

基于弱非线性实现非破坏性测量两光子 Bell 态及三光子 Greenberger-Horne-Zeilinger 态*

丁东¹⁾²⁾ 闫凤利^{2)†}

1) (华北科技学院基础部, 北京 101601)

2) (河北师范大学物理科学与信息工程学院, 石家庄 050024)

(2012年11月27日收到; 2012年12月17日收到修改稿)

基于弱非线性及线性光学元件提出非破坏性测量两光子 Bell 态及三光子 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态方案. 方案中, 首先应用光束分束器及交叉克尔非线性介质对两光子 Bell 态进行对称性分析, 进而结合控制非门提出三光子分析方案实现对八个三光子 GHZ 态完全且非破坏性区分.

关键词: Bell 态测量, Greenberger-Horne-Zeilinger 态测量, 弱非线性, 量子非破坏性测量

PACS: 03.67.Bg, 03.67.Lx, 03.65.Ud

DOI: 10.7498/aps.62.100304

1 引言

1935 年 Einstein 等^[1,2] 就注意到了量子纠缠现象, 最近量子纠缠作为一种资源在量子计算及量子信息中有着极为重要的应用^[3-8], 尤其是纠缠光子由于其在传输过程中不易发生退相干而有着非常广泛的应用前景. 1995 年 Kwiat 等^[9] 利用自发参数下转换方法实验上制备了两光子偏振纠缠 Bell 态. Zeilinger 等^[10] 基于线性光学提出了从两个纠缠光子对产生出一个三光子 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态的思想, 随后三光子和四光子 GHZ 态都在实验上被成功地观察到^[11,12].

如何准确地区分正交的量子态^[13] 在量子信息中极为重要. 国内外的研究组提出了多种区分处于偏振纠缠的 Bell 态及三光子 GHZ 的方案^[13-21], 例如, 2005 年 Barrett 等^[14] 提出的基于弱非线性实现非破坏性的 Bell 态分析方案. 在该方案中, 对探针束进行四次测量后就可实现对四个正交 Bell 态的完全且非破坏性区分. 最近, 林秀敏等^[20,21] 先后提出了基于腔场和法拉第旋转的 Bell 态分析器及

GHZ 态分析器, 成功地实现对两光子 Bell 态及三光子 GHZ 态的非破坏性区分.

本文首先提出一个基于交叉克尔 (cross-Kerr) 非线性介质实现非破坏性测量两光子 Bell 态方案. 在此方案中, 通过对探针束进行两步测量就可以对四个处于偏振纠缠的 Bell 态进行完全且非破坏性的区分. 接着, 将非破坏性的两光子 Bell 态测量方案推广到非破坏性的三光子 GHZ 态测量方案, 成功地实现对八个正交的处于偏振纠缠的 GHZ 态进行完全且非破坏性的区分.

2 基于交叉克尔非线性介质实现非破坏性测量两光子 Bell 态

利用交叉克尔非线性介质^[22,23] 可以实现对信号光子态的非破坏性测量^[24-27], 进而可实现对 Bell 态的分析^[14]、完成控制非操作^[25] 等. 交叉克尔非线性介质将对由信号光子 (待探测的态) 和探针束 (相干态) 组成的复合系统的状态进行演化. 该介质的哈密顿量为 $H_{ck} = \hbar\chi\hat{a}_s^\dagger\hat{a}_s\hat{a}_p^\dagger\hat{a}_p$, 其中, \hat{a}_s^\dagger (\hat{a}_p^\dagger)

* 国家自然科学基金 (批准号: 10971247)、河北省自然科学基金 (批准号: A2012205013, A2010000344) 和中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: 2011B025) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: flyan@hebtu.edu.cn

和 \hat{a}_s (\hat{a}_p) 为产生和湮灭算子, 下角标 s 和 p 分别表示信号光子和探针束, χ 是介质的耦合强度.

我们首先给出一个基于交叉克尔非线性介质实现两光子 Bell 态对称性分析方案, 从而实现对四个正交的处于偏振纠缠的两光子 Bell 态进行非破坏性的区分. 所选实验装置如图 1 所示. 将不依赖于偏振的 50 : 50 光束分束器简记为 BS; 而将偏振光束分束器简记为 PBS. 偏振光束分束器的作用是

使水平偏振光通过, 而让垂直偏振光被反射. $\theta(2\theta)$ 表示信号模光子与相干态通过交叉克尔非线性介质相互作用而产生的相位变化. -3θ 表示一个单光子相位门. 图 1 中, 经典反馈信息 (简记为 $\phi(x)$) 用于消除在对探针束的投影测量 (图 1 中记为零拍测量) 后可能产生的相移影响以便进一步还原出原始输入态.

