焦(或自散焦)效应与光束的衍射发散作用相平衡时, 在介质内无衍射向前传播的光束. 过去 20 多年里, 光折变空间孤子已经在理论和实验上得到了广泛的研究. 在对光折变空间孤子的研究过程中, 最早是 1992 年发现的准稳态孤子^[1,2], 随后, Valley 等^[3]提出了无外加背景光的光伏孤子理论, 1995 年, Taya 等人^[4]在 LiNbO₃ 晶体中观察到这种光伏孤子. 同时人们还提出了外加背景光的光伏孤子理论^[5-7]. 1995 年, Christodoulides 等人^[8]给出了无分压电阻和 e 偏振背景光屏蔽孤子理论并在 1996 年由 Sich 等人^[9]实验证明. 同时 Christodoulides 等人^[10]还提出了相应的非相干耦合屏蔽孤子对的理论. 1998 年到 2000 年, 刘劲松, 侯春风等^[11-13]证明了无分压电阻和 e 偏振背景光屏蔽光伏空间亮、暗和灰孤子的存在. 2001 年, 刘劲松证明了有分压电阻, 但无 e 偏振背景光的屏蔽光伏亮和暗孤子的存在^[14]. 2010 年, 吉选芒等^[15]证明了相应的屏蔽光伏空间灰孤子的存在. Hou 等还证明了无分压电阻和 e 偏振背景光的非相干耦合屏蔽光伏孤子族的存在^[16,17]. 最近, 人们还提出了双光子光折变空间孤子的理论^[18-20]. 2011 年, 吉选芒等^[21]

证明了光折变有机聚合物串联回路中独立空间孤子对的存在. 本文证明有分压电阻和 e 偏振非相干均匀背景光辐照下的光伏光折变晶体中的非相干耦合空间孤子族的存在性. 当分压电阻、e 偏振背景光、晶体外加电场和晶体的光伏场取不同值时, 由本文理论可得到 14 种不同种类的空间孤子族. 本文理论可将这些不同种类空间孤子族统一在一个理论框架内. 当入射光束中含有一个或两分量时, 空间孤子族退化为空间孤子或空间孤子对. 结果对完善光折变空间孤子理论体系有重要意义.

2 亮、暗和灰孤子族

图 1 是研究有分压电阻和 e 偏振背景光空间孤子族回路示意图, 光伏光折变晶体、分压电阻 R 和电压源 V_a 串联构成闭合回路. I_b 是与孤子族光束 I 不相干的均匀 e 偏振背景光. 晶体光轴 c 沿 x 方向放置. 如果光波的空间展宽远小于晶体宽度 W , 则有近似表达式 $E_0 = V_0/W$, E_0 和 V_0 分别代表晶体电极间的电场强度和电压, $V_R = JSR$, V_R 是电阻上的电压, S 是晶体的截面积, J 是电流密度, 由 $V_a = V_0 + V_R$, 得出

$$E_0 = \frac{1}{W}(V_a - JSR). \quad (1)$$

* 山西省自然科学基金(批准号: 2011011003-2)和山西省高校科技研究开发项目(批准号: 20111125)资助的课题.

† E-mail: jixuanmang@126.com

设 M 束只在 x 方向衍射且偏振态和波长都相同的共线传播的互不相干光沿 z 轴射入图 1 的光折变晶体, 光束偏振方向平行于 x 轴. M 束入射光的光场可用其慢变振幅形式 ϕ_j 表述为: $\mathbf{E}_j = \hat{x}\phi_j(x, z)\exp(ikz)$, $j = 1, 2, \dots, M$, 其中 $k = k_0 n_e = (2\pi/\lambda_0)n_e$, λ_0 为自由空间波长, n_e 为晶体对非常光折射率. 在上述光束配置下, 入射光满足如下耦合方程^[16,17]:

$$i\frac{\partial\phi_j}{\partial z} + \frac{1}{2k}\frac{\partial^2\phi_j}{\partial x^2} - \frac{k_0 n_e^3 r_{33} E_{sc}}{2}\phi_j = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, M), \quad (2)$$

其中 r_{33} 是晶体的电光系数, E_{sc} 为晶体的空间电荷场, 在有 e 偏振背景光的稳态情况下, 空间电荷场 E_{sc} 由光伏光折变晶体满足的速率方程、连续性方程、Poisson 方程和 Gauss 定理推出^[22]. 在一维情况下, 这些方程可写为

$$(s_i I + s_i I_b + \beta_i)(N_D - N_D^+) - \gamma n N_D^+ = 0, \quad (3)$$

$$J = e\mu n E_{sc} + \mu k_B T \frac{\partial n}{\partial x} + \kappa s(N_D - N_D^+)(I + I_b), \quad (4)$$

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 0 \quad \text{或} \quad J = \text{const}, \quad (5)$$

$$\epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_{sc}}{\partial x} = e(N_D^+ - N_A - n), \quad (6)$$

其中, N_D 是施主密度, N_D^+ 是电离的施主密度, N_A 受主 (或陷阱) 密度, n 是导带上的电子密度, s_i 是光电离截面, β 是热激发速率; γ 是载流子的复合率; κ 是光伏常数, μ 和 e 分别是电子的迁移率和基本电荷. k_B 是玻尔兹曼常数, T 是绝对温度. J 是电流密度; 根据 Poynting 定律, 光子族总光强表示为

$$I = (n_e/2\eta_0) \sum_{j=1}^M \phi_j^2,$$

常量 $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$, ϵ_0 和 ϵ_r 分别是真空和相对介电常数, μ_0 为真空的磁导率.

采用同文献 [8,11] 相类似的方法, 对于典型的光折变材料和慢变化的光波包络的情况, 近似条件 $N_D^+ \gg n$, $N_A \gg n$, $N_D \gg n$ 和 $(\epsilon_0 \epsilon_r / e N_A)(\partial E_{sc} / \partial x) \ll 1$ 能得到很好的满足. 并注意 (5) 式表明电流密度在晶体内部处处为常数, 经推导, 得到 E_{sc} 的简化表达式为

$$E_{sc} = g E_a \frac{(I_\infty + I_b + I_d)}{(I + I_b + I_d)} + E_p \frac{[g I_\infty - I + (g-1)I_b]}{(I + I_b + I_d)} - \frac{k_B T}{e} \frac{1}{I + I_b + I_d} \frac{\partial I}{\partial x}, \quad (7)$$

其中, $I_\infty = I(\infty, z)$, $I_d = \beta_i / s_i$ 是暗辐射强度, $E_p = \kappa \gamma N_A / e \mu$ 为光伏电场, 分压系数为 $g = \frac{1}{1 + pSR(I_\infty + I_d)}$, $p = \frac{e \mu s_i (N_D - N_A)}{W \gamma N_A}$, 调节分压电阻数值, 可以改变分压系数, 分压电阻对孤子的影响可通过分压系数来体现. 一般情况下 $0 < g < 1$, 表示在晶体上只施加了部分外电场 $g E_a$, 电压源形成的外电场 $E_a = V_a / W$ 当 $R = 0$, $g = 1$ 为短路情况, 表示 E_a 全部作用于晶体上; 当 $R \rightarrow \infty$, 则 $g = 0$, 为开路情况, 表示晶体上无外电场的作用. 当 $I_b \neq 0$, 表示有外加背景光, 当 $I_b = 0$ 表示无背景光.

