

一类位于加周期分岔中的貌似混沌的随机神经放电节律的识别*

古华光^{1)2)†} 惠磊¹⁾ 贾冰²⁾

1) (陕西师范大学物理学与信息技术学院, 西安 710062)

2) (陕西师范大学生命科学院, 西安 710062)

(2011年8月23日收到; 2011年9月8日收到修改稿)

识别非周期神经放电节律是混沌还是随机一直是一个重要的科学问题. 在神经起步点实验中发现了一类介于周期 k 和周期 $k+1$ ($k=1, 2$) 节律之间非周期自发放电节律, 其行为是长串的周期 k 簇和周期 $k+1$ 簇的交替. 确定性理论模型 Chay 模型展示出了周期 k 和周期 $k+1$ 节律的共存行为. 噪声在共存区诱发出了与实验结果类似的非周期节律, 说明该类节律是噪声引起的两类簇的跃迁. 非线性预报及其回归映射揭示该节律具有确定性机理; 将两类簇分别转换为 0 和 1 得到一个二进制序列, 对该序列进行概率分析获得了两类簇跃迁的随机机理. 这不仅说明该节律是具有确定性结构的随机节律而不是混沌, 还为深入识别现实神经系统的混沌和随机节律提供了典型示例和有效方法.

关键词: 混沌, 随机节律, 神经放电, 加周期分岔

PACS: 05.45.-a, 87.19.L-

1 引言

洛伦兹的“确定性非周期流”开创了混沌学研究, 也强调了混沌是确定性系统产生的貌似随机的现象, 将混沌与确定性和非周期相联系. 分岔是通向混沌的道路, 混沌往往与分岔相关^[1]. 另一方面, 噪声也能经常在分岔点附近通过随机共振或相干共振等机理引起一些随机行为^[2]. 这些随机行为也表现出非周期性. 对于一个现实系统, 识别分岔点附近的非周期行为将落实到如何识别混沌和随机行为这一问题上.

在已有的研究工作中, 神经系统放电节律的识别一直伴随着混沌和随机放电节律的识别, 在神经系统中混沌已经被证实是普遍存在的^[3-26]. 早期, 在外界信号激励下的神经系统产生了倍周期分岔到混沌, 拟周期到混沌和阵发混沌^[3-5]. 后来, 在神经系统的自发放电中, 根据是否存在通向混沌的途径并结合时间序列分析的结果^[6,7], 确

认了混沌节律的存在, 这是最为可信的混沌例证, 如倍周期分岔到混沌^[6]和阵发混沌^[7]. 此外, 在实验性神经起步点发现的位于加周期分岔序列的混沌节律^[9-13], 如周期 2 和周期 3 簇放电节律之间^[9,10-13]、周期 3 和周期 4 簇放电节律之间的混沌放电节律^[11-13], 也是可信的混沌节律. 实验中的这些混沌节律都能利用数学模型仿真并加以解释^[14-18], 如文献 [7,14] 对阵发混沌的解释, 文献 [17,18] 对倍周期分岔的解释. 但是, 也有众多研究只根据时间序列分析结果中是否有确定性机理来识别混沌^[19-26], 这导致有些结果可能有较低的可信度.

另一方面, 在噪声和外界周期刺激下或噪声单独作用下的神经元或感受器会通过随机共振或相干共振机理产生非周期的整数倍节律^[2,27], 相当于在周期 1 节律的背景上随机漏掉一些放电^[28-32]. 噪声诱发的随机共振现象在多个神经样本中被发现, 揭示了噪声在神经信息处理中发挥的重要作

* 国家自然科学基金 (批准号: 11072135, 10772101, 10432010, 30300107) 和中央高等学校基本科研基金 (批准号: GK200902025) 资助的课题.

† E-mail: guhuaguang@263.net

用 [2,27]. 一些研究发现, 噪声在平衡点的 Hopf 分岔、鞍结分岔附近通过相干共振诱发了非周期性的随机节律 [30-34], 其不含有确定性结构, 相对容易识别. 虽然对于其是混沌还是随机也曾有不同看法 [31], 但最近的研究通过概率分析能够进一步揭示其内在的随机机理 [32].

较为困难的是识别加周期分岔序列中非周期节律 [9,11-13,35-37]. 除了上述已确认的位于加周期分岔中的混沌节律 [9-13], 有研究者在温度感受器实验中发现了一类位于周期 1 和周期 2 节律之间的非周期节律. 由于该类节律含有确定性机理, 被认为是混沌 [35]. 在近期的研究中, 发现了一系列位于周期 k 和周期 $k+1$ 之间的非周期放电节律 ($k = 1, 2, 3, 4, 5$), 该类节律是周期 k 簇和周期 $k+1$ 簇的交替, 交替的频次相对频

繁 [10,12,13,36,37]. 位于周期 2 和周期 3 之间的该类非周期节律如图 1 所示, 周期 2 簇和周期 3 簇频繁交替. 一方面, 在这些节律中可以检测到确定性机理 [10,36,37]; 另一方面, 又可以通过分析连续周期 k 簇或连续周期 $k+1$ 簇的时间间隔序列获得该节律的随机性 [10,12]. 通过数学模型 Chay 模型数值模拟该类节律, 确认了该类节律是噪声在周期 k 节律直接到周期 $k+1$ 节律的分岔点附近通过相干共振诱发的随机节律 [36,37]. 与位于加周期分岔中的混沌节律进行区分, 确认了该类节律是具有确定性结构的两类簇的随机跃迁, 而不是混沌 [10,12]. 需要说明的是, 在温度感受器发现的位于周期 1 和周期 2 之间的节律不是混沌而是该类含有确定性结构的随机节律. 本文称该类节律为第一类具有确定性结构的随机节律.

