

## 用于相位突变界面的广义的反射定律和折射定律\*

孙彦彦<sup>1)</sup> 韩璐<sup>1)</sup> 史晓玉<sup>1)</sup> 王兆娜<sup>1)†</sup> 刘大禾<sup>1)2)</sup>

1) (北京师范大学, 物理系应用光学北京市重点实验室, 北京 100875)

2) (南昌航空大学, 无损检测技术教育部重点实验室, 南昌 330063)

(2012年11月12日收到; 2013年1月11日收到修改稿)

考虑到位于两物质界面上的 Metasurface 对光线传播行为的影响, 从费马原理和边界条件连续两种角度出发, 推导了可用于相位突变界面的广义反射与折射定律. 该定律在界面对光波的相位改变量为零的情况下, 回归为通常的反射定律和折射定律. 利用广义的折射定律和反射定律讨论了介质折射率、界面上的相位梯度等因素对光传播行为的影响, 发现利用广义的折射定律和反射定律很容易实现反常反射和反常折射行为, 并给出了出现反常反射和反常折射的条件, 以此为基础可以实现对光波的随意控制. 依据广义的折射定律和反射定律分析了一维相位掩模板对光场传播行为的影响.

**关键词:** 超材料, 相位突变界面, 反射定律, 折射定律

**PACS:** 42.25.Gy, 42.79.Wc, 78.68.+m, 42.70.-a

**DOI:** 10.7498/aps.62.104201

## 1 引言

折射定律和反射定律是几何光学的基础, 具有非常重要的物理意义. 通常, 人们认为影响光传播的因素是介质, 反射角和折射角的大小与光在这两种介质中传播的速度有关, 而光在介质中的速度是由介质本身的光学属性决定的. 也就是说, 光的传播方式是由两种介质的光学属性影响和决定的, 与它们中间的界面无关. 这种处理问题的方式是以假设物质界面是一理想的不改变光波任何信息的边界为前提的.

随着纳米加工技术的发展, 出现了具有与传统材料不同的反常性质的超材料 (metamaterial), 通过对材料的关键物理尺度上的结构进行有序设计, 从而突破某些表现自然规律的限制, 获得超出自然界固有的普通性质的超常材料功能. 现今的超材料有: “左手材料”, 光子晶体, “超磁性材料”等<sup>[1-9]</sup>. 不同的超材料有不同的特殊性质, 具有非常广阔的应用前景. 其中, 超界面 (metasurface) 是超材料应用的一个重要领域, 它通过纳米尺度的人工操

作, 使界面具有与传统界面不同的新特性, 利用超界面可以实现对光波的任意控制, 具有重要的应用价值. 科学家们已经利用超界面来实现对光波偏振态和波前的随意控制, 超界面还可以实现完全透射<sup>[10]</sup>、增强天线辐射性能<sup>[11-14]</sup>、波长选择<sup>[15]</sup>、超吸收<sup>[16-20]</sup>等功能. 利用超界面设计的光学器件具有轻薄的特点, 在军事上具有重要的应用价值<sup>[21]</sup>.

随着超界面的发展与实现, 各种超表面<sup>[10-17,21]</sup>被理论设计和实验实现. 与理想的边界不同, metasurface 可以改变光波的波前、相位和偏振态, 这就使得光的传播不再遵循普通的反射与折射定律<sup>[22,23]</sup>. 因此, 针对这种新兴 metasurface 界面, 利用不同的方法推导广义的反射定律和折射定律就显得非常必要, 有利于进一步理解光与 metasurface 的相互作用机制. 本文基于费马原理和边界连续条件, 通过两种方法推导了考虑界面上有相位突变的广义的反射和折射定律, 探讨了光与 metasurface 的作用机制, 讨论了一些相关因素对光传播的影响, 给出了出现全透射和全反射的临界条件以及观察到负折射和负反射的条件, 理论设计了

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11104016, 11074024, 61275130) 和高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20100003120009) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zhnwang@bnu.edu.cn

一种由一维相位掩模板形成的 metasurface, 并给出了相应的简化的实验设计.

## 2 由费马原理推导广义的反射定律和折射定律

费马原理与光的直线传播定律、反射定律和折射定律具有同等重要的意义, 可以说后者是前者的必然结果, 即由费马原理可推出光的直线传播定律、反射定律和折射定律. 通常, 光波的波前是可以利用透镜、棱镜、衍射元件如光栅和全息图等光学元件通过相位变化的逐渐累积而被调控的. 变换光学提出以后<sup>[24,25]</sup>, 控制光波波前的思想得以更进一步的发展, 各种控制和变换光波波前的新型的光学器件被设计出来, 例如, 利用超材料使光线反常弯曲, 产生了负折射现象, 实现了平面波和球面波的转换等. 这些控制光波波前的方法是基于麦克斯韦方程组的坐标协变性和坐标变换的思想提出的. 与此不同的是, 研究者在光路中引入波长尺度的相位突变可以产生新的控制波前的自由度, 同时, 光的传播符合费马原理<sup>[22,23]</sup>. 这样, 我们就可以从费马原理出发推导出广义的折射和反射定律.

