

一种数字控制单相全桥逆变电路运动行为分析方法研究*

雷博[†] 肖国春 吴旋律

(西安交通大学电气工程学院, 电力设备电气绝缘国家重点实验室, 西安 710049)

(2011年7月25日收到; 2011年8月31日收到修改稿)

考虑到数字控制单相全桥逆变电路 PWM 调制方法和滤波器、负载结构的多样性, 以及利用状态转移矩阵对系统运动行为分析方法的局限性. 通过解析表达状态转移矩阵中的元素, 本文提出了一种可以解析描述具有 N 个状态变量、一个开关周期内 M 次拓扑变化的数字控制单相全桥逆变电路 (简称 N - M 数字控制单相全桥逆变电路) 系统参数与运动行为关系的分析方法. 以 3-3 数字控制单相全桥电压逆变电路为例对上述分析方法进行了验证, 推导出了该三阶电路发生 Hopf 分岔的解析判别式、稳定范围及 Hopf 分岔振荡频率的解析表达式, 并通过 Simulink 仿真及电路实验证明了理论分析的正确性.

关键词: 单相全桥逆变电路, 数字控制, 离散迭代映射, 运动行为

PACS: 05.45.-a

1 引言

随着数字控制技术的不断发展和成熟, 数字控制单相全桥逆变电路在不间断电源 (UPS)、分布式发电 (DG) 以及微型电网 (MG) 中有重要作用, 得到了广泛应用. 并且, 单相全桥逆变电路的研究也是三相全桥逆变电路研究的基础. 数字控制单相全桥逆变电路的动力学特性分析已经成为了热点问题. 由于单相全桥逆变电路开关多, 并且 PWM 调制方法、电路控制方法以及负载结构变化多样, 系统会产生非常丰富的非线性现象. 已经有许多学者对此进行了分析^[1-7]. 文献 [1-3] 建立了对称 PWM 调制下一阶数字控制单相全桥电路工作在 DC-DC 状态下的离散迭代映射, 阐述了系统产生边界碰撞分岔的机理, 提出了可以提高系统稳定性的改进延时反馈策略. 文献 [5] 通过分析非对称 PWM 调制下一阶数字控制单相全桥电流逆变电路的非线性行为, 观测到系统发生的倍周期分岔现象, 并提出了慢变稳定性定理. 文献 [7] 分析了一阶电流型数字控制单相全桥逆变电路在对称 PWM 调制下的边界碰撞分岔现象. 这些工作加深了对单相全桥逆

变电路的理解, 丰富了对单相全桥逆变电路运动特性的认识.

在文献 [1-7] 中, 单相全桥逆变电路有电流型^[1-3,5,7], 也有电压型^[4,6]; 系统的阶数有 1 阶^[1-3,5,7], 也有 2 阶^[4,6]; 系统的调制方式有三角波对称 PWM 调制^[1-3,7],

也有锯齿波非对称 PWM 调制^[5]. 由于在上述文献中直接利用状态转移矩阵推导系统的离散迭代映射, 系统离散迭代映射的推导过程和形式随着系统阶数以及调制方法等的不同会发生较大改变. 特别当系统阶数高于 2 阶时, 由于状态转移矩阵的元素与状态变量有关并且无法解析表达, 就无法解析描述系统每个状态变量与系统参数的关系, 通常需要借助计算机数值计算循环描点才能表示出系统参数与系统运动行为的关系^[4,6]. 在实际数字控制单相全桥逆变电路中, 考虑到系统的频域特性随负载结构的改变, 系统的阶数可以是任意正整数; 并且, 系统的载波形式、开关周期起始位置的选取, 特别是调制方法的改变 (单极倍频、双极调制), 会使系统的拓扑序列产生复杂的变化. 系统阶数及拓扑序列变化的多样性给不同系统建模、分析带来

* 国家自然科学基金 (批准号: 50877065) 资助的课题.

[†] E-mail: leibo@stu.xjtu.edu.cn

了许多困难. 利用状态转移矩阵表达的电力电子电路离散迭代映射在文献 [8] 中有所研究. 但针对数字控制单相全桥逆变电路, 通过建立 N - M 数字控制单相全桥逆变电路的系数矩阵元素解析表达的离散迭代映射以及元素解析表达的雅可比矩阵, 从而提出可以解析描述系统变量与系统运动行为关系的分析方法的工作迄今为止未见报道.

本文针对 N - M 数字控制单相全桥逆变电路, 提出了一种新的运动行为分析方法. 通过严格的数学推导, 将系统离散迭代映射中系数矩阵的各个元素解析表达成为状态变量与系统参数的函数. 该方法可以将系统参数与系统运动行为之间的关系进行解析描述, 并且具有良好的通用性. 当系统阶数或调制方法发生改变时, 只需根据文中提出的公式, 修改相应系统参数就可以方便地对系统运动行为进行分析. 以对称 PWM 调制的单相全桥电压逆变电路接 LC 滤波器和 RL 串联负载, 在电容电压外环、电容电流内环加给定电压前馈控制下的 3-3 数字控制单相全桥逆变电路为例, 对这种运动行为分析方法的正确性进行了验证. 由于上述方法得到的雅可比矩阵中的元素具有解析表达, 进一步得到了

这个三阶系统发生 Hopf 分岔的判别式、控制器参数稳定边界的解析表达式以及发生 Hopf 分岔后系统振荡频率的解析表达式. 最后, 通过 Simulink 仿真以及电路实验验证了理论分析的正确性.

2 N - M 数字控制单相全桥逆变电路运动行为分析方法

数字控制单相全桥逆变电路的系统结构如图 1 所示. 图中, E 为直流侧电压; S_1 — S_4 是由 PWM 信号驱动的理想电力电子开关; 在一个开关周期内, 由于各个开关管上的控制脉冲不同, 系统会产生不同的拓扑变化序列. 滤波器的结构会因逆变电路是电压型或电流型也有所不同.

