## Nb XIII 离子 3d <sup>9</sup>4s<sup>2</sup>, 3d<sup>9</sup>4s4p, 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup> 组态能级 结构与跃迁的理论研究<sup>\*</sup>

### 牟致栋\* 魏琦瑛

(中国矿业大学理学院,徐州 221008)(2012年10月20日收到;2013年1月19日收到修改稿)

用准相对论 Hartree-Fock 方法对 Nb XIII 离子二电子激发组态  $3d^94s^2$ ,  $3d^94s4p$ ,  $3d^94p^2$  的能级结构做了全面系 统的理论计算研究. 在对已有研究结果分析的基础上, 运用最小二乘方法对径向积分参数进行了优化计算, 得到了 与这些组态有关的电偶极允许跃迁的谱线波长和跃迁概率. 计算结果与最新的实验值做了对比分析, 表明本文计算 结果是准确的. 研究发现, 波长 40.92 nm 的谱线, 属于  $3d^94s(^1D)4p\ ^2F_{7/2}$ — $3d^9\ (^2D)4s\ ^2D_{5/2}$  的跃迁谱线, 而不属于  $3d^94s\ (^1D)4p\ ^4D_{7/2}$ — $3d^9(^2D)4s\ ^2D_{5/2}$  的跃迁谱线, 即上谱项能级为  $^2F_{7/2}$ , 而不是  $^4D_{7/2}$ .

关键词: Nb XIII 离子, 二电子激发组态, 谱线波长, 跃迁概率
 PACS: 31.10.+z, 31.15.A-, 32.10.-f, 32.30.Rj
 DOI: 10.7498/aps.62.103101

#### 1 引 言

铌 (Nb) 具有极高的熔点, 被认为是高温核聚 变实验装置托卡马克的内部可以利用的重要材 料,对其高能二电子激发组态能级结构和跃迁的理 论研究对于等离子体的诊断十分重要. 相对于 Nb XIII 离子单电子激发组态<sup>[1-6]</sup>,二电子组态能级 结构复杂,实验和理论研究很少. 1981 年, Klapisch 等 [7] 利用低感应高功率真空火花实验技术研究 了 3-8 nm 范围类铜等电子序列离子 YXI-AgXIX 离子 3d<sup>10</sup>4s—3d<sup>9</sup>4s4p, 3d<sup>10</sup>4p—3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup> 组态能级跃 迁的8条谱线,实验估计不确定度为0.005Å.1984 年, Wyart 等<sup>[8]</sup> 报道了类铜等电子序列离子的部 分新的谱线,并且对文献 [7] 中报道的部分谱线的 实验数据做出了最新的实验观测修正,部分实验 结果的实验估计不确定度达到了小于 0.0004 Å的 程度.同时利用等电子序列离子能级结构变化的 规则性,从理论上对该等电子序列 Ge<sup>3+</sup>-Mo<sup>13+</sup> 离 子 3d<sup>10</sup>4s—3d<sup>9</sup>4s4p, 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup>—3d<sup>10</sup>4p 跃迁排列的能

级和跃迁谱线做了全面的实质性的修订和扩展分 析,通过对上能组态的能级结构的计算研究与对 比分析,得到了能够比较准确地反映该等电子序 列离子能级结构变化规律的径向积分参数的计算 结果. 1988 年, Biemont<sup>[9]</sup> 利用 HXR (Hartree-Fock with statistical exchange potentials and relativistic corrections) 方法, 全面计算了类铜等电子序列 SrX-Nd XXII 离子包括 3d<sup>10</sup>4s—3d<sup>9</sup>4s4p, 3d<sup>10</sup>4p—3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup> 跃 迁在内的单电子和二电子激发跃迁排列组态能级 和跃迁谱线波长的计算结果,其计算值与大多数的 实验结果符合得很好. 1988 年, Morley 和 Sugar<sup>[10]</sup> 首次提出了 3d<sup>10</sup>4p(<sup>2</sup>P<sup>0</sup>)—3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup> (<sup>2</sup>D<sub>3/2 5/2</sub>) 能级跃 迁的 X 射线激光产生方案,由于此类跃迁涉及 二电子 - 单光子跃迁, 理论上属于上能组态与 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup> 组态的混合而导致的跃迁. 1992 年, Moller 等<sup>[11]</sup>通过束箔光谱实验技术得到了 3d<sup>9</sup>4s4p— 3d94s2 跃迁排列中的5条实验观测谱线波长,其中  $3d^{9}(^{2}D)4s^{2} {}^{2}D_{5/2}$  和  $3d^{9}4s(^{1}D)4p {}^{2}F_{5/2}$ — $3d^{9}(^{2}D)4s^{2}$ <sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>的跃迁谱线,其计算研究认为属于混合谱线.

<sup>\*</sup> 中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: 2010LKWL07) 资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: muzhidong@126.com

<sup>© 2013</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

除了 3d<sup>9</sup>4s(<sup>3</sup>D)4p <sup>4</sup>D<sub>5/2</sub>—3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4s<sup>2</sup> <sup>2</sup>D<sub>5/2</sub> 其跃迁 谱线波长的实验值的实验估计不确定度为 0.08 nm, 其余跃迁谱线波长的实验估计不确定度均不超过 0.04 nm, 同时通过对上能级的实验寿命的研究分 析,指出 Morley 和 Sugar<sup>[10]</sup>提出的二电子激发组 态之间的 3d<sup>10</sup>4p(<sup>2</sup>P<sup>0</sup>)—3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup> (<sup>2</sup>D<sub>3/2.5/2</sub>) 跃迁产生 X射线激光方案在实验上是可行的,相关理论是准 确的. 1991年, Sugar 等<sup>[12]</sup>首次报道了二电子激发 组态与单电子激发组态之间的 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup>—3d<sup>10</sup>4p 跃 迁排列中3条跃迁谱线和相应上能级的辐射衰变 寿命,其中谱线波长的最大实验估计不确定度为 0.01 nm. 2011 年, Träbert<sup>[13]</sup> 研究了类铜等电子序 列离子的二电子激发组态能级跃迁和寿命,指出高 剥离态类铜等离子体光谱对于等离子体诊断的重 要性,在报道中还可以看出,通过束箔离子束极紫 外的高精度实验观测研究相关离子的能级结构和 寿命等有关数据,对于二电子激发的类铜离子的电 离复合过程同样十分重要.通过上述的研究报道可 以看到,与这些能级相关的跃迁谱线的实验和理论 计算分析研究要求准确度很高,但理论和研究报道 很少,而相关数据在核聚变等离子体和激光器的研 制具有重要作用, Nb XIII 离子二电子激发组态能 级与跃迁仍然是目前理论和实验研究的重要课题. 本文运用准相对论多组态 HFR (Hartree-Fock with relativistic corrections) 理论方法, 对 Nb XIII 离子二 电子激发组态 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup>, 3d<sup>9</sup>4s4p, 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup> 的能级结构 做了全面细致的计算研究. 在已有研究的基础上, 运用最小二乘拟合 LSF (least square fit) 方法计算 优化了组成 Nb XIII 离子能级结构的径向积分参 数,计算报道了 3d<sup>9</sup>4s4p—3d<sup>10</sup>4s, 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup>—3d<sup>10</sup>4p, 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup>—3d<sup>10</sup>4p, 3d<sup>9</sup>4s4p—3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup> 跃迁排列的谱线 波长和相应的跃迁概率. 计算结果与已有实验值的 对比分析表明,对于二电子组态能级和相应跃迁谱 线波长的计算结果是准确的,其中在这些跃迁排列 中目前还没有实验值的能级为本文预言计算结果, 同时还发现了相关谱线的指认与能级标记错误.

2 理论方法

计算采用准相对论 HFR 方法<sup>[14-16]</sup>, 对原子体 系的组态, 通过自治场方法求解 HFR 方程得到原 子体系的各子壳层单电子径向波函数, 自治场计算 过程中包括了相对论质量-速度和达尔文修正, 同 时还包括了近似 Breit 修正.