费马原理是指在  $A, B$  两点之间光波沿着光程  $\int_A^B n(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$  取极值的方向传播, 其中  $n(\mathbf{r})$  是介质的折射率. 光程对光波来说, 体现的是相位的改变, 因此, 在一般形式中, 费马原理可以理解为在实际光路中光波的相位变化取极值, 即光波的相位变化函数的变分为 0, 记为  $\int_A^B d\phi(\mathbf{r}) = 0$ . 对于通常的理想界面, 我们可以利用该公式导出常用的反射定律和折射定律. 如果在两介质的界面上引入波长尺度的相位突变  $\Phi(\mathbf{r}_s)$ ,  $\Phi(\mathbf{r}_s)$  取决于界面上的坐标  $\mathbf{r}_s$ , 则光波在不同路径上的总相位变化变为  $\Phi(\mathbf{r}_s) + \int_A^B \mathbf{k} \cdot d\mathbf{r}$ , 其中第一项为由界面引起的相位突变, 第二项为光波在传播路径上因光程的变化而引入的相位变化,  $\mathbf{r}_s$  是光在介质中的波矢. 由费马原理可以知道, 实际的光路中光波总相位变化应该取极值. 这是适用于界面上有相位突变的广义的费马原理, 利用它可以得到广义的反射定律与折射定律.

在界面上引入相位突变  $\Phi(\mathbf{r}_s)$ , 相位突变量是界面上的位置坐标的函数, 表现为相位改变不固定. 在假设沿着界面的相位变化率  $d\Phi/dx$  为定值

的条件下, 由费马原理可以导出广义的菲涅耳折射定律<sup>[22]</sup>:

$$n_t \sin(\theta_t) - n_i \sin(\theta_i) = \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{d\Phi}{dx}, \quad (1)$$

其中,  $\theta_i$  为入射角,  $\theta_t$  为折射角,  $n_i$  和  $n_t$  是入射介质和出射介质的折射率,  $\lambda_0$  为真空中的波长. 由 (1) 式可知, 若提供合适的相位梯度  $d\Phi/dx$  值则折射光束可以有任意的传播方向. 这一修正的菲涅耳定律中非零的相位梯度使得入射角为  $\pm\theta_i$  的光波有不同的折射角, 入射角出现对称性被破坏. 由 (1) 式可以看出, 全反射的临界角为

$$\theta_{tc} = \arcsin\left(\pm \frac{n_t}{n_i} - \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \frac{d\Phi}{dx}\right). \quad (2)$$

由 (2) 式可以看出: 当光波由光密介质射向光疏介质 (即  $n_t < n_i$ ) 时, 对于有相位突变的界面不仅存在全反射临界角, 而且全反射临界角的数量和大小均与入射媒质和出射媒质的折射率  $n_t$  和  $n_i$  有关, 还和入射光的波长  $\lambda_0$  和界面上的相位变化梯度  $d\Phi/dx$  有关. 当这几个参数满足  $-\frac{n_t}{n_i} - \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \frac{d\Phi}{dx} \geq -1$ , 即  $\frac{d\Phi}{dx} \leq (-n_t + n_i) \frac{2\pi}{\lambda_0}$  时, 界面上存在两个全反射临界角, 与文献 [22] 说的总是有两个全反射临界角不同, 而当  $\frac{d\Phi}{dx} > (-n_t + n_i) \frac{2\pi}{\lambda_0}$  时, 界面上存在一个全反射临界角. 与通常的折射定律不同的是, 当光波由光疏介质射向光密介质 (即  $n_t > n_i$ ) 时, 也可能存在一个全反射临界角, 全反射临界角出现的条件为  $\frac{d\Phi}{dx} \geq (n_t - n_i) \frac{2\pi}{\lambda_0}$ . 这些反常的结果, 是相位梯度的引入使得对称性被破坏所造成的.

对于反射, 假设在  $A, C$  点之间有两个路径分别为  $ABC$  和  $ADC$ , 它们都与实际光路无限接近, 它们之间的相位差为 0, 如图 1 所示, 则有:

$$\begin{aligned} [k_0 n_i \sin(\theta_i) dx + (\Phi + d\Phi)] \\ - [k_0 n_i \sin(\theta_r) dx + \Phi] = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\theta_r$  为反射角,  $\Phi$  和  $\Phi + d\Phi$  分别为两个光路通过界面时相位不连续产生的相位变化,  $dx$  是界面上两点的距离, 波数  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ . 在假设沿着界面的相位变化率为恒定, 即  $d\Phi/dx$  为定值的情况下, 由 (4) 式可以导出广义的菲涅耳反射定律

$$\sin(\theta_r) - \sin(\theta_i) = \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \frac{d\Phi}{dx}, \quad (4)$$

由 (4) 式可以看出, 反射角  $\theta_r$  与入射角  $\theta_i$  之间的关系是非线性的, 这与传统的镜面反射有明显不同. 由该式可知, 对于有相位突变的界面来说, 存在一个合适的入射角, 使得在入射角大于它时, 反射光

消失. 类比于全反射临界角, 该临界角可以定义为全透射临界角, 其值为

$$\theta_{rc} = \arcsin \left( \pm 1 - \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \frac{d\Phi}{dx} \right), \quad (5)$$

由(5)式可以看出: 对于有相位突变的界面存在一个全透射临界角. 不管光波是由光疏媒质射向光密媒质  $n_t > n_i$ , 还是由光密媒质射向光疏媒质  $n_t < n_i$ , 该透射临界角总是存在的, 且该临界角由入射媒质  $n_i$ , 入射光的波长  $\lambda_0$  和界面上的相位变化梯度  $d\Phi/dx$  来决定.

