

脉冲作用下 Chen 系统的非光滑分岔分析*

姜海波^{1)2)†} 张丽萍¹⁾ 陈章耀²⁾ 毕勤胜²⁾

1) (盐城师范学院数学科学学院, 盐城 224002)

2) (江苏大学土木工程与力学学院, 镇江 212013)

(2011年7月21日收到; 2011年9月19日收到修改稿)

研究了脉冲作用下 Chen 系统的复杂动力学行为. 对脉冲作用下的 Chen 系统进行了非光滑分岔分析. 该系统可经级联倍周期分岔到达混沌, 也可由周期解经鞍结分岔直接到达混沌. 最后通过 Floquet 理论揭示了该系统周期解的非光滑分岔机理.

关键词: Chen 系统, 脉冲, 非光滑分岔, 混沌

PACS: 05.45.Ac, 05.45.Pq

1 引言

1999年, 陈关荣等^[1,2]通过混沌系统的反控制发现了一个和著名 Lorenz 系统^[3]相似但拓扑不等价的新混沌吸引子——Chen 系统. 近年来, Chen 系统的动力学特性、控制与同步等被国内外学者进行了广泛研究^[4,5]. 文献^[5]分析了周期激励下 Chen 系统的簇发现象.

现实世界中的许多现象是呈状态突变的, 如动物体中的心脏跳动、生物神经网络和病理学中的并发节拍等. 这些突变的持续时间与整个运动过程的持续时间相比是非常短暂的, 可以认为是瞬间发生的, 人们提出了脉冲系统以描述这些特征. 另一方面, 基于脉冲系统理论的脉冲控制技术具有易于实施、控制成本相对较低等优点, 而且有时能取得良好的控制性能, 所以脉冲控制技术得到了广泛的应用, 如应用于卫星运行轨道的改变、生态系统的管理与控制、混沌系统的脉冲控制与同步等^[6-10].

目前, 周期解的稳定性及分岔受到了许多学者的关注^[11-20]. 文献^[11]研究了周期激励下连续系统的周期解的稳定性及分岔. 由于脉冲系统本质上是非光滑系统, 故连续系统的周期解的分岔分析方法不再适用. 文献^[12]研究了耦合的 Bonhoeffer-Van der Pol (BVP) 系统的复杂动力学行为, 其中单

个 BVP 系统均含有脉冲. 文献^[13,14]提出了非光滑系统的局部映射法, 并给出了 Floquet 乘子的计算方法. 文献^[15]研究了一类三种群食物链系统在周期脉冲作用下的丰富动力学行为. 文献^[16]对一类受脉冲影响的生物系统进行了分岔分析. 文献^[17,18]研究了一类线性脉冲系统的周期解及其分岔. 文献^[19,20]对分段线性混沌电路进行了非光滑分岔分析. 然而, 当前对脉冲作用下的非线性系统的动力学行为研究较少. 本文在文献^[9-14]基础上主要研究脉冲作用下 Chen 系统的复杂动力学行为, 并对此进行了非光滑分岔分析, 通过 Floquet 理论揭示了该系统周期解的非光滑分岔机理.

Chen 系统的方程为

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} &= xy - bz,\end{aligned}\quad (1)$$

其中 a, b, c 为 Chen 系统的参数.

在 Chen 系统的第一个方程上加一个周期脉冲, 系统可以表示为

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) + h \sum_{k \in \mathbb{N}} \delta(t - k\tau), \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} &= xy - bz,\end{aligned}\quad (2)$$

* 国家自然科学基金 (批准号: 11171290, 10972091, 20976075, 10872080)、江苏省自然科学基金 (批准号: BK2010292, BK2010293)、江苏省高等学校自然科学基金 (批准号: 09KJB510018, 10KJB510026) 和江苏大学高级人才基金 (批准号: 10JDG144) 资助的课题.

† E-mail: yctcjhbb@gmail.com

其中 $\delta(\cdot)$ 为 Dirac δ 函数, 即 $\delta(t) = 0, t \neq 0$ 且 $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$; h 和 τ 分别为脉冲作用的幅值和周期; $k \in \mathbb{N}, \mathbb{N}$ 为自然数集. 当 $t \neq k\tau, k \in \mathbb{N}$ 时, 系统 (2) 可表示为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} &= xy - bz; \end{aligned} \quad (3a)$$

当 $t = k\tau, k \in \mathbb{N}$ 时, 系统 (2) 可表示为

$$\begin{aligned} \Delta x(t) &= x(t^+) - x(t^-) = h, \\ \Delta y(t) &= y(t^+) - y(t^-) = 0, \\ \Delta z(t) &= z(t^+) - z(t^-) = 0. \end{aligned} \quad (3b)$$

这里

$$\begin{aligned} x(t^+) &= \lim_{h \rightarrow 0^+} x(t + h), \\ x(t^-) &= \lim_{h \rightarrow 0^-} x(t + h), \end{aligned}$$

并假设

$$\begin{aligned} x(t^+) &= x(t), \\ y(t^+) &= y(t), \\ z(t^+) &= z(t), \end{aligned}$$

