

目标宽带电磁散射特性的自适应分析*

杜红梅¹⁾ 陈明生^{2)†} 吴先良¹⁾²⁾

1) (安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室, 合肥 230039)

2) (合肥师范学院物理与电子工程系, 合肥 230601)

(2011年6月29日收到; 2011年8月24日收到修改稿)

本文采用有理逼近中的误差分析方法, 对渐近波形估计的计算结果进行了误差分析, 从而提出了一种有效计算带宽的估计方法, 并构造了一种任意给定频段自适应扫频计算方法. 通过对不同几何形态的三维导体目标、色散介质目标的宽带电磁散射特性进行分析, 并将计算结果与解析解、矩量法逐点计算进行了比较, 验证了此算法的有效性.

关键词: 渐近波形估计, 误差分析, 自适应扫频分析, 色散介质目标

PACS: 72.20.Dp, 71.15.Dx, 92.60.Ta, 02.60.-x

1 引言

随着电磁场理论的研究和应用不断深入, 工程中越来越多的问题需要在一个很宽的频带内获得参数的频率响应. 如在雷达目标识别中需要获得目标的宽带雷达散射截面 (RCS) 以产生一维距离像和合成孔径雷达像, 在天线分析与设计中, 需要在一个很宽的频带内计算输入阻抗.

矩量法 (MOM) 结合积分方程^[1] 是分析电磁场问题的一种有效手段, 可实现目标电磁散射特性的精确分析, 随着以快速多极子 (FMM)^[2,3] 为代表的快速算法的迅速发展, 该方法已被广泛应用于电磁场问题的求解中. 由于为频域计算方法, 在分析宽频带问题时只能采用逐点计算, 这将使得其计算时间大为增加. 为了克服这一问题, 参数模型估计方法 (MBPE)^[4]、渐近波形估计方法 (AWE)^[5-7]、模型降阶方法 (MOR)^[8]、以及自适应学习查找方法 (actively sampling)^[9] 等相继提出, 其中 MBPE 利用单个或多个频率点的采样信息获得激励电流关于频率的有理逼近函数, AWE 技术一定程度上可以视为渐近波形估计方法在单频率点采样的特例, 与 AWE 相比, MBPE 需在多点采样, 那么在给定频带内如何在采样以满足计算精度要求便

成为 MBPE 的瓶颈, 而文献 [10] 提出了一种改进的 MBPE 方法, 给出了一种自适应选择采样频率点的技术. 为了避免 AWE 方法等由显式矩匹配带来的系数矩阵病态的影响, 文献 [11] 提出了一种二阶 Arnoldi 算法加以克服, 而文献 [12] 则基于指数展开形式提出了一种能够自适应选择下一个采样点的自适应学习查找技术, 为各宽频分析方法的自适应采样提供了新思路. 上述方法逐渐在宽频问题的分析中发挥着愈加重要的作用, 然各种方法毫无例外的碰到了给定频带如何采样实现高精度计算问题, 目前各种方法解决的思路大都从如何判断下一个采样点着手, 至于采样多少后能够达到计算精度要求则涉及较少, 而采用自适应增加频率点前后的精度改善为停止采样的判断标准亦不能总是适用. 如何能在计算过程中进行实时的误差分析 (实时有效带宽估计) 必然成为一个重要的研究课题.

本文利用 Padé 逼近的误差分析, 对单次 AWE 的计算结果进行评估, 实时判断了 AWE 计算的有效带宽, 在此基础上, 提出了一种自适应分析方法用于目标在任意给定频段内的电磁散射特性分析. 由于是精确衔接, 该方法可充分地利用单次 AWE 的计算结果. 通过对不同几何形态的三维理想导体目标、色散介质目标的宽带电磁散射特

* 国家自然科学基金重点项目 (批准号: 60931002), 国家自然科学基金 (批准号: 61001033), 安徽高校省级自然科学研究重点项目 (KJ2011A240) 和安徽省优秀青年基金 (批准号: 10040606Y08) 资助的课题.

† E-mail: chenms@ustc.edu.cn

性进行分析,验证了算法的正确性和高效性.