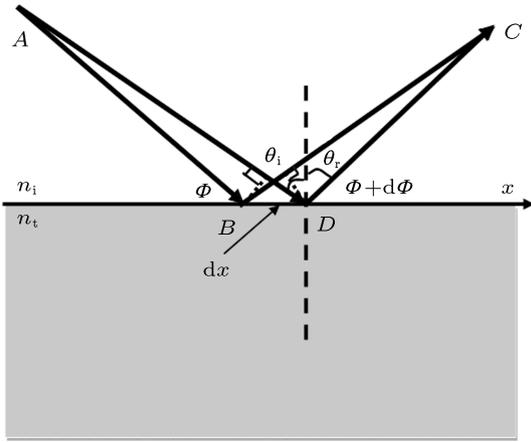


图1 界面上有相位差的反射示意图

### 3 由边界条件推导广义的反射、折射定律

通常, 电磁超材料或电磁超表面是由周期排列的微结构构成的, 微结构的尺寸小于目标电磁波的波长, 而又远大于构成物质的原子或分子尺寸, 因此, 对目标电磁波来说, 电磁超材料或电磁超表面可以被看作均匀材料. 基于上面的分析, 边界条件对电磁超界面来说应该仍然成立.

假定光波的入射面为  $xoz$  平面,  $x$  轴在两物质的分界面上, 入射光波为平面波且波矢为  $\mathbf{k}_i$ , 入射角为  $\theta_i$ , 反射光波的波矢为  $\mathbf{k}_r$ , 反射角为  $\theta_r$ , 折射光波的波矢为  $\mathbf{k}_t$ , 折射角为  $\theta_t$ , 如图2所示. 假定电场强度的切向分量连续, 则可得:

$$E_{ix} + E_{rx} = E_{tx}, \quad (6)$$

其中,

$$\begin{aligned} E_{ix} &= A_{ix} e^{-i[\omega t - k_i(l_i x + m_i y + n_i z)]}, \\ E_{rx} &= A_{rx} e^{-i[\omega t - k_r(l_r x + m_r y + n_r z) + \Phi(x)]}, \\ E_{tx} &= A_{tx} e^{-i[\omega t - k_t(l_t x + m_t y + n_t z) + \Phi(x)]}, \end{aligned}$$

其中  $l_\alpha, m_\alpha, n_\alpha$  为波矢量  $\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_r$  和  $\mathbf{k}_t$  三个方向余弦. 在界面 ( $z=0$ ) 上, 边界条件应在任意时刻  $t$  和任意点  $(x, y, z)$  都成立, 则  $t$  前的系数和  $x, y$  前的系数应分别相等. 由  $x$  前的系数相等可得:

$$k_i l_i x = k_r l_r x - \Phi(x) = k_t l_t x - \Phi(x), \quad (7)$$

由入射波的波矢量  $\mathbf{k}_i = k_i(\sin \theta_i, 0, \cos \theta_i)$  和  $y$  前的系数相等可知,  $m_r = m_t = 0$ , 这表明反射波和折射波的波矢量也在  $xoz$  平面内, 即反射光线和折射光线都在由入射光线和反射界面法线所在的入射面内.

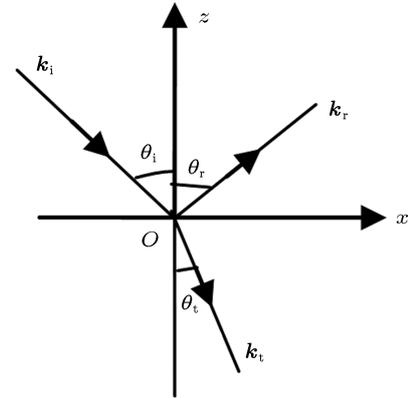


图2 光在界面上的反射和折射示意图

对反射波和折射波有  $l_r = \sin \theta_r, l_t = \sin \theta_t$ , 代入(7)式可得

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{c} n_i \sin(\theta_i) x &= \frac{\omega}{c} n_i \sin(\theta_r) x - \Phi(x) \\ &= \frac{\omega}{c} n_t \sin(\theta_t) x - \Phi(x). \end{aligned} \quad (8)$$

考虑到(8)式对任意的  $x$  都是成立的, 则有等式:

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{c} n_i \sin(\theta_i) &= \frac{\omega}{c} n_i \sin(\theta_r) - \frac{d\Phi(x)}{dx} \\ &= \frac{\omega}{c} n_t \sin(\theta_t) - \frac{d\Phi(x)}{dx}, \end{aligned} \quad (9)$$

由此可得到与(1)和(4)式完全相同的反射定律和折射定律:

$$\begin{cases} \sin \theta_r - \sin \theta_i = \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \frac{d\Phi(x)}{dx} & \text{反射定律,} \\ n_t \sin \theta_t - n_i \sin \theta_i = \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{d\Phi(x)}{dx} & \text{折射定律,} \end{cases} \quad (10)$$

对比可以看出, 由费马定律和利用边界条件推得的用于相位不连续界面的广义的反射定律和折射定律完全一致. 进而可利用该广义的反射定律和折射定律推得相应的菲涅耳公式, 并分析超界面的反射率和透射率.