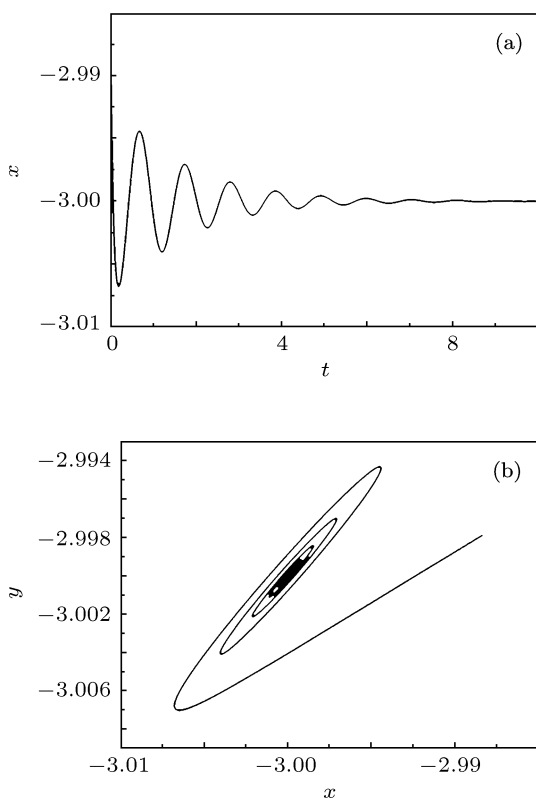


图 1 系统 (1) 的时间序列及相图 (a) 时间序列; (b) 相图

即系统的解 $(x(t), y(t), z(t))$ 在 $k\tau$ 时刻右连续.

参数 a, b, c 分别固定为 $a = 35, b = 3, c = 19$. 此时未加脉冲作用的 Chen 系统, 即系统 (1) 具有三个平衡点 $A(0, 0, 0), B(3, 3, 3), C(-3, -3, 3)$, 其中 A 为鞍点, B 与 C 为稳定焦点; 且未加脉冲作用的 Chen 系统具有自然的对称性, 即它在变换 $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, z)$ 下保持不变. 系统初值均取为 $(-3.5, -3.5, 1)$. 未加脉冲作用时 Chen 系统的时间序列及相图如图 1 所示.

2 分岔及混沌

首先固定周期 $\tau = 1.57$, 取 h 作为分岔参数, 利用频闪映射研究幅值 h 对系统的影响. 针对 h 的某个变化范围中的每一个值, 求出系统的数值解, 然后取出系统状态的频闪映射的点, 得到 h 对系统的影响. 对每一个 h 的值, 求出长度为 1000 个脉冲周期的数值解. 然后对每一个 h 的值, 画出该状态的最后 200 个频闪点. 系统 (2) 随 h 变化的分岔图如图 2 所示.

频闪映射是 Poincaré 映射的一种特殊情形. 利用 Poincaré 映射的性质及其与相应系统的关系, 可得频闪映射与原系统具有如下关系^[15]: 频闪映射的不动点对应于原系统存在一个以脉冲周期 T 为周期的周期解, 即 $1T$ 周期解; 频闪映射的 k 周期点对应于原系统存在一个以 k 倍脉冲周期为周期的周期解, 即 kT 周期解; 频闪映射的不变环对应于原系统的拟周期解或圆环面.

从图 2 可以发现, 当 $h \leq 3.55$ 时, 系统 (2) 有 $1T$ 周期解. 当 $h = 0.01$ 时, 由于 C 为稳定焦点, 系统经过周期 τ 后接近焦点, 然后受脉冲作用后稍离开焦点, 最终形成 $1T$ 周期解, 如图 3 所示. 当 $h > 3.55$ 时, 由于 A 为鞍点, B 和 C 为稳定焦点, 系统 (2) 具有 $3T$ 周期解, 如图 4 所示; 然后经 $6T$ 周期解, $12T$ 周期解等倍周期分岔到达混沌, 如图 5 和图 6 所示. 在混沌区域中有周期窗口. 当 $h = 4.6718$ 时系统开始由混沌状态突变为 $2T$ 周期解, 如图 7 所示. 当 $h = 9.3511$ 时系统开始由 $2T$ 周期解突变为混沌状态. 在混沌区域中也有周期窗口. 当 $h = 10.7767$ 时系统开始由混沌状态突变为 $1T$ 周期解, 如图 8 所示. 当 $h = 16.4755$ 时系统开始由 $1T$ 周期解经倍周期分岔变为 $2T$ 周期解. 当 $h = 21.815$ 时系统经倒倍周期分岔变为 $1T$ 周期解.