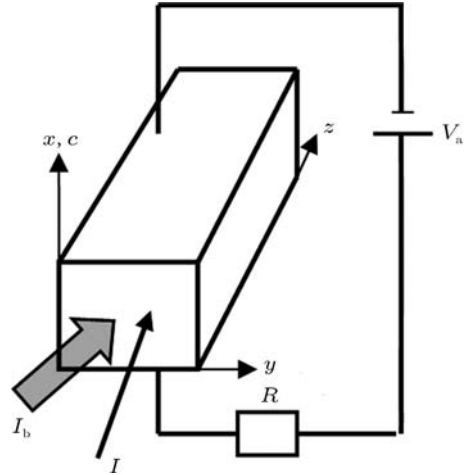


图 1 光路示意图

把 (7) 式代入方程组 (2), 并采用无量纲变量 $\xi = z/(kx_0^2)$, $s = x/x_0$, $U_j = [2\eta_0(I_b + I_d)/n_e]^{-1/2}\phi_j$, 其中 x_0 为一个任意的空间宽度, 在忽略扩散效应的条件下, 可得到无量纲化光波振幅 U_j 满足如下耦合方程:

$$i\frac{\partial U_j}{\partial \xi} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 U_j}{\partial s^2} - g\beta(1 + \rho)\frac{U_j}{1 + \sum_{j=1}^M |U_j|^2} - \alpha \frac{[g\rho - \sum_{j=1}^M |U_j|^2 + (g-1)\delta]}{1 + \sum_{j=1}^M |U_j|^2} U_j = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, M), \quad (8)$$

其中 $\alpha = (k_0 x_0)^2 (n_e^4 r_{33} / 2) E_p$, $\beta = (k_0 x_0)^2 (n_e^4 r_{33} / 2) E_a$, $\rho = I_\infty / (I_b + I_d) = \rho_0 / (1 + \delta')$, $\rho_0 = I_\infty / I_d$, $\delta' = I_b / I_d$, $\delta = I_b / (I_b + I_d) = \delta' / (1 + \delta')$ 代表背景光与背景光与暗辐射之和的比值. 参量 δ' 的数值随背景光的改变而变化, 改变背景光进而对孤子的形态会产生影响, 方程组 (8) 具

有亮、暗和灰孤子族解.

2.1 亮孤子族

对于亮孤子, $I_\infty = \rho = 0$, 令 $U_j = r^{1/2}c_j y(s) \exp(iu\xi)$, $r = I(0)/(I_d + I_b) = r_0/(1 + \delta')$, $r_0 = I(0)/I_d$, u 是传播量的非线性位移, c_j^2 表示第 j 级孤子分量的强度与孤子族总强度的比值, 满足条件为 $\sum_{j=1}^M c_j^2 = 1$. $y(s)$ 是归一化的实函数, 边界条件为 $y(0) = 1; y'(0) = 0; y(s \rightarrow \pm\infty) = 0$. 把 U_j 的表达式和 $\rho = 0$ 代入方程组 (8) 可得

$$\frac{d^2y}{ds^2} - 2uy - 2g\beta \frac{y}{1+ry^2} + 2\alpha \frac{[ry^2 - (g-1)\delta]}{1+ry^2} y = 0, \quad (9)$$

积分 (9) 式并用相关的边界条件可以得到

$$\left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = \frac{2g\beta + 2\alpha[1 + (g-1)\delta]}{r} \times [\ln(1 + ry^2) - y^2 \ln(1 + r)], \quad (10)$$

$$u = -\frac{g\beta + \alpha[1 + (g-1)\delta]}{r} \ln(1 + r) + \alpha. \quad (11)$$

对 (10) 式再积分一次, 可得到亮孤子归一化包络

$$s = \pm \int_y^1 \left\{ \frac{2g\beta + 2\alpha[1 + (g-1)\delta]}{r} \times [\ln(1 + r\tilde{y}^2) - \tilde{y}^2 \ln(1 + r)] \right\}^{-1/2} d\tilde{y}, \quad (12)$$

显然只有当 $g\beta + \alpha[1 + (g-1)\delta] > 0$ 时, 光伏光折变晶体中才能形成亮孤子. 利用 (12) 式, 通过数值积分可以得到 $y(s)$, 再由 $U_j = r^{1/2}c_j y(s) \exp(iu\xi)$ 的表达式可以得出光伏光折变晶体中亮孤子族的各级孤子分量无量纲化的光场.

以 LiNbO₃ 晶体 [11] 为研究对象, 晶体的参量为 $n_e = 2.2$, $r_{33} = 30 \times 10^{-12} \text{ mV}^{-1}$, $E_p = 4 \times 10^6 \text{ Vm}^{-1}$, $E_a = 2 \times 10^6 \text{ V/m}$, 其他参量为 $\lambda_0 = 0.5 \text{ }\mu\text{m}$, $x_0 = 40 \text{ }\mu\text{m}$, 由上面的参量, 能计算出 $\alpha = 355$, $\beta = 178$, 选取 $g = 0.5$, $r = 1.429(r_0 = 10)$, $\delta = 0.857 (\delta' = 6)$. 图 2 给出的是在上述参量下有分压电阻和 e 偏振背景光的光折变屏蔽光伏空间亮孤子族三个孤子分量 ($c_1^2 = 0.5, c_2^2 = 0.3, c_3^2 = 0.2$) 光强空间分布. 这一非相干耦合亮孤子族各分量可以在光折变晶体中稳定传播, 如图 3 所示.