对于任何给定的原子体系的总角动量, 哈密顿 能量矩阵元为  $H_{ij} = \sum_{l} c_{ij}^{l} x_{l}$ . 其中  $x_{l} (1 \leq l \leq N_{p})$  表 示各种径向积分参数, 仅与径向波函数有关.  $c^{l}$  为 相应径向积分参数的角度系数. 若用  $C^{l}$  表示这些 径向积分参数的角度系数矩阵, 那么  $x_{l}$  的系数矩阵 在任何纯耦合表象中表示成  $C^{l} = (c_{ij}^{l})$ , 则哈密顿 能量矩阵的一般形式可以表示为  $H = \sum C^{l} x_{l}$ .

为了得到准确计算结果, 就需要在 HFR 自治 场方法对能级结构计算分析的基础上, 运用 LSF 方 法计算得到最佳的径向积分参数, 然后进一步计算 得到本征值和相应的本征矢. 下面简要叙述 LSF 计 算的基本理论方法. 若考虑单组态近似, 按原子体 系的不同的角动量 J 值, 这个矩阵可以分成相应 J 值的对角子块矩阵. 对于给定的 J 值, 本征值方程 为  $HY^k = E^kY^k$ , 由本征矢  $Y^k$  的正交性, 第 k 个 本征值是

$$\boldsymbol{E}^{k} = (\boldsymbol{Y}^{k})^{\text{tr}} \boldsymbol{H} \boldsymbol{Y}^{k} = \sum_{i} \sum_{j} y_{i}^{k} H_{ij} y_{j}^{k}$$
$$= \sum_{l} \left( \sum_{i} \sum_{j} y_{i}^{k} c_{ij}^{l} y_{j}^{k} \right) x_{l}, \qquad (1)$$

相对于能量矩阵的第 k 个本征值, 定义 V 矩阵为 N<sub>k</sub>×N<sub>p</sub>矩阵, 矩阵元为

$$V_{kl} = \sum_{i} \sum_{j} y_i^k c_{ij}^l y_j^k, \tag{2}$$

这样 (1) 式可以写成矩阵方程 E = VX, 把原子能 级的实验观测能级值  $T^k$  写成与本征值  $E^k$  相似的 形式, 那么最小二乘拟合的思想就是使下面描述的 残差最小, 即

$$R \equiv \sum_{k} (E^{k} - T^{k})^{2} = |E - T|^{2}$$
$$= (VX - T)^{tr} (VX - T)$$
$$= \widetilde{X} \widetilde{V} VX - \widetilde{X} \widetilde{V} T - \widetilde{T} VX - \widetilde{T} T, \qquad (3)$$

相对于 $x_l$ , 残差R的最小化要求 $(\partial R/\partial x_l) = 0$ , 由此 得到下面的矢量方程

$$(\widetilde{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{V})\boldsymbol{X} = \widetilde{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{T},$$
 (4)

由于是单组态近似,(4)式表示了一组关于 N<sub>p</sub> 个 x<sub>l</sub> 的 N<sub>p</sub> 个线性非齐次方程,求解该方程得到径向积 分参数矢量

$$\boldsymbol{X} = (\widetilde{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{V})^{-1}(\widetilde{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{T}), \tag{5}$$

在实际的多组态相互作用计算时, 其拟合计算的 复杂性是由下面的原因引起的:由(2)式计算 V矩阵就需要知道本征矢  $Y^k$ , 要得到本征矢  $Y^k$  就 需要知道能量矩阵 E, 而要求出能量矩阵则必须 知道能量的参数矩阵 X, 所以必须采用迭代计 算. 具体的迭代过程中 X 的取值按下面的方法 进行:令  $X = X^0 + c\Delta X$ , 其中  $X^0$  为前一次迭代计 算时的径向积分参数, c 的取值使得最大的  $|\Delta x_l|$ 满足  $c|\Delta x_l| = (\Delta x_l)_{max}$ ,  $(\Delta x_l)_{max}$  为一具体参数的 的控制参量.每一次迭代  $x_l$  的不确定度表示为  $\delta x_l = \{[(\tilde{V}V)^{-1}]_{ll}\}^{1/2}s$ , 其中

$$s = \left[\frac{\sum_{k} (\boldsymbol{E}^{k} - \boldsymbol{T}^{k})^{2}}{N_{k} - N_{p}}\right]^{1/2}$$
(6)

称之为参数拟合计算的标准偏差 (Stdev). (6) 式中  $E^k$ ,  $T^k$  分别表示拟合能级值和相应的实验值,  $N_k$ ,  $N_p$  分别表示实际参加拟合的实验能级的个数和相 应径向积分参数的个数. 一般来说标准偏差越小 代表了拟合能级值越准确. 实际迭代计算时, 若要 外推未知组态的谱项能级, 就必须根据已知能级 计算得到的组态平均能量的系统偏差, 对未知组态 的平均能量及时做出修正. 参加拟合计算的径向 积分参数的控制参量 ( $\Delta x_l$ )max 的取值要根据相应 参数的  $\delta x_l$  的变化确定, 显然也取决于对初始参数 的估计.

能级之间的电偶极辐射跃迁的加权跃迁概率 由下式给出:

$$gA = (2J'+1)A = 2.026 \times 10^{-6} \sigma^3 S \ (\oplus \acute{\Box} : s^{-1}),$$
(7)

(7) 式中, J' 为上能态的统计权重,  $\sigma$  跃迁谱线波数 (单位为 1 kK = 1000 cm<sup>-1</sup>), S 表示电偶极跃迁的约 化矩阵元 (单位为  $ea_0^2$ ), A 为上能态的辐射衰变跃迁 概率.

3 计算结果与讨论

为了得到 Nb XIII 离子 3d<sup>9</sup>4s4p, 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup>, 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup> 组态准确的各组态能级结构参数, 对偶宇称组态计 算了包括 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup>, 3d<sup>9</sup>4s4d, 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup>, 3d<sup>10</sup>4s, 3d<sup>10</sup>4d 在 内的全部组态, 从对组态相互作用强度的分析可以 看出, 3d<sup>9</sup>4s4d 和 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup> 的组态相互作用最强, 其次 为 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup> 和 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup>, 而 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup> 和 3d<sup>10</sup>4s 之间的相 互作用是通过与 3d<sup>9</sup>4s4d 的相互作用实现, 其相互 作用最弱. 对于 3d<sup>10</sup>4d 和 3d<sup>9</sup>4d<sup>2</sup> 组态, 计算表明其 对 3d<sup>9</sup>4s4d 等组态能级结果具有一定的影响,但计 算表明不包括这两个组态并不会对计算组态的能 级结构产生重要的影响.为了减小计算的复杂性, 本文在 HFR 自洽场计算时不包括这两个组态的所 有本征矢. 对奇宇称组态只包括了 3d<sup>10</sup>4p, 3d<sup>9</sup>4s4p 之间的相互作用,计算发现这两个组态之间的相互 作用本身很小. 此外, 3d<sup>8</sup>4s<sup>2</sup>4p 组态对于 3d<sup>9</sup>4s4p 的 能量本征矢会产生一些影响,但这种影响十分有限, 具体计算时并不包括这一组态. 拟合计算时, 初始 径向积分参数的选择对于拟合计算具有一定的影 响,本文计算时对于等效电子径向积分和组态相互 作用径向积分的初始估计值设定为 HFR 值的 85%. 自旋-轨道相互作用径向积分和非等效电子库仑直 接相互作用径向积分为 HFR 值的 99%, 库仑交换 径向积分为 HFR 值的 80%.