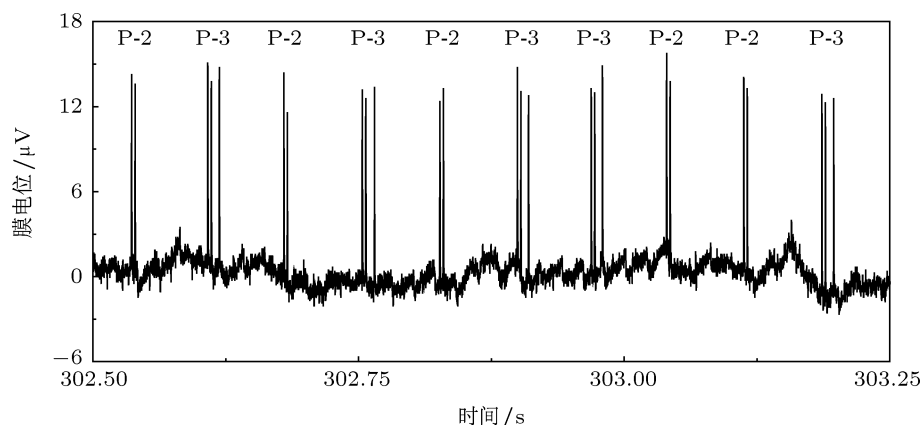


图 1 实验性神经起步点产生的位于周期 2 和周期 3 放电节律之间的第一类具有确定性结构的随机放电节律 P-2 代表周期 2 簇, P-3 代表周期 3 簇

在本文中, 我们将研究一类新的具有确定性机理的随机节律. 本文称该类节律为第二类具有确定性结构的随机节律. 这类节律也位于加周期分岔中, 与第一类确定性机理的随机节律不同的是, 其行为是周期 k 簇和周期 $k+1$ 簇成长串出现并交替, 不同于第一类的两种簇的频繁交替. 通过放电节律的峰峰间期 (ISI) 序列的回归映射、非线性预报, 揭示了该类节律的确定性. 文献 [32] 通过概率分析揭示了整数倍节律的随机机理. 本文采用类似方法进行概率分析, 揭示了该节律的两类放电簇跃迁的随机性. 确定性机理来源于周期 k 簇和周期 $k+1$ 簇的簇内 ISI 的顺序, 随机性来源于这两类簇的随机跃迁. 通过 Chay 模型数值模拟, 确认该类新节律是噪声在周期 k 簇放电节律经过周期 k 和周期 $k+1$ 放电节律的共存再到周期 $k+1$ 节律的加周期分岔

点附近诱发的随机节律. 确定性模型中的共存机理使得现实节律是周期 k 簇和周期 $k+1$ 簇成长串的出现, 噪声的作用使得两类簇串出现随机跃迁. 本文的研究不仅给出了第二类具有确定性结构的随机节律的示例并揭示了其动力学特征, 还进一步确认了在现实神经系统中, 具有确定性结构、位于分岔序列中的非周期自发放电节律未必是混沌, 也可能是随机, 需要仔细加以鉴别.

2 实验模型、数学模型和数据分析方法

2.1 实验模型

利用大鼠实验性神经起步点模型进行神经放

电节律的生物学实验. 选用健康成年雄性 Sprague-Dawley 大鼠, 体重为 150—300 g, 按照文献 [7—13] 所述制备实验性神经起步点模型. 用戊巴比妥钠 (40 mg/kg) 麻醉后, 暴露左侧坐骨神经, 分离出一段神经干并轻度结扎, 对坐骨神经形成一个区段性的慢性压迫. 术后 6—14 d, 将大鼠用乌拉坦麻醉后, 再次暴露损伤区, 游离坐骨神经, 用 33—34 °C 正常灌流液灌流损伤区, 剪断损伤区外周端以离断与外周的联系, 从而保证记录到的放电起源于损伤区的起步点. 在距损伤侧中枢端约 20 mm 处另行切口, 暴露坐骨神经, 用 33—34 °C 石蜡油浸浴, 在近中枢端分离神经细束, 使之仅与损伤区相连, 置于铂金丝引导电极上并观察细束的自发放电, 若出现单个 A_δ 纤维放电, 经 Powerlab 系统放大后进行记录, 采样频率为 10.0 kHz, 获得神经自发放电的 ISI 序列. 在实验中, 改变起步点部位的灌流液中钙离子浓度 ([Ca²⁺]_o, 下标 o 表示细胞外), 观察各种形式的神经自发放电模式及节律的转化规律.

2.2 数学模型 (Chay 模型)

Chay 模型 [16] 是基于离子通道的神经放电模型, 可以仿真实验性神经起步点产生的多种放电节律及分岔过程 [7-13,30,33,36,37]. 本文选取 Chay 模型, 方程如下:

$$\frac{dV}{dt} = g_I m_\infty^3 h_\infty (V_I - V) + g_{Kv} (V_k - V) n^4 + g_{Kc} \frac{C}{1+C} (V_k - V) + g_I (V_I - V), \quad (1)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n_\infty - n}{\tau_n}, \quad (2)$$

$$\frac{dC}{dt} = \tau_c (m_\infty^3 h_\infty (V_c - V) - k_c C). \quad (3)$$

这里 V , n 和 C 分别表示细胞膜电位、K⁺ 通道门打开概率和胞内 Ca²⁺ 浓度 ([Ca²⁺]). (1) 式右边前四项分别为 Na⁺-Ca²⁺ 通道 (内向电子流)、电压依赖 K⁺ 通道、电导依赖于胞内 [Ca²⁺] 的 K⁺ 通道和跨膜漏电流. g_I , g_{Kv} , g_{Kc} , g_I 分别为四条通道的最大电导, V_I , V_k 和 V_l 分别为 Na⁺-Ca²⁺ 通道、K⁺ 通道和漏电流的平衡电位, m_∞ 和 h_∞ 为 Na⁺-Ca²⁺ 通道中两种门打开的概率, τ_n 为 K⁺ 通道的弛豫时间, n_∞ 为 K⁺ 通道门打开的概率的稳定值, V_c 为 Ca²⁺ 的平衡电位, k_c 为胞内 Ca²⁺ 的清除速率. $\tau_n = 1/(\lambda_n(\alpha_n + \beta_n))$, 时间的单位是 s. 模型中 m_∞ , h_∞ , n_∞ , α_n 和 β_n 的表达式见文献 [16].

Chay 模型中的参数取值如下: $g_I = 1800$ mS/cm², $g_{Kv} = 1700$ mS/cm², $g_{Kc} = 20$ mS/cm², $g_I = 7$ mS/cm², $V_I = 100$ mV, $V_k = -75$ mV, $V_l = -40$ mV, $\tau_c = 0.27$, $k_c = 3.3/18$. 为了与实验中改变 [Ca²⁺]_o 对应, 选取 V_c 为分岔参数, λ_n 为条件参数.

考虑到神经系统中总是存在内部随机因素, 用高斯白噪声 $\xi(t)$ 模拟这些随机因素, 直接作用到膜电位方程的右侧, 即形成随机模型. $\xi(t)$ 特征如下: 统计平均值为零, 即 $\langle \xi(t) \rangle = 0$; 不同时刻互不相关, 即 $\langle \xi(t), \xi(t') \rangle = 2D\delta(t - t')$, 其中 D 为噪声强度, 代表噪声的涨落程度.

采用 Mannella 方法 [38] 对确定和随机 Chay 模型进行数值积分, 取积分步长为 0.001 s.

2.3 数据分析方法

本文采用首次回归映射、非线性预报 [39] 结合替代数据 [38] 以及自相关函数来分析神经放电节律.