选取电感电流以及电容电压作为系统的状态变量, 考虑到系统的频域特性以及杂散电阻的影响, 只有电感串联时才可将电感等效合并. 假设单相全桥逆变电路有 N 个独立的状态变量, 并且在一个开关周期内有 M 次拓扑变化. 在第 n 个开关周期内的状态微分方程可以写为

$$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} A_{n1}x + B_{n1}E & (0 \leq t < d_{n1}T_s), \\ A_{n2}x + B_{n2}E & (d_{n1}T_s \leq t < (d_{n1} + d_{n2})T_s), \\ \dots & \dots \\ A_{nM}x + B_{nM}E & ((1 - d_{nM})T_s \leq t < T_s), \end{cases} \quad (1)$$

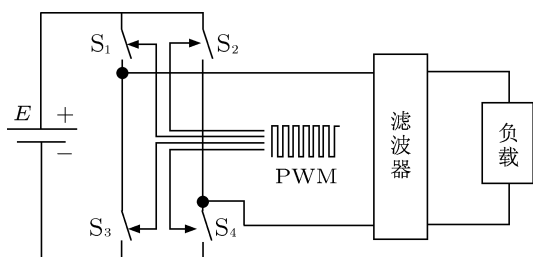


图 1 数字控制单相全桥逆变电路系统图

其中, x 为系统的 N 阶状态向量; A_{ni} , B_{ni} , d_{ni} ($i \in [1, M]$) 分别为在第 n 个开关周期内第 i 种电路拓扑时的 N 阶状态矩阵、 N 阶输入列向量以及此种电路拓扑的占空比. 由于单相全桥逆变电路的拓扑变化只会对直流电压源的方向以及有无直流电压源产生影响, 所以系统的状态矩阵 A_{ni} 并不会随着拓扑结构的改变发生变化. 因此, 设 $A_{ni} = A$; 根据 d_{ni} 定义, 有 $\sum_{l=1}^{l=M} d_{nl} = 1$.

对 (1) 式进行分段积分, 系统的离散迭代映射可以表达为

$$x_{n+1} = e^{AT_s} x_n + E \left(\sum_{i=1}^{i=M} \left(e^{AT_s(1 - \sum_{j=1}^{j=i} d_{nj})} \times \int_0^{d_{ni}T_s} e^{A\xi} B_{ni} d\xi \right) \right). \quad (2)$$

由于考虑了电感、电容中杂散电阻的影响, 同时系统含有 N 个独立的状态变量, 显然矩阵 A 满秩. 令

$$\beta_i = A^{-1} B_{ni}, \quad (3)$$

式中, i 的取值范围为 1 — M .

令 $d_{n0} = 0$, 同时定义函数

$$\phi(N, M) = E \sum_{i=1}^{i=M} \left(e^{(1 - \sum_{j=0}^{j=i-1} d_{nj})AT_s} \beta_i - e^{(1 - \sum_{j=1}^{j=i} d_{nj})AT_s} \beta_i \right), \quad (4)$$

其中, N 代表系统的阶数; M 代表一个开关周期内的拓扑变化数. (2) 式可以写化简为

$$\mathbf{x}_{n+1} = e^{\mathbf{A}T_s} \mathbf{x}_n + \phi(N, M). \quad (5)$$

通过 (3)—(5) 式得到的离散迭代映射的系数矩阵中含有状态转移矩阵. 因为这些状态转移矩阵中是含有占空比的, 而占空比是状态变量的函数, 所以状态转移矩阵的元素与状态变量有关. 也就是说, (5) 式所代表的离散迭代映射无法解析表达出离散迭代映射系数矩阵中的各个元素, 也就无法解析描述系统每个状态变量与其他状态变量和系统参数的关系. 使用由 (5) 式得到的离散迭代映射分析系统时, 系统的雅克比矩阵以及相应的特征根只能在某一种参数条件下通过计算机数值计算求出, 系统参数与系统运动特性关系的分析只能通过循环描点表示, 无法得出解析描述. 为了求出矩阵中元素的解析表达, 从而解析描述系统参数与系统运动特性的关系, 需要对 (3)—(5) 式进行进一步推导.

利用矩阵的特征值与特征向量可以计算矩阵的指数 [9]. 当矩阵的特征向量中含有线性相关项时, 根据文献 [9] 中提供的方法对矩阵进行微小的摄动, 在保证矩阵指数计算精度的前提下可以使矩阵的特征向量线性无关.

$$e^{\xi \mathbf{A}T_s} = \boldsymbol{\kappa} \begin{bmatrix} e^{\xi \lambda_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{\xi \lambda_2} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & e^{\xi \lambda_N} \end{bmatrix} \boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} \delta(N, \xi, 1, 1) & \delta(N, \xi, 1, 2) & \cdots & \delta(N, \xi, 1, N) \\ \delta(N, \xi, 2, 1) & \delta(N, \xi, 2, 2) & \cdots & \delta(N, \xi, 2, N) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \delta(N, \xi, N, 1) & \delta(N, \xi, N, 2) & \cdots & \delta(N, \xi, N, N) \end{bmatrix} = \sum_{l=1}^{l=N} e^{\xi \lambda_l} \boldsymbol{\psi}(N, l). \quad (9)$$

在实际系统中, ζ 可能是 d_{ni} 的函数, 也就是系统状态变量的函数. 根据 (9) 式, 当系统参数确定后, 可以将 $e^{\zeta \mathbf{A}T_s}$ 矩阵的每个元素解析表示为 ζ 的函数, 也可以将 $e^{\zeta \mathbf{A}T_s}$ 表达成一系列常数矩阵与 $\zeta \lambda_i$ 的指数乘积的和. 通过 (9) 式将 ζ 在矩阵指数中解析表达出来, 为进一步简化工作提供了可能.

利用 (9) 式, 对 (4) 式进行变化得到

$$\phi(N, M) = E \sum_{i=1}^{i=M} \left(\sum_{l=1}^{l=N} \left(e^{\left(1 - \sum_{j=0}^{j=i-1} d_{nj} \right) \lambda_l} \right. \right.$$

设 ζ 为任意常数, 根据矩阵特性, $\zeta \mathbf{A}T_s$ 和 $\mathbf{A}T_s$ 的特征向量相同, $\zeta \mathbf{A}T_s$ 的特征值是 $\mathbf{A}T_s$ 的特征值的 ζ 倍. 设 $\lambda_1 - \lambda_M$ 为 $\mathbf{A}T_s$ (如果特征向量线性相关, 可以对其进行摄动) 的特征值, $\boldsymbol{\kappa}$ 为其 N 阶特征向量矩阵, $\boldsymbol{\rho}$ 为 $\boldsymbol{\kappa}$ 的逆矩阵, $\boldsymbol{\kappa}$ 与 $\boldsymbol{\rho}$ 的定义见附录 A.

令

$$\varepsilon(a, b, c) = \kappa_{ba} \rho_{ac}, \quad (6)$$

式中 a, b, c 定位了 κ_{ba}, ρ_{ac} 分别在 $\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\rho}$ 中的位置, 取值范围为 $1-N$.