表 1 列出了 Nb XIII 离子偶宇称组态的根 源组态分别为 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4s<sup>2</sup>(<sup>1</sup>S), 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4p<sup>2</sup>(<sup>3</sup>P) 和 3d9(2D)4p2(1D)的组态能级 (单位为 1000 cm-1) 和 相应能级在 LS 耦合方式下的本征矢分量平方的 百分比构成. ELSF 为本文计算值, Eobs 为最新的实 验值. 其中 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D) 4s<sup>2</sup> (<sup>1</sup>S) <sup>2</sup>D<sub>5/2,3/2</sub> 的实验数据采 用 Moller 等在文献 [11] 中通过束箔光谱实验技术 和理论分析得到最新的结果,这一结果是目前 Nb XIII 离子的双电子激发组态中在理论和实验上都 得到比较准确分辨的结果,其中报道的 3d9 (2D) 4s2 (1S)<sup>2</sup>D<sub>5/2</sub>的能级实验值与本文的计算结果完全一 致, 而 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4s<sup>2</sup>(<sup>1</sup>S) <sup>2</sup>D<sub>3/2</sub> 的能级实验值与本文的 计算结果只差9 cm<sup>-1</sup>, 表明本文关于这两条能级 的拟合计算结果是十分准确的. 与 Wyart 等在文献 [8] 中报道的关于 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D) 4p<sup>2</sup>(<sup>3</sup>P), 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4p<sup>2</sup>(<sup>1</sup>D) 和 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D) 4p<sup>2</sup>(<sup>1</sup>S) 的实验能级比较可以看出,本文 计算结果与实验值的偏差也都在 100 cm<sup>-1</sup> 以内. 从本征矢的构成来看有11条能级的本征矢纯度小 于 50%, 最小的 3d<sup>9</sup> (2D)4p<sup>2</sup>(1D) 2D5/2 只有 30%, 表 明  $3d^9(^2D)4p^2(^3P)$ ,  $3d^9(^2D)4p^2(^1D)$ ,  $3d^9(^2D)4p^2(^1S)$ , 3d9(2D)4s4d2(3D)之间的本征矢的混合情况是十分 复杂的,但是,对 Nb XIII 离子而言,在 LS 耦合方式 下,对于各能级的指认仍然是清楚的. 根据本文的 研究,沿着该等电子序列随原子序数 Z 的增大,这 种混合还会变得更加复杂,这是一般文献采用 Jnth 的标注办法[17].

谱项	$E_{\rm LSF}$	$E_{ m obs}$	本征矢分量平方的构成 (LS)
$3d^9(^2D)4s^2(^1S)$			
${}^{2}D_{5/2}$	1456.680	1456.680a	$99\%^2 D_{5/2}$
${}^{2}D_{3/2}$	1480.378	1480.387a	$99\%^2 D_{3/2}$
$3d^9(^2D)4p^2(^3P)$			
${}^{4}D_{5/2}$	1897.643		$46\%^4 D_{5/2} + 12\% A~^4 F_{5/2} + 9\% C~^2 D_{5/2}$
${}^{4}D_{7/2}$	1910.537		$78\%^4 D_{7/2} + 15\% A \ ^4 F_{7/2} + 3\% B \ ^2 F_{7/2}$
${}^{4}D_{3/2}$	1913.420		$65\%^4 D_{3/2} + 11\% A \ ^4 F_{3/2} + 8\% A \ ^2 D_3$
${}^{2}F_{5/2}$	1922.280		$48\%^2 F_{5/2} + 17\% A \ ^4 F_{5/2} + 16\% B \ ^2 D_5$
${}^{4}P_{5/2}$	1925.618		$42\%^4 P_{5/2} + 25\% B^2 D_{5/2} + 10\% A^2 D_{5/2}$
${}^{4}F_{7/2}$	1927.658		$40\%^4 F_{7/2} + 24\% A^2 F_{7/2} + 22\% B^2 F_7$
${}^{4}D_{1/2}$	1928.972		$82\%^4 D_{1/2} + 14\% B\ ^2 S_{1/2} + 1\% B\ ^2 P_{1/2}$
${}^{2}D_{3/2}$	1932.646	1932.570	$49\%^2 D_{3/2} + 37\% A  {}^4F_{3/2} + 5\% A  {}^2P_{3/2}$
${}^{4}F_{3/2}$	1943.160	1943.070	$44\%^4 F_{3/2} + 28\% A^2 D_{3/2} + 16\% A^4 D_{3/2}$
${}^{4}F_{5/2}$	1944.711	1944.890	$38\%^4 F_{5/2} + 19\% A^2 F_{5/2} + 18\% A^4 P_5$
${}^{4}F_{9/2}$	1945.977		$73\%^4 F_{9/2} + 25\% B^2 G_{9/2} + 1\% E^2 G_9$
${}^{2}D_{5/2}$	1959.754	1959.940	$49\%^2 D_{5/2} + 38\% B^2 D_{5/2} + 3\% B^2 F_5$
${}^{2}P_{1/2}$	1960.660	1960.650	$89\%^2 P_{1/2} + 6\% B^2 S_{1/2} + 3\% B^2 P_{1/2}$
${}^{2}P_{3/2}$	1964.328	1964.230	$61\%^2 P_{3/2} + 22\% B^2 P_{3/2} + 8\% A^2 D_{3/2}$
${}^{4}P_{3/2}$	1969.359	1969.260	$45\%^4 P_{3/2} + 18\% B^2 D_{3/2} + 15\% A^4 D_{3/2}$
${}^{2}F_{7/2}$	1973.491		$46\%^2 F_{7/2} + 24\% A  {}^4F_{7/2} + 19\% B  {}^2G_{7/2}$
${}^{4}P_{1/2}$	1973.627		$80\%^4 P_{1/2} + 7\% B^2 P_{1/2} + 5\% B^2 S_{1/2}$
$3d^9(^2D)4p^2(^1D)$			
${}^{2}S_{1/2}$	1917.055	1917.010	$62\%^2 S_{1/2} + 18\% B^2 P_{1/2} + 9\% A^4 D_{1/2}$
${}^{2}G_{9/2}$	1917.285		$70\%^2G_{9/2} + 26\%A~^4F_{9/2} + 2\%E~^2G_9$
${}^{2}P_{3/2}$	1918.668	1918.620	$64\%^2 P_{3/2} + 14\% A^2 P_{3/2} + 6\% B^2 D_{3/2}$
${}^{2}G_{7/2}$	1940.017		$67\%^2 G_{7/2} + 19\% A \ ^4F_{7/2} + 7\% A \ ^4D_7$
${}^{2}P_{1/2}$	1941.528	1941.570	$64\%^2 P_{1/2} + 16\% A {}^4P_{1/2} + 5\% A {}^2P_{1/2}$
${}^{2}D_{5/2}$	1948.303	1948.384	$30\%^2 D_{5/2} + 29\% B^2 F_{5/2} + 22\% A^4 P_{5/2}$
${}^{2}D_{3/2}$	1950.704	1950.760	$56\%^2 D_{3/2} + 37\% A \ ^4 P_{3/2} + 2\% E \ ^2 D_3$
${}^{2}F_{7/2}$	1951.196		$61\%^2 F_{7/2} + 25\% A^2 F_{7/2} + 7\% A^4 D_7$
${}^{2}F_{5/2}$	1974.961	1974.880	$52\%^2 F_{5/2} + 13\% A^2 D_{5/2} + 10\% A^2 F_{5/2}$
$3d^9(^2D)4p^2(^1S)$			
${}^{2}D_{5/2}$	1998.068	1998.070	$82\%^2 D_{5/2} + 5\% B^2 D_{5/2} + 3\% A^4 P_{5/2}$
$^{2}D_{3/2}$	2020.052		$85\%^2 D_{3/2} + 4\% B^2 D_{3/2} + 4\% A^4 F_3$

表 1	Nb XIII 离子	3d94s2	和 3d <sup>9</sup> 4p <sup>2</sup>	组态能级	$(1000 \text{ cm}^{-1})$	)和本征矢构成
-----	------------	--------	-----------------------------------	------	--------------------------	---------

注: a 实验能级取自文献 [11]; 其余实验能级取自文献 [8];  $A = 3d^9 (^2D)4p^2(^3P)$ ,  $B = 3d^9(^2D)4p^2(^1D)$ ,  $C = 3d^9(^2D)4p^2(^1S)$ ,  $E = 3d^9(^2D)4s4d^2(^3D)$ 