2 积分方程的矩量法解

对于任意形状的导体目标,利用理想导体表面 S 上切向场所满足的边界条件,可以得到如下形式的电场积分方程:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \times \mathbf{j}k\eta \iint_S \left(\mathbf{J}(\mathbf{r}')g(\mathbf{r},\mathbf{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') \right) dS' \\ = \mathbf{n} \times \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$ 为入射场, $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ 为导体表面感应电流, \mathbf{n} 为表面单位外法矢, $g(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ 为自由空间的格林函数.

对于任意形状的介质目标,利用内外等效原理,在介质体内外可获得两组电磁场积分方程. 对其进行不同处理,可得不同的关于表面等效电磁、流的积分方程组, PMCHWT 方程便是较为常用的一种组合,其以良好的矩阵性态、抗内谐振及较高的计算精度等特点而被广泛应用:

$$\begin{aligned} [\eta_1 \mathbf{L}_1(\mathbf{J}) + \eta_2 \mathbf{L}_2(\mathbf{J}) - \mathbf{K}_1(\mathbf{M}) - \mathbf{K}_2(\mathbf{M}) \\ = \mathbf{E}^{\text{inc}}]_{\text{tan}}, \\ [\eta_1 \mathbf{K}_1(\mathbf{J}) + \eta_2 \mathbf{K}_2(\mathbf{J}) + \mathbf{L}_1(\mathbf{M}) + \mathbf{L}_2(\mathbf{M}) \\ = \eta_1 \mathbf{H}^{\text{inc}}]_{\text{tan}}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\eta_i = \sqrt{\mu_i/\varepsilon_i}$, $\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$ 与 $\mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$ 为入射场, \mathbf{J}, \mathbf{M} 为目标表面感应电、磁流, 积分算子 \mathbf{L}, \mathbf{K} 定义如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_i(\mathbf{X}) = \mathbf{j}k_i \iint_S \left(\mathbf{X}(\mathbf{r}') + \frac{1}{k_i^2} \nabla \nabla' \cdot \mathbf{X}(\mathbf{r}') \right) \\ \times g_i(\mathbf{r},\mathbf{r}') dS', \\ \mathbf{K}_i(\mathbf{X}) = \iint_S \mathbf{X}(\mathbf{r}') \times \nabla g_i(\mathbf{r},\mathbf{r}') dS'. \end{aligned} \quad (3)$$

对于色散介质目标,其介电常数可由 Debye 模型^[13]描述,

$$\varepsilon_2(\omega) = \varepsilon'_{2\infty} + \frac{\varepsilon'_{2s} - \varepsilon'_{2\infty}}{1 + \mathbf{j}\omega\tau_e}, \quad (4)$$

其中 ε'_{2s} 表示静介电常数, $\varepsilon'_{2\infty}$ 表示光频介电常数, τ_e 为弛豫时间由下式定义:

$$\tau_e = \tau \frac{\varepsilon'_{2s} + 2\varepsilon_0}{\varepsilon'_{2\infty} + 2\varepsilon_0}. \quad (5)$$

应用矩量法,采用 Rao-Wilton-Glisson (RWG) 基函数电、磁流进行展开,可获得关于 (1) 或 (2) 式的矩阵方程

$$\mathbf{Z}(k)\mathbf{I}(k) = \mathbf{V}(k), \quad (6)$$

其中 $\mathbf{Z}(k)$ 为阻抗矩阵, $\mathbf{I}(k)$ 为电、磁流系数向量, $\mathbf{V}(k)$ 为激励向量.

3 渐近波形估计

AWE 技术是通过将 (6) 式中的 $\mathbf{I}(k)$ 展开成关于中心频率点 k_0 的泰勒级数,得到频带内的目标表面电流,即

$$\mathbf{I}(k) \approx \sum_{n=0}^N m_n (k - k_0)^n, \quad (7)$$

展开系数的表达式为

$$\begin{aligned} m_0 = \mathbf{Z}^{-1}(k_0)\mathbf{V}(k_0), \\ m_n = \mathbf{Z}^{-1}(k_0) \left[\frac{\mathbf{V}^{(n)}(k_0)}{n!} - \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{Z}^{(i)}(k_0)m_{n-i}}{i!} \right], \\ (n = 1, 2, \dots, N). \end{aligned} \quad (8)$$