采用 Theiler 等 [39] 提出的打乱数据排列次序的替代数据法, 对实验获得和数学模型仿真中得到的原始时间序列打乱其排列次序 (使其数据排列顺序随机化). 这样经随机化得到的数据称为原始数据的替代数据, 其序列的排列方式及相互时间关系与高斯白噪声相同, 与原始数据不同. 用替代数据和原始数据分别进行同一特征量的分析, 对所得结果加以比较. 若原始数据遵循确定性规律, 则由原始数据和替代数据计算得到特征量的值应有较大差别. 若原始数据遵循随机规律, 则由原始数据和替代数据计算得到特征量的值应接近. 因此, 只要比较原始数据与替代数据计算所得特征量值的差别, 即可判断原始数据是否有确定性结构, 是否属于确定性机理.

非线性预报是检测时间序列确定性特征的常用指标, 本文采用以下算法 [40]: 对于一个时间序列 $t_i (i = 1, 2, \dots, N)$, 首先选择 m 维的嵌入空间 R^m , 得到 $N - m + 1$ 个嵌入矢量点. 对于 R^m 中的每一个点 $V_0 = (t_{i_0}, \dots, t_{i_0+m-1})$, 寻找最靠近它的 $n = b(N - m + 1)$ 个点, 表示为 $U_k = (t_{j_k}, \dots, t_{j_k+m-1}) (1 \leq k \leq n)$, 则 V_0 的第 h 步的预报值是 $p_{j_0+h} = 1/n \sum_{k=1}^n t_{j_k+h}$, V_0 的 h 步以后的真实演化值是 t_{i_0+h} , 标准预报误差 (NPE)

可表示为

$$e_{NP}(h) = \frac{\langle (p_{i_0} - t_{i_0+h})^2 \rangle^{1/2}}{\langle (\bar{t} - t_i)^2 \rangle^{1/2}}. \quad (4)$$

式中 $\bar{t} = 1/N \sum_{i=1}^N t_i$, 当 $e_{NP}(h)$ 的值接近于 1.0 时, 表明该序列不可进行 h 步预报, 是随机的; 若 $e_{NP}(h) < 1$, 则表明该序列 h 步可预报. 本文中, 取 $m = 4, b = 1\%$.

对一个时间序列 y_1, y_2, \dots, y_M , 其自相关系数定义为

$$\rho(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{M-\tau} (y_i - \bar{y})(y_{i+\tau} - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{M-\tau} (y_i - \bar{y})^2}, \quad (5)$$

式中 $\bar{y} = 1/M \sum_{i=1}^M t_i, \tau (\tau = 0, 1, \dots, M-1)$ 是时间延迟. 如果 $\tau = 0$, 则 $\rho(\tau) = 1$; 如果 $\tau \neq 0$, 则 $\rho(\tau)$ 表示时间差为 τ 的两时刻运动的互相关联和相似程度. 若 $\rho(\tau) = 0$, 表示无关联; 若 $\rho(\tau) > 0$, 表示存在正相关; 若 $\rho(\tau) < 0$, 表示存在负相关. 对于独立的随机过程, $\tau \neq 0, \rho(\tau) = 0$; 对于存在某种概率依赖的随机过程或确定性过程, 在某些 $\tau \neq 0$ 时, $\rho(\tau) \neq 0$.

3 实验结果

当灌流液中的 $[Ca^{2+}]_o$ 从正常值 1.2 mmol/L 逐渐降低到 0 mmol/L 时, 在一些起步点会产生带有非周期节律的加周期分岔. 在周期 k 到周期 $k+1$ 节律之间存在一类非周期节律 ($k = 1, 2$). 从周期 1 簇放电节律经非周期节律到周期 2 簇放电节律的

加周期分岔如图 2(a) 所示; 从周期 2 簇经非周期到周期 3 簇放电节律的加周期分岔如图 2(b) 所示.

位于周期 1 簇和周期 2 簇放电节律之间的非周期节律的行为为周期 1 簇和周期 2 簇成长串出现并交替. 位于周期 2 簇和周期 3 簇放电节律之间的非周期节律的行为为周期 2 簇和周期 3 簇成长串出现并交替, 如图 3 所示, 很少有单个簇的出现.