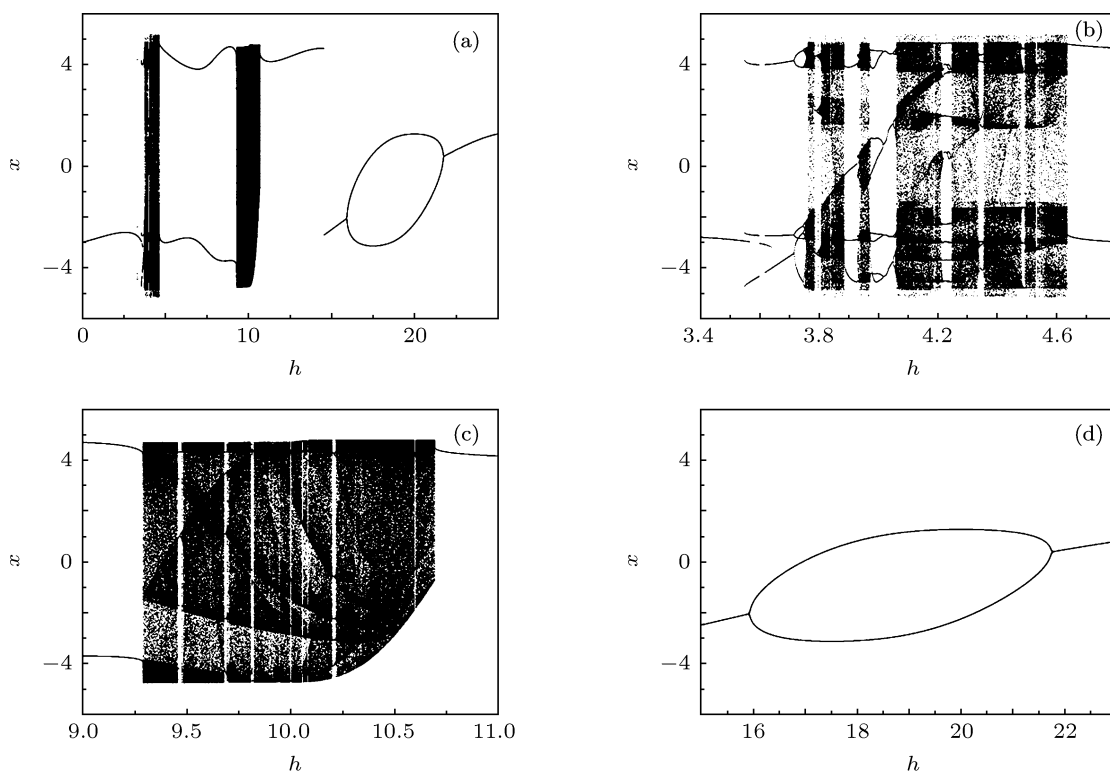


图2 系统(2)的分岔图 (a) $0 < h \leq 25$; (b) $3.5 \leq h \leq 4.8$; (c) $9 \leq h \leq 11$; (d) $15 \leq h \leq 23$