表 2 列出了 Nb XIII 离子奇宇称组态的根 源组态分别为 3d<sup>10</sup>(<sup>1</sup>S) 4p(<sup>2</sup>P), 3d<sup>9</sup>4s(<sup>3</sup>D)4p(<sup>2</sup>P) 和 3d<sup>9</sup>4s(<sup>1</sup>D)4p(<sup>2</sup>P) 的谱项能级 (单位为 1000 cm<sup>-1</sup>) 和相应能级在 LS 耦合方式下的本征矢分量平 方的百分比构成. 与表 1 相同, *E*<sub>LSF</sub> 为本文计 算值, *E*<sub>obs</sub> 为最新的实验值. 能级的实验值取自 Wyart 等<sup>[8]</sup> 的报道结果. 从表中可以看出,除了 个别的能级之外,能级的计算结果与实验值的偏差都在 150 cm<sup>-1</sup> 以内,表明本文的计算结果是 准确的.从本征矢的构成看,LS 耦合方式下本 征矢的混合相对于 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4p<sup>2</sup>(<sup>3</sup>P), 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4p<sup>2</sup>(<sup>1</sup>D) 和 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4p<sup>2</sup>(<sup>1</sup>S) 组态来说并不严重,完全可 以采用 LS 耦合方式对各能级的指认标记 办法.

谱项	$E_{\rm LSF}/1000~{\rm cm}^{-1}$	$E_{ m obs}/1000~{ m cm}^{-1}$	本征矢构成的百分比 (LS)
$3d^{10}(^{1}S)4p(^{2}P)$			
${}^{2}P_{1/2}$	220.624	220.624	$100\%^2 P_{1/2}$
$^{2}P_{3/2}$	247.344	247.344	$100\%^2 P_{3/2}$
$3d^94s(^3D)4p(^2P)$			
${}^{4}P_{5/2}$	1642.155		$80\%^4 P_{5/2} + 13\% K1 \ ^4 D_{5/2} + 3\% K1 \ ^4 F_{5/2}$
${}^{4}F_{5/2}$	1653.061		$44\%^4 F_{5/2} + 33\% K2 \ ^2F_{5/2} + 11\% K1 \ ^2F_{5/2}$
${}^{4}F_{7/2}$	1654.492		$66\%^4 F_{7/2} + 15\% K1 \ ^4D_{7/2} + 11\% K1 \ ^2F_{7/2}$
${}^{4}P_{3/2}$	1656.003	1655.710	$52\%^4 P_{3/2} + 19\% K1 \ ^4 D_{3/2} + 13\% K2 \ ^2 P_{3/2}$
${}^{4}F_{3/2}$	1667.804	1667.710	$84\%^4 F_{3/2} + 12\% K1 \ ^4 P_{3/2} + 1\% K2 \ ^2 P_{3/2}$
${}^{4}F_{9/2}$	1668.755		$100\%^{4}F$
${}^{4}P_{1/2}$	1674.108	1674.120	$72\%^4 P_{1/2} + 16\% K1 \ ^4 D_{1/2} + 11\% K2 \ ^2 P_{1/2}$
${}^{4}D_{7/2}$	1682.772		$74\%^4 D_{7/2} + 17\% K2 \ ^2F_{7/2} + 4\% K1 \ ^4F_{7/2}$
${}^{4}D_{1/2}$	1694.306	1694.230	$67\%^4 D_{1/2} + 24\% K1 \ ^4 P_{1/2} + 7\% K2 \ ^2 P_{1/2}$
${}^{4}D_{3/2}$	1702.461	1702.560	$53\%^4 D_{3/2} + 18\% K2\ ^2 D_{3/2} + 11\% K1\ ^4 P_{3/2}$
${}^{4}D_{5/2}$	1706.760		$38\%^4 D_{5/2} + 32\% K2 \ ^2D_{5/2} + 14\% K1 \ ^2D_{5/2}$
$^{2}P_{3/2}$	1734.331	1734.210	$86\%^2 P_{3/2} + 8\% K2 \ ^2 P_{3/2} + 3\% K1 \ ^2 D_{3/2}$
${}^{2}F_{7/2}$	1735.176		$65\%^2F + 32\%K2\ ^2F + 1\%K1\ ^4D$
${}^{2}D_{5/2}$	1746.870		$52\%^2 D_{5/2} + 25\% K1 \ ^2F_{5/2} + 19\% K2 \ ^2D_{5/2}$
${}^{2}P_{1/2}$	1754.244	1754.360	$76\%^2 P_{1/2} + 20\% K2 ^2 P_{1/2} + 3\% K1 ^4 D_{1/2}$
${}^{2}F_{5/2}$	1760.851		$55\%^2 F_{5/2} + 15\% K2 \ ^2 F_{5/2} + 14\% K1 \ ^2 D_{5/2}$
${}^{2}D_{3/2}$	1770.710		$69\%^2 D_{3/2} + 26\% K2\ ^2 D_{3/2} + 2\% K2\ ^2 P_{3/2}$
$3d^94s(^1D)4p(^2P)$			
${}^{2}F_{5/2}$	1677.274		$44\%^2 F_{5/2} + 27\% K1 \ ^4F_{5/2} + 17\% K1 \ ^4D_{5/2}$
${}^{2}D_{3/2}$	1677.783	1677.210	$42\%^2 D_{3/2} + 24\% K1 \ ^4 P_{3/2} + 19\% K2 \ ^2 P_{3/2}$
${}^{2}D_{5/2}$	1684.579		$32\%^2 D_{5/2} + 27\% K1 \ ^4 D_{5/2} + 17\% K1 \ ^2 D_{5/2}$
${}^{2}P_{3/2}$	1686.514	1686.480	$48\%^2 P_{3/2} + 23\% K1 \ ^4D_{3/2} + 11\% K1 \ ^2P_{3/2}$
${}^{2}P_{1/2}$	1688.471	1688.530	$60\%^2 P_{1/2} + 23\% K1 \ ^2 P_{1/2} + 13\% K1 \ ^4 D_{1/2}$
${}^{2}F_{7/2}$	1701.100		$43\%^2 F_{7/2} + 28\% K1  {}^4F_{7/2} + 19\% K1  {}^2F_{7/2}$

表 2	Nb XIII	离子	3d <sup>10</sup> 4p	和	3d <sup>9</sup> 4s4p	组态能级
-----	---------	----	---------------------	---	----------------------	------

注: 实验能级取自文献 [8]; K1 = 3d<sup>9</sup>4s(<sup>3</sup>D)4p(<sup>2</sup>P), K2 = 3d<sup>9</sup>4s(<sup>1</sup>D)4p(<sup>2</sup>P)

表 3 给出了 Nb XIII 离子 3d<sup>9</sup>4s4p—3d<sup>10</sup>4s, 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup>—3d<sup>10</sup>4p 跃迁排列组态的跃迁谱线波长 (单 位为 nm) 和相应跃迁的加权跃迁概率 gA (单位为 s<sup>-1</sup>). 其中  $\lambda$  表示本文的计算结果,  $\lambda_{obs}$  为实验结果, 没有实验值的表示目前还没有相应的实验观测值. 3d<sup>9</sup>4s4p—3d<sup>10</sup>4s 跃迁排列的谱线波长的本文计算 值与 Wyart 等<sup>[8]</sup> 报道的实验结果比较可以看出,本 文计算值与实验值的偏差一般小于 0.0005 nm. 在 Sugar 等<sup>[12]</sup> 报道的最新实验结果中,与双电子激发 组态 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup> 相关的 3d<sup>10</sup>4p <sup>2</sup>P<sub>3/2</sub>—3d<sup>9</sup> (<sup>2</sup>D)4s<sup>2</sup>(1S<sub>0</sub>) <sup>2</sup>D<sub>5/2</sub>, 3d<sup>10</sup>4p <sup>2</sup>P<sub>1/2</sub>—3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4s<sup>2</sup>(S<sub>0</sub>) <sup>2</sup>D<sub>3/2</sub> 跃迁的两 条谱线的实验波长分别为 8.269 nm 和 7.938 nm, 实 验不确定度分别为 ±0.002 nm 和 ±0.004 nm, 本文 的计算值与实验值完全相同, 而文献 [12] 报道的 计算值分别为 8.278 nm 和 7.961 nm, 都超过了实验 的最大估计不确定度. 由此可以看出, 本文的结果 是十分准确的. 3d<sup>10</sup>4p <sup>2</sup>P<sub>3/2</sub>—3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4s<sup>2</sup>(<sup>1</sup>S<sub>0</sub>) <sup>2</sup>D<sub>3/2</sub> 跃迁的谱线波长, 本文的计算结果为 8.1100 nm, 文 献 [12] 给出的实验数据为 8.16 nm, 实验的不确定 度为 0.01 nm, 我们认为这个数据还需要在实验上 做进一步验证分析. 表 3 Nb XIII 3d<sup>9</sup>4s4p—3d<sup>10</sup>4s 和 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup>—3d<sup>10</sup>4p 谱线波 长和跃迁概率