(9) 式中 $\mathbf{Z}^{(i)}(k)$ 表示 $\mathbf{Z}(k)$ 的 i 阶导数, $\mathbf{V}^{(n)}(k)$ 表示 $\mathbf{V}(k)$ 的 n 阶导数. 为了扩大收敛半径,可通过 Padé P 逼近将 $\mathbf{I}(k)$ 展开为有理函数,即

$$\mathbf{I}(k) = \sum_{i=0}^L a_i (k - k_0)^i \Big/ \sum_{j=0}^M b_j (k - k_0)^j, \quad (10)$$

式中 $L + M = N$, 且 $L = M$ 或 $L = M + 1$.

4 有理逼近的误差分析及自适应扫频

在处理很多实际计算问题中,并无现成的参考解或理论解. 此时,采用 AWE 获得了有理逼近之后并不能判定解的正确性. 为此,引入帕德逼近误差的理论分析^[14],以期对 AWE 的计算结果做出实时分析与评价.

首先对波数进行变量替换处理,即

$$x = \frac{k - k_0}{\kappa}, \quad (11)$$

其中 $\kappa = \max |k - k_0|$, 以使 $|x| \leq 1$, 则

$$\mathbf{I}(k) = \sum_{n=0}^{\infty} m_n \kappa^n x^n = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{m}_n x^n, \quad |x| \leq 1, \quad (12)$$

而相应的有理逼近及其系数也同时调整为

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(k) = \mathbf{R}_{\text{LM}}(k) = R_{\text{LM}}(x) = \frac{\mathbf{P}_L(x)}{\mathbf{Q}_M(x)} \\ = \frac{\bar{a}_0 + \bar{a}_1 x + L + \bar{a}_L x^L}{1 + \bar{b}_1 x + L + \bar{b}_M x^M}, \quad |x| \leq 1, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{a}_i = a_i \kappa^i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, L, \\ \bar{b}_j = a_j \kappa^j, \quad j = 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (14)$$

变换后 \bar{a}_i, \bar{b}_j 与 \bar{m}_n 依然满足传统 AWE 中的展开系数关系. 在求解展开系数时, 若直接应用 (8) 与 (9) 式求解, 可能会遇到奇异性问题, 因此我们采用了奇异值分解法 (SVD), 相应的展开系数表达式调整为

$$m_0 = \mathbf{V} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}(k_0) \mathbf{V}(k_0), \quad (15)$$

$$m_n = \mathbf{V} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}(k_0) \left[\frac{\mathbf{V}^{(n)}(k_0)}{n!} - \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{Z}^{(i)}(k_0) m_{n-i}}{i!} \right], \quad (16)$$

式中 \mathbf{V} 和 \mathbf{U} 为酉矩阵、 \mathbf{D} 为对角线元素是 \mathbf{Z} 的奇异值的对角线矩阵 (对角线元素由上到下减少), 且满足

$$\mathbf{U}^* \mathbf{Z} \mathbf{V} = \mathbf{D}. \quad (17)$$

由 (12),(13) 式可得

$$\mathbf{Q}_M(x) \sum_{n=0}^{\infty} \bar{m}_n x^n - \mathbf{P}_L(x) = x^{L+M+1} \sum_{l=0}^{\infty} r_l x^l, \quad (18)$$

其中 r_l 可通过高于 x^{L+M+1} 次项的系数得到

$$r_l = \sum_{j=0}^M \bar{b}_j \bar{m}_{L+M+1+l-j}. \quad (19)$$

由于 $|\bar{m}_n|$ 通常是递减的, $|r_l|$ 迅速减小, 且 $|x| \leq 1$, 所以 $\mathbf{I}(k)$ 与 $\mathbf{R}_{LM}(x)$ 的误差

$$\begin{aligned} \text{err} &= |\mathbf{I}(k) - \mathbf{R}_{LM}(x)| = \left| \frac{x^{L+M+1}}{\mathbf{Q}_M(x)} \sum_{l=0}^{\infty} r_l x^l \right| \\ &\approx \left| \frac{r_0 x^{L+M+1} + r_1 x^{L+M+2}}{\mathbf{Q}_M(x)} \right|, \end{aligned} \quad (20)$$

即使用前两项近似无穷级数 $\sum_{l=0}^{\infty} r_l x^l$ 获得误差比较精确的估计.