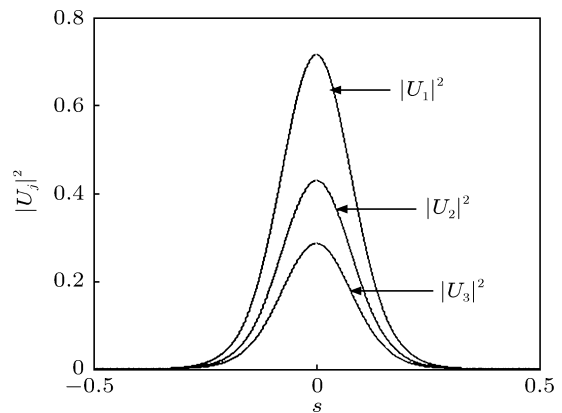


图 2 非相干耦合亮孤子族三个分量的孤子包络

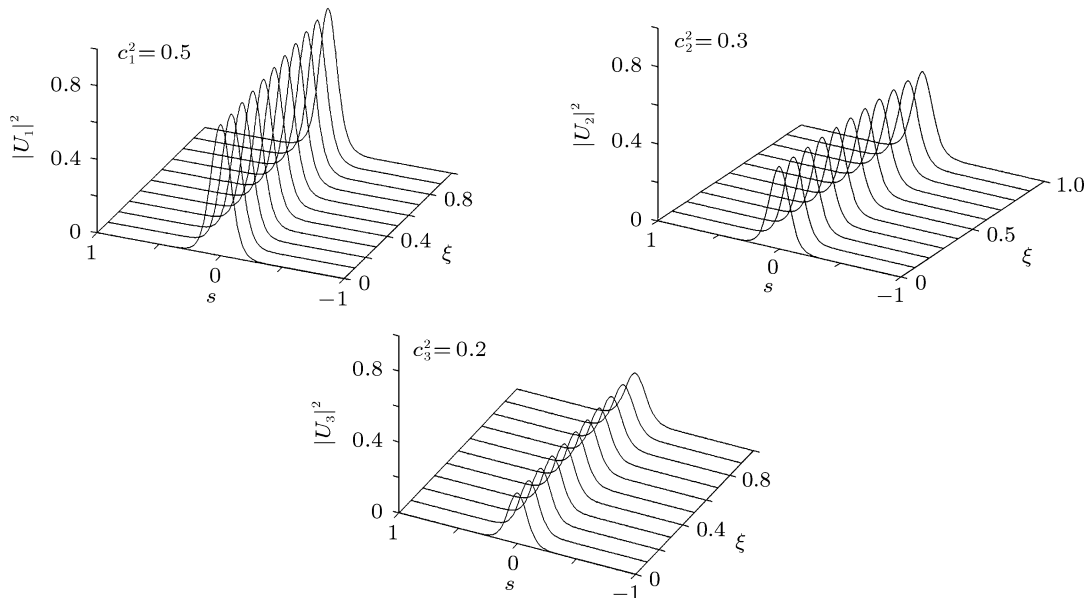


图 3 非相干耦合亮孤子族在光折变晶体中的稳定传播

图 4 给出的是 $\alpha = 355, \beta = 178, r = 1.429, \delta' = 6, g = 0, 1, 0.5, 0.9$ 时有分压电阻和 e 偏振背景光的光折变屏蔽光伏空间亮孤子族孤子分量 U_1 ($c_1^2 = 0.5$) 光强空间分布. 可以看出, 孤子分量的宽度随分压系数的增加而减小, 这是由于晶体的外加电场随分压系数增大而变大的原因, 可以看出分压电阻对孤子族分量的影响是很大的. 图 5 给出的是 $\alpha = 355, \beta = 178, g = 0.5, \delta' = 1, 10$ 和 100 时有分压电阻和 e 偏振背景光的光折变屏蔽光伏空间亮孤子族孤子分量 U_3 ($c_3^2 = 0.2$) 光强空间分布. 可看出孤子的宽度随背景光的增加而增大, 孤子分量的峰值强度随背景光的增加而减小, 背景光的变化对孤子分量包络产生强烈的影响. 分压系数和背景光对暗孤子族, 灰孤子族和亮 - 暗混合孤子族的影响与亮孤子族是一致的, 后述不再进行分析讨论.

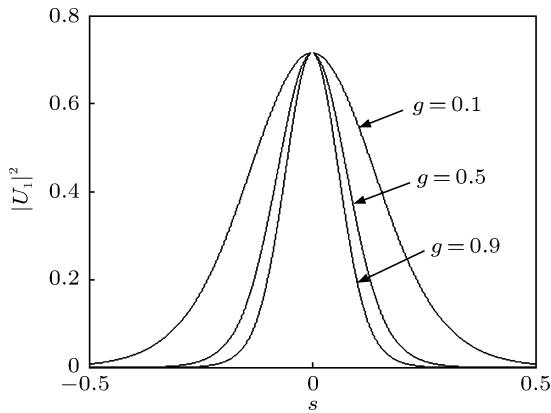


图 4 不同的 g 下非相干耦合亮孤子族 U_1 分量的包络

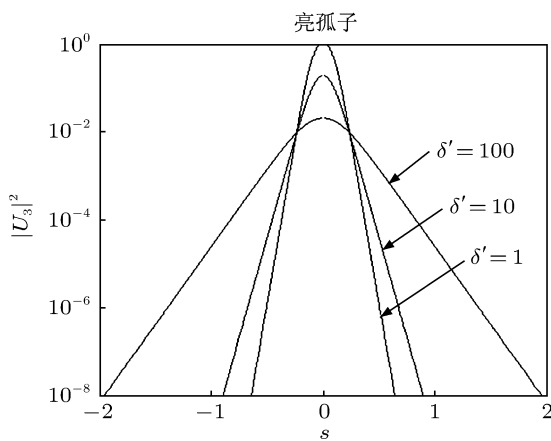


图 5 不同的 δ' 下非相干耦合亮孤子族 U_3 分量的包络

2.2 暗孤子族

为了得到方程组 (8) 的暗孤子族解, 把第 j 级暗孤子光场无量纲化振幅表示为 $U_j =$

$\rho^{1/2} c_j y(s) \exp(i\nu\xi)$, 其中 c_j^2 表示第 j 级孤子分量的强度与孤子族总强度的比值, 满足条件为 $\sum_{j=1}^M c_j^2 = 1. y(s)$ 是归一化实函数, 满足的边界条件为 $y(0) = 0; y(s \rightarrow \pm\infty) = \pm 1$ 和 $y'(s \rightarrow \pm\infty) = 0, y''(s \rightarrow \pm\infty) = 0$. 将 U_j 代入方程组 (8) 中可得

$$\frac{d^2 y}{ds^2} - 2\nu y - 2g\beta(\rho + 1) \frac{y}{1 + \rho y^2} - 2\alpha \frac{g\rho - \rho y^2 + (g-1)\delta}{1 + \rho y^2} y = 0, \quad (13)$$