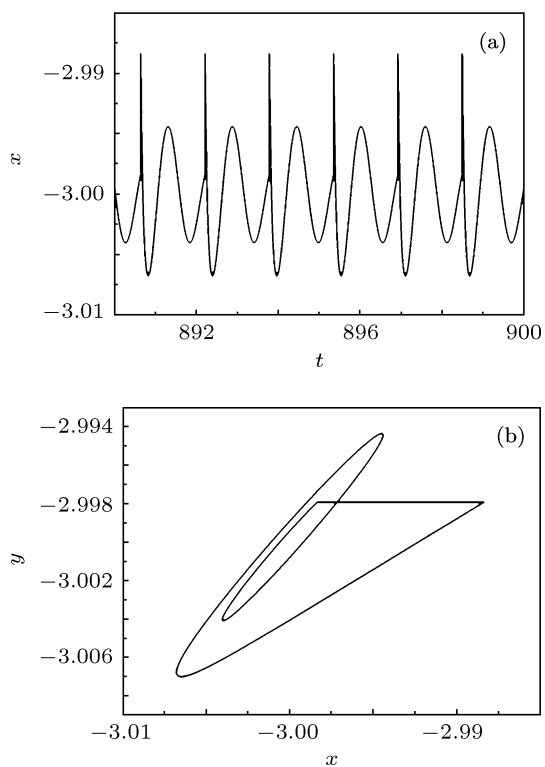


图3 $h = 0.01$ 时系统(2)的时间序列与相图 (a) 时间序列; (b) 相图

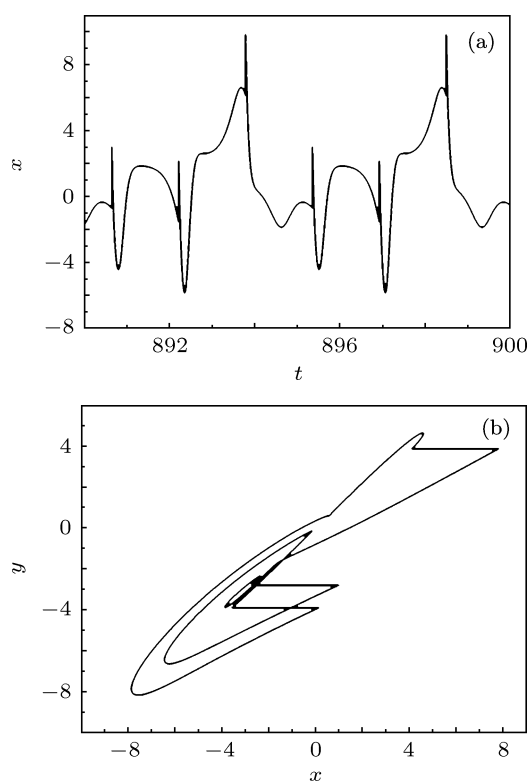


图4 $h = 3.7$ 时系统(2)的时间序列与相图 (a) 时间序列; (b) 相图

总之, 脉冲作用下的 Chen 系统向混沌的演化过程可能是倍周期分岔到达混沌, 也可能是由周期

解直接到达混沌, 中间伴随阵发性混沌出现. 在混沌区域中, 出现不同的周期窗口.

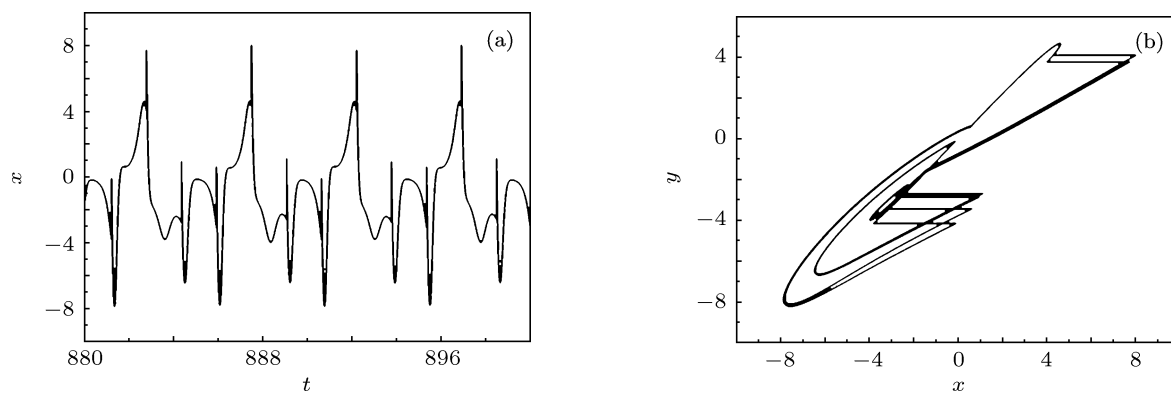


图5 $h = 3.72$ 时系统 (2) 的时间序列与相图 (a) 时间序列; (b) 相图

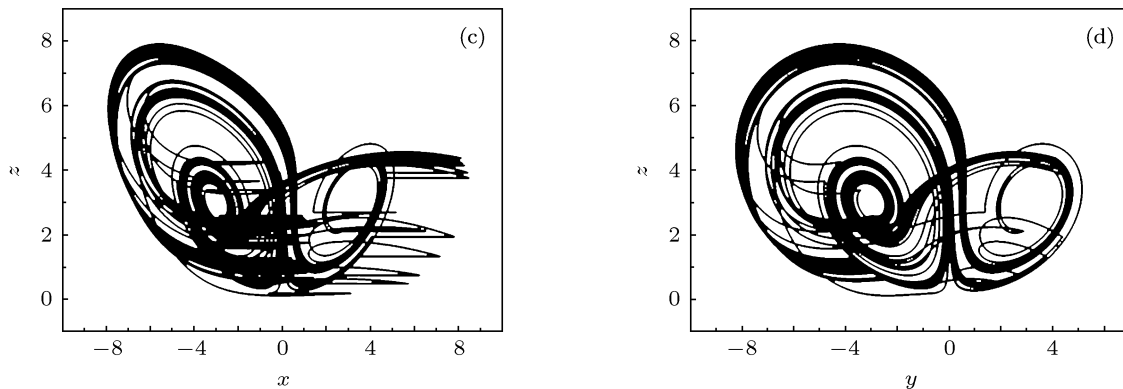
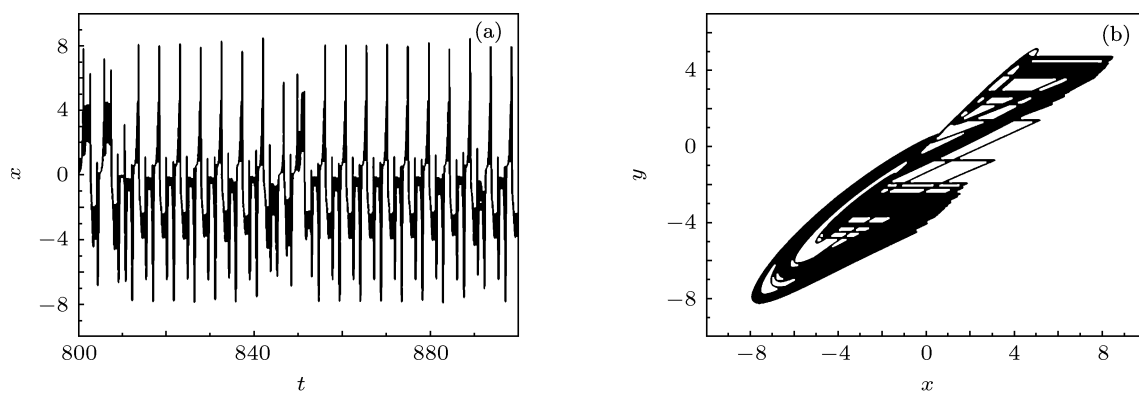