跃迁	$\lambda/nm$	$\lambda_{\rm obs}/{\rm nm}$	$gA/s^{-1}$
3d <sup>9</sup> 4s( <sup>3</sup> D)4p-3d <sup>10</sup> 4s			
${}^{4}P_{3/2}$ $- {}^{2}S_{1/2}$	6.0387	6.0397	$4.910  imes 10^{10}$
${}^{4}F_{3/2}$ $- {}^{2}S_{1/2}$	5.9960	5.9984	$1.257  imes 10^{10}$
${}^{4}P_{1/2}$ $- {}^{2}S_{1/2}$	5.9734	5.9733	$3.779  imes 10^{10}$
${}^{4}D_{1/2}$ $- {}^{2}S_{1/2}$	5.9022	5.9024	$1.366  imes 10^{10}$
${}^{4}D_{3/2}$ $ {}^{2}S_{1/2}$	5.8739	5.8735	$4.984  imes 10^{10}$
${}^{2}P_{3/2}$ $- {}^{2}S_{1/2}$	5.7660	5.7663	$7.384  imes 10^{11}$
${}^{2}P_{1/2}$ $- {}^{2}S_{1/2}$	5.7005	5.7001	$2.393  imes 10^{11}$
${}^{2}D_{3/2}$ — ${}^{2}S_{1/2}$	5.6475		$8.492  imes 10^8$
3d <sup>9</sup> 4s(1D)4p-3d <sup>10</sup> 4s			
${}^{2}D_{3/2}$ — ${}^{2}S_{1/2}$	5.9621	5.9623	$1.354  imes 10^{11}$
${}^{2}P_{3/2}$ $- {}^{2}S_{1/2}$	5.9295	5.9295	$6.229  imes 10^{11}$
${}^{2}P_{1/2}$ $- {}^{2}S_{1/2}$	5.9226	5.9223	$5.136  imes 10^{11}$
3d <sup>9</sup> 4s <sup>2</sup> 3d <sup>10</sup> 4p			
${}^{2}D_{5/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	8.2690	8.269a	$1.496 \times 10^{9}$
${}^{2}D_{3/2}$ — ${}^{2}P_{1/2}$	7.9380	7.938a	$1.053 \times 10^{9}$
${}^{2}D_{3/2}$ — ${}^{2}P_{3/2}$	8.1100	8.16a	$1.756 \times 10^{8}$

注: a 实验波长取自文献 [12]; 其余的实验波长取自文献 [8]

表 4 给出了 Nb XIII 离子 3d<sup>9</sup>4s4p—3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup> 跃 迁排列组态的跃迁谱线波长 (单位为 nm) 和相应跃 迁的加权跃迁概率 gA (单位为 s<sup>-1</sup>). 相对于其他的 跃迁排列,这一跃迁排列属于上下能级均来自于二 电子激发组态,据我们所知,关于这种类型的跃迁 排列的理论和实验研究结果都很少. Moller 等 [11] 报道了 Nb XIII 离子 3d94s4p—3d94s2 跃迁排列的 5条跃迁谱线波长和上能态的辐射衰变跃迁寿命, 文献 [11] 的分析认为波长为 (50.52±0.03) nm 的谱 线为混合谱线,属于 3d<sup>9</sup>4s(<sup>3</sup>D)4p <sup>4</sup>F<sub>7/2</sub>—3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4s<sup>2</sup>  $^{2}D_{5/2}$ 和 3d<sup>9</sup>4s(1D)4p  $^{2}F_{5/2}$ —3d<sup>9</sup>(2D)4s<sup>2</sup>  $^{2}D_{3/2}$ 跃迁, 而本文计算得到的这两个跃迁的谱线波长值分别 为 50.5530 nm 和 50.6573 nm, 二者相差 0.1043 nm, 显然这一数值超出了其实验的最大不确定度,因 此本文认为这两条谱线在实验上应该是完全可以 分辨出的谱线,需要通过更高精度的实验进一步研 究. 此外, 波长为 40.92 nm 的这条谱线, 根据本文 的计算研究结果应该属于 3d94s(1D)4p 2F7/2-3d9 (<sup>2</sup>D)4s<sup>2</sup> <sup>2</sup>D<sub>5/2</sub> 的跃迁谱线, 而不是 Moller 等<sup>[11]</sup> 的 3d<sup>9</sup>4s(<sup>1</sup>D)4p<sup>4</sup>D<sub>7/2</sub>—3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4s<sup>22</sup>D<sub>5/2</sub>跃迁谱线,也 就是上谱项能级为 ${}^{2}F_{7/2}$ ,而不是 ${}^{4}D_{7/2}$ .对此我们

分析如下:由于与下组态能级 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4s<sup>2</sup> <sup>2</sup>D<sub>5/2</sub> 相关的跃迁谱线本文计算结果已经得到了很好的结果,也就是本文表 3 中关于该能级跃迁的两条谱线 波长都与实验谱线波长完全一致,所以下能级的本

表 4 Nb XIII 3d<sup>9</sup>4s4p—3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup> 谱线波长和跃迁概率