对于给定的频带 $[k_a, k_b]$, 由 (17) 式可以构建新的自适应宽频带计算方法:

1) 选择中心频率点 $k_{\text{mid}} = \frac{k_a + k_b}{2}$ 进行 AWE 计算, 在给定的误差范围内按 (20) 式估计 k_{mid} 两边带宽 $\Delta k_a, \Delta k_b$;

2) 若 $\Delta k_a \geq k_{\text{mid}} - k_a$, 且 $\Delta k_b \geq k_b - k_{\text{mid}}$, 则直接选择 $[k_a, k_b]$ 计算可得精确结果;

3) 若 $\Delta k_a \geq k_{\text{mid}} - k_a$, 但 $\Delta k_b < k_b - k_{\text{mid}}$, 则选择 $[k_{\text{mid}} + \Delta k_b, k_b]$ 回到 1) 重新计算;

4) 若 $\Delta k_a < k_{\text{mid}} - k_a$, 但 $\Delta k_b \geq k_b - k_{\text{mid}}$, 则选择 $[k_a, k_{\text{mid}} - \Delta k_a]$ 回到 1) 重新计算;

5) 若 $\Delta k_a < k_{\text{mid}} - k_a$, 且 $\Delta k_b < k_b - k_{\text{mid}}$, 则选择 $[k_{\text{mid}} + \Delta k_b, k_b], [k_a, k_{\text{mid}} - \Delta k_a]$ 回到 1) 重新计算.

自适应宽频带计算方法主要是充分利用单次 AWE 计算的结果, 结合误差分析计算出误差, 然后再衔接, 最终获得满足给定的频带 $[k_a, k_b]$ 内的精度要求的计算结果, 为宽带电磁散射计算问题提供了一种新途径.

5 数值结果

首先为了验证自适应的 AWE 算法的正确性, 考虑半径为 0.318 cm 的导体球, 分析其在 5—80 GHz 间的电磁散射特性 (40 GHz 之前共生成 480 个未知量, 40 GHz 之后生成 960 个未知量). 若直接应用 AWE 技术展开需要增加泰勒级数的阶数, 这无疑会使得内存耗费急剧增加, 且研究表明当阶数增加到一定程度以后精度提高变得缓慢 [15]. 为此我们采用所给误差估计的方法判断误差来对该频段进行自适应展开点选择, 具体求解流程图如图 1 所示. 应用采用自适应的 AWE 算法 ($L = 4, M = 3$), 通过三层展开, 分别在 19.5 GHz, 42.5 GHz, 54.5 GHz, 65 GHz 和 75 GHz 五个频率点对电流进行展开求解, 获得了导体球在频段 5—80 GHz 内的宽带雷达散射截面结果, 并与解析解进行比较. 如图 2 所示所得结果能够很好的与解析解符合, 进而验证该方法的正确性.

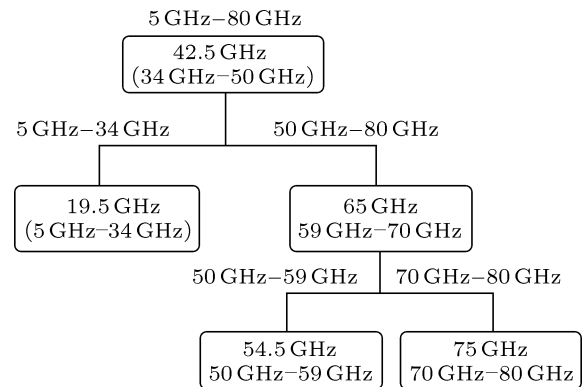


图 1 导体球给定频段计算流程

为了进一步验证自适应的 AWE 算法对任意形状导体目标的高效性, 我们又考虑一尺寸为 1 cm × 1 cm 的导体平板, 平行于 xy 平面放置, 在 x 方向传播 y 方向极化的平面波照射下, 分别采用自适应的 AWE 方法与矩量法计算其宽

频响应结果. 如图 3 所示两种计算方法的结果是符合的. 在相同的计算环境下, 采用矩量法直接计算时, 以 0.5 GHz 为步长, 耗费 1635 s 完成 2—70 GHz 频带内的计算, 而采用自适应的渐近波形估计算法(展开点为 13.25 GHz, 36 GHz, 和 54 GHz), 以 0.1 GHz 为步长, 耗时 314 s 完成计算. 通过图 3 和计算时间的比较, 在保持高精度的前提下, 自适应的 AWE 算法计算所需的时间较矩量法节约了 80%, 较大的提高了计算的效率, 从而验证了该算法对任意形状导体目标的高效性和正确性.