### 4 理论分析与讨论

需要指出的是, 对于广义的折射和反射定律, 当  $\frac{d\Phi}{dx} = 0$  时, 即界面为通常的理想界面时, (10) 式退化为

$$\begin{cases} \theta_i = \theta_r & \text{反射定律,} \\ \theta_t = \arcsin\left(\frac{n_i}{n_t} \sin \theta_i\right) & \text{折射定律,} \end{cases} \quad (11)$$

这是我们常用的反射定律和折射定律. 意味着广义的折射和反射定律包含通常的折射和反射定律, 换言之, 通常的折射和反射定律是广义的折射和反射定律的一种特殊情况.

在界面上引入相位改变后, 反射角和折射角的大小除了与入射角有关以外, 还与介质的折射率、入射光的波长、界面上的相位梯度有关. 图 3 展现了当光从光疏介质射入到光密介质 ((a), (b)) 和光从

光密介质射入到光疏介质 ((c), (d)) 时, 传统的反射定律和折射定律 (实线) 和广义的反射定律和折射定律 (点线) 所给出的反射角 ((a), (c)) 和折射角 ((b), (d)) 随入射角改变的变化曲线. 其中,  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ ,  $d\Phi/dx = \pi/3 \times 10^7$  (点线①),  $d\Phi/dx = \pi/6 \times 10^7$  (点线②),  $d\Phi/dx = \pi/9 \times 10^7$  (点线③), 图 3(a), (b) 中  $n_i = 1, n_t = 1.5$ , 图 3(c), (d) 中  $n_i = 1.5, n_t = 1$ . 由图 3(a), (c) 可以看出, 与传统的反射定律给出的所有的入射角均等于与之相对应的反射角不同, 广义的反射定律给出的反射角与入射角的关系不再是原来的线性关系, 而是一条曲线, 并且在入射角大于临界角  $\theta_{rc}$  时反射光消失, 而且该临界角随着界面上的相位变化梯度  $d\Phi/dx$  的增大而逐渐减小, 减小为零后, 变为负值. 这意味着在入射面内存在大于  $90^\circ$  的角度范围不存在反射光. 这一特性可以用来设计透射型的分光元器件或者实现超薄界面