图6 $h = 3.77$ 时系统 (2) 的时间序列与相图 (a) 时间序列; (b) x - y 相图; (c) x - z 相图; (d) y - z 相图

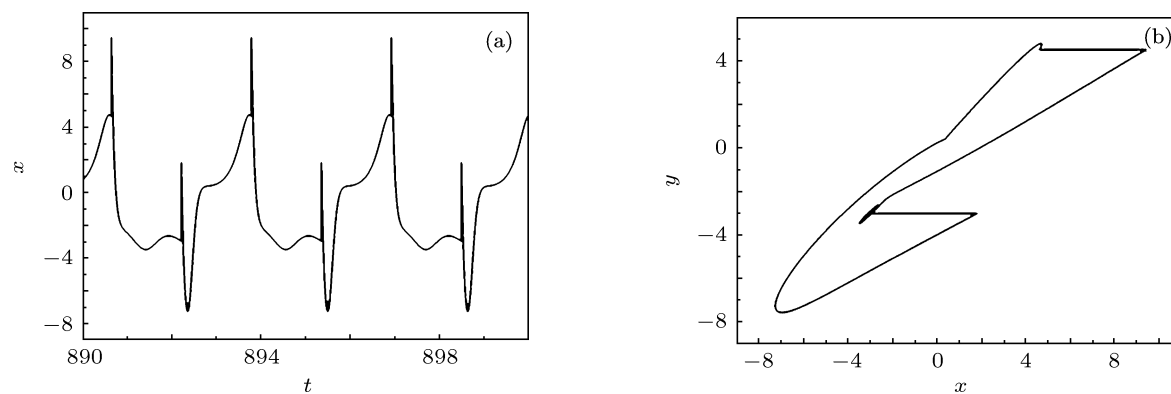


图7 $h = 4.8$ 时系统 (2) 的时间序列与相图 (a) 时间序列; (b) 相图

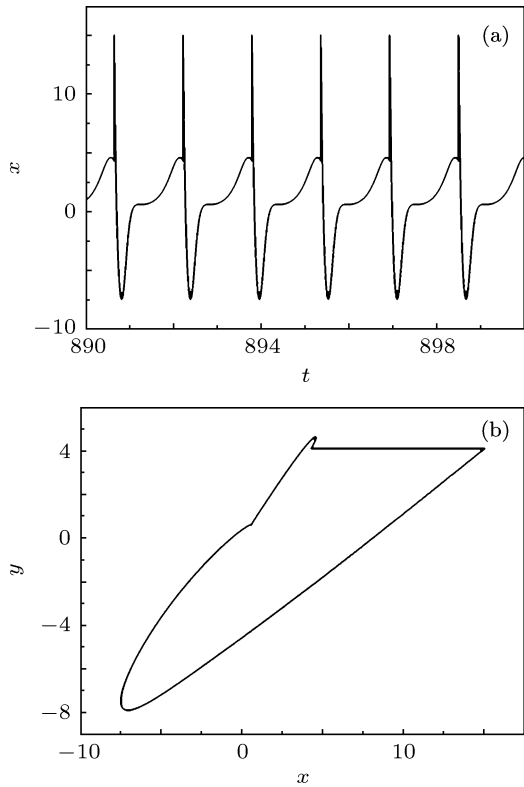


图8 $h = 10.78$ 时系统 (2) 的时间序列与相图 (a) 时间序列; (b) 相图

3 非光滑分岔分析

由于脉冲作用下的 Chen 系统为非光滑系统, 故不能用连续系统的分岔分析方法进行分析. 下面利用文献 [9—11] 所提出的非光滑系统的分岔分析方法对脉冲作用下的 Chen 系统的分岔行为进行分析.

设系统 (2) 的解为

$$\begin{aligned} x(t) &= \varphi(t, x^0, y^0, z^0, h, \tau), \\ y(t) &= \phi(t, x^0, y^0, z^0, h, \tau), \\ z(t) &= \psi(t, x^0, y^0, z^0, h, \tau), \end{aligned}$$

且

$$\begin{aligned} \varphi(0, x^0, y^0, z^0, h, \tau) &= x^0, \\ \phi(0, x^0, y^0, z^0, h, \tau) &= y^0, \\ \psi(0, x^0, y^0, z^0, h, \tau) &= z^0, \end{aligned}$$

其中 (x^0, y^0, z^0) 为系统初值.