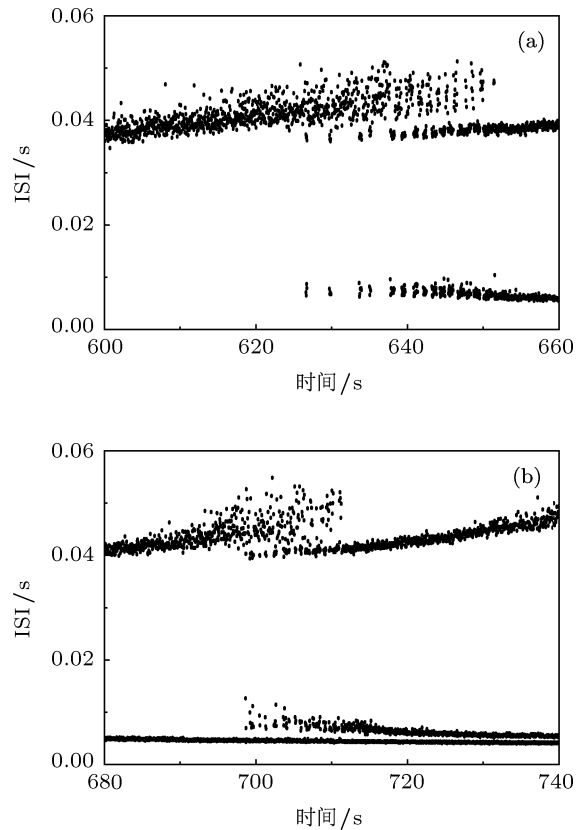


图 2 实验性神经起步点的加周期分岔 (a) 周期 1 簇经非周期到周期 2 簇放电节律; (b) 周期 2 簇经非周期到周期 3 簇放电节律

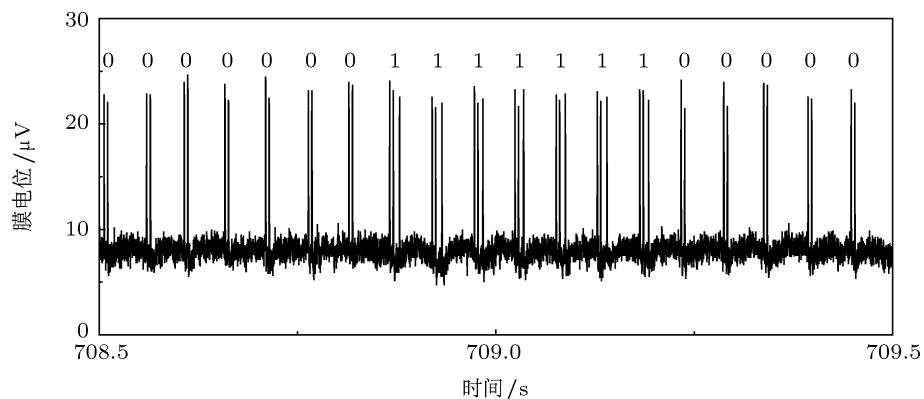


图 3 实验性神经起步点产生的位于周期 2 簇和周期 3 簇之间非周期放电节律

位于周期 2 簇和周期 3 簇放电节律之间的非周期节律的 ISI 序列的统计直方图显示有离散分布的 3 个峰, 如图 4(a) 所示. 在 ISI 序列的回归映射图上, 呈现 4 个点团, 分别标记为 P_{N1} , P_{N2} , P_{N3} 和 P_{N4} , 如图 4(b) 所示. 在回归映射图中, n 为每个 ISI 在其序列内的序号. 替代数据的回归映射呈现 9 个点团, 如图 4(c) 所示. 对比原始数据和替代数据的回归映射可知, 两个序列的数据顺序或时间顺序明显不同, 替代数据是随机分布的, 说明原始 ISI 序列存在着确定性的时间结构. 进一步分析原始数据的回归映射发现, P_{N2}

和 P_{N4} 点团构成了对应于周期 2 簇的映射结构, 而 P_{N1} , P_{N3} 和 P_{N4} 点团构成了对应于周期 3 簇的映射结构, 这两个结构是原始 ISI 序列的确定性结构. 正是这些确定性结构的存在, 使得原始 ISI 序列非线性预报的预报误差在预报步长较短时较小, 在预报步长较长时接近于 1, 呈短期可预报而长期不可预报的特点. 对于替代数据, 由于确定性结构的丧失使得其呈现不可预报性, 如图 4(d) 所示. 这说明原始放电序列有明确的确定性结构, 该结构是周期 2 簇和周期 3 簇的簇内 ISI 顺序.

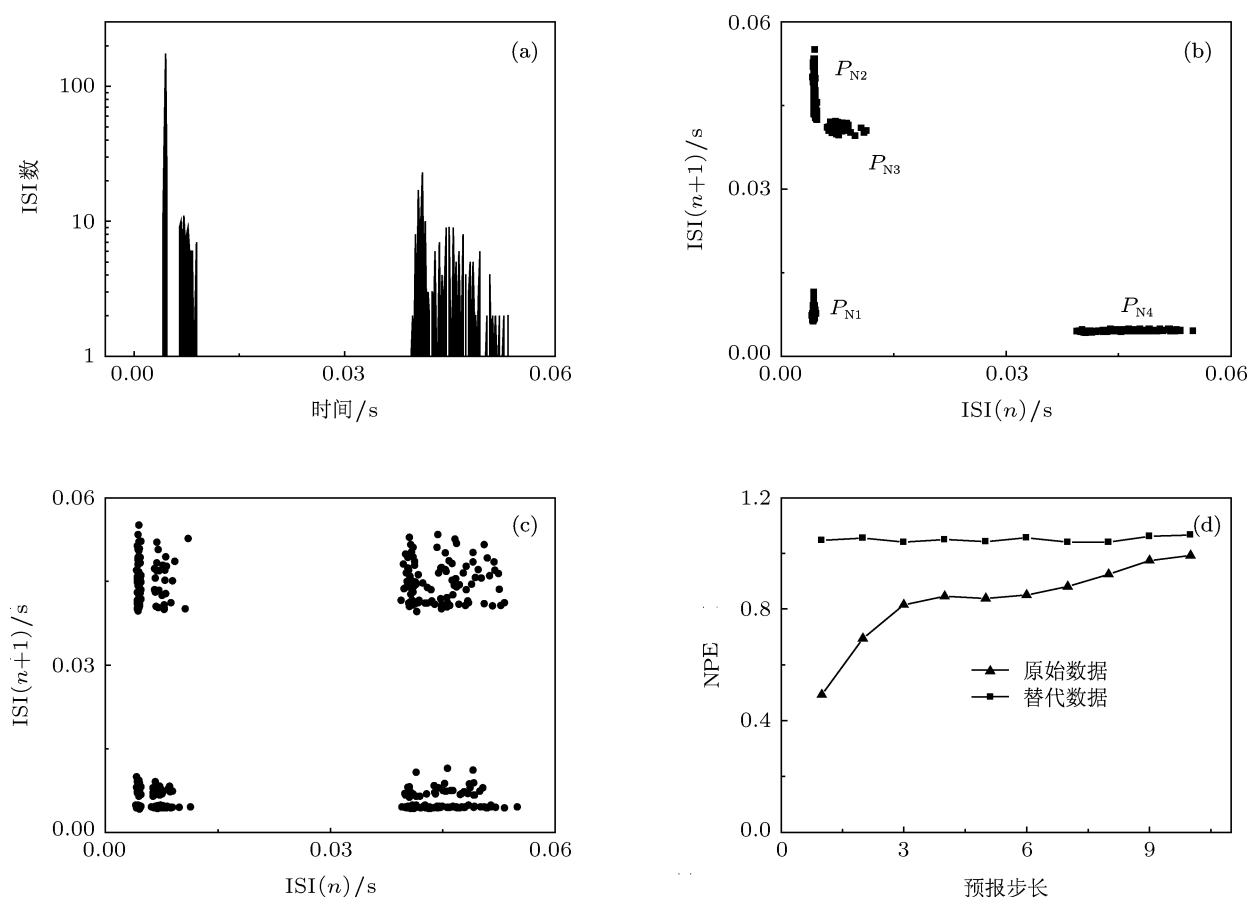


图 4 实验性神经起步点产生的位于周期 2 簇和周期 3 簇之间非周期节律的特征 (a) ISI 序列统计直方图; (b) ISI 序列的回归映射图; (c) ISI 序列的替代数据的回归映射图; (d) 原始序列及其替代数据的非线性预报

对于位于周期 2 簇和周期 3 簇放电节律之间的非周期节律, 将周期 2 簇转换为 0, 周期 3 簇转换为 1, 原始放电被转换为一个二进制序列, 如图 3 所示. 该二进制序列中 1 和 0 更多的是以连续串的形式出现. 该二进制序列及其替代数据的非线性预报如图 5(a) 所示, 两者差别不大并且呈现出不能进行非线性预报的特征, 说明二进制序列内无确定性

结构, 进一步说明原始 ISI 序列的确定性结构是周期 2 簇和周期 3 簇的簇内 ISI 顺序. 这是因为当放电序列中簇内 ISI 的顺序因周期 2 簇和周期 3 簇被没有任何内部顺序结构的 0 和 1 替代而消失后, 新的二进制序列也就不再具有确定性的顺序结构, 所以原序列的内部结构必然是周期 2 簇和周期 3 簇的簇内 ISI 顺序.