利用边界条件, 可有

$$\nu = -g\beta - \alpha \frac{(g-1)(\rho + \delta)}{1 + \rho}. \quad (14)$$

将 (14) 式代入 (13) 式积分可得出暗孤子的归一化包络如下:

$$s = \pm \int_y^0 \left\{ -2 \frac{g\beta(1 + \rho) + \alpha[(1 + g\rho) + (g-1)\delta]}{1 + \rho} \times \left[(\tilde{y}^2 - 1) - \frac{1 + \rho}{\rho} \ln \left(\frac{1 + \rho \tilde{y}^2}{1 + \rho} \right) \right] \right\}^{-1/2} \tilde{d}y. \quad (15)$$

由方程 (15) 可知, 只要 $g\beta(1 + \rho) + \alpha[(g\rho + 1) + (g-1)\delta] < 0$, 光折变晶体中就能形成暗空间孤子. 利用 (15) 式, 通过数值积分可以得到 $y(s)$, 再由 $U_j = \rho^{1/2} c_j y(s) \exp(i\nu\xi)$ 可得出光折变晶体中暗孤子族各分量无量纲化光场.

对于空间暗孤子族, 仍选取 LiNbO_3 晶体作为研究对象, 暗孤子要求 $\alpha = -355$ [15], 晶体的相关参量为 $\beta = 178, g = 0.5, \rho = 1.429(\rho_0 = 10), \delta = 0.857(\delta' = 6)$. 图 6 给出了暗孤子族在上述参量下三个孤子分量 ($c_1^2 = 0.5, c_2^2 = 0.3, c_3^2 = 0.2$) 光强空间分布. 图 7 给出的是非相干耦合暗孤子族各个孤子分量在光折变晶体中稳定传播过程.

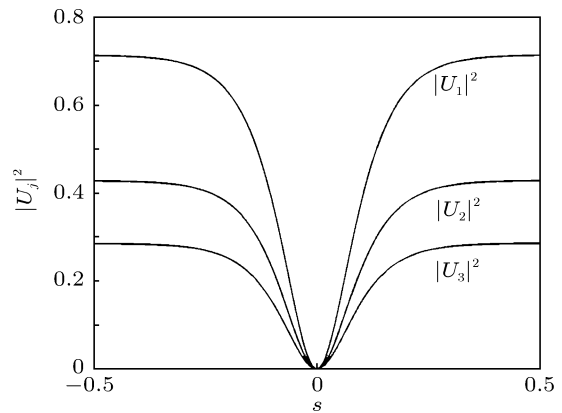


图 6 非相干耦合暗孤子族三个分量的孤子包络

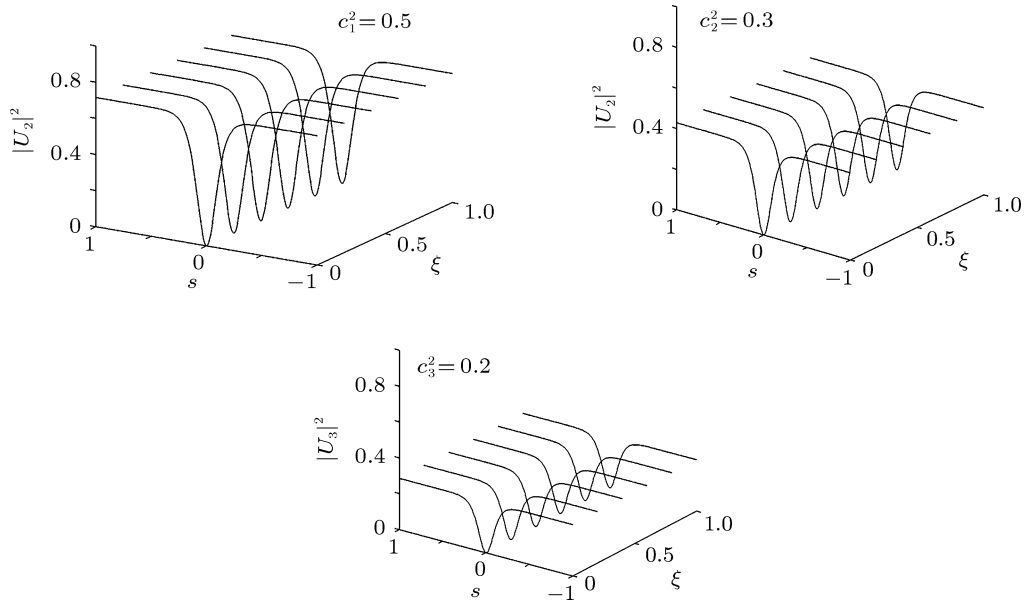


图7 非相干耦合暗孤子族在光折变晶体中的稳定传播

2.3 灰孤子族

对于灰孤子族, 孤子族分量 U_j 表述为

$$U_j(s, \xi) = \rho^{1/2} c_j y(s) \exp \left[i \left(w \xi + \int \frac{Q ds}{y^2(s)} \right) \right],$$

$$(j = 1, 2, \dots, M), \quad (16)$$

其中, Q 是待定的实常数, $y(s)$ 是归一化振幅函数, 满足 $|y(s)| \leq 1$, 边界条件为 $y(s \rightarrow \pm\infty) = 1$, $y^2(0) = m$ ($0 < m < 1$), m 是灰度参量, $y'(0) = 0$, $y^{(n)}(\infty) = 0$ ($n \geq 1$). w 为光波传播常数非线性位移, c_j^2 表示第 j 级孤子分量的强度与孤子总强度的比值, c_j^2 满足 $c_j^2 = I_{2j} / \sum_{j=1}^M I_{2j}$ 和 $\sum_{j=1}^M c_j^2 = 1$.