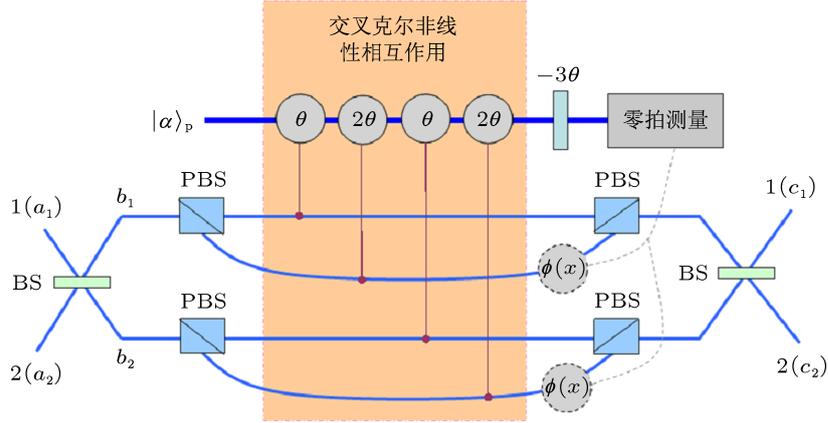


图 1 两光子 Bell 态对称性分析装置

具体地, 偏振纠缠的四个 Bell 态经 50 : 50 BS 演化^[14]如下:

$$\begin{aligned}
 |\Psi^+\rangle_{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H, V\rangle + |V, H\rangle)_{a_1, a_2} \\
 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV, 0\rangle - |0, HV\rangle)_{b_1, b_2}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\Psi^-\rangle_{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H, V\rangle - |V, H\rangle)_{a_1, a_2} \\
 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|H, V\rangle - |V, H\rangle)_{b_1, b_2}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle_{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H, H\rangle + |V, V\rangle)_{a_1, a_2} \\
 &\rightarrow \frac{1}{2} (|H^2, 0\rangle - |0, H^2\rangle \\
 &\quad + |V^2, 0\rangle - |0, V^2\rangle)_{b_1, b_2}, \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\Phi^-\rangle_{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H, H\rangle - |V, V\rangle)_{a_1, a_2} \\
 &\rightarrow \frac{1}{2} (|H^2, 0\rangle - |0, H^2\rangle \\
 &\quad - |V^2, 0\rangle + |0, V^2\rangle)_{b_1, b_2}, \quad (4)
 \end{aligned}$$

其中, $|H\rangle$ 和 $|V\rangle$ 分别表示光子处于水平和垂直偏振态. 接着, 在两个空间模 b_1 和 b_2 分别应用 PBS 演化两光子态, 再引入相干态 $|\alpha\rangle_p$ 作为探针模, 经交叉克尔非线性介质作用后, 由两信号光子和探针

束构成的复合系统分别演化为

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{\sqrt{2}} (|HV, 0\rangle - |0, HV\rangle)_{b_1, b_2} |\alpha\rangle_p \\
 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV, 0\rangle - |0, HV\rangle)_{b_1, b_2} |\alpha\rangle_p, \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{\sqrt{2}} (|H, V\rangle - |V, H\rangle)_{b_1, b_2} |\alpha\rangle_p \\
 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|H, V\rangle - |V, H\rangle)_{b_1, b_2} |\alpha\rangle_p, \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2} (|H^2, 0\rangle - |0, H^2\rangle \\
 &\quad + |V^2, 0\rangle - |0, V^2\rangle)_{b_1, b_2} |\alpha\rangle_p \\
 &\rightarrow \frac{1}{2} \left[(|H^2, 0\rangle - |0, H^2\rangle)_{b_1, b_2} |\alpha e^{-i\theta}\rangle_p \right. \\
 &\quad \left. + (|V^2, 0\rangle - |0, V^2\rangle)_{b_1, b_2} |\alpha e^{i\theta}\rangle_p \right], \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2} (|H^2, 0\rangle - |0, H^2\rangle \\
 &\quad - |V^2, 0\rangle + |0, V^2\rangle)_{b_1, b_2} |\alpha\rangle_p \\
 &\rightarrow \frac{1}{2} \left[(|H^2, 0\rangle - |0, H^2\rangle)_{b_1, b_2} |\alpha e^{-i\theta}\rangle_p \right. \\
 &\quad \left. - (|V^2, 0\rangle - |0, V^2\rangle)_{b_1, b_2} |\alpha e^{i\theta}\rangle_p \right]. \quad (8)
 \end{aligned}$$