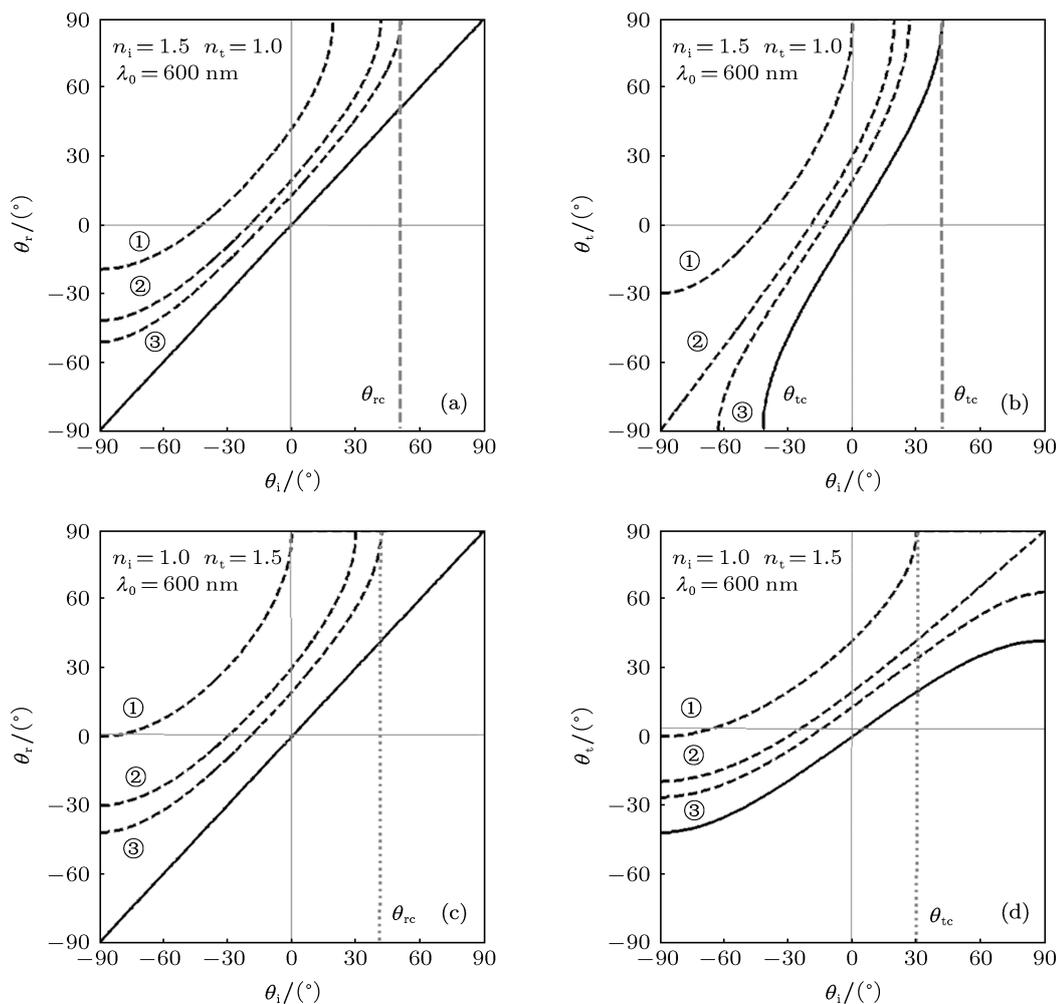


图 3 当光从光疏介质射入到光密介质 ((a), (b)) 和光从光密介质射入到光疏介质 ((c), (d)) 时, 传统反射定律、折射定律 (实线) 和广义反射定律、折射定律下的反射角 ((a), (c)) 和折射角 ((b), (d)) 与入射角的关系, 相位变化梯度  $d\Phi/dx = \pi/3 \times 10^7$  (点线①),  $d\Phi/dx = \pi/6 \times 10^7$  (点线②),  $d\Phi/dx = \pi/9 \times 10^7$  (点线③)

的减反膜,甚至可以用来设计隐身图层. 由图 3(b), (d) 可以看出,对于折射,当光从光密介质入射到光疏介质时(图 4(d) 所示),当界面上的相位变化梯度  $d\Phi/dx$  较小时,广义的折射定律给出两个不同的全反射临界角  $\theta_{tc}$ ,而当界面上的相位变化梯度  $d\Phi/dx$  较大时,广义的折射定律给出一个全反射临界角  $\theta_{tc}$ . 转折点为  $\frac{d\Phi}{dx} = \frac{\pi}{6} \times 10^7$ ,这与前面的分析结果一致.

由图 3 还可以看出,广义的反射定律和折射定律对应的曲线均存在位于第二象限的部分,其物理意义是:第二象限的点表示入射角为负,反射角和折射角为正,反射角为正意味着反射角与入射角位于法线同侧,这便是反常反射(负反射). 折射角为

正意味着折射角与入射角位于法线同侧,这便是反常折射(即负折射). 这与传统的反射定律和折射定律的结果截然不同. 由此我们可以发现有某个特殊的入射角度会产生一些有趣的现象. 例如,选取适当的界面,使入射角和反射角位于法线同侧并且大小相同,这时光到达界面后会沿着入射光的相反的方向反射回来,在一般的反射定律下这种情况只发生在垂直入射的时候. 在某一角度折射角可以等于入射角,看起来就像光在同一介质中传播,并未发生折射. 同时由图 3 还可以看出,在入射光波长、入射介质折射率、出射介质折射率和界面上的相位梯度满足一定条件的情况下,反常反射和反常折射现象可以同时发生,这就说明可以利用能改变光波相位的超界面实现负折射现象.

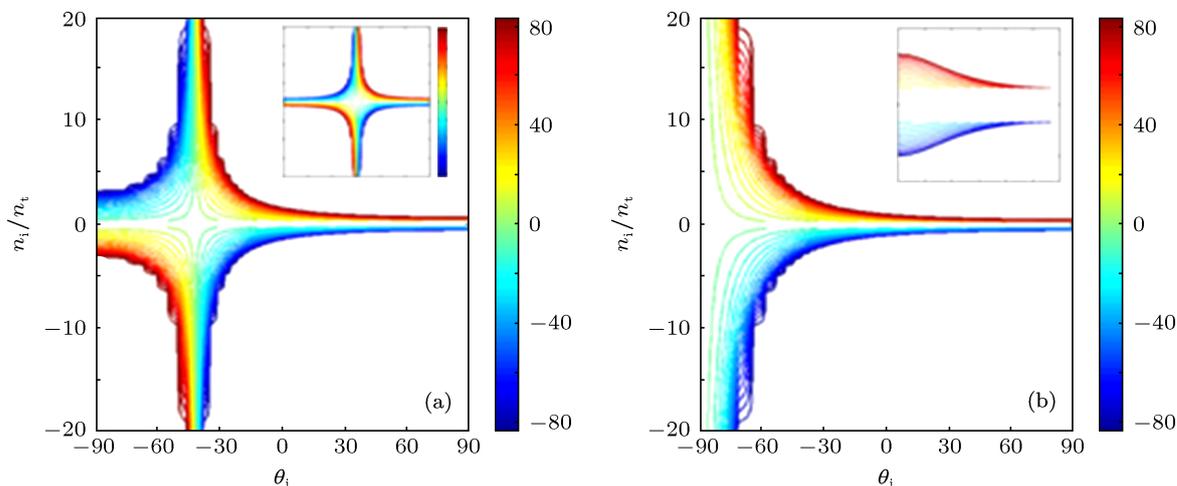


图 4 超界面上相位梯度不同的条件下,折射角随入射角和折射率对比度变化的等值曲线,其中  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ ,  $n_i = 1$   
(a)  $d\Phi/dx = \pi/4.5 \times 10^7$ , 插图  $d\Phi/dx = 0$ ; (b)  $d\Phi/dx = \pi/3 \times 10^7$ ; 插图  $d\Phi/dx = \pi/1.5 \times 10^7$