令

$$\delta(N, \xi, b, c) = \sum_{a=1}^{a=N} \varepsilon(a, b, c) e^{\xi \lambda_a}, \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\psi}(N, l) = \begin{bmatrix} \varepsilon(l, 1, 1) & \varepsilon(l, 1, 2) & \cdots & \varepsilon(l, 1, N) \\ \varepsilon(l, 2, 1) & \varepsilon(l, 2, 2) & \cdots & \varepsilon(l, 2, N) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varepsilon(l, N, 1) & \varepsilon(l, N, 2) & \cdots & \varepsilon(l, N, N) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中, l 的取值范围为 $1-N$.

利用 (6)—(8) 式, $e^{\zeta \mathbf{A}T_s}$ 可以表示为

$$- e^{\left(1 - \sum_{j=1}^{j=i} d_{nj} \right) \lambda_l} \boldsymbol{\psi}(N, l) \boldsymbol{\beta}_i \Bigg). \quad (10)$$

(10) 式是一个列向量. 结合 (5), (9) 式, 可以得到 (10) 式中元素的解析表达.

令

$$\gamma(N, g, \xi_1, \xi_2, h) = \begin{bmatrix} \delta(N, \xi_1, h, 1) - \delta(N, \xi_2, h, 1), \\ \delta(N, \xi_1, h, 2) - \delta(N, \xi_2, h, 2), \\ \cdots, \\ \delta(N, \xi_1, h, N) \end{bmatrix}$$

$$- \delta(N, \xi_2, h, N) \beta_g, \quad (11)$$

$$\varphi(N, M, h) = \sum_{g=1}^{g=M} \gamma \left(N, g, 1 - \sum_{i=0}^{i=g-1} d_{ni}, 1 - \sum_{i=1}^{i=g} d_{ni}, h \right). \quad (12)$$

(11) 式中 ξ_1 和 ξ_2 是任意常数, h 代表 (11) 式的表达式属于第 h 个状态变量, 也就是 (10) 式中的行数, h 的取值范围为 $1-N$. g 是系统拓扑序列的编号, g 的取值范围为 $1-M$.

利用 (10)—(12) 式, $\phi(N, M)$ 可表示为

$$\phi(N, M) = E \begin{bmatrix} \varphi(N, M, 1) \\ \varphi(N, M, 2) \\ \dots \\ \varphi(N, M, N) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

系统的拓扑序列是由各个开关管的 PWM 信号也就是占空比决定的. 由于在数字系统中存在采样、计算延迟的影响, 第 n 个开关周期的占空比是在第 $n-1$ 个开关周期计算得到的. 令 $\mathbf{y}_n = \mathbf{x}_{n-1}$ 代表系统上一个开关周期的状态变量, 系统的状态变量变为 \mathbf{x}_n 和 \mathbf{y}_n . 数字系统中占空比的表达式可以写为

$$d_n = \begin{cases} 1 & f_d(\mathbf{y}_n) \geq 1, \\ f_d(\mathbf{y}_n) & 1 > f_d(\mathbf{y}_n) > 0, \\ 0 & 0 \geq f_d(\mathbf{y}_n), \end{cases} \quad (14)$$

式中, $f_d(\mathbf{y}_n)$ 是占空比变量与系统状态变量的对应关系, 与系统的控制方法有关.

根据 (8)—(14) 式, 得到状态变量间互相独立, 并且系数解析的 $N-M$ 数字控制单相全桥逆变电路的离散迭代映射为

$$\begin{aligned} x_{1(n+1)} &= f_{x_1}(N, M, \mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n) \\ &= \sum_{k=1}^{k=N} \delta(N, 1, 1, k) x_{kn} + E\varphi(N, M, 1), \\ x_{2(n+1)} &= f_{x_2}(N, M, \mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n) \\ &= \sum_{k=1}^{k=N} \delta(N, 1, 2, k) x_{kn} + E\varphi(N, M, 2), \\ &\dots \\ x_{N(n+1)} &= f_{x_N}(N, M, \mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n) \\ &= \sum_{k=1}^{k=N} \delta(N, 1, N, k) x_{kn} \\ &\quad + E\varphi(N, M, N). \end{aligned} \quad (15)$$

由于 (15) 式中的每个状态变量的离散迭代映射都互相独立, 并且具有解析表达的系数, 利用 (15) 式可以得出各元素解析表达的雅可比矩阵.

为了便于书写, 这里用 $\delta_{N-1}(b, c)$ 表示 $\delta(N, 1, b, c)$. 同时, 令

$$\Lambda(h) = E \frac{\partial \varphi(N, M, h)}{\partial d_n}, \quad (16)$$

元素解析的雅可比矩阵表达式为

$$J_{N-M} = \begin{bmatrix} \delta_{N-1}(1, 1) & \delta_{N-1}(1, 2) & \dots & \delta_{N-1}(1, N) & \Lambda(1) \frac{\partial d_n}{\partial y_1} & \Lambda(1) \frac{\partial d_n}{\partial y_2} & \dots & \Lambda(1) \frac{\partial d_n}{\partial y_N} \\ \delta_{N-1}(2, 1) & \delta_{N-1}(2, 2) & \dots & \delta_{N-1}(2, N) & \Lambda(2) \frac{\partial d_n}{\partial y_1} & \Lambda(2) \frac{\partial d_n}{\partial y_2} & \dots & \Lambda(2) \frac{\partial d_n}{\partial y_N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{N-1}(N, 1) & \delta_{N-1}(N, 2) & \dots & \delta_{N-1}(N, N) & \Lambda(N) \frac{\partial d_n}{\partial y_1} & \Lambda(N) \frac{\partial d_n}{\partial y_2} & \dots & \Lambda(N) \frac{\partial d_n}{\partial y_N} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

数字控制单相全桥逆变电路随着应用场合的不同, 其主电路结构与调制方式有许多变化. 但无论是滤波器 (L 滤波器、 LC 滤波器、 LCL 滤波器等) 和负载结构 (R, L, C 的组合) 的变化产生的系统阶数变化, 还是调制方法 (单极调制、双极调制)

和载波 (三角波、锯齿波) 的变化产生的系统拓扑序列改变, 只需对矩阵 $\mathbf{A}, \mathbf{B}_{ni}$ 做出相应的修改并代入相应 N, M 值, 就可以利用 (6)—(17) 式直接得出每个状态变量的离散迭代映射及元素解析的雅可比矩阵. 从而为解析描述 $N-M$ 数字控制单相

全桥逆变电路中变量与运动行为的关系提供了可能. 相对于传统方法只能利用数值计算“逐点”分析系统运动特性的局限性, 本文这种运动行为分析方法在易用性和灵活性等方面都具有明显的优势. 此方法可以直观描述数字单相全桥逆变系统的每个状态变量与其他状态变量及系统参数之间的关系, 从而建立系统参数与系统运动行为的解析联系.