接下来, 对探针束执行适当的测量就可以判断

输入的 Bell 态是 $|\Phi^\pm\rangle_{12}$ 还是 $|\Psi^\pm\rangle_{12}$. 对探针束的测量策略不止一种, 例如, 可用位置零拍测量^[14,25], 光子数测量^[24]等测量方法. 这里, 我们不妨使用位置零拍测量, 如果测量结果为 $x > x_m$, 则输入的 Bell 态是 $|\Psi^+\rangle_{12}$ 或 $|\Psi^-\rangle_{12}$ 中的一个; 如果测得结果为 $x < x_m$, 则输入的 Bell 态是 $|\Phi^+\rangle_{12}$ 或 $|\Phi^-\rangle_{12}$ 中的一个. 此处, x_m 表示测量结果所对应的两高斯分布的峰值的中间坐标值^[19,25]. 为了还原出输入的 Bell 态, 当测得结果为 $x < x_m$ 时, 根据具体的反馈测量结果需要对信号光子进行一个适当的相位变换 $\phi(x)$, 如图 1 所示. 然后, 再经过一个 50 : 50 BS 演化系统, 使输出模 c_1 和 c_2 输出原始输入的 Bell 态.

为了实现非破坏性的完全区分四个 Bell 态, 我们还需要利用两光子 Bell 态对称性分析装置. 先对从 Bell 态对称性分析装置输出的处于 Bell 态之一的两个光子分别进行 H 变换 (用半波片实现), H 变换的作用是使态 $|\Phi^-\rangle_{12}$ 与态 $|\Psi^+\rangle_{12}$ 相互转化, 而态 $|\Phi^+\rangle_{12}$ 和 $|\Psi^-\rangle_{12}$ 保持不变. 经 H 变换后的 Bell 态再次输入到两光子 Bell 态对称性分析装置, 根据先后两次测量结果就可以判断输入的两光子态是四个 Bell 态中的哪一个. 具体地, 如果两次测量结果均为 $x > x_m$ (或 $x < x_m$), 那么输入态一定为 $|\Psi^-\rangle_{12}$ (或 $|\Phi^+\rangle_{12}$), 而若两次测量结果依次为

$x > x_m$ 和 $x < x_m$ (或 $x < x_m$ 和 $x > x_m$), 则初始态必为 $|\Psi^+\rangle_{12}$ (或 $|\Phi^-\rangle_{12}$). 最后, 对两个光子分别进行 H 变换还原出初始输入的光子态, 完成对输入的 Bell 态完全且非破坏性测量.

3 基于非破坏性 Bell 态测量实现非破坏性三光子 GHZ 态测量

基于上述完全非破坏性 Bell 态测量方案, 引入光学控制非门可构造完全非破坏性三光子 GHZ 态测量方案. 处于偏振纠缠的三光子 GHZ 态为

$$|\psi_1^\pm\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HHH\rangle \pm |VVV\rangle)_{123}, \quad (9)$$

$$|\psi_2^\pm\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HHV\rangle \pm |VVH\rangle)_{123}, \quad (10)$$

$$|\psi_3^\pm\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HVH\rangle \pm |VHV\rangle)_{123}, \quad (11)$$

$$|\psi_4^\pm\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HVV\rangle \pm |VHH\rangle)_{123}. \quad (12)$$

我们的目标是对以上八个态进行完全且非破坏性区分. 本方案的原理如图 2 所示. 图中, 控制非操作 (C-NOT) 的作用是把三光子 GHZ 态转变为两光子 Bell 态和单光子态的直积态. 非破坏性 Bell 态测量装置用于对两光子 Bell 态进行完全且非破坏性的区分.