定义映射 P_1 为

$$P_1 : (x, y, z) \rightarrow (x + h, y, z),$$

P_2 为

$$P_2 : (x, y, z) \rightarrow (\varphi(\tau, x, y, z, h, \tau),$$

$$\phi(\tau, x, y, z, h, \tau), \psi(\tau, x, y, z, h, \tau)),$$

则整个系统的 Poincaré 映射 P 可定义为

$$P = P_2 \circ P_1,$$

即

$$\begin{aligned} P : (x, y, z) &\rightarrow (\varphi(\tau, x + h, y, z, h, \tau), \\ &\phi(\tau, x + h, y, z, h, \tau), \psi(\tau, x + h, y, z, h, \tau)). \end{aligned}$$

设 Poincaré 映射 P 有平衡点 $u(x, y, z)$, 即 $u = T(u)$. 此时系统具有周期 τ 的解, 即 $1T$ 周期解. 相应地, 如果 Poincaré 映射 P 有 k 个周期点 $u(x, y, z)$, 即 $u = T^k(u)$ 且 $u \neq T^m(u)$, $m = 1, 2, \dots, k - 1$, 此时系统具有周期 $k\tau$ 的解, 即 kT 周期解.

映射 P_1 的 Jacobi 矩阵为 $DP_1 = I_3$, 其中 I_3 为三阶单位矩阵. 映射 P_2 的 Jacobi 矩阵 DP_2 可通过非光滑系统打靶法积分周期 τ 得到矩阵 DP_2 的数值解. 因 $P = P_2 \circ P_1$, 故得 Poincaré 映射 P 的 Jacobi 矩阵的半解析解为 $DP = DP_2 \times DP_1$. 然后求 Jacobi 矩阵 DP 的特征值, 得到系统的 Floquet 特征乘子 μ_1, μ_2, μ_3 . 根据 Floquet 理论, 系统 (2) 周期解的稳定性及分岔条件如下 [13,14]:

(i) 当所有特征值的模都小于 1 时, 系统 (2) 的周期解是渐近稳定的.

(ii) 当一个特征值通过 -1 穿过单位圆, 而其他特征值的模都小于 1 时, 系统 (2) 的周期解产生倍周期分岔.

(iii) 当一个特征值通过 1 穿过单位圆, 而其他特征值的模都小于 1 时, 系统 (2) 的周期解产生鞍结分岔.

(iv) 当一对共轭复特征值穿过单位圆, 而其他特征值的模都小于 1 时, 系统 (2) 的周期解产生 Hopf 分岔.

下面利用 Floquet 理论揭示脉冲作用下的 Chen 系统的分岔机理.

3.1 鞍结分岔

当 $0 < h < 3.5480$ 时, 系统所有的 Floquet 特征乘子都在单位圆内, 而在 $h = 3.5480$ 处有一 Floquet 特征乘子通过 1 穿出单位圆, 如表 1 所列. 根据 Floquet 理论可判断, 当 $0 < h < 3.5480$ 时, 系统做稳定的 $1T$ 周期解运动, 在 $h = 3.5480$ 处系统发生鞍结分岔, 系统由稳定的 $1T$ 周期解变为稳定的 $3T$ 周期解, 此结果与图 2(b) 一致.

当 $4.6718 < h \leq 9.2874$ 时, 系统所有的 Floquet 特征乘子都在单位圆内, 而在 $h = 9.2875$

处有一 Floquet 特征乘子通过 1 穿出单位圆, 如表 2 所列. 根据 Floquet 理论可判断, 当 $4.6718 < h \leq 9.2874$ 时, 系统做稳定的 $2T$ 周期解运动, 在 $h = 9.2875$ 处系统发生鞍结分岔, 系统由稳定的周期解直接到达混沌状态, 此结果与图 2(c)一致.

表 1 $3.5480 \leq h \leq 3.5540$ 时脉冲作用下 Chen 系统的 Floquet 特征乘子

h	μ_1	μ_2	μ_3
3.5540	0.5241	0.0021	0
3.5530	0.5619	0.0020	0
3.5520	0.6057	0.0019	0
3.5510	0.6585	0.0017	0
3.5500	0.7269	0.0016	0
3.5490	0.8326	0.0014	0
3.5480	1.3613	0.0010	0

表 2 $9.2776 \leq h \leq 9.2875$ 时脉冲作用下 Chen 系统的 Floquet 特征乘子

h	μ_1	μ_2	μ_3
9.2776	0.5505	-0.0050	0
9.2818	0.6522	-0.0043	0
9.2847	0.7530	-0.0038	0
9.2865	0.8542	-0.0034	0
9.2873	0.9500	-0.0031	0
9.2874	0.9927	-0.0030	0
9.2875	1.1304	-0.0027	0

总之, 脉冲作用下的 Chen 系统经鞍结分岔可能由周期解变为另一周期解, 也可能由周期解直接到达混沌.