3 3-3 数字控制单相全桥电压逆变电路应用实例

作为一个应用实例, 利用第 2 节提出的方法, 下面对数字控制对称 PWM 调制下, 采用 LC 滤波器带 RL 负载的单相全桥电压逆变系统在电容电压外环、电容电流内环、加给定电压前馈控制方

法下的运动特性进行分析.

系统结构如图 2 所示, L_f, C_f 分别为滤波电感、滤波电容; 根据文献 [10], 可以将电感和电容中的杂散电阻等效到电感侧, 设为 r_{zs} ; CM, VM 分别为电流传感器和电压传感器; L_1, R_1 分别为负载电感以及负载电阻; v_{ref} 是外环电压的参考值; k_{in}, k_{out}, k_{pre} 和 k_{sat} 分别为内环、外环、给定电压前馈系数和限幅比例系数. 系统参数的取值如表 1 所示.

表 1 系统参数表

变量	取值	变量	取值
E/V	100	L_f/mH	1
f_s/kHz	10	r_{zs}/Ω	0.5
f/Hz	50	L_1/mH	15
$v_{ref}/\sin(2\pi ft)$	70	r_{zsl}/Ω	0.3
k_{sat}	0.005	R_1/Ω	10
$C_f/\mu F$	20	k_{pre}	1

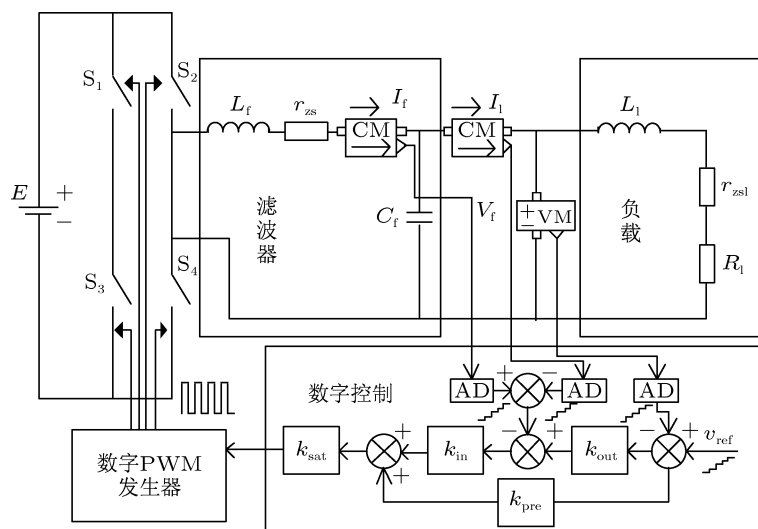


图 2 3-3 数字控制单相全桥电压逆变电路结构图

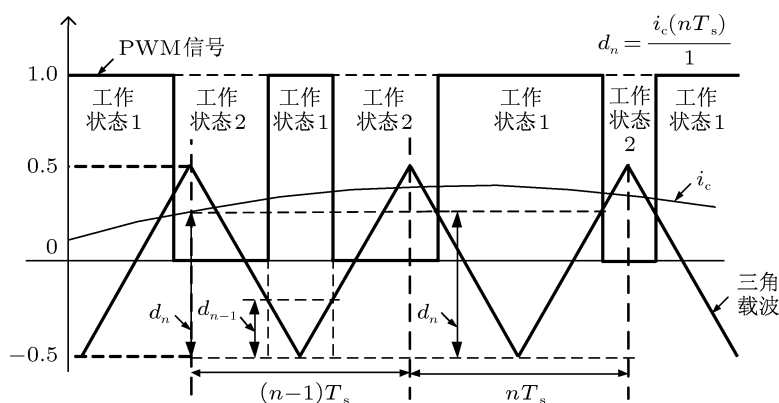


图 3 数字控制对称 PWM 调制策略

系统数字 PWM 发生器采用的是对称 PWM 调制策略, 如图 3 所示. 设 d_n 是系统在第 n 个开关周期的占空比, 在 PWM 信号两侧是时长为 $(1 - d_n)T_s/2$ 的低电平, 代表 S_2, S_3 开通, S_1, S_4 关断, 设为系统的工作状态 2; 在两个低电平中间, 是时长为 dT_s 的高电平, 代表 S_1, S_4 开通, S_2, S_3 关断, 设为系统的工作状态 1.

在实际控制中, 电压给定信号 v_{ref} 是正弦信号. 由于数字控制在一个开关周期内只进行一次采样计算, 同时输出电压频率远小于系统开关频率, 利用准静态分析^[11], 认为在一个开关周期内参考电压是一个恒值, 表示为

$$v_{\text{ref}n} = v_{\text{ref}}(nT_s). \quad (18)$$

3.1 3-3 数字控制单相全桥电压逆变系统的稳定性分析

根据图 2 中所示的系统结构图以及调制、控制方法, 选取系统状态变量 $\mathbf{x} = [i_f, v_f, i_l]^T$, 同时定义上一拍的 \mathbf{x} 为 $\mathbf{y} = [i_f^o, v_f^o, i_l^o]^T$. 由于采用数字对称 PWM 调制, 一个开关周期内系统有三次拓扑变化. $t_{n1} - t_{n3}, d_{n1} - d_{n3}$ 分别为第 n 个开关周期内每种拓扑的工作时间以及占空比. $\mathbf{A}, \mathbf{B}_{ni}, i \in \{1, 2, 3\}$ 是相应拓扑下的系统状态矩阵以及输入矩阵, 定义见附录 A. 根据控制规律有 $d_{n1} = d_{n3} = (1 - d_n)/2, d_{n2} = d_n, \mathbf{B}_{n1} = \mathbf{B}_{n3}, \mathbf{s}_1 = \boldsymbol{\beta}_1 = \boldsymbol{\beta}_3 = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_{n1}, \mathbf{s}_2 = \boldsymbol{\beta}_2 - \boldsymbol{\beta}_1 = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_{n2} - \mathbf{B}_{n1}$.