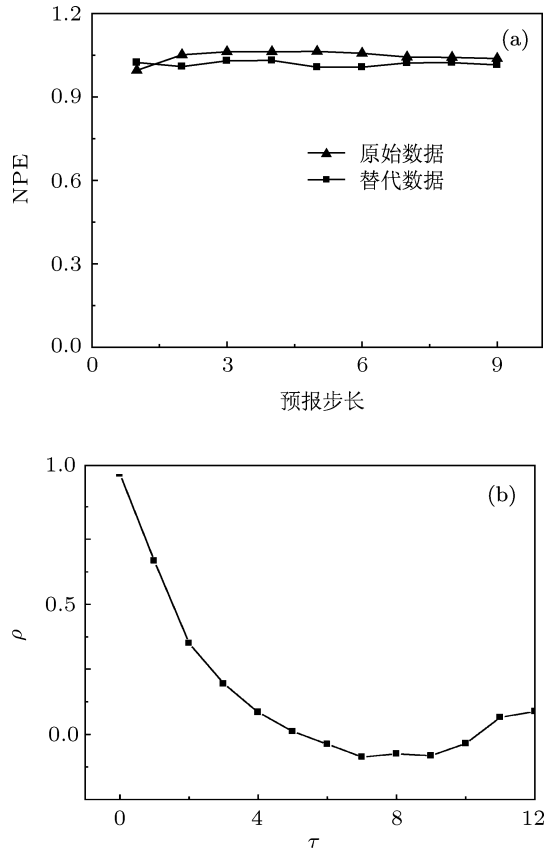


图5 实验性神经起步点产生的位于周期2簇和周期3簇放电节律之间的节律对应的01序列的特征 (a) 原始序列与替代序列的非线性预报; (b) 自相关函数

采用与文献 [32] 相类似的方法, 对二进制序列的概率分析可以进一步揭示周期2簇和周期3簇的产生是否独立. 统计二进制序列中字符1的概率记为 R_1 , 字符0的概率记为 R_0 ; 统计二进制序列中连续字符01, 10, 00和11的概率分别记为 R_{01} , R_{10} , R_{00} 和 R_{11} . 各概率值如下: $R_1 = 0.606$, $R_0 = 0.394$; $R_{01} = 0.077$, $R_{10} = 0.077$, $R_{00} = 0.318$, $R_{11} = 0.528$. 0与1的产生若是独立的, 则由 R_1 和 R_0 计算的联合概率应为 $R_1R_0 = 0.239$, $R_1^2 = 0.279$, $R_0^2 = 0.155$. 可以发现, R_1R_0 与 R_{01} 在数量级上有差异, 而 R_1^2 与 R_{11} , R_0^2 与 R_{00} 也有较大差异. 这说明该类放电的周期2簇与周期3簇的出现不是独立的, 而是有概率依赖的. 一个周期2簇产生之后, 更易产生周期2簇 ($R_0^2 < R_{00}$), 而一个周期3簇产生以后, 更易产生周期3簇 ($R_1^2 < R_{11}$), 这也说明01序列存在正相关. 该二进制序列的概率依赖和正相关可以通过序列的自相关系数 ρ 反映出来, 如图5(b)所示, 自相关函数在 $\tau = 1$ 到 $\tau = 4$ 皆大于0. 正相关来源于0后更容易出现0, 同样, 正相关来源于1后也

更容易出现1.

4 仿真结果

对于确定性Chay模型, $\lambda_n = 227.5$, V_c 位于315与307 mV之间时, 会产生如下的加周期分岔过程: 从周期1簇放电节律到周期1簇和周期2簇放电节律的共存 ($V_c = 309.57\text{--}311.22$ mV), 再到周期2簇放电节律的加周期分岔, 如图6(a)所示. $\lambda_n = 230$, V_c 位于226与220 mV之间时, 会产生从周期2簇到周期2簇和周期3簇的共存 ($V_c = 222.37\text{--}223.21$ mV), 再到周期3簇放电节律的加周期分岔, 如图6(b)所示.

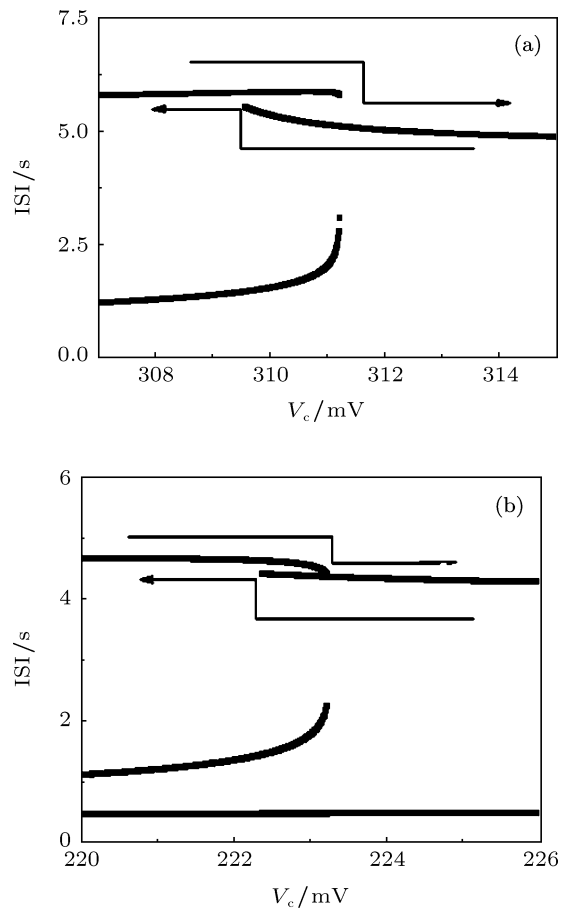


图6 确定性Chay模型仿真的加周期分岔 图中箭头代表变化方向. (a) 周期1经周期1簇和周期2簇共存到周期2簇放电节律 ($\lambda_n = 227.5$); (b) 周期2经周期2簇和周期3簇共存到周期3簇放电节律 ($\lambda_n = 230$)

对于随机Chay模型, 在很大的噪声强度范围内 (本文选取噪声强度 $D = 0.0001$ 为例), 在两个加周期分岔点附近会有确定性模型中所没有的非周期放电节律产生. 其分岔过程如下: 周期1簇放电

节律到非周期簇放电节律,再到周期 2 簇放电节律,如图 7(a) 所示;周期 2 簇放电节律到非周期,再到周期 3 簇放电节律,如图 7(b) 所示.此分岔过程与实验相类似.

位于周期 2 簇和周期簇 3 放电节律之间的非周期节律 ($V_c = 222.77$ mV) 的放电轨迹如图 8 所示,其行为是周期 2 簇和周期 3 簇的成长串出现并交替,很少有单个簇的出现,这与实验结果类似.