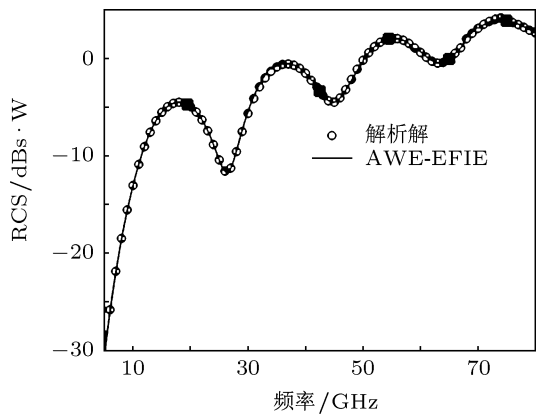


图 2 导体球给定频段计算结果

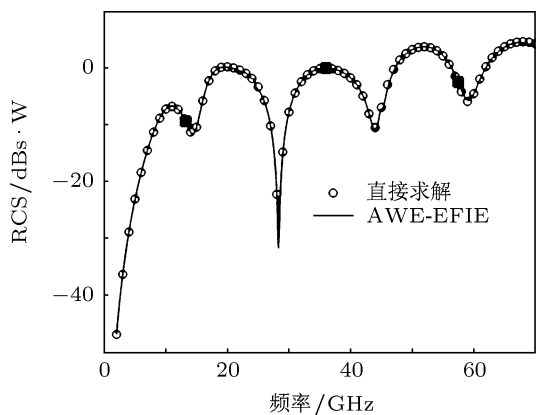


图 3 导体平板给定频段计算结果

最后为了验证自适应的 AWE 算法对任意材料目标的高效性, 我们用自适应的 AWE 算法和矩量法计算了介质立方体(目标表面剖分成 768 个

三角单元, 未知量数为 2304) 在色散 ($\epsilon'_{rs} = 2.0$, $\epsilon'_{r\infty} = 1.0$, $\tau = 4.59$ ps/rad) 与非色散 ($\epsilon_r = 2.0$, $\mu_r = 1.0$) 两种情况下的宽带响应雷达散射截面. 如图 4 所示两种计算方法的结果是符合的. 采用矩量法直接求解 PMCHWT 方程, 以 0.5 GHz 为步长分别耗费 4674 s, 4653 s 完成色散与非色散情况下 2—30 GHz 内的计算; 而采用自适应的渐近波形估计算法(色散介质展开点: 6 GHz, 16 GHz, 25.25 GHz; 非色散介质展开点: 6.25 GHz, 16 GHz, 25.5 GHz), 以 0.1 GHz 为步长, 分别耗费 1394 s 与 1387 s 完成计算. 通过图 4 和计算时间的比较, 在保持高精度的前提下, 自适应的 AWE 算法计算所需的时间较矩量法节约了 66%, 较大的提高了计算的效率, 从而验证了该算法对任意材料目标的高效性和正确性.

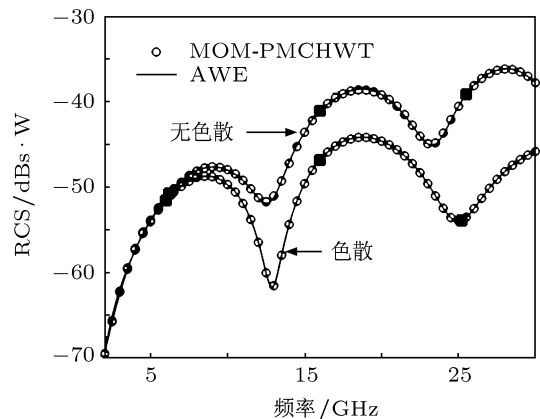


图 4 介质立方体、色散介质立方体给定频段的计算结果

6 结论

本文研究了一种适用于目标宽带电磁散射特性分析的仿真算法, 主要是采用有理逼近的误差分析方法, 实现了渐近波形估计的有效带宽估计和展开点的自适应选取. 并且利用构建自适应的 AWE 算法对三维导体目标、介质目标与色散介质目标进行了仿真, 仿真结果表明: 在求解任意形状和材料的三维目标的宽带电磁散射特性时, 自适应的 AWE 算法具有正确性和高效性.