令 $N = 3, M = 3$. 设 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为矩阵 $\mathbf{A}T_s$ 的特征值, 根据此 3-3 系统的拓扑及系统占空比关系, 可以利用双曲正弦函数对 (10) 式进行化简.

定义函数

$$\Gamma(h, l, q) = \left[\delta(3, 0.5, h, 1), \delta(3, 0.5, h, 2), \delta(3, 0.5, h, 3) \right] \boldsymbol{\Psi}(3, l) \boldsymbol{\varsigma}_q, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \varphi(3, 3, h) &= \sum_{g=1}^{g=3} \gamma \left(3, g, 1 - \sum_{i=0}^{i=g-1} d_{ni}, 1 \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=1}^{i=g} d_{ni}, h \right) \\ &= 2E \sum_{l=1}^{l=3} \left(\Gamma(h, l, 1) \sinh \left(\frac{\lambda_l}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \Gamma(h, l, 2) \sinh \left(\frac{d_n \lambda_l}{2} \right) \right). \quad (20) \end{aligned}$$

根据第 2 节的定义, h, l 的取值范围为 1—3; q 代表工作状态, 取值范围为 1—2.

为了便于书写, 用 $\delta_{3-1}(b, c)$ 表示 $\delta(3, 1, b, c)$, 利用 (20) 式, 三阶系统的离散迭代映射为

$$\begin{aligned} i_{f(n+1)} &= f_{if}(\mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n) \\ &= \delta_{3-1}(1, 1) i_{fn} + \delta_{3-1}(1, 2) v_{fn} \\ &\quad + \delta_{3-1}(1, 3) i_{ln} \\ &\quad + 2E \sum_{l=1}^{l=3} \left(\Gamma(1, l, 1) \sinh \left(\frac{\lambda_l}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \Gamma(1, l, 2) \sinh \left(\frac{d_n \lambda_l}{2} \right) \right), \\ v_{f(n+1)} &= f_{vf}(\mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n) \\ &= \delta_{3-1}(2, 1) i_{fn} + \delta_{3-1}(2, 2) v_{fn} \\ &\quad + \delta_{3-1}(2, 3) i_{ln} \\ &\quad + 2E \sum_{l=1}^{l=3} \left(\Gamma(2, l, 1) \sinh \left(\frac{\lambda_l}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \Gamma(2, l, 2) \sinh \left(\frac{d_n \lambda_l}{2} \right) \right), \\ i_{l(n+1)} &= f_{il}(\mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n) \\ &= \delta_{3-1}(3, 1) i_{fn} + \delta_{3-1}(3, 2) v_{fn} \\ &\quad + \delta_{3-1}(3, 3) i_{ln} \\ &\quad + 2E \sum_{l=1}^{l=3} \left(\Gamma(3, l, 1) \sinh \left(\frac{\lambda_l}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \Gamma(3, l, 2) \sinh \left(\frac{d_n \lambda_l}{2} \right) \right). \quad (21) \end{aligned}$$

考虑数字控制的计算延时, 系统第 n 个开关周期的占空比 d_n 可以写为

$$\begin{aligned} f_d(\mathbf{y}_n) &= D + k_{\text{sat}} \left(k_{\text{in}} (k_{\text{out}} (v_{\text{ref}(n-1)} - v_{fn}^o) \right. \\ &\quad \left. - (i_{fn}^o - i_{ln}^o) + k_{\text{pre}}) \right) \\ &= D + k_{\text{sat}} (k_{\text{in}} k_{\text{out}} + k_{\text{pre}}) v_{\text{ref}(n-1)} \\ &\quad - k_{\text{sat}} k_{\text{in}} i_{fn}^o - k_{\text{sat}} k_{\text{in}} k_{\text{out}} v_{fn}^o \\ &\quad + k_{\text{sat}} k_{\text{in}} i_{ln}^o \\ &= D + k_{\text{vp}} v_{\text{ref}(n-1)} + k_{\text{if}} i_{fn}^o \\ &\quad + k_{\text{vf}} v_{fn}^o + k_{\text{il}} i_{ln}^o, \quad (22) \end{aligned}$$

(22) 式中, $k_{\text{vp}} = k_{\text{sat}} (k_{\text{in}} k_{\text{out}} + k_{\text{pre}})$, $k_{\text{if}} = -k_{\text{sat}} k_{\text{in}}$, $k_{\text{vf}} = k_{\text{sat}} k_{\text{in}} k_{\text{out}}$, $k_{\text{il}} = k_{\text{sat}} k_{\text{in}}$.

结合 (21), (22) 式, 令 $\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n$ 可以求出系统的平衡点, 分别设为 $\mathbf{x}_n^*, \mathbf{y}_n^*$. 令 $d_n^* = f_d(\mathbf{y}_n^*)$, 根据 (17), (21), (22) 式得到系统雅克比矩阵 J_{3-3} 为

$$J_{3-3} = \begin{bmatrix} \delta_{3-1}(1,1) & \delta_{3-1}(1,2) & \delta_{3-1}(1,3) & \Lambda(1)k_{if} & \Lambda(1)k_{vf} & \Lambda(1)k_{il} \\ \delta_{3-1}(2,1) & \delta_{3-1}(2,2) & \delta_{3-1}(2,3) & \Lambda(2)k_{if} & \Lambda(2)k_{vf} & \Lambda(2)k_{il} \\ \delta_{3-1}(3,1) & \delta_{3-1}(3,2) & \delta_{3-1}(3,3) & \Lambda(3)k_{if} & \Lambda(3)k_{vf} & \Lambda(3)k_{il} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

根据 (16), (21) 式, 结合系统参数得到 $\Lambda(x)$ 的表达式为

$$\begin{aligned} \Lambda(x) &= E \sum_{l=1}^{l=3} \Gamma(x, l, 2) \cosh\left(\frac{d_n^* \lambda_l}{2}\right) \lambda_l \\ &\approx E \sum_{l=1}^{l=3} \Gamma(x, l, 2) \lambda_l. \end{aligned} \quad (24)$$

利用 (19)—(24) 式得出系统解析的特征方程为

$$\lambda_J^2(\lambda_J^4 + \lambda_J^3 F_1 + \lambda_J^2 F_2 + \lambda_J F_3 + F_4) = 0, \quad (25)$$

其中, $F_1—F_4$ 的具体参数定义见附录 B. 由于采取了第 2 节中的方法, $F_1—F_4$ 是系统参数以及控制参数的函数, 具有解析的表达式. 可以就系统参数对系统根的分布以及运动特性的影响进行进一步分析.