位于周期 2 簇和周期 3 簇放电节律之间的非周期放电节律的 ISI 序列的统计直方图和回归映射以及替代数据的回归映射和非线性预报如图 9 所示.图 9 所示的非周期节律与实验结果(图 4)类似.这说明 Chay 模型仿真的非周期节律也具有确定性结构,结构也为周期 2 簇和周期 3 簇的簇内 ISI 顺序.

与实验中的方法相同,将上述非周期放电节律 ISI 序列转换为 01 序列.该 01 序列及其替代数据的非线性预报如图 10(a) 所示.由图 10(a) 可知,此非周期放电节律具有 01 序列不可预报性,与实验结果类似.这充分说明该类放电的确定性结构是周期 2 簇和周期 3 簇的簇内 ISI 顺序.

01 序列的概率如下: $R_0 = 0.708$, $R_1 = 0.292$; $R_{00} = 0.637$, $R_{01} = 0.071$, $R_{10} = 0.071$, $R_{11} = 0.221$. 计算获得 $R_0^2 = 0.501$, $R_1 R_0 = 0.207$, $R_1^2 = 0.085$. R_{10} 与 $R_1 R_0$ 有数量级上的差异,而 R_1^2 与 R_{11} , R_0^2 与 R_{00} 也有较大差异.这些概率间的差异也与实验结果类似.说明该类放电中周期 2 簇和周期 3 簇的出现是非独立过程,具有概率依赖性.概率依赖性还可以反映在该 01 序列的自相关系数上,如图 10(b) 所示,当 $\tau = 1-5$ 时, ρ 均大于 0,表明存在正相关,与实验结果类似.

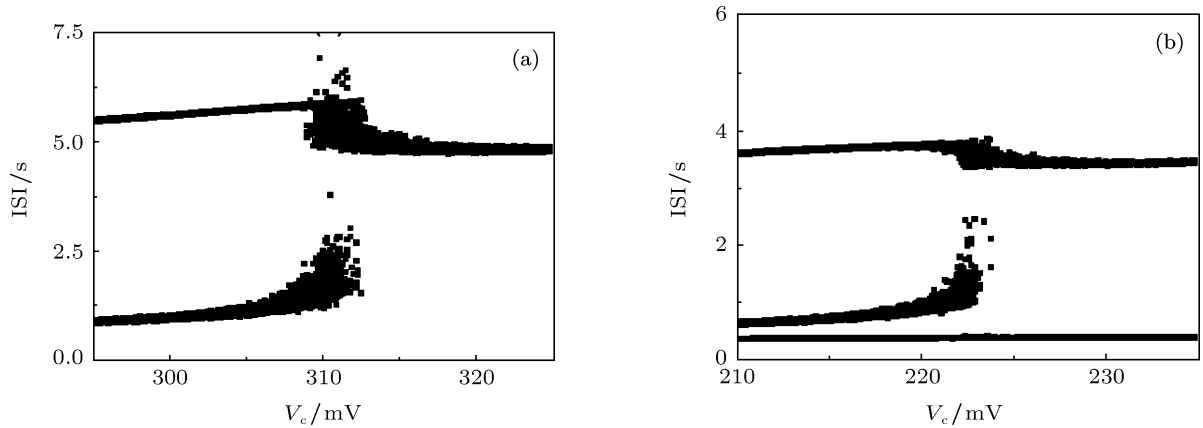


图 7 随机 Chay 模型中仿真的加周期分岔 (a) 周期 1 簇经非周期到周期 2 簇放电节律 ($\lambda_n = 227.5$); (b) 周期 2 簇经非周期到周期 3 簇放电节律 ($\lambda_n = 230$)