3.2 倍周期分岔

当 $3.55 < h \leq 3.7160$ 时, 系统所有的 Floquet 特征乘子都在单位圆内, 而在 $h = 3.7169$ 处有一 Floquet 特征乘子通过 -1 穿出单位圆, 如表 3 所列. 根据 Floquet 理论可判断, 当 $3.55 < h \leq 3.7160$ 时, 系统做稳定的 $3T$ 周期解运动, 在 $h = 3.7169$ 处系统发生倍周期分岔, 系统由 $3T$ 周期解变为稳定的 $6T$ 周期解, 进而进入混沌, 即由倍周期分岔到达混沌, 此结果与图 2(b)一致.

当 $4.0150 < h \leq 4.0500$ 时, 系统所有的 Floquet 特征乘子都在单位圆内, 而在 $h = 4.0150$ 处有一 Floquet 特征乘子通过 -1 穿出单位圆, 如表 4 所列. 根据 Floquet 理论可判断, 当 $4.0150 < h \leq 4.0500$ 时, 系统做稳定的 $4T$ 周期解运动, 在 $h = 4.0150$ 处系统发生倒倍周期分岔, 系统

由 $8T$ 周期解变为稳定的 $4T$ 周期解, 此结果与图 2(b)一致.

表 3 $3.7000 \leq h \leq 3.7169$ 时脉冲作用下 Chen 系统的 Floquet 特征乘子

h	μ_1	μ_2	μ_3
3.7000	-0.8045	-0.0013	0
3.7040	-0.8482	-0.0012	0
3.7090	-0.9054	-0.0011	0
3.7130	-0.9536	-0.0011	0
3.7160	-0.9912	-0.0011	0
3.7169	-1.0039	-0.0011	0

表 4 $4.0150 \leq h \leq 4.0200$ 时脉冲作用下 Chen 系统的 Floquet 特征乘子

h	μ_1	μ_2	μ_3
4.0200	-0.6707	-0.0010	0
4.0190	-0.0881	-0.0008	0
4.0180	-0.7712	-0.0007	0
4.0170	-0.8668	-0.0006	0
4.0160	-0.9577	-0.0006	0
4.0150	-1.0442	-0.0005	0

当 $10.7767 < h \leq 15.9375$ 时, 系统所有的 Floquet 特征乘子都在单位圆内, 而在 $h = 15.9376$ 处有一 Floquet 特征乘子通过 -1 穿出单位圆, 如表 5 所列. 根据 Floquet 理论可判断, 当 $10.7767 < h \leq 15.9375$ 时, 系统做稳定的 $1T$ 周期解运动, 在 $h = 15.9376$ 处系统发生倍周期分岔, 系统由 $1T$ 周期解变为稳定的 $2T$ 周期解, 此结果与图 2(d)一致.

表 5 $15.0000 \leq h \leq 15.9376$ 时脉冲作用下 Chen 系统的 Floquet 特征乘子

h	μ_1	μ_2	μ_3
15.0000	-0.7604	-0.0073	0
15.3651	-0.8600	-0.0067	0
15.5205	-0.9000	-0.0065	0
15.7230	-0.9500	-0.0062	0
15.9375	-0.9999	-0.0060	0
15.9376	-1.0000	-0.0060	0

表 6 $14.4970 \leq h \leq 14.5020$ 时脉冲作用下 Chen 系统的 Floquet 特征乘子

h	μ_1	μ_2	μ_3
14.4970	-0.6137	-0.0084	0
14.4980	-0.6140	-0.0084	0
14.4990	-0.6143	-0.0084	0
14.5000	-0.6146	-0.0084	0
14.5010	-0.6149	-0.0084	0
14.5020	-0.6152	-0.0084	0

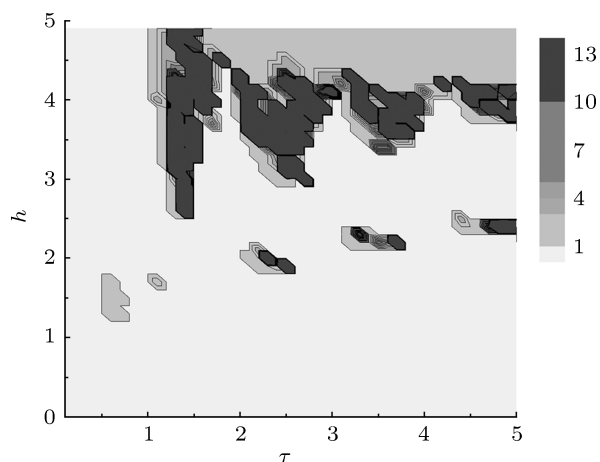


图9 系统(2)的二维分岔图 $0 < \tau < 5, 0 < h < 5$

总之,脉冲作用下的Chen系统可能仅发生一次倍周期分岔,即系统的周期解变为另一两倍周期的周期解,也可能发生级联倍周期分岔,即系统的周期解经倍周期分岔到达混沌.相应地,脉冲作用下的Chen系统还存在倒倍周期分岔.

从图2可见,系统的分岔图轨迹存在间断点.例如,在 $h = 14.5$ 附近,系统由稳定的 $1T$ 周期解突然变成另一稳定的 $1T$ 周期解.我们计算了 $h = 14.5$ 的Floquet特征乘子,如表6所列.由计

算结果可知,间断点处的Floquet特征乘子并未发生较大的变化.