跃迁	$\lambda/nm$	$\lambda_{\rm obs}/{\rm nm}$	$gA/s^{-1}$
$3d^94s(^3D)4p-3d^9(^2D)4s^2$			
${}^{4}P_{5/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	53.9157	53.91	$2.649 \times 10^{8}$
${}^{4}F_{5/2}$ $- {}^{2}D_{5/2}$	50.9215	50.92	5.063 ×10 <sup>8</sup>
${}^{4}F_{7/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	50.5530	50.52a	1.773 ×10 <sup>9</sup>
${}^{4}P_{3/2}$ $- {}^{2}D_{5/2}$	50.1698		1.243 ×10 <sup>9</sup>
${}^{4}F_{3/2}$ $- {}^{2}D_{5/2}$	47.3655		$1.955 \times 10^{6}$
${}^{4}D_{7/2}$ $- {}^{2}D_{5/2}$	44.2297		$2.718 \times 10^{8}$
${}^{4}D_{3/2}$ $ {}^{2}D_{5/2}$	40.6866		7.558 ×10 <sup>8</sup>
${}^{4}D_{5/2}$ $ {}^{2}D_{5/2}$	39.9872	39.89	$1.816 \times 10^{8}$
${}^{2}P_{3/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	36.0164		9.946 ×10 <sup>10</sup>
${}^{2}F_{7/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	35.9071		2.139 ×10 <sup>11</sup>
${}^{2}D_{5/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	34.4602		1.659 ×10 <sup>1</sup>
${}^{2}F_{5/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	32.8763		1.329 ×10 <sup>10</sup>
${}^{2}D_{3/2}$ $ {}^{2}D_{3/2}$	31.8441		3.043 ×10 <sup>9</sup>
${}^{4}P_{5/2}$ $- {}^{2}D_{3/2}$	61.8135		3.335 ×10 <sup>5</sup>
${}^{4}F_{5/2}$ $- {}^{2}D_{3/2}$	57.9096		$1.247 \times 10^{7}$
${}^{4}P_{3/2}$ $- {}^{2}D_{3/2}$	56.9394		4.529 ×10 <sup>7</sup>
${}^{4}F_{3/2}$ $- {}^{2}D_{3/2}$	53.3543		2.223 ×10 <sup>8</sup>
${}^{4}P_{1/2}$ $- {}^{2}D_{3/2}$	51.6183		2.266 ×10 <sup>8</sup>
${}^{4}D_{1/2}$ $- {}^{2}D_{3/2}$	46.7446		$4.982 \times 10^{8}$
${}^{4}D_{3/2}$ 2 $D_{3/2}$	45.0282		$1.616 \times 10^{7}$
${}^{4}D_{5/2}$ ${}^{2}D_{3/2}$	44.1731		3.649 ×10 <sup>8</sup>
${}^{2}P_{3/2}$ — ${}^{2}D_{3/2}$	39.3773		$1.898 \times 10^{9}$
${}^{2}D_{5/2}$ ${}^{2}D_{3/2}$	37.5245		9.629 ×10 <sup>9</sup>
${}^{2}P_{1/2}$ $- {}^{2}D_{3/2}$	36.5142		5.126 ×10 <sup>10</sup>
${}^{2}F_{5/2}$ $- {}^{2}D_{3/2}$	35.6541		1.513 ×10 <sup>11</sup>
${}^{2}D_{3/2}$ ${}^{2}D_{3/2}$	34.4433		1.167 ×10 <sup>1</sup>
$3d^94s(^1D)4p-3d^9(^2D)4s^2$			
${}^{2}D_{3/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	45.3321		1.470 ×10 <sup>9</sup>
${}^{2}F_{5/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	45.2278		$3.505 \times 10^{8}$
${}^{2}D_{5/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	43.8790		$2.242 \times 10^{8}$
${}^{2}P_{3/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	43.5096		$5.544 \times 10^{8}$
${}^{2}F_{7/2}$ — ${}^{2}D_{5/2}$	40.9131	40.92	$1.178 \times 10^{8}$
${}^{2}D_{3/2}$ — ${}^{2}D_{3/2}$	50.7881		4.253 ×10 <sup>6</sup>
${}^{2}F_{5/2}$ — ${}^{2}D_{3/2}$	50.6573	50.52a	9.923 ×10 <sup>8</sup>
${}^{2}D_{5/2}$ $- {}^{2}D_{3/2}$	48.9713		$6.710 \times 10^{8}$
${}^{2}P_{3/2}$ — ${}^{2}D_{3/2}$	48.5116		3.373 ×10 <sup>8</sup>
${}^{2}P_{1/2}$ — ${}^{2}D_{3/2}$	48.0554		$1.028 \times 10^{7}$

注:实验波长取自文献 [11]; a 混合谱线

文计算结果是准确的,对于上能级 3d<sup>9</sup>4s(<sup>1</sup>D)4p <sup>4</sup>D<sub>7/2</sub>,虽然其与 3d<sup>10</sup>4s 组态的所有能级均不存 在电偶极允许的跃迁谱线,但是,3d<sup>9</sup>4s(<sup>1</sup>D)4p 组态 内其他的电偶极允许能级都与已有的实验谱线很 好地建立了其组态能级结构,也就是 3d<sup>9</sup>4s(<sup>1</sup>D)4p— 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup> 的跃迁排列谱线波长计算值与已有的实验 值符合得很好,因此本文关于 3d<sup>9</sup>4s(<sup>1</sup>D)4p <sup>4</sup>D<sub>7/2</sub> 能 级的计算结果是准确的.其余谱线波长本文的计 算结果与其实验值在实验不确定度的范围内完全 一致.

表 5 给出了 Nb XIII 离子 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup>—3d<sup>10</sup>4p 跃 迁排列组态的跃迁谱线波长 (单位为 nm) 和相应 跃迁的加权跃迁概率 gA (单位为 s<sup>-1</sup>). 在前人研 究工作的基础上, Wyart 等在文献 [8] 中报道了 对类铜等电子序列许多离子最新的实验研究结 果和理论计算结果, 其中 Nb XIII 离子 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup>— 3d<sup>10</sup>4p 跃迁排列中的部分谱线重新做了修订和 解释,除了新增加1条谱线之外,其中有5条实 验谱线的实验估计不确定度修正到了小于 0.0004 nm 的程度,对于上能级,报道没有能够给出上能 级的 LS 耦合方式的具体谱项标记, 而是采用了 J<sub>nth</sub> 标记办法. 本文计算表明, 在 LS 耦合方式下, 这5条谱线分别是在3d9(2D)4p2(3P)—3d104p跃迁 排列中:λ 5.8057 nm <sup>4</sup>F<sub>3/2</sub>—<sup>2</sup>P<sub>1/2</sub> 跃迁,λ 5.7470 nm  ${}^{2}P_{1/2}$  —  ${}^{2}P_{1/2}$  跃迁,  $\lambda$  5.8245 nm  ${}^{2}P_{3/2}$ —  ${}^{2}P_{3/2}$ 跃迁; 在 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4p<sup>2</sup>(<sup>1</sup>D)—3d<sup>10</sup>4p 跃迁排列中: λ 5.7799 nm  ${}^{2}D_{3/2}$ — ${}^{2}P_{1/2}$  跃迁,  $\lambda$  5.7886 nm  ${}^{2}F_{5/2}$ —  $^{2}P_{3/2}$  跃迁,本文计算结果分别为  $\lambda$  5.8054 nm,  $\lambda$ 5.7470 nm, λ 5.8241 nm, λ 5.7800 nm 以及 λ 5.7883 nm, 与实验值的对比分析就可以看出, 本文计算 结果的均小于实验不确定度 0.0004 nm, 因而具有 相当高的计算准确度. 事实上, 从表 5 的结果直接 可以看到,除了 3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4p<sup>2</sup>(<sup>3</sup>P)<sup>2</sup>D<sub>5/2</sub>—3d<sup>10</sup>4p<sup>2</sup>P<sub>3/2</sub> 跃迁谱线波长本文结果与实验值的偏差为 0.0006 nm 之外, 其他全部计算得到的跃迁谱线波长与已 有的相应实验值的偏差均不超过 0.0003 nm. 此 外, 计算研究表明, 本文计算得到的 λ5.9025 nm 的  $3d^9(^2D)4p^2(^1D)\ ^2P_{1/2}$ — $3d^{10}4p\ ^2P_{3/2}$ 跃迁谱线和  $\lambda$ 5.9022 nm 3d<sup>9</sup>4s(<sup>3</sup>D)4p <sup>4</sup>D<sub>1/2</sub>—3d<sup>10</sup>4s <sup>2</sup>S<sub>1/2</sub> 跃迁谱 线在实验不确定度内实际上属于混合谱线,结果与 相应的实验结果一致,与文献 [8] 中的分析完全符 合,这两条属于不同组态之间的跃迁谱线,在实验

和理论上均属于混合谱线.