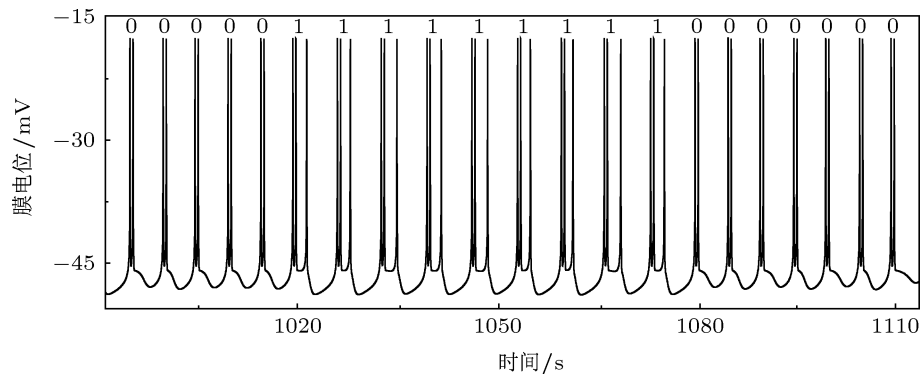


图 8 随机 Chay 模型模拟的位于周期 2 和周期 3 之间非周期簇放电节律

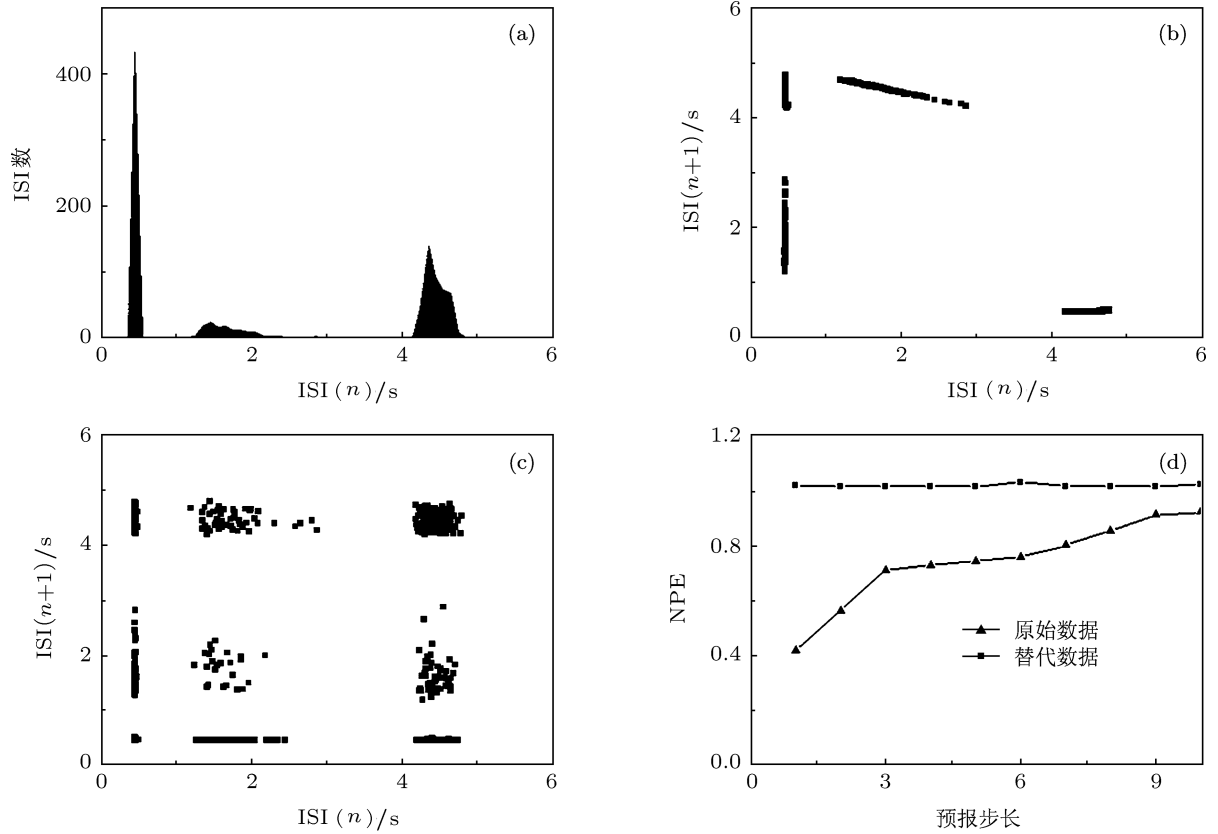


图9 随机 Chay 模型仿真的位于周期 2 簇和周期 3 簇放电节律之间的非周期节律 (a) ISI 序列的统计直方图; (b) ISI 序列的回归映射; (c) ISI 序列的替代数据回归映射; (d) ISI 序列及其替代数据的非线性预报

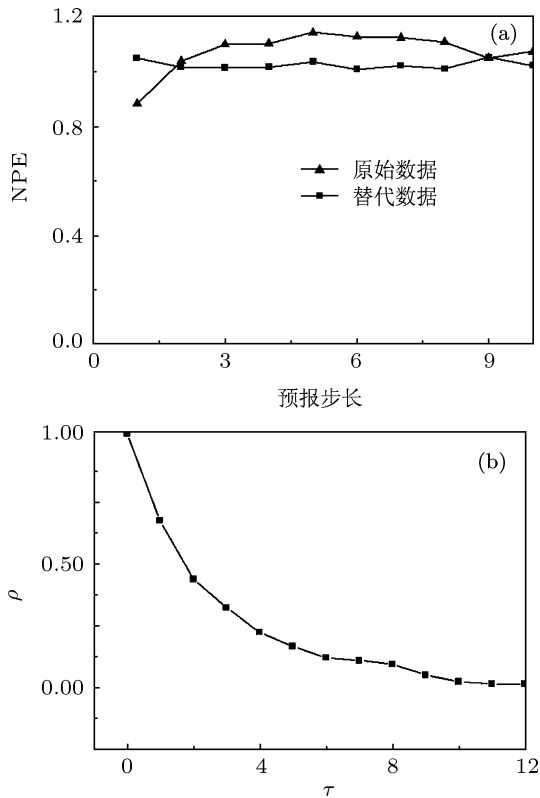


图 10 随机 Chay 模型模拟得到的位于周期 2 簇和周期 3 簇放电节律之间的非周期节律对应的 O1 序列特征 (a) 原始序列和替代数据序列的非线性预报; (b) 自相关函数

5 结论

通过实验结果与数值模拟结果比较, 以及与以前已确认的第一类具有确定性结构的随机节律 [10,12,13,36,37] 的比较, 本文研究并确认了第二类具有确定性特征的非周期的随机节律, 它表现出了较多的类似混沌的特征. 该类节律是噪声在周期 k 经过周期 k 簇和周期 $k+1$ 簇放电节律的共存再到周期 $k+1$ 簇放电节律的分岔点附近诱发的非周期节律 ($k=1, 2$), 其行为的典型特征是周期 k 簇和周期 $k+1$ 簇成长串出现并交替. 这也就进一步区分了三种加周期分岔, 即带有混沌的加周期分岔 [9-13]、带有第一类随机节律的加周期分岔 [10,12,13,35-37] 和本文研究的带有第二类随机节律的加周期分岔. 本文的研究工作不仅进一步丰富了放电节律类型, 也扩充了加周期分岔的类型.

第一类有确定性结构的随机节律是噪声在周期 k 簇直接到周期 $k+1$ 簇放电节律的分岔点附近诱发的随机节律 [10,12,13,36,37], 该类分岔无共存现象; 其行为是周期 k 簇和周期 $k+1$ 簇相对频繁地交替出现. 而第二类随机节律中周期 k 簇与周

期 $k + 1$ 簇是成串出现的, 这是因为其确定性行为为周期 k 簇和周期 $k + 1$ 簇放电节律的共存. 第二类随机节律中周期 k 簇与周期 $k + 1$ 簇的产生是随机的, 但不是独立的, 是有概率依赖的. 两类随机节律的确定性机理都来源于周期 k 簇或周期 $k + 1$ 簇的簇内 ISI 顺序, 而随机性来源于周期 k 簇与周期 $k + 1$ 簇的交替.

与位于周期 k 簇与周期 $k + 1$ 簇放电节律间的混沌^[10,12,13]相比, 随机节律只有周期 k 簇和周期 $k + 1$ 簇两种, 其 ISI 是离散分布的. 而混沌节律除了周期 k 簇和周期 $k + 1$ 簇, 还有其他众多不同周期的簇, 这也就使得其 ISI 是连续分布的^[10]. ISI 分布的不同以及是离散分布还是连续分布, 是混沌和这两类随机节律之间最为直接可辨识的不同特征.

本文的研究进一步说明, 对于含有确定性结构

的非周期的神经自发放电节律, 即使位于分岔序列中, 也不一定是混沌. 它有可能是混沌^[9-13], 也有可能是以前研究的第一类随机节律^[10-13,36,37], 也有可能是本文研究的第二类随机节律. 仅仅依靠分岔和确定性机理来鉴别非周期节律是混沌节律还是随机节律, 这种鉴别方法对于本文中的第一类和第二类含有确定性机理的随机节律已经失效, 必须要通过以前的周期 k 簇的时间间隔序列的分析^[10]或采用概率分析^[33]对其内在的随机机理进行鉴别, 才能正确识别其动力学机理. 这就为深入识别混沌和随机节律这一基本问题提出了更深层次的要求, 也对单纯依靠时间序列分析结果来判别混沌与随机的可信性提出了更高的要求. 值得指出的是, 本文的研究虽然只是针对神经放电节律的研究, 但是对于其他系统中混沌的研究也有一定的参考意义.