图 4 反映的是在超界面上相位梯度不同的条件下,折射角随入射角和折射率对比度变化的等值曲线,其中  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ ,  $n_i = 1$ ,  $n_t \in [-3, 3]$ . 为了直观显示广义的折射定律与通常的折射定律的不同,图 4(a) 中插图展示了在通常的折射定律情况下,即  $d\Phi/dx = 0$  时,折射角随入射角和折射率对比度的变化曲线,可以看出,图线较对称地分布在四个象限,当入射介质和折射介质的折射率符号相反时,出现负折射现象,而且折射角对入射角是空间各向同性的,即同一入射面内两个不同方向但入射角的数值相同的光束具有相同数值的折射角,具有一定的对称性. 而当超界面上的相位梯度不为零(图 4(a)  $d\Phi/dx = \pi/4.5 \times 10^7$ , 图 4(b)  $d\Phi/dx = \pi/3 \times 10^7$ ) 时,广义的折射定律则给出不同的结果:整个图像似乎向左侧平移,当入射介质

和折射介质的折射率符号相反时,并不总是出现负折射现象,也存在正折射情况(如图 4(b) 中的第三象限),而当入射介质和折射介质的折射率符号相同时,也可能出现负折射现象(如图 4(b) 中的第二象限). 当相位梯度  $d\Phi/dx \geq \pi/3 \times 10^7$  时,会出现不管入射角度在入射面内怎么变化,当  $n_i n_t > 0$  时,折射角为正,而当  $n_i n_t < 0$  时,折射角为负,记为  $\text{sgn}(n_i n_t) = \text{sgn}(\theta_t)$ ,这意味着不管两材料的性质如何,均存在正折射和负折射情况,并以界面法线为分界线. 而且此时,对某一特定的相位梯度,存在一折射率对比度阈值,当折射率对比度  $n_i/n_t$  大于某一值时,折射光线消失,该值为全反射临界角,与界面上的相位梯度有关. 这些特性均是由界面上对称性被破坏所造成的. 还可以看出,相位梯度的引入使得同一入射面内具有相同数值的正负两个入射

角拥有不同数值的折射角,这是由于界面上存在的相位突变破坏了界面的对称性,使得界面表现出一定的各向异性.

值得说明的是,在上面的推导和讨论中,我们假设相位突变量  $\Phi$  是界面上位置的连续函数,并且相位梯度  $d\Phi/dx$  为常数,因此,入射光波所有的能量都遵循广义的反射定律和折射定律,全部转移到了反常反射和反常折射当中,与光波的偏振状态无关.这种由相位不连续造成的反常折射现象和那些已经发现的超材料中由负介电常数、负磁通率以及介电常数张量的各向异性所造成的现象是有本质不同的.如果界面上的相位梯度  $d\Phi/dx$  不为常数,上面给出的广义的反射和折射定律仍然成立,入射光波将因为  $d\Phi/dx$  的不同而出现分光现象,即光束被分成不同的方向传播.这一特性使得我们

可以通过调节  $d\Phi/dx$  的值来控制分光行为,从而利用超界面实现微型的分束器.

### 5 理论设计

打破传统的反射与折射定律,在光路中引入相位突变,广义的反射与折射定律为人们设计波前的设计和操控打开了一片新天地.这项理论为我们提供了设计光学器件的新思路.有研究者<sup>[22,23]</sup>用等离子材料制成的V形天线阵列已实现了对光波相位的改变.实验验证了广义的折射与反射定律,并利用该等离子天线单元的重组获得涡旋光.但是这种采用V形天线改变光波相位的方法,对激发的交叉极化散射光是可控的,遵循广义的折射和反射定律.而原极化散射光仍然是不可控的,遵循传统的折射和反射定律.