表 5 Nb XIII 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup>—3d<sup>10</sup>4p 谱线波长和跃迁概率

跃迁	$\lambda/nm$	$\lambda_{\rm obs}/{\rm nm}$	$gA/s^{-1}$
$3d^9(^2D)4p^2(^3P)-3d^{10}4p$			
${}^{4}D_{5/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	6.0595		$8.035 \times 10^9$
${}^{4}D_{3/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.9073		$1.661 \times 10^{10}$
${}^{4}D_{3/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	6.0021		$7.646 \times 10^{8}$
${}^{2}F_{5/2}$ $$ ${}^{2}P_{3/2}$	5.9703		$3.141  imes 10^8$
${}^{4}P_{5/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.9585		$2.195  imes 10^9$
${}^{4}D_{1/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.8536		$1.634  imes 10^{10}$
${}^{4}D_{1/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.9466		$3.453  imes 10^{10}$
${}^{2}D_{3/2}$ — ${}^{2}P_{1/2}$	5.8410	5.8413	$6.360  imes 10^{11}$
${}^{2}D_{3/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.9336		$5.432\times\!10^9$
${}^{4}F_{3/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.8054	5.8057	$3.398  imes 10^{11}$
${}^{4}F_{3/2}$ $$ ${}^{2}P_{3/2}$	5.8968		$2.491  imes 10^{10}$
${}^{4}F_{5/2}$ $$ ${}^{2}P_{3/2}$	5.8914	5.8917	$5.658  imes 10^{10}$
${}^{2}D_{5/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.8397	5.8391	$1.564  imes 10^{12}$
${}^{2}P_{1/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.7470	5.7470	$1.546  imes 10^{11}$
${}^{2}P_{1/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.8366	5.8367	$2.131  imes 10^{11}$
${}^{2}P_{3/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.7349		$3.587  imes 10^9$
${}^{2}P_{3/2}$ $$ ${}^{2}P_{3/2}$	5.8241	5.8245	$9.772 \times 10^{11}$
${}^{4}P_{3/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.7184		$1.265  imes 10^{10}$
${}^{4}P_{3/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.8071		$8.317 imes10^{6}$
${}^{4}P_{1/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.7045		$4.632  imes 10^8$
${}^{4}P_{1/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.7927		$2.634\times\!10^{10}$
3d <sup>9</sup> ( <sup>2</sup> D)4p <sup>2</sup> ( <sup>1</sup> D)—3d <sup>10</sup> 4p			
${}^{2}S_{1/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.8947	5.8950	2.666 ×10 <sup>11</sup>
${}^{2}S_{1/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.9890	5.8893	$4.038 \times 10^{10}$
${}^{2}P_{3/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.9832		$3.718  imes 10^{10}$
${}^{2}P_{1/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.8109		$2.730  imes 10^{10}$
${}^{2}P_{1/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.9025	5.9024	$7.989  imes 10^{10}$
${}^{2}F_{5/2}$ ${}^{2}P_{3/2}$	5.8790		$1.467 \times 10^{9}$
${}^{2}D_{3/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.7800	5.7799	$1.175 \times 10^{11}$
${}^{2}D_{3/2}$ $- {}^{2}P_{3/2}$	5.8707		$1.008 \times 10^{10}$
${}^{2}F_{5/2}$ ${}^{2}P_{3/2}$	5.7883	5.7886	$9.167 \times 10^{10}$
$3d^9(^2D)4p^2(^1S)-3d^{10}4p$			
$^{2}D_{5/2}$ $-^{2}P_{3/2}$	5.7119	5.7119	1.935 ×1011
${}^{2}D_{3/2}$ $- {}^{2}P_{1/2}$	5.5573		$1.143 \times 10^{10}$
${}^{2}D_{3/2}$ $-{}^{2}P_{3/2}$	5.6410		$3.413 \times 10^{10}$

注: 实验波长取自文献 [8]

表 6 列出了 Nb XIII 离子本文在组态相互作用 HFR 理论方法计算的基础上, 通过分析已有的可 靠实验能级数据, 采用 LSF 方法得到的偶宇称组 态和奇宇称组态能级结构的径向积分参数 (单位为 1000 cm<sup>-1</sup>). 表 6 第二列和第三列分别列出了 LSF 和组态相互作用 HFR 理论方法计算的参数值. 第

参数	$LSF/1000 \text{ cm}^{-1}$	$\mathrm{HFR}/1000~\mathrm{cm}^{-1}$	LSF/HFR
$E_{\rm av}~(3{\rm d}^{10}4{\rm s})$	2.683	0	
$E_{\rm av}(3{\rm d}^94{ m s}^2)$	1470.172	1472.804	0.998
$\zeta_{ m 3d}$	9.482	9.194	1.031
$E_{\rm av}~(3{\rm d}^94{\rm p}^2)$	1946.497	1948.240	0.999
$F^{2}(4p, 4p)$	80.337	85.489	0.939
α	-2.025	-0.175	12.85
$\zeta_{3d}$	9.388	9.199	1.021
$\zeta_{4\mathrm{p}}$	18.419	17.649	1.044
$F^{2}(3d,4p)$	61.267	62.387	0.982
$G^{1}(3d,4p)$	19.502	16.234	1.201
$G^{3}(3d,4p)$	19.279	15.995	1.205
$E_{\rm av}(3d^94s4d)$	2079.157	2076.460	1.001
$\zeta_{ m 3d}$	8.748	9.208	0.950
$\zeta_{ m 3d}$	1.693	1.782	0.950
$F^{2}(3d,4d)$	47.198	55.527	0.850
<i>F</i> <sup>4</sup> (3d,4d)	22.413	26.369	0.850
<i>G</i> <sup>2</sup> (3d,4s)	18.878	17.768	0.849
$G^{0}(3d,4d)$	15.838	14.906	1.062
$G^{2}(3d,4d)$	18.783	17.678	1.062
$G^4(3d,4d)$	14.409	13.561	1.062
$G^{2}(4s, 4d)$	78.192	73.590	1.062
$R_{\rm d}^2(3d, 3d; 3d, 4s)$	27.646	27.642	1.121
$R_d^1(3d,4s;3d,4p)$	-10.027	-14.809	0.576
$R_{\rm d}^0$ (3d,3d;3d,4d)	4.540	4.539	0.677
$R_{\rm d}^2(3{\rm d},3{\rm d};3{\rm d},4{\rm d})$	35.089	35.084	1.000
$R_{\rm d}^4$ (3d,3d;3d,4d)	24.572	24.568	1.000
$R_{\rm d}^2(3{\rm d},4{\rm s};4{\rm s},4{\rm d})$	-16.768	-16.765	1.000
$R_{\rm e}^0(3d,4s;4s,4d)$	-1.642	-1.642	1.000
$R_{\rm d}^1(4s,4s;4p,4p)$	76.157	112.482	0.677
$R_{\rm d}^2(3{\rm d},4{\rm s};3{\rm d},4{\rm d})$	47.566	47.565	1.000
$R_{\rm e}^2$ (3d,4s;4s,4d)	16.978	16.978	1.000
$R_{\rm d}^1(4p,4p;3d,4d)$	71.816	106.074	0.677
Stdev	0.143		
$E_{\rm av}(3d^{10}4p)$	238.487	237.747	1.003
$\zeta_{4\mathrm{p}}$	17.814	16.833	1.058
$E_{\rm av}(3d^94s4p)$	1694.255	1692.249	1.001
$\zeta_{ m 3d}$	9.369	9.196	1.018
$\zeta_{4\mathrm{p}}$	18.156	17.692	1.262
<i>F</i> <sup>2</sup> (3d,4p)	62.116	62.512	0.993
$G^{2}(3d,4s)$	19.158	17.749	1.079
$G^{1}(3d, 4s)$	20.153	16.293	0.992
<i>G</i> <sup>3</sup> (3d,4p)	26.017	16.050	1.239
$G^{1}(4s, 4p)$	103.706	105.979	0.783
$R_{\rm d}^2$ (3d,3d;3d,4s)	27.798	27.786	0.978
$R_{\rm d}^2$ (3d,4p;4s,4p)	-17.149	-17.142	1.000
$R_{\rm e}^1$ (3d,4p;4s,4p)	-14.593	-14.587	1.000
Stdev	0.094		

表 6 Nb XIII 离子偶宇称和奇宇称组态参数

四列为 LSF 计算结果与组态相互作用 HFR 理论 方法计算值之比. 径向积分参数的拟合计算结果与 HFR 方法计算结果的之比对于理论和实验研究类 铜等电子序列离子的能级结构的具有重要作用.在 等电子序列离子的能级结构的广义外推或者比值 外推研究中<sup>[5,17]</sup>,人们可以在准确的实验数据的基 础上,通过分径向积分参数在等电子序列离子中的 变化规律,对未知离子能级结构与跃迁谱线波长参 数做准确的理论分析研究,因此这一理论研究方法 仍然是当前原子与分子领域处理相关问题十分有 效和重要的方法.从本文对径向积分参数的优化计 算得到的标准偏差来看,对偶宇称组态和奇宇称组 态其值分别为 143 cm<sup>-1</sup> 和 94 cm<sup>-1</sup>,表明本文计算 得到的结果是可靠准确的. 最后指出, 尽管从理论 上讲,原子体系的总波函数应该在无限多个组态的 本征矢空间展开,而具体的径向积分参数拟合过程 中,若考虑太多的组态相互作用,会使计算过程变 得十分复杂.本文提供的这些径向积分参数可以作 为进一步研究类铜等电子序列离子能级结构时的 参考.