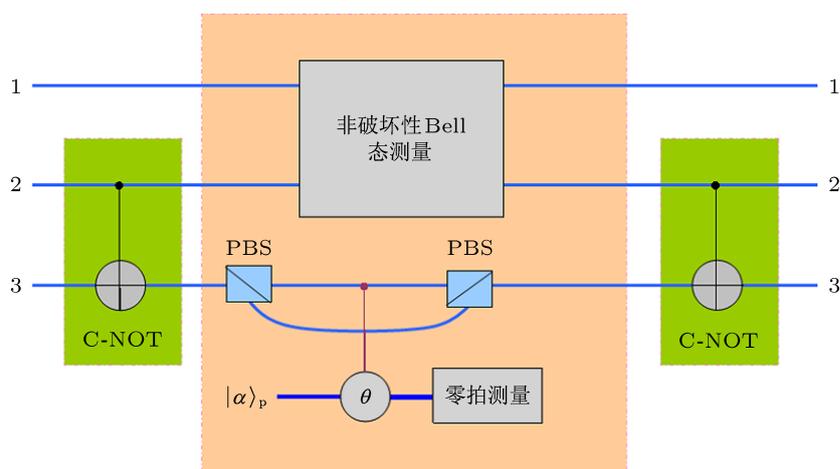


图 2 非破坏性测量三光子 GHZ 态装置

具体地, 以三光子 GHZ 态 $|\psi_1^+\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HHH\rangle + |VVV\rangle)_{123}$ 为例. 取光子 2 为控制位光子 3 为靶位执行控制非操作. 比如, 我们可用基于交叉克尔非线性介质的控制非操作^[25]或基于线性光学的控制非操作^[28]. 这里约定如果

控制位为 $|V\rangle$ 则靶位光子进行位翻转, 反之, 如果控制位为 $|H\rangle$ 则靶位光子保持不变. 结果使得该三光子 GHZ 态演化为 Bell 态 (光子 1 和光子 2) 与单光子态 (光子 3) 的直积态 $|\psi_1^+\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + |VV\rangle)_{12} \otimes |H\rangle_3$. 然后, 让光子 1 和光子

2 进入非破坏性的 Bell 态测量装置, 显然对应的测量结果为 $|\Phi^+\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle)_{12}$. 另一方面, 利用交叉克尔非线性介质对光子 3 所处的偏振态进行非破坏性的区分, 如图 2 所示. 当光子 3 处于态 $|H\rangle_3$ 时相干态 $|\alpha\rangle_p$ 在交叉克尔非线性介质的作用下产生一个相位变化, 即演化为 $|\alpha e^{i\theta}\rangle_p$, 而当光子 3 处于态 $|V\rangle_3$ 时相干态保持不变. 所以, 通过对

相干态的测量可以实现非破坏性地区分光子 3 处于态 $|H\rangle_3$ 或 $|V\rangle_3$, 显然对应的测量结果为 $|H\rangle_3$. 最后, 再一次以光子 2 为控制位光子 3 为靶位执行控制非操作还原出原始输入的三光子 GHZ 态. 一般地, 全部八个三光子 GHZ 态所对应的 Bell 态测量结果及光子 3 的测量结果见表 1. 这样我们就实现了对八个正交的偏振纠缠三光子 GHZ 态进行非破坏性的区分.

表 1 三光子 GHZ 态对应的非破坏性 Bell 态测量结果及光子 3 的测量结果

输入三光子态	$ \Psi_1^+\rangle_{123}$	$ \Psi_1^-\rangle_{123}$	$ \Psi_2^+\rangle_{123}$	$ \Psi_2^-\rangle_{123}$	$ \Psi_3^+\rangle_{123}$	$ \Psi_3^-\rangle_{123}$	$ \Psi_4^+\rangle_{123}$	$ \Psi_4^-\rangle_{123}$
非破坏性 Bell 态测量结果	$ \Phi^+\rangle_{12}$	$ \Phi^-\rangle_{12}$	$ \Phi^+\rangle_{12}$	$ \Phi^-\rangle_{12}$	$ \Psi^+\rangle_{12}$	$ \Psi^-\rangle_{12}$	$ \Psi^+\rangle_{12}$	$ \Psi^-\rangle_{12}$
光子 3 偏振态	$ H\rangle_3$	$ H\rangle_3$	$ V\rangle_3$	$ V\rangle_3$	$ V\rangle_3$	$ V\rangle_3$	$ H\rangle_3$	$ H\rangle_3$

4 结论

基于线性光学元件及交叉克尔非线性介质, 我们提出了非破坏性测量两光子 Bell 态方案和非破坏性测量三光子 GHZ 态方案. 在非破坏性测量两光子 Bell 态方案中, 所有的四个处于偏振纠缠的 Bell 态能够被完全且非破坏性区分. 考虑到在弱非线性介质中同时引入符号相反的相位角会导致实验上的困难 [29], 在我们的方案中通过引入一个单光子相位门 ($-\theta$) 避免了符号相反的相位角的出现.

在非破坏性测量三光子 GHZ 态方案中, 由于引入了光学控制非门, 所以方案的实现依赖于光学控制非门的实现 [25,28]. 然而我们的方案提供了一种非破坏性测量三光子 GHZ 态方案的方法. 显然, 无论是在非破坏性测量两光子 Bell 态过程还是在光子 3 偏振态的非破坏性区分过程都使用了交叉克尔非线性介质, 而目前人们对交叉克尔非线性介质的研究已经取得了突飞猛进的进展 [30,31], 这样就保证了方案的可行性.