将 (16) 式代入 (8) 式可得到

$$\frac{d^2 y}{ds^2} - 2wy - \frac{Q^2}{y^3} - 2\beta g(1+\rho) \frac{y}{1+\rho y^2} - 2\alpha \frac{g\rho - \rho y^2 + (g-1)\delta}{1+\rho y^2} y = 0. \quad (17)$$

将 $s \rightarrow \pm\infty$ 时的边界条件代入方程 (16) 式, 可得

$$Q^2 = -2w - 2g\beta - 2\alpha \frac{(g-1)(\rho + \delta)}{1+\rho}. \quad (18)$$

将 (18) 式代入 (17) 式积分一次可得到

$$\left(\frac{dy}{ds} \right)^2 = 2(w - \alpha)(y^2 - 1) + 2w \left(\frac{1}{y^2} - 1 \right) + 2 \left\{ g\beta + \frac{\alpha[(g-1)\rho + (g-1)\delta]}{1+\rho} \right\} \times \left(\frac{1}{y^2} - 1 \right)$$

$$+ \frac{2g\beta(1+\rho)}{\rho} \ln \left(\frac{1+\rho y^2}{1+\rho} \right) + \frac{2\alpha[g\rho + 1 + (g-1)\delta]}{\rho} \times \ln \left(\frac{1+\rho y^2}{1+\rho} \right). \quad (19)$$

再利用灰孤子的边界条件 $y'(0) = 0$, $y^2(0) = m$, 可以得出

$$w = \frac{1}{(m-1)^2} \left\{ (m-1)(\alpha m + g\beta) + \frac{\alpha(m-1)(g-1)(\rho + \delta)}{1+\rho} - \frac{m[g\beta(1+\rho) + \alpha(1+g\rho) + \alpha(g-1)\delta]}{\rho} \times \ln \left(\frac{1+\rho m}{1+\rho} \right) \right\}. \quad (20)$$

将 (20) 式代入 (19) 式, 积分可得灰孤子的包络数值积分如下:

$$s = \pm \frac{(1-m)}{\sqrt{2}} \int_{\sqrt{m}}^y \left\{ w_1(\tilde{y}^2 - 1) + mw_1 \left(\frac{1}{\tilde{y}^2} - 1 \right) - mw_2 \ln \left(\frac{1+\rho m}{1+\rho} \right) \left(\tilde{y}^2 + \frac{1}{\tilde{y}^2} - 2 \right) + (m-1)^2 w_2 \ln \left(\frac{1+\rho \tilde{y}^2}{1+\rho} \right) \right\}^{-1/2} \tilde{d}y, \quad (21)$$

其中

$$w_1 = (m-1)[\alpha + g\beta + \alpha(g-1)(\rho + \delta)/(1+\rho)],$$

$$w_2 = [g\beta(1+\rho) + \alpha(g\rho + 1) + \alpha(g-1)\delta]/\rho.$$

只要 α, β, g, δ 取合适的数值和符号保证 (21) 式右边大括号里结果大于零, 可以求出灰孤子解, 再

由 (16) 式可得出灰孤子族的各分量的无量纲化的光场. 仍选 LiNbO_3 晶体^[13,15] 作为研究对象. 图 8 给出了 $\alpha = -355, \beta = 178, g = 0.5, \rho = 1.429$ (对应 $\rho_0 = 10$), $\delta = 0.857$ ($\delta' = 6$), $m = 0.5$, 孤子族包含灰孤子分量个数 $M = 5$ 时无量纲化的强度包络, 其中参数为 $c_1^2 = 0.30, c_2^2 = 0.25, c_3^2 = 0.20, c_4^2 = 0.15$ 和 $c_5^2 = 0.10$. 可以看出不同孤子分量有着相同的半峰全宽.

图 9 给出的是相应参数情况下空间灰孤子族五个分量孤子在晶体中的动态演化特性, 可以看出, 不同灰孤子分量都可在晶体中稳定传播.

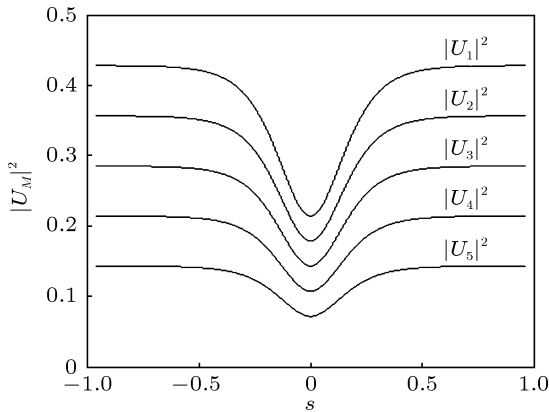


图 8 光折变介质中空间灰孤子族强度包络

3 亮 - 暗混合孤子族

为了得出亮 - 暗混合孤子族解, 设 M 束亮和 N 束暗的只在 x 方向衍射且偏振态和波长都相同共线传播的互不相干光沿 z 轴射入光伏光

折变晶体, 光束偏振方向平行于 x 轴, 晶体光轴沿 x 方向放置. 采用无量纲坐标和变量代换: $\xi = z/(kx_0^2), s = x/x_0$ 和 $U_j = [2\eta_0(I_b + I_d)/n_0]^{-1/2}\phi_j, V_l = [2\eta_0(I_b + I_d)/n_0]^{-1/2}\psi_l$, 其中 x_0 为一个任意的空间宽度, ϕ_j 和 ψ_l 分别为 M 束亮光束和 N 束暗光束的慢变化包络. 采用上述相同的方法, 可得出 $(M+N)$ 束光无量纲的光波包络 U_1, U_2, \dots, U_M 和 V_1, V_2, \dots, V_N 满足如下动态演化方程耦合方程:

$$i \frac{\partial U_j}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U_j}{\partial s^2} - g\beta(1 + \rho) \frac{U_j}{1 + \sum_{j=1}^M |U_j|^2 + \sum_{l=1}^N |V_l|^2} - \alpha \frac{\left[g\rho - \sum_{j=1}^M |U_j|^2 - \sum_{l=1}^N |V_l|^2 + (g-1)\delta \right]}{1 + \sum_{j=1}^M |U_j|^2 + \sum_{l=1}^N |V_l|^2} U_j = 0, \quad (j = 1, \dots, M), \quad (22a)$$

$$i \frac{\partial V_l}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_l}{\partial s^2} - g\beta(1 + \rho) \frac{V_l}{1 + \sum_{j=1}^M |U_j|^2 + \sum_{l=1}^N |V_l|^2} - \alpha \frac{\left[g\rho - \sum_{j=1}^M |U_j|^2 - \sum_{l=1}^N |V_l|^2 + (g-1)\delta \right]}{1 + \sum_{j=1}^M |U_j|^2 + \sum_{l=1}^N |V_l|^2} V_l = 0, \quad (l = 1, \dots, N). \quad (22b)$$