- [1] May R M 1976 *Nature* **261** 459
- [2] Gammaitoni L, Hänggi P, Jung P, Marchesoni F 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 22
- [3] Hayashi H, Ishzuka S, Ohta M, Hirakawa K 1982 *Phys. Lett. A* **88** 435
- [4] Hayashi H, Ishzuka S, Hirakawa K 1983 *Phys. Lett. A* **98** 474
- [5] Aihara K, Matsumoto G, Ikegaya Y 1984 *J. Theor. Biol.* **109** 249
- [6] Hayashi H, Ishzuka S 1992 *J. Theor. Biol.* **156** 269
- [7] Li L, Gu H G, Yang M H, Liu Z Q, Ren W 2004 *Int. J. Bifur. Chaos* **14** 1813
- [8] Wang D, Mo J, Zhao X Y, Gu H G, Qu S X, Ren W 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 070503
- [9] Gu H G, Zhu Z, Jia B 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 100505 (in Chinese) [古华光, 朱洲, 贾冰 2011 物理学报 **60** 100505]
- [10] Yang M H, Liu Z Q, Li L, Xu Y L, Liu H J, Gu H G, Ren W 2009 *Int. J. Bifur. Chaos* **19** 453
- [11] Ren W, Hu S J, Zhang B J, Xu J X, Gong Y F 1997 *Int. J. Bifur. Chaos* **7** 1867
- [12] Gu H G, Yang M H, Li L, Liu Z Q, Ren W 2004 *Dynam. Contin. Dis. B* **11** 19
- [13] Zhao X Y, Song S L, Wei C L, Gu H G, Ren W 2010 *Acta Biophys. Sin.* **26** 61 (in Chinese) [赵小燕, 宋绍丽, 魏春玲, 古华光, 任维 2010 生物物理学报 **26** 61]
- [14] Xie Y, Xu J X, Kang Y M, Hu S J, Duan Y B 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1112 (in Chinese) [谢勇, 徐健学, 康艳梅, 胡三觉, 段玉斌 2003 物理学报 **52** 1112]
- [15] Fan Y S, Holden A V 1993 *Chaos Solitons Fract.* **3** 439
- [16] Chay T R 1985 *Physica D* **16** 233
- [17] Wu S G, He D R 2000 *Chin. Phys. Lett.* **76** 398
- [18] Wu S G, He D R 2001 *Commun. Theor. Phys.* **35** 272
- [19] Schiff S J, Jerger K, Duong D H 1994 *Nature* **370** 615
- [20] Thomas E, William J R, Zbigniew J K, James E S, Karl E G, Niels B 1994 *Physiol. Rev.* **74** 1
- [21] Lovejoy L P, Shepard P D, Canavier C C 2001 *Neuroscience* **104** 829
- [22] Kanno T, Miyano T, Tokudac I, Galvanovskisd J, Wakui M 2007 *Physica D* **226** 107
- [23] Hu S J, Yang H J, Jian Z, Long K P, Duan Y B, Wan Y H, Xing J L, Xu H, Ju G 2000 *Neuroscience* **101** 689
- [24] So P 1998 *Biophys J.* **74** 2776
- [25] Jian Z, Xing J L, Yang G S, Hu S J 2004 *Neurosignals* **13** 150
- [26] Wan Y H, Jian Z, Hu S J 2000 *Neuroreport* **11** 3295
- [27] Longtin A, Bulsara A, Moss F 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 656
- [28] Braun H A, Wissing H, Schäfer K, Hirsch M C 1994 *Nature* **367** 270
- [29] Xing J L, Hu S J, Xu H, Han S, Wan Y H 2001 *Neuroreport* **12** 1311
- [30] Gu H G, Ren W, Lu Q S, Wu S G, Yang M H, Chen W J 2001 *Phys. Lett. A* **285** 63
- [31] Gong P L, Xu J X, Hu S J, Long K P 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 319
- [32] Gu H G, Jia B, Lu Q S 2011 *Cogn. Neurodyn.* **5** 87
- [33] Gu H G, Zhang H M, Wei C L, Yang M H, Liu Z Q, Ren W 2011 *Int. J. Mod. Phys. B* **25** 3977
- [34] Jia B, Gu H G, Li Y Y 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 090507
- [35] Huber M T, Krige J C, Braun H A, Pei X, Neiman A, Moss F 2000 *Neurocomputing* **32-33** 823
- [36] Gu H G, Yang M H, Li L, Liu Z Q, Ren W 2003 *Phys. Lett. A* **319** 89
- [37] Gu H G, Yang M H, Li L, Liu Z Q, Ren W 2003 *Int. J. Mod. Phys. B* **17** 4195
- [38] Mannella R, Palleschi V 1989 *Phys. Rev. A* **40** 3381
- [39] Theiler J, Eubank S, Longtin A, Galdrinkian B 1992 *Physica D* **58** 77
- [40] Sauer T 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 3811

Identification of a stochastic neural firing rhythm lying in period-adding bifurcation and resembling chaos*

Gu Hua-Guang^{1)2)†} Xi Lei¹⁾ Jia Bing²⁾

1) (College of Physics and Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

2) (College of Life Sciences, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

(Received 23 August 2011; revised manuscript received 8 September 2011)

Abstract

To identify non-periodic neural rhythm to be chaos or stochasticity has been an important scientific thesis. A kind of non-periodic spontaneous firing pattern, whose behavior is transition between period- k burst in a string and period- $k + 1$ burst in a string ($k = 1, 2$), lying between period- k bursting pattern and period- $k + 1$ bursting pattern, is found in the experimental neural pacemaker. The deterministic structures of the firing are identified by nonlinear prediction and first return map of the interspike intervals (ISIs) series. The co-existence of the period- k bursting and period- $k + 1$ bursting is manifested in the deterministic theoretical neuronal model, Chay model. Non-periodic firing patterns similar to the experimental observation are simulated in the co-existing parameter region, implying that the firing pattern is transition between two kinds of bursts induced by noise. A binary series can be acquired by transforming two kinds of bursts to symbols 0 and 1, respectively. The stochastic dynamics within the transitions between two kinds of bursts are detected by probability analysis on the binary series. It not only shows that the rhythm is stochastic firing with deterministic structures instead of chaos, but also provides the typical examples and effective methods to intensively identify the chaotic and stochastic firing patterns in a real nervous system.

Keywords: chaos, stochastic rhythm, neural firing pattern, period-adding bifurcation

PACS: 05.45.-a, 87.19.L-

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11072135, 10772101, 10432010, 30300107) and the Fundamental Scientific Research Foundation for the Central Universities of China (Grant No. GK200902025).

† E-mail: guhuaguang@263.net.