#### 4 结论

1) 研究发现, 尽管随着原子序数的增加, 类铜 等电子序列离子的二电子激发组态之间的组态相 互作用会越来越强<sup>[9,17]</sup>, 但对于 Nb XIII 的二电子 激发的 3d<sup>9</sup>4s4p 组态而言, 优化径向积分参数可以 得到比较好的计算结果, 而文献 [11] 中将该组态能 级的最大不确定度调整为 600 cm<sup>-1</sup> 会直接影响其 他二电子激发奇宇称组态的能级结构与跃迁的理 论预言. 相对于原子序数 Z = 41 的 Nb XIII 离子而 言, 在具有高精度实验值的情况下, 研究该等电子 序列的其他高 Z 离子的奇宇称二电子激发组态与 跃迁时, 应该根据具体情况考虑这些组态之间的相 互作用.

2) 研究表明,在  $3d^94s^4p$ — $3d^94s^2$  的上下组 态均为二电子激发组态的跃迁排列中,波长为 40.92 nm 的这条谱线,应该属于  $3d^94s(^1D)4p$  $^2F_{7/2}$ — $3d^9(^2D)4s^2 \, ^2D_{5/2}$ 的跃迁谱线,而不是 Moller 等在文献 [11] 中报道的属于  $3d^94s(^1D)4p \, ^4D_{7/2}$ — $3d^9(^2D)4s^2 \, ^2D_{5/2}$ 的跃迁谱线,即上谱项能级为  $^2F_{7/2}$ ,而不是  $^4D_{7/2}$ .

3) 对于 3d<sup>9</sup>4s(<sup>3</sup>D)4p<sup>4</sup>F<sub>7/2</sub>—3d<sup>9</sup>(<sup>2</sup>D)4s<sup>2</sup><sup>2</sup>D<sub>5/2</sub> 和

 $3d^{9}4s(^{1}D)4p \ ^{2}F_{5/2}$ — $3d^{9}(^{2}D)4s^{2} \ ^{2}D_{3/2}$ 的跃迁谱线, 文献 [11] 报道的实验波长为 (50.52±0.03) nm, 并 认为属于两条混合谱线, 但本文的计算研究表明 二者波长相差 0.1043 nm, 这一数值显然超出其实 验的最大不确定度 (0.03 nm), 因此我们认为这两 条谱线在有较高分辨率的实验上应该是完全可以 分辨出的两条谱线, 而不是混合谱线. 此外, 本文计 算的波长 5.9025 nm  $3d^{9}(^{2}D)4p^{2}(^{1}D) \ ^{2}P_{1/2}$ — $3d^{10}4p \ ^{2}P_{3/2}$ 的跃迁和波长 5.9022 nm  $3d^{9}4s \ (^{3}D)4p^{4}D_{1/2}$ —  $3d^{10}4s \ ^{2}S_{1/2}$ 的跃迁为混合谱线, 这一结论与相应的 实验结果是一致的, 与 Wyart 等在文献 [8] 中的分 析也完全符合.

4) 在多组态 HFR 研究的基础上, 径向积分参数的 LSF 计算技术仍然是当前高剥离态等电子序列离子结构理论和实验研究的重要方法之一. 本文提供的 Nb XIII 离子的径向积分参数、组态能级、跃迁谱线波长和跃迁概率等数据, 可以为核聚变等离子体研究以及激光器的研制提供参考, 也可以作为理论和实验进一步研究该等电子序列其他离子能级结构时的参考.

- [1] Kim Y K, Baik D H, Indelicato P 1991 Phys. Rev. A 44 148
- [2] Blundell S A 1993 Phys. Scr. T 46 144
- [3] Safronova U I, Johnson W R, Shlyaptseva A 2003 Phys. Rev. A 67 52507
- [4] Sugar J, Musgrove A 1991 Phys. Chem. Ref. Data 20 998
- [5] Martinson I 1989 J. Rep. Prog. Phys. 52 157
- [6] Reader J, Acquista N 1983 J. Opt. Soc. Am. 73 1765
- [7] Klapisch M, Mandelabaum P, Schwob J L 1981 Phys. Lett. A 84 177
- [8] Wyart J F, Kleef M A Th, Ryabtsev N A, Joshi N Y 1984 Phys. Scr. 29 319
- [9] Beimont E 1988 At. Data Nucl. Data Tables 39 157
- [10] Morley P D, Sugar J 1988 Phys. Rev. A 38 3139

- [11] Moller G, Trabert E, Heckmann H P 1992 Phys. Scr. 46 36
- [12] Sugar J, Trabert E, Moller G, Heckmann H P, Blanke H J, Martinson I 1991 Phys. Scr. 43 484
- [13] Träbert E 2011 Phys. Scr. T 144 014004
- [14] Mu Z D, Wei Q Y 2005 Acta Phys. Sin. 54 2614 (in Chinese) [牟致 栋, 魏琦瑛 2005 物理学报 54 2614]
- [15] Cowan R D 1981 Theory of Atomic Structure and Spectra (Berkeley: University of California Press)
- [16] Mu Z D, Wei Q Y, Chen D Y 2006 Acta Phys. Sin. 55 4070 (in Chinese) [牟致栋, 魏琦瑛, 陈涤缨 2006 物理学报 55 4070]
- [17] Mu Z D, Wei Q Y 2004 Acta Phys. Sin. 53 1742 (in Chinese) [牟致 栋, 魏琦瑛 2004 物理学报 53 1742]

# Theoretical study of level structure and transitions of configurations 3d<sup>9</sup>4s<sup>2</sup>, 3d<sup>9</sup>4s4p, 3d<sup>9</sup>4p<sup>2</sup> for Nb XIII\*

Mu Zhi-Dong<sup>†</sup> Wei Qi-Ying

(School of Science, China University of Mining Science and Technology, Xuzhou 221008, China) (Received 20 October 2012; revised manuscript received 19 January 2013)

#### Abstract

Fine-structure energy levels of two-electron excitation configurations  $3d^94s^2$ ,  $3d^94s^4p$ ,  $3d^94p^2$  are calculated by Hartree-Fock method, which includes the configuration interaction, relativistic correction and approximate Breit correction, for copper-like Nb XIII. More accurate levels are obtained by the least-square-fit technique. The wavelengths and transition probabilities of  $3d^94s4p-3d^{10}4s$ ,  $3d^94s^2-3d^{10}4p$ ,  $3d^94p^2-3d^{10}4p$ ,  $3d^94s4p-3d^{9}4s^2$  transition array are obtained, and some unknown results are predicted. Computing research shows that the 40.92 nm line should belong to  $3d^94s(^{1}D)4p$   $^{2}F_{7/2}-3d^9(^{2}D)4s^2$   $^{2}D_{5/2}$  transition, but not to the  $3d^94s(^{1}D)4p$   $^{4}D_{7/2}-3d^9(^{2}D)4s^2$   $^{2}D_{5/2}$  transition, and the upper term level should be  $^{2}F_{7/2}$ , but not  $^{4}D_{7/2}$ .

Keywords: Nb XIII, two-electron excitation configurations, wavelengths, transition probabilities

PACS: 31.10.+z, 31.15.A-, 32.10.-f, 32.30.Rj

**DOI:** 10.7498/aps.62.103101

<sup>\*</sup> Project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. 2010LKWL07).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: muzhidong@126.com