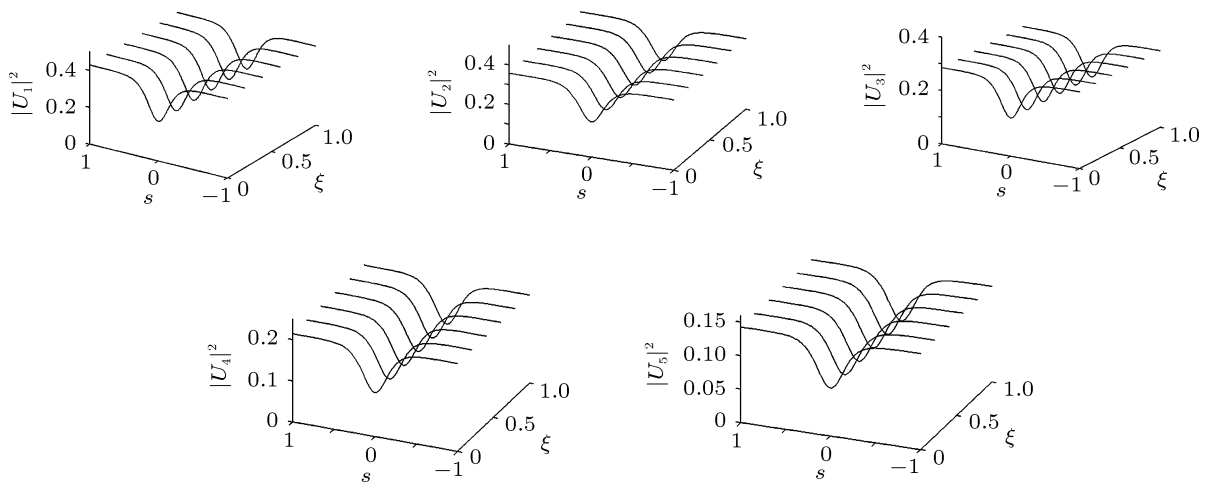


图 9 非相干耦合灰孤子族在光折变晶体中的稳定传播

为了得到方程组 (22) 的亮 - 暗混合空间孤子族解, 把无量纲化振幅 U_j 和 V_l 表示为 $U_j = r^{1/2}c_j f(s) \exp(i\mu\xi)$ 和 $V_l = \rho^{1/2}d_l q(s) \exp(i\omega\xi)$, 其中 $f(s)$ 代表亮孤子归一化振幅; r 代表亮孤子中心光强与背景光强和暗辐射强度之和比值, 即 $r = I_A(0)/(I_d + I_b) = r_0/(1 + \delta')$, $r_0 = I_A(0)/I_d$, $q(s)$ 代表暗孤子光束的归一化振幅, ρ 代表暗孤子最大光强与背景光强和暗辐射强度之和比值, 即 $\rho = I_{B\infty}/(I_b + I_d) = \rho_0/(1 + \delta')$, $\rho_0 = I_{B\infty}/I_d$, $\sum_{j=1}^M c_j^2 = 1$, $\sum_{l=1}^N d_l^2 = 1$. 归一化实函数 $f(s)$ 和 $q(s)$ 应满足的边界条件为 $f(0) = 1$; $f'(0) = 0$, $f(s \rightarrow \pm\infty) = 0$, $q(0) = 0$, $q(s \rightarrow \pm\infty) = \pm 1$, 以及当 $s \rightarrow \pm\infty$ 时 $f(s)$ 和 $q(s)$ 的各阶导数为零. 将 U_j 和 V_l 的表达式代入方程组 (22) 并简化可得

$$\frac{d^2 f}{ds^2} = 2 \left[\mu - \alpha + \frac{\beta g(1 + \rho) + \alpha(g\rho + 1) + \alpha(g - 1)\delta}{1 + \rho q^2 + r f^2} \right] f, \quad (23a)$$

$$\frac{d^2 q}{ds^2} = 2 \left[\omega - \alpha + \frac{\beta g(1 + \rho) + \alpha(g\rho + 1) + \alpha(g - 1)\delta}{1 + \rho q^2 + r f^2} \right] q, \quad (23b)$$

现在来求方程组 (23) 满足 $f^2 + q^2 = 1$ 的解, 这时方程组 (23) 可以化为

$$\frac{d^2 f}{ds^2} = 2 \left\{ \mu - \alpha + \frac{\beta g + \alpha[g\rho + 1 + (g - 1)\delta]/(1 + \rho)}{1 + \theta f^2} \right\} f, \quad (24a)$$

$$\frac{d^2 q}{ds^2} = 2 \left\{ \omega - \alpha + \frac{\beta g(1 + \rho) + \alpha[g\rho + 1 + (g - 1)\delta]}{(1 + r) - (r - \rho)q^2} \right\} q, \quad (24b)$$

其中 $\theta = (r - \rho)/(1 + \rho)$. 将方程 (24a) 两边乘以 df/ds 并在区间 $[0, s]$ 内对 s 积分, 利用 $f(s)$ 在 $s = 0$ 处的边界条件可得

$$\left(\frac{df}{ds}\right)^2 = 2(\mu - \alpha)(f^2 - 1) + 2 \frac{\beta g(1 + \rho) + \alpha(g\rho + 1) + \alpha(g - 1)\delta}{(1 + \rho)\theta} \times \ln\left(\frac{1 + \theta f^2}{1 + \theta}\right). \quad (25)$$

再利用 $f(s)$ 在 $s \rightarrow 0$ 处的边界条件, 可以求出

$$\mu = \alpha - \frac{\beta g(1 + \rho) + \alpha(g\rho + 1) + \alpha(g - 1)\delta}{(1 + \rho)} \times \ln(1 + \theta). \quad (26)$$

对方程 (24b) 直接利用 $q(s)$ 在 $s \rightarrow \infty$ 的边界条件可有

$$\omega = \alpha - \beta g - \alpha[g\rho + 1 + (g - 1)\delta]/(1 + \rho). \quad (27)$$

将 (27) 式代入 (24b) 式可得

$$\frac{d^2 q}{ds^2} = -2 \frac{\beta g(1 + \rho) + \alpha(g\rho + 1) + \alpha(g - 1)\delta}{(1 + \rho)} \times \left[1 - \frac{1}{(1 + r) - (r - \rho)q^2} \right] q. \quad (28)$$

从方程 (25) 或 (28) 可以数值求出亮 - 暗孤子族的强度包络. 积分 (25) 式可以求出

$$s = \pm \int_1^f \left\{ \left[2 \frac{\beta g(1 + \rho) + \alpha(1 + g\rho) + \alpha(g - 1)\delta}{\theta(1 + \rho)} \right] \times \left[\ln(1 + \theta \tilde{f}^2) - \tilde{f}^2 \ln(1 + \theta) \right] \right\}^{-1/2} d\tilde{f}, \quad (29)$$

要产生亮 - 暗孤子族, 必须满足条件

$$\frac{\beta g(1 + \rho) + \alpha(g\rho + 1) + \alpha(g - 1)\delta}{(1 + \rho)\theta} > 0.$$

数值求解 (29) 式可得出 $f(s)$, 再由 $f^2 + g^2 = 1$ 的求出 $q(s)$, 代入 $U_j = r^{1/2}c_j^f(s) \exp(i\mu\xi)$ 和 $V_l = \rho^{1/2}d_l q(s) \exp(i\omega\xi)$ 即可得到在晶体中形成的非相干耦合亮-暗孤子族各个孤子分量无量纲化的光场.