以上主要讨论了周期 $\tau = 1.57$ 的情形,对于其他周期及脉冲幅值我们也作了研究.图9给出了系统关于周期及脉冲幅值的二维分岔图,图中的灰度值 $1, 2, \dots$ 代表 $1T$ 周期解、 $2T$ 周期解、 \dots .从图9可以看到,系统在其他周期及脉冲幅值情形下有类似的复杂动力学行为,也是经过两种途径到达混沌,即经鞍结分岔到达混沌和倍周期分岔到达混沌.

4 结论

本文研究了脉冲作用下的Chen系统的复杂动力学行为.利用非光滑系统的分岔方法对脉冲作用下Chen系统的分岔行为进行了分析,通过Floquet理论揭示了该系统的非光滑分岔机理.脉冲作用下的Chen系统主要通过两种途径到达混沌,即经鞍结分岔到达混沌和倍周期分岔到达混沌.研究表明,Floquet理论是研究非光滑系统的一种有效方法.研究结果对于非光滑系统及生物系统的脉冲控制和混沌控制具有一定的理论意义.

- [1] Chen G, Ueta T 1999 *Int. J. Bifur. Chaos* **9** 1465
- [2] Chen G R, Lü J H 2003 *Dynamical Analyses, Control and Synchronization of the Lorenz System Family* (Beijing: Science Press) Chap 2 (in Chinese) [陈关荣, 吕金虎 2003 Lorenz 系统族的动力学分析、控制与同步 (北京: 科学出版社) 第2章]
- [3] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130
- [4] Wang X Y, Wu X J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 605 (in Chinese) [王兴元, 武相军 2006 物理学报 **55** 605]
- [5] Zhang X F, Chen Z Y, Bi Q S 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3802 (in Chinese) [张晓芳, 陈章耀, 毕勤胜 2010 物理学报 **59** 3802]
- [6] Jiang H B, Yu J J, Zhou C G 2008 *IET Control Theory Appl.* **2** 654
- [7] Zhang L P, Jiang H B, Bi Q S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 010507
- [8] Qian L N, Lu Q S, Meng Q G, Feng Z S 2010 *J. Math. Anal. Appl.* **363** 345
- [9] Wang L, Zhao R, Xu W, Zhang Y 2011 *Chin. Phys. B* **20** 020506
- [10] Wang X Y, Zhang Y L, Lin D, Zhang N 2011 *Chin. Phys. B* **20** 030506
- [11] Kawakami H 1984 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **31** 248
- [12] Kitajima H, Kawakami H 2001 *International Symposium on Circuits and Systems* (Vol. 2) (Sydney: IEEE) p285
- [13] Jin L, Lu Q S, Wang Q 2004 *Chin. J. Appl. Mech.* **21** 21 (in Chinese) [金俐, 陆启韶, 王琪 2004 应用力学学报 **21** 21]
- [14] Lu Q S, Jin L 2005 *Acta Mech. Sol. Sin.* **26** 132 (in Chinese) [陆启韶, 金俐 2005 固体力学学报 **26** 132]
- [15] Zhang S W, Chen L S 2005 *Chaos Solitons Fract.* **24** 73
- [16] Georgescu P, Zhang H, Chen L S 2008 *Appl. Math. Comput.* **202** 675
- [17] Jiang G R, Yang Q G 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4114
- [18] Jiang G R, Xu B G, Yang Q G 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5235
- [19] Ji Y, Bi Q S 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7612 (in Chinese) [季颖, 毕勤胜 2010 物理学报 **59** 7612]
- [20] Zhang Y, Bi Q S 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 070507 (in Chinese) [张银, 毕勤胜 2011 物理学报 **60** 070507]

Non-smooth bifurcation analysis of Chen system via impulsive force*

Jiang Hai-Bo^{1)2)†} Zhang Li-Ping¹⁾ Chen Zhang-Yao²⁾ Bi Qin-Sheng²⁾

1) (School of Mathematics, Yancheng Teachers University, Yancheng 224002, China)

2) (Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

(Received 21 July 2011; revised manuscript received 19 September 2011)

Abstract

The complex dynamics of Chen system via impulsive force is investigated in this paper. The non-smooth bifurcation of Chen system via impulsive force is analyzed. The system can evolve to chaos by the cascading of period-doubling bifurcations. Besides, the system can evolve to chaos immediately by saddle-node bifurcations from period solutions. Finally, the Floquet theory is used to explore the non-smooth bifurcation mechanism for the periodic solutions.

Keywords: Chen system, impulse, non-smooth bifurcation, chaos

PACS: 05.45.Ac, 05.45.Pq

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11171290, 10972091, 20976075, 10872080), the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant Nos. BK2010292, BK2010293), the Natural Science Foundation of Institution of Higher Education of Jiangsu Province, China (Grant Nos. 09KJB510018, 10KJB510026), and the Talents Foundation of Jiangsu University, China (Grant No. 10JDG144).

† E-mail: yctcjh@163.com