随着控制参数不断增大, 系统的一对共轭虚根的模会变大. 当共轭虚根在单位圆上时, 若其余两个根仍然处于单位圆内时, 系统随着参数的变化会发生 Hopf 分岔. 由此, 根据 (25) 式, 得出此三阶系统发生 Hopf 分岔的判别式为

$$|F_4| < 1, \quad F_2 + \frac{F_3 - F_1 F_4}{F_4 - 1} > -1. \quad (26)$$

当系统采用电容电压外环、电容电流内环、加给定电压前馈控制时, 根据 (26) 式, 最先超越单位圆的根总是共轭虚根. 根据韦达定理得出系统控制参数 k_{in}, k_{out} 的稳定边界满足以下关系:

$$\begin{aligned} &\mu_2 + \mu_{2.in} k_{in} + \mu_{2.all} k_{in} k_{out} \\ &= \mu_{4.in} k_{in} + \mu_{4.all} k_{in} k_{out} + 1 \\ &+ \frac{\mu_1 - \mu_3 - \mu_{3.in} k_{in} - \mu_{3.all} k_{in} k_{out}}{\mu_{4.in} k_{in} + \mu_{4.all} k_{in} k_{out} - 1} \left(-\mu_1 \right. \\ &\left. - \frac{\mu_1 - \mu_3 - \mu_{3.in} k_{in} - \mu_{3.all} k_{in} k_{out}}{\mu_{4.in} k_{in} + \mu_{4.all} k_{in} k_{out} - 1} \right), \end{aligned} \quad (27)$$

(27) 式中参数的具体定义见附录 C.

系统发生 Hopf 分岔后会产生振荡 [12,13], 振荡频率可以通过特征根计算得出. 设失稳时的控制器参数为 k_{in}^*, k_{out}^* , 则系统的振荡频率 f_{os} 为

$$\begin{aligned} f_{os} &= \frac{1}{2\pi T_s} \arccos\left[\left(\mu_1 - \mu_3 - \mu_{3.in} k_{in}^* \right. \right. \\ &\left. \left. - \mu_{3.all} k_{in}^* k_{out}^*\right) / \left(2\mu_{4.in} k_{in}^* \right. \right. \\ &\left. \left. + 2\mu_{4.all} k_{in}^* k_{out}^* - 2\right)^{-1}\right]. \end{aligned} \quad (28)$$

通过对 (27), (28) 式求解, 得到系统的一组分岔点为 $k_{out} = 1, k_{in} = 0.096$; 此时发生 Hopf 分岔的振荡频率为 1190.4 Hz.

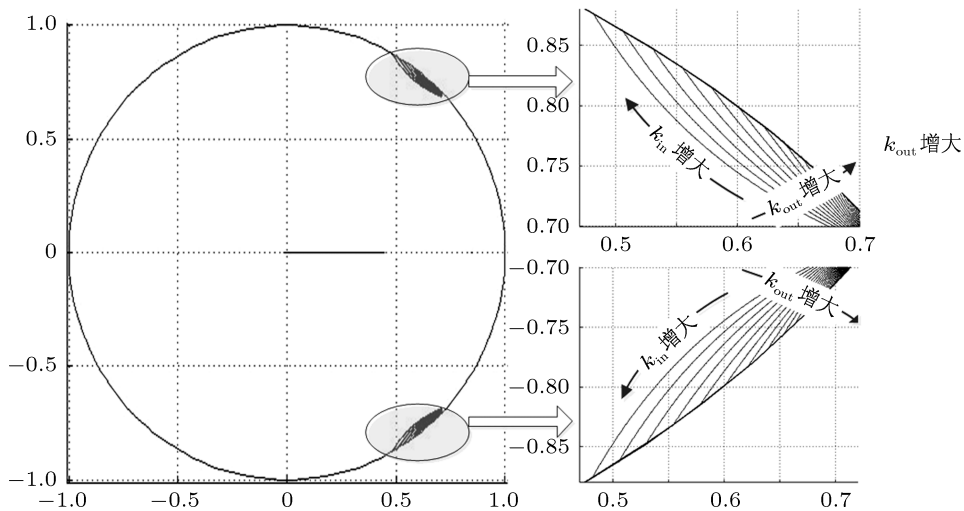


图 4 三阶系统特征根轨迹

3.2 3-3 数字控制单相全桥电压逆变系统的稳定性验证

当系统参数如表 1 所示时, 利用计算机数值计算精确地计算出 k_{in} , k_{out} 在 0—1000 之间以 0.01 为步长变化时此三阶系统的特征根在单位圆内的变化趋势如图 4 所示. 从图 4 中可以发现随着系统控制参数的增大, 此三阶系统的特征根始终以共轭复根的形式穿出单位圆, 系统发生 Hopf 分岔, 证明了 (26) 式表示的 Hopf 分岔判别式的正确性.

在分岔点 ($k_{out} = 1, k_{in} = 0.096$) 时得到 v_f 波形以及 v_f 的 FFT 分析结果如图 7 所示. v_f 在一个运行周期内经历了大约 24 次震荡. 通过 FFT 分析, 电压波形中不仅含有 50 Hz 的基波成分, 还出现了振荡频率约为 1190 Hz 的谐波成分. 振荡频率和理

论计算值符合, 证明了 (28) 式所示的振荡频率计算式的正确性.