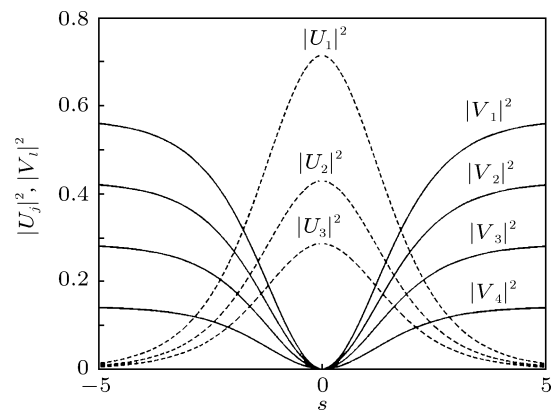


图 10 亮 - 暗混合孤子族三个亮分量和四个暗分量

对于光折变晶体中的亮 - 暗混合孤子族, 仍选取 LiNbO_3 晶体^[15] 作为研究对象, 晶体的相关参量为 $\beta = -178$, $\alpha = 355$, $g = 0.5$, $r = 1.429$ ($r_0 = 10$), $\rho = 1.421$ ($\rho_0 = 9.95$), $\delta = 0.857$ ($\delta' = 6$), 可算出 $\theta = 0.0029$, 表明晶体中支持亮孤子光强峰值稍大于暗孤子光强峰值亮 - 暗混合孤子族. 图 10 给

出在上述参量下非相干耦合亮 - 暗混合伏孤子族三个亮分量 ($c_1^2 = 0.5, c_2^2 = 0.3, c_3^2 = 0.2$) 和四个暗分量 ($d_1^2 = 0.4, d_2^2 = 0.3, d_3^2 = 0.2, d_4^2 = 0.1$) 光强的空间分布. 孤子族各分量一起在光折变晶体中传播时, 由于它们共同引起折射率发生改变, 能稳定地沿 z 轴传播, 如图 11 所示. 当亮 - 暗孤子族各只含有一个亮分量和一个暗分量时, 这时孤子族就退化为亮 - 暗混合孤子对.

4 结果和讨论

建立了有分压电阻和 e 偏振背景光的光折变非相干耦合屏蔽光伏空间孤子族理论, 这种孤子族是由多束偏振方向和波长都相同的互不相干的光束耦合形成的. 当分压电阻、外加电场、光伏场和 e 偏振背景光取不同值时可得到 14 种非相干耦合空间孤子族, 分别为

1. 在 $0 < g < 1, \alpha \neq 0, \beta \neq 0$ 和 $\delta \neq 0$ 时, 得到有分压电阻和 e 偏振背景光的屏蔽光伏空间孤子族;
2. $g = 1, \alpha \neq 0, \beta \neq 0$ 和 $\delta \neq 0$ 时, 得到无分压电阻, 有 e 偏振背景光的屏蔽光伏空间孤子族;
3. $g = 1, \alpha = 0, \beta \neq 0$ 和 $\delta \neq 0$, 得到的结果是无分压电阻, 有 e 偏振背景光的屏蔽空间孤子族;
4. $g = 1, \alpha \neq 0, \beta = 0$ 和 $\delta \neq 0$, 得到的结果为闭路有 e 偏振背景光光伏空间孤子族;

5. $g = 0, \alpha \neq 0, \beta = 0$ 和 $\delta \neq 0$, 得到的结果是开路有 e 偏振背景光的光伏空间孤子族;
6. 在 $0 < g < 1, \alpha = 0, \beta \neq 0$ 和 $\delta \neq 0$ 时, 得到的就是有分压电阻和 e 偏振背景光的屏蔽空间孤子族;
7. 在 $0 < g < 1, \alpha \neq 0, \beta = 0$ 和 $\delta \neq 0$ 时, 得到的就是有分压电阻和 e 偏振背景光的光伏空间孤子族;
8. 在 $0 < g < 1, \alpha \neq 0, \beta \neq 0$ 和 $\delta = 0$ 时, 得到的就是的含分压电阻, 但无 e 偏振背景光的屏蔽光伏空间孤子族;
9. $g = 1, \alpha \neq 0, \beta \neq 0$ 和 $\delta = 0$, 得到的结果为文献 [16,17] 给出无分压电阻和 e 偏振背景光的屏蔽光伏空间孤子族;
10. $g = 1, \alpha = 0, \beta \neq 0$ 和 $\delta = 0$, 得到的结果为无分压电阻和 e 偏振背景光的屏蔽空间孤子族;
11. $g = 1, \alpha \neq 0, \beta = 0$ 和 $\delta = 0$, 得到的结果为闭路, 无 e 偏振背景光光伏空间孤子族;
12. $g = 0, \alpha \neq 0, \beta = 0$ 和 $\delta = 0$, 得到的结果是开路, 无 e 偏振背景光的光伏空间孤子族;
13. 在 $0 < g < 1, \alpha = 0, \beta \neq 0$ 和 $\delta = 0$ 时, 得到的就是有分压电阻, 无 e 偏振背景光的屏蔽空间孤子族;
14. 在 $0 < g < 1, \alpha \neq 0, \beta = 0$ 和 $\delta = 0$ 时, 得到的就是有分压电阻, 无 e 偏振背景光的光伏空间孤子族.