[1] Chew W C, Tong M S, Hu B 2008 *Integral Equations for Electromagnetic and Elastic Waves* (New York: Morgan & Claypool Publishers) p43
 [2] Melapudi V, Shanker B, Seal S, Aluru S 2011 *IEEE Trans. Anten-*

nas Propag. **59** 2565
 [3] Xiang D P, Zhou D M, He J G 2011 *Chinese Journal of Computational Physics.* **28** 237
 [4] Miller E K 1998 *IEEE Antennas Propag Mag.* **40** 42

- [5] Liu P, Li Z F, Han G B 2006 *IEEE Trans. Electromagn Compat.* **48** 485
- [6] Bradley P, Brennan C, Condon M 2009 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **57** 3274
- [7] Sun Y X, Chen M S, W X L, Yang M 2011 *Journal of Electronics & Information Technology* **33** 754 (in Chinese) [孙玉新, 陈明生, 吴先良, 杨梅 2011 电子与信息学报 **33** 754]
- [8] Weile D S, Michielssen E 2001 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **49** 1539
- [9] Zhao Z, Ahn C, Carin L 2005 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **53** 3049
- [10] Wang X, Werner D H 2010 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **58** 122
- [11] Bai Z, Sun Y 2005 *SIAM J. Matrix Anal. Appl* **26** 640
- [12] Zhao Z, Nie Z, Carin L 2007 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **55** 1214
- [13] Jin J M, Chew W C, Michielssen E, Song J M 2001 *Fast and Efficient Algorithms in Computational Electromagnetics* (Boston: Artech House) p715
- [14] Ma Z H 2005 *Modern Applied Mathematics Handbook: Computing and Numerical Analysis of the Volume* (Beijing: Tsinghua University Press) p146 (in Chinese) [马振华 2005 现代应用数学手册: 计算与数值分析卷 (北京: 清华大学出版社) 第 146 页]
- [15] Slone R D, Lee R, Lee J F 2003 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **51** 2442

Adaptive scattering analysis of objects over a broad frequency band*

Du Hong-Mei¹⁾ Chen Ming-Sheng^{2)†} Wu Xian-Liang¹⁾²⁾

1) (Key Lab of Intelligent Computing & Signal Processing, Anhui University, Ministry of Education, Hefei 230039, China)

2) (Department of Physics and Electronic Engineering, Hefei Normal University, Hefei 230601, China)

(Received 29 June 2011; revised manuscript received 24 August 2011)

Abstract

The error of asymptotic waveform evaluation (AWE) is estimated by the error analysis of rational approximation, and an efficient bandwidth estimation approach is finally proposed, which is used to form a new adaptive frequency-sweep analysis algorithm for a given frequency band in this paper. The broadband electromagnetic scattering analysis of three-dimensional (3-D) perfectly electrically conducting (PEC) objects with different shapes is performed, and dispersive dielectric object is considered. The effectiveness of the proposed method is proved by comparing the numerical results with those obtained from the analytical solution and the direct solution.

Keywords: asymptotic waveform evaluation, error analysis, adaptive frequency-sweep analysis, dispersive dielectric object

PACS: 72.20.Dp, 71.15.Dx, 92.60 .Ta, 02.60.—x

* Project supported by the Key Program of National Natural Science Foundation of China (Grant No.60931002), the National Natural Science Foundation of China (Grant No.61001033), the Natural Science Foundation of the Anhui Higher Education Institution of China (Grant No. KJ2011A240), and the Science and Technological Fund of Anhui Province for Outstanding Youth (Grant No. 10040606Y08).

† E-mail: chenms@ustc.edu.cn