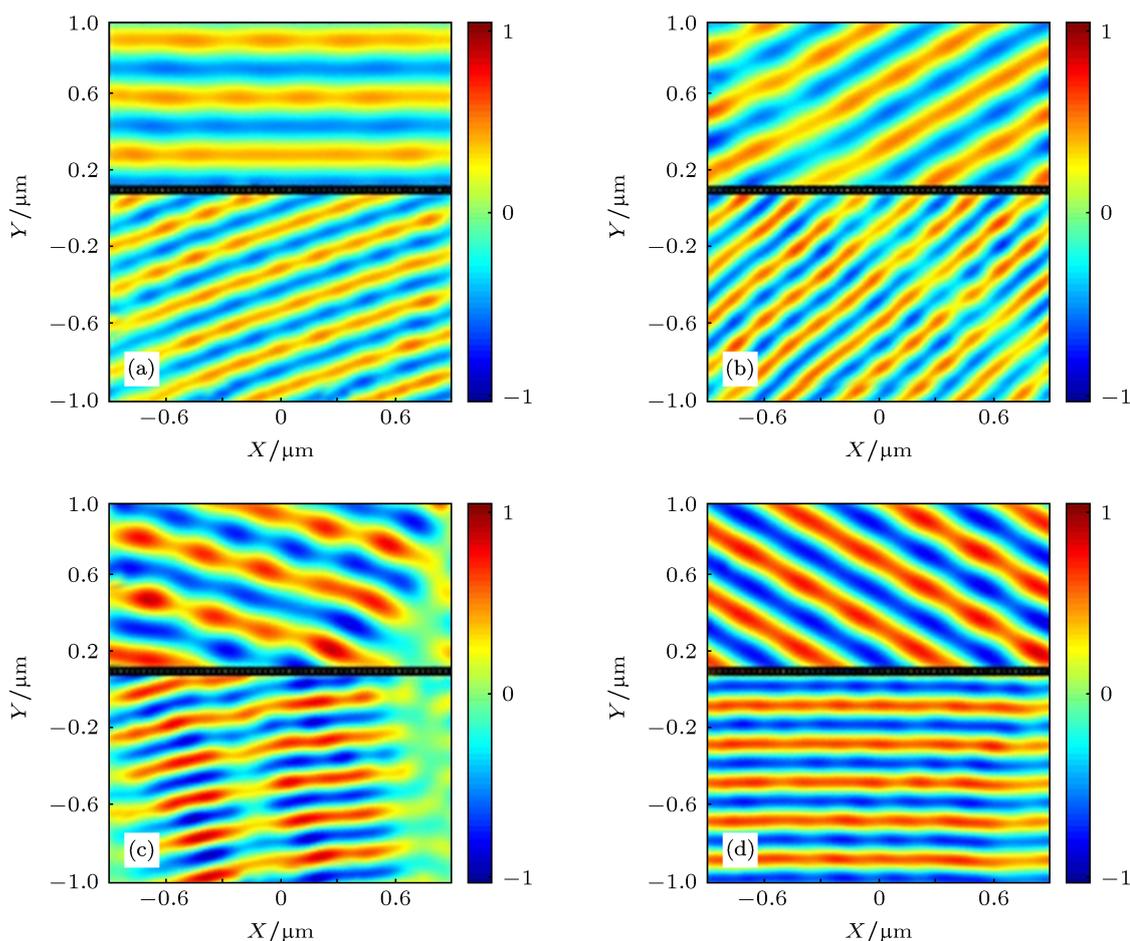


图5 不同条件下的场分布 (a)  $\theta_i = 0$ ; (b)  $\theta_i = \pi/6$ ; (c)  $\theta_i = -\pi/12$ ; (d)  $\theta_i = -\pi/6$

如果能设计出对任意偏振化方向的光波都有相同的相位改变量的 metasurface, 将可达到真正意义的操纵反射光和折射光,也将会带来很多崭新的

概念和变化,这会促使更多的新型材料的产生和发展,进而衍生出能应用这项技术的产品,例如隐形衣、相控天线阵、平面透镜、偏振转换器、完美

减震器和空间相位调制器等.

实际上,我们常用的相位掩模板就可以看作是一种超界面,假设该界面是能周期改变光波相位的相位光栅结构,光栅厚度为几十个纳米,透过率函数为  $t(x) = t_0 e^{i\phi(x)}$ ,其中相位改变量  $\phi(x) = 2\pi x/T$ ,  $T$  为相位光栅的周期.这样的结构厚度远小于光波波长,可以看作超界面,假设粘贴在玻璃表面使用 ( $n_t = 1.5$ ,  $n_i = 1$ ),当光波经过这样的超界面后会发生折射和色散行为,折射角为  $\sin(\theta_t) = \frac{2}{3} \sin(\theta_i) + \frac{2\lambda_0}{3T}$ .通常改变相位的方法有改变光的传播距离和介质的折射率两种,在此我们假定 metasurface 的厚度不变,其折射率沿  $x$  轴方向逐渐增大,假定变化率为  $dn/dx = 1/60 \text{ nm}^{-1}$ ,我们采用软件 Comsol 模拟了光波在超薄界面上的传播行为.计算区域为  $1.8 \mu\text{m} \times 2 \mu\text{m}$ ,超界面的厚度为  $30 \text{ nm}$ ,界面上方为空气  $n_i = 1$ ,界面下方为折射率  $n_t = 1.5$ ,为了模拟界面上折射率的改变,我们把  $1.8 \mu\text{m} \times 30 \text{ nm}$  的界面划分成  $30 \text{ nm} \times 30 \text{ nm}$  的子区域,相邻区域间的折射率差值为  $\Delta n = 0.5$ ,且右侧的折射率大于左侧的折射率,就实现了能改变光波相位的超界面.当频率  $f = 10 \times 10^{14} \text{ Hz}$  的光波以不同的角度从上边界入射时,在界面上的相位变化梯度为  $d\Phi/dx = \pi/\lambda_0$ ,用 Comsol 模拟可