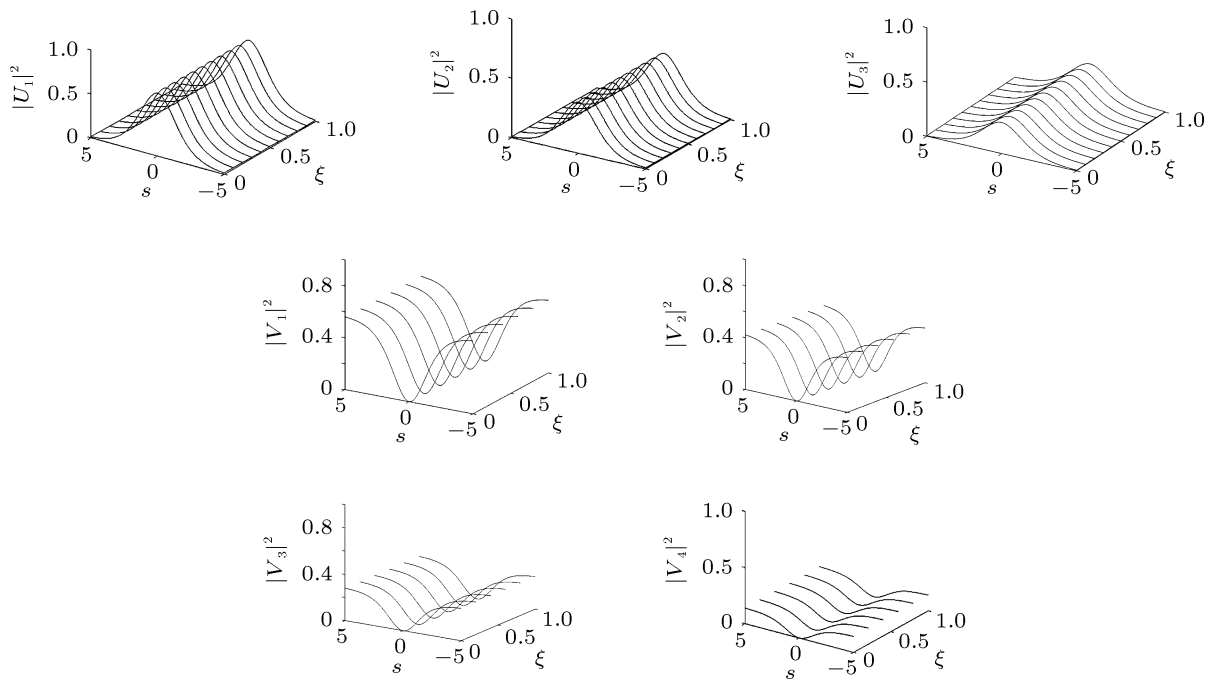


图 11 非相干耦合亮 - 暗混合孤子族的稳定传播

有趣的是, 当入射光束中包含一个或两个光束分量时, 本文的结果就自动地退化为对应的不同种类的空间孤子或空间孤子对. 本文理论可看成是不

同情况下的光折变空间孤子、非相干耦合空间孤子对和非相干耦合空间孤子族的统一理论.

-
- [1] Segev M, Crosignani B, Yariv A, Fischer B 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 923
- [2] Duree G C, Shultz J L, Salamo G, Segev M, Yariv A, Crosignani B, Porto D P, Sharp E J, Neurgaonkar R R 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 533
- [3] Valley G C, Segev M, Crosignani B, Yariv A, Fejer M M, Bashaw M C 1994 *Phys. Rev. A* **50** R4457
- [4] Taya M, Bashaw M, Fejer M M, Segev M, Valley G C 1995 *Phys. Rev. A* **52** 3095
- [5] She W L, Lee W K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 886 (in Chinese) [余卫龙, 李荣基 2001 物理学报 **50** 886]
- [6] Hou C F, Jiang Y Y, Tang R M, Yuan B H, Sun X D 2001 *Journal of Optoelectronics Laser*. **12** 410
- [7] Hou C F, Pei Y B, Zhou Z X, Sun X D 2005 *Chin. Phys.* **14** 349
- [8] Christodoulides D N, Carvalho M I 1995 *J. Opt. Soc. Am. B* **12** 1628
- [9] Shih M F, Segev M, Valley G C, Salamo G, Crosignani B, Di Porto P 1995 *Electron. Lett.* **31** 826
- [10] Christodoulides D N, Singh S R, Carvalho M I, Segev M 1996 *Appl. Phys. Lett.* **68** 1763
- [11] Liu J S, Lu K Q 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1059 (in Chinese) [刘劲松, 卢克清 1998 物理学报 **47** 1509]
- [12] Liu J S, Lu K Q 1999 *J. Opt. Soc. Am. B* **16** 550
- [13] Hou C F, Li Y, Zhang X F, Yuan B H, Sun X D 2000 *Opt. Commun.* **181** 141
- [14] Liu J S 2001 *Chin. Phys.* **10** 1037
- [15] Ji X M, Jiang Q C, Wang J L, Liu J S 2010 *Acta Photonica Sin.* **39** 1867
- [16] Hou C, Zhou Z, Yuan B, Sun X 2001 *Appl. Phys. B* **72** 191
- [17] Hou C F, Li B, Sun X D 2001 *Chin. Phys.* **10** 310
- [18] Hou C F, Pei Y B, Zhou Z X, Sun X D 2005 *Phys. Rev. A* **71** 053871
- [19] Zhang Y, Hou C F, Sun X D 2007 *Chin. Phys.* **16** 159
- [20] Zhang G Y, Liu J S 2009 *J. Opt. Soc. Am. B* **26** 113
- [21] Ji X M, Ji Q C, Liu J S 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 034212 (in Chinese) [吉选芒, 姜其畅, 刘劲松 2011 物理学报 **60** 034212]
- [22] Kukhtarev N V, Markov V B, Odulov S G, Soskin M S, Vinestkii V L 1979 *Ferroelectric*. **22** 949

Universal theory of incoherently coupled spatial solitons families in photorefractive crystals*

Ji Xuan-Mang^{1)†} Jiang Qi-Chang¹⁾ Liu Jin-Song²⁾

1) (Department of Physics and Electronic Engineering, Yuncheng University, Yuncheng 044000, China)

2) (College of Optoelectronic Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, WuHan 430074, China)

(Received 5 June 2011; revised manuscript received 2 August 2011)

Abstract

The incoherently coupled soliton families are predicted in photovoltaic photorefractive crystals illuminated by E-polarized incoherent uniform back-ground irradiation with a divider resistance under steady-state conditions. These soliton families can be established provided that the incident optical beams share the same polarization and wavelength, and are mutually incoherent. When these incoherently coupled soliton families propagate together, all components can propagate stably in photorefractive crystal. Moreover, such soliton families reduce into spatial soliton or incoherently coupled soliton pairs when they contain only one or two components. The 14 kinds of incoherently coupled spatial soliton families can be obtained from this theory by adjusting the value of the divider resistance, E-polarized back-ground irradiation, the biased electric field and photovoltaic electric field. Previous theories advanced individually elsewhere for these soliton families can be obtained by simplifying this theory under appropriate conditions.

Keywords: nonlinear optics, photorefractive effect, spatial soliton families, divider resistance

PACS: 42.65.Tg, 42.65.Jx

* Project supported by the Natural Science Foundation of Shanxi Province, China (Grant No. 2011011003-2), and the Science and Technology Development Foundation of Higher Education of Shanxi Province, China (Grant No.20111125).

† E-mail: jixuanmang@126.com