[1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777
 [2] Schrödinger E 1935 *Naturwiss.* **23** 807
 [3] Kok P, Munro W J, Nemoto K, Ralph T C, Dowling J P, Milburn G J 2007 *Rev. Mod. Phys.* **79** 135
 [4] Yan F L, Gao T, Chitambar E 2011 *Phys. Rev. A* **83** 022319
 [5] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
 [6] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
 [7] Deng F G, Long G L, Liu X S 2003 *Phys. Rev. A* **68** 042317
 [8] Yan F L, Ding D 2008 *Commun. Theor. Phys.* **50** 1109
 [9] Kwiat P G, Mattle K, Weinfurter H, Zeilinger A 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4337
 [10] Zeilinger A, Horne M A, Weinfurter H, Zukowski M 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3031
 [11] Bouwmeester D, Pan J W, Daniell M, Weinfurter H, Zeilinger A 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1345
 [12] Pan J W, Daniell M, Gasparoni S, Weihs G, Zeilinger A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4435
 [13] Mattle K, Weinfurter H, Kwiat P G, Zeilinger A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 4656
 [14] Barrett S D, Kok P, Nemoto K, Beausoleil R G, Munro W J, Spiller T P 2005 *Phys. Rev. A* **71** 060302(R)
 [15] Pavičić M 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 080403
 [16] Pavičić M 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 219901
 [17] Pan J W, Zeilinger A 1998 *Phys. Rev. A* **57** 2208
 [18] Qian J, Feng X L, Gong S Q 2005 *Phys. Rev. A* **72** 052308
 [19] Ding D, Yan F L 2012 <http://www.arxiv.org/pdf/quant-ph/1209.6118>[2012-11-27]
 [20] Lin X M, Chen Z H, Lin G W, Chen X D, Ni B B 2009 *Opt. Commun.* **282** 3371
 [21] Chen X D, Xiao S J, Gu Y J, Lin X M 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5251 (in Chinese) [陈晓东, 肖邵军, 顾永建, 林秀敏 2010 物理学报 **59** 5251]
 [22] Boyd R W 1999 *J. Mod. Opt.* **46** 367
 [23] Kok P, Lee H, Dowling J P 2002 *Phys. Rev. A* **66** 063814
 [24] Munro W J, Nemoto K, Spiller T P 2005 *New J. Phys.* **7** 137
 [25] Nemoto K, Munro W J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 250502
 [26] Lin Q, He B 2009 *Phys. Rev. A* **80** 042310
 [27] Sheng Y B, Deng F G 2010 *Phys. Rev. A* **82** 044305
 [28] Gasparoni S, Pan J W, Walther P, Rudolph T, Zeilinger A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 020504
 [29] Kok P 2008 *Phys. Rev. A* **77** 013808
 [30] Lukin M D, Imamoglu A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 1419
 [31] Munro W J, Nemoto K, Beausoleil R G, Spiller T P 2005 *Phys. Rev. A* **71** 033819

Quantum nondemolition measurement of two-photon Bell-state and three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger-state based on weak nonlinearities*

Ding Dong¹⁾²⁾ Yan Feng-Li^{2)†}

1) (*Department of Basic Curriculum, North China Institute of Science and Technology, Beijing 101601, China*)

2) (*College of Physics Science and Information Engineering, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050024, China*)

(Received 27 November 2012; revised manuscript received 17 December 2012)

Abstract

The scheme for quantum nondemolition measurement of two-photon Bell-state and three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ)-state is proposed based on weak nonlinearities and linear-optics elements. We first describe a scheme of the symmetry analyzer for two-photon Bell-state by using beam splitters and cross-Kerr nonlinear medium. According to this symmetry analyzer for two-photon Bell-state and the controlled-NOT gates we construct a three-photon state analyzer which can completely and nondestructively discriminate eight three-photon GHZ states.

Keywords: Bell-state detection, Greenberger-Horne-Zeilinger-state detection, weak nonlinearity, quantum nondemolition detection

PACS: 03.67.Bg, 03.67.Lx, 03.65.Ud

DOI: 10.7498/aps.62.100304

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10971247), the Hebei Natural Science Foundation of China (Grant Nos. A2012205013, A201000344), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of Ministry of Education of China (Grant No. 2011B025).

† Corresponding author. E-mail: flyan@hebtu.edu.cn