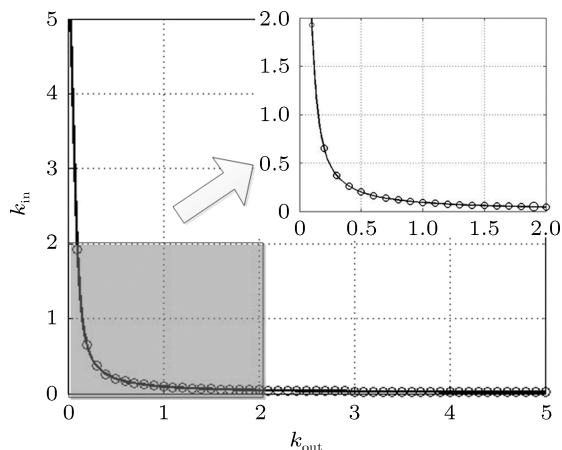


图 5 系统的稳定范围

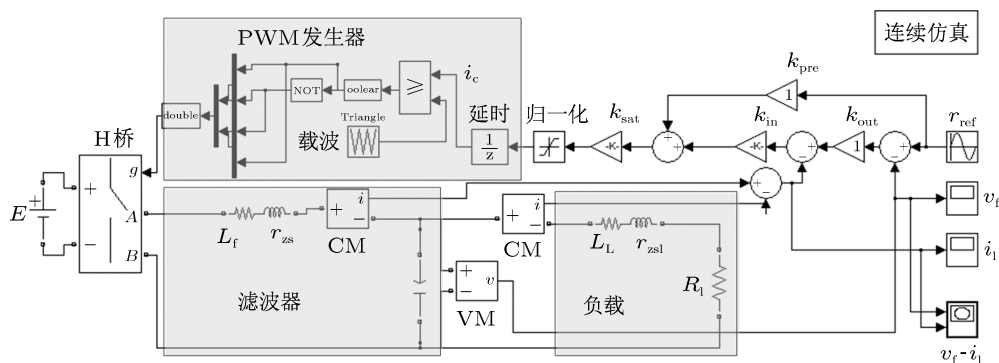


图 6 三阶系统仿真电路图

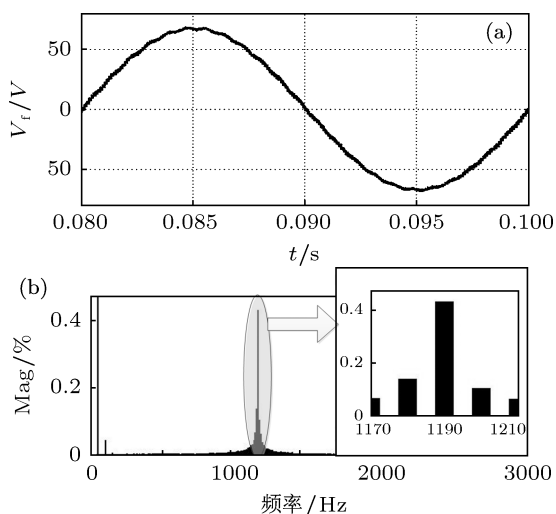


图 7 三阶系统的 Simulink 仿真结果 (a) v_f 时域波形; (b) FFT 分析结果

对三阶系统的运动行为进行试验研究, 以验证理论分析的正确性. 实验电路拓扑结构与图 2 相同, 系统参数选取如表 1 所示. 经过实验分析,

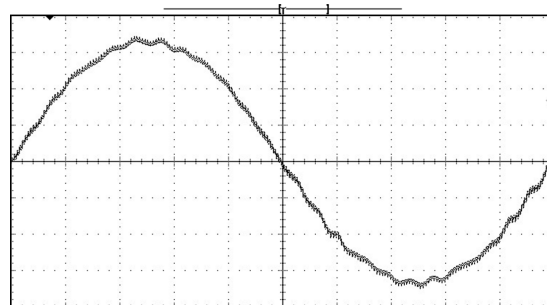


图 8 $k_{out} = 1, k_{in} = 0.087$ v_f 实验波形 (纵轴: 25 V/div; 横轴: 2 ms/div)

$k_{out} = 1, k_{in} = 0.087$ 是系统发生 Hopf 分岔的分岔点. 此时系统电容电压的实验波形如图 8 所示, 与 Simulink 仿真结果相似. 从图 8 中可以看出, 在一个运行周期内系统约发生了 23 次振荡, 振荡频率约为 1150 Hz, 与理论分析接近. 由于没有考虑逆变器死区作用以及开关管的损耗等, 实验产生了一定的误差.

4 结论

本文针对 N - M 数字控制单相全桥逆变电路, 通过严格数学推导, 提出了一种新的运动分析方法. 此方法具有良好的通用性, 当系统阶数以及调制方法发生改变时, 只需修改相应的系统参数就可以直接加以应用; 同时利用此方法可以得到系统离散迭代映射的系数矩阵以及雅克比矩阵中各个元素的解析表达式, 从而可以解析描述系统状态变量的演化过程, 并加以分析.

以 3-3 数字控制单相全桥电压逆变电路为例, 代入相应参数, 利用本文提出的方法得到了其发生 Hopf 分岔的判别式、稳定范围的解析表达式、发生 Hopf 分岔后系统振荡频率的解析表达式, 并通过计算机数值计算、Simulink 仿真与电路实验证明了理论分析的正确性.

对于 N - M 数字控制单相全桥逆变电路而言, 本文所提出的运动行为分析方法, 简化了系统的建模过程, 建立了不同主电路结构及调制方法的系统之间的联系, 有利于数字控制单相桥式逆变电路新拓扑、新调制方法的提出. 同时, 上述方法解析的描述了系统的每个状态变量与其他状态变量及系统参数之间的关系, 建立了系统参数与系统运动行为之间的解析联系, 可以得到类似线性分析方法的系统特性解析表达, 有利于实际工程应用.

附录 A

$$\kappa = \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & \cdots & \kappa_{1N} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} & \cdots & \kappa_{2N} \\ \cdots & & & \\ \kappa_{N1} & \kappa_{N2} & \cdots & \kappa_{NN} \end{bmatrix}, \quad (\text{A1})$$

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \kappa_{1N} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \kappa_{2N} \\ \cdots & & & \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & \kappa_{NN} \end{bmatrix}, \quad (\text{A2})$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{r_{zs}}{L_f} & -\frac{1}{L_f} & 0 \\ \frac{1}{C_c} & 0 & -\frac{1}{C_c} \\ 0 & \frac{1}{L_l} & -\frac{R_l + r_{zsl}}{L_l} \end{bmatrix}, \quad (\text{A3})$$

$$B_{n1} = \left[\frac{1}{L_f}, 0, 0 \right]^T, \quad (\text{A4})$$

$$B_{n2} = \left[-\frac{1}{L_f}, 0, 0 \right]^T. \quad (\text{A5})$$

附录 B

$$H_1(i) = \begin{cases} 2 & (i=1), \\ 3 & (i=2), \\ 1 & (i=3), \end{cases} \quad (\text{B1})$$

$$H_2(i) = \begin{cases} 3 & (i=1), \\ 1 & (i=2), \\ 2 & (i=3), \end{cases} \quad (\text{B2})$$

$$G(i, j) = \begin{cases} \Lambda(j)(\delta_{3-1}(H_1(j), H_1(j)) \\ + \delta_{3-1}(H_2(j), H_2(j))) & (i=j), \\ -\Lambda(j)\delta_{3-1}(i, j) & (i \neq j), \end{cases} \quad (\text{B3})$$

$$Q(i) = \sum_{j=1}^{j=3} \Lambda(j)\delta_{3-1}(H_1(j), H_1(i)) \\ \times \delta_{3-1}(H_2(j), i) \\ - \sum_{j=1}^{j=3} \Lambda(j)\delta_{3-1}(H_1(j), i) \\ \times \delta_{3-1}(H_2(j), H_1(i)), \quad (\text{B4})$$

$$F_1 = -(\delta_{3-1}(1, 1) + \delta_{3-1}(2, 2) + \delta_{3-1}(3, 3)), \quad (\text{B5})$$

$$F_2 = \sum_{i=1}^{i=3} \delta_{3-1}(j, j)\delta_{3-1}(H_1(j), H_1(j)) \\ - \sum_{i=1}^{i=3} \delta_{3-1}(j, H_1(j))\delta_{3-1}(H_1(j), j) \\ - \Lambda(1)k_{ifc} - \Lambda(2)k_{vfc} - \Lambda(3)k_{ilc}, \quad (\text{B6})$$

$$F_3 = k_{ifc} \sum_{j=1}^{j=3} G(1, j) + k_{vfc} \sum_{j=1}^{j=3} G(2, j) \\ + k_{ilc} \sum_{j=1}^{j=3} G(3, j) \\ + \sum_{j=1}^{j=3} \delta_{3-1}(1, j)(\delta_{3-1}(H_1(j), H_2(j)) \\ \times \delta_{3-1}(H_2(j), H_1(j))) \\ - \sum_{j=1}^{j=3} \delta_{3-1}(1, j)(\delta_{3-1}(H_1(j), H_1(j)) \\ \delta_{3-1}(H_2(j), H_2(j))), \quad (\text{B7})$$

$$F_4 = k_{ifc}Q(2) + k_{vfc}Q(3) + k_{ilc}Q(1). \quad (\text{B8})$$

附录 C

$$\eta_1 = F_1, \quad (\text{C1})$$

$$\eta_2 = \sum_{i=1}^{i=3} \delta_{3-1}(j, j)\delta_{3-1}(H_1(j), H_1(j))$$

$$-\sum_{i=1}^{i=3} \delta_{3-1}(j, H_1(j)) \delta_{3-1}(H_1(j), j), \quad (C2)$$

$$\eta_{2.in} = \frac{dF_2}{dk_{in}} = -k_{sat}(\Lambda(3) - \Lambda(1)), \quad (C3)$$

$$\eta_{2.all} = \frac{dF_2}{dk_{all}} = -k_{sat}(\Lambda(3) - \Lambda(1)), \quad (C4)$$

$$\begin{aligned} \eta_3 = & \sum_{j=1}^{j=3} \delta_{3-1}(1, j) (\delta_{3-1}(H_1(j), H_2(j)) \\ & \times \delta_{3-1}(H_2(j), H_1(j))) \\ & - \sum_{j=1}^{j=3} \delta_{3-1}(1, j) (\delta_{3-1}(H_1(j), H_1(j))) \end{aligned}$$

$$\times \delta_{3-1}(H_2(j), H_2(j)), \quad (C5)$$

$$\eta_{3.in} = \frac{dF_2}{dk_{in}} = k_{sat} \left(\sum_{j=1}^{j=3} G(3, j) - \sum_{j=1}^{j=3} G(1, j) \right), \quad (C6)$$

$$\eta_{3.all} = \frac{dF_3}{dk_{all}} = k_{sat} \sum_{j=1}^{j=3} G(2, j), \quad (C7)$$

$$\eta_{4.in} = \frac{dF_4}{dk_{in}} = k_{sat}(Q(1) - Q(2)), \quad (C8)$$

$$\eta_{4.all} = \frac{dF_4}{dk_{all}} = k_{sat}Q(3). \quad (C9)$$

- [1] Robert B, Robert C 2002 *Int. J. Contr.* **75** 1356
- [2] Iu H H C, Robert B 2003 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **150** 1125
- [3] Robert B, Iu H H C, Feki M 2004 *Int. J. Circ. Sys. Comp.* **150** 1125
- [4] Li M, Dai D, Ma X K 2008 *Circuits Syst. Signal Processing* **27** 811
- [5] Wang X M, Zhang B, Qiu D Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2248 (in Chinese) [王学梅, 张波, 丘东元 2009 物理学报 **58** 2248]
- [6] Aroudi A E, Rodriguez E, Orabi M, Alarcon E 2010 *Int. J. Circ. Theor. Appl.* **10** 627
- [7] Hiroyuki A, Takuji K 2010 *Int. J. Circ. Theor. Appl. Int. J. Birf. Chaos* **21** 985
- [8] Tse C, Bernardo M D 2002 *IEEE Trans. Power Electron* **90** 768
- [9] Moler C, Loans C V 1978 *SIAM REVIEW* **20** 801
- [10] Zhang K, Kang Y, Xiong J, Chen J 2003 *IEEE Trans. Power. Electron* **18** 784
- [11] Tse C 2003 *Complex Behavior in Switching Power Converters* (Boca Raton, CRC) P59
- [12] Mazumder S K, Nayfeh A, Boroyevich D 2001 *IEEE Trans. Power Electron* **16** 201
- [13] Zhao Y B, Luo X S, Fang J H, Wang B H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5022 (in Chinese) [赵益波, 罗晓曙, 方锦清, 汪秉宏 2005 物理学报 **54** 5022]

Analysis of dynamic behavior in the digitally controlled single-phase full-bridge inverter*

Lei Bo[†] Xiao Guo-Chun Wu Xuan-Lü

(State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment, School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 25 July 2011; revised manuscript received 31 August 2011)

Abstract

Considering the multiformity in the PWM modulation principle, the diversity in the structures of filter and load, and the limitation of the method based on state transition matrix in the analysis of digital controlled single-phase full-bridge inverter, we present a new method based on analytic expression of the elements in the state transition matrix. This method can analytically express the relationship between the parameters and the dynamic motion of a system named N - M digitally controlled single-phase full-bridge inverter, which has N state variables and structure changing M times within one switching cycle. As an example, the discriminant of Hopf bifurcation, the analytic expressions of the stability boundary and the oscillation frequency of a 3-3 digitally controlled single-phase full-bridge inverter are derived. Finally, the theoretical results are verified by simulations and circuit experiments.

Keywords: single-phase full-bridge inverter, digital control, discrete-time iterative map, dynamic behavior

PACS: 05.45.-a

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50877065).

[†] E-mail: leibo@stu.xjtu.edu.cn