得到如图 5 所示的结果.图 5(a) 中入射角  $\theta_i = 0$ , (b)  $\theta_i = \pi/6$ , (c)  $\theta_i = -\pi/12$ , (d)  $\theta_i = -\pi/6$ .可以看出:在不同的入射角下,表现出不同的折射现象,其中图 5(c) 展示了负折射现象,这些结果基本符合公式  $\sin(\theta_t) = \frac{2}{3} \sin(\theta_i) + \frac{1}{3}$ ,很好地验证了广义的折射定律,说明了可以利用亚波长的相位光栅结构实现对光波的控制.值得说明的是,在模拟过程中为了更好地演示实验效果,消除反射对实验结果的影响,我们把介质设置成阻抗匹配的情况.另外,本设计对其他波长的光波也有类似的实验结果.

本设计假定超界面的折射率是线性变化的,在实际设计中,我们可以考虑材料的 Kerr 效应通过加电压来获得材料折射率的线性变化,进而实现各种超薄的光学器件.

## 6 总结

本文从费马原理和边界条件连续两种角度出发,推导了可用于相位突变界面的广义反射与折射定律,给出了出现反常反射和反常折射的条件,以此为基础可以实现对光波的随意控制,并依据广义的折射定律和反射定律设计分析了一种相位掩模板对光场传播行为的影响.

- [1] Zhou J 2005 *J. Sichuan University (Natural Science Edition)* **42** 15 (in Chinese) [周济 2005 四川大学学报(自然科学版) **42** 15]
- [2] Smith D R, Pendry J B, Wiltshire M C K 2004 *Science* **305** 788
- [3] Enkrich C, Wegener M, Linden S, Burger S, Zschiedrich L, Schmidt F, Zhou J F, Koschny Th, Soukoulis C M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 203901
- [4] Boltasseva A, Atwater H A 2011 *Science* **331** 290
- [5] Gong B Y, Zhou X, Zhao X P 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 044101 (in Chinese) [龚伯仪, 周欣, 赵晓鹏 2011 物理学报 **60** 044101]
- [6] Tang S W, Zhu W R, Zhao X P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3220 (in Chinese) [汤世伟, 朱卫仁, 赵晓鹏 2009 物理学报 **58** 3220]
- [7] Su Y Y, Gong B Y, Zhao X P 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 084102 (in Chinese) [苏研研, 龚伯仪, 赵晓鹏 2012 物理学报 **61** 084102]
- [8] Zhao Y, Xiang J K, Li S, Zhao X P 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 054211 (in Chinese) [赵延, 相建凯, 李飒, 赵晓鹏 2011 物理学报 **60** 054211]
- [9] Wang J F, Qu S B, Xu Z, Zhang J Q, Ma H, Yang Y M, Gu C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3224 (in Chinese) [王甲富, 屈绍波, 徐卓, 张介秋, 马华, 杨一鸣, 顾超 2009 物理学报 **58** 3224]
- [10] Lee J W, Seo M A, Sohn J Y, Ahn Y H, Kim D S 2005 *Opt. Express* **13** 10681
- [11] Saenz E, Ederra I, Ikonen P, Tretyakov S, Gonzalo R 2007 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **9** S308
- [12] Saenz E, Ederra I, Gonzalo R, Pivnenko S, Breinbjerg O, De Maagt P 2009 *IEEE Trans. Antenn. Propagat.* **57** 383
- [13] Saenz E, Ederra I, De Maagt P, Gonzalo R 2007 *Electron. Lett.* **43** 850
- [14] Saenz E, Gonzalo R, Ederra I, Vardaxoglou J C, De Maagt P 2008 *IEEE Trans. Antenn. Propagat.* **56** 951
- [15] Wu X, Peng Z B, Qu S B, Xu Z, Bai P, Wang J F, Wang X H, Zhong H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 114201 (in Chinese) [吴翔, 裴志斌, 屈绍波, 徐卓, 柏鹏, 王甲富, 王新华, 周航 2011 物理学报 **60** 114201]
- [16] Sun L K, Cheng H F, Zhou Y J, Wang J, Pang Y Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 108901 (in Chinese) [孙良奎, 程海峰, 周永江, 王军, 庞永强 2011 物理学报 **60** 108901]
- [17] Mosallaei H, Sarabandi K 2005 *IEEE Antenn. Propag. Society International Symposium* **1B** 615
- [18] Gu C, Qu S B, Pei Z B, Xu Z, Bai P, Peng W D, Lin B Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 087801 (in Chinese) [顾超, 屈绍波, 裴志斌, 徐卓, 柏鹏, 彭卫东, 林宝勤 2011 物理学报 **60** 087801]
- [19] Gu C, Qu S B, Pei Z B, Xu Z, Lin B Q, Zhou H, Bai P, Gu W, Peng W D, Ma H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 087802 (in Chinese) [顾超, 屈绍波, 裴志斌, 徐卓, 林宝勤, 周航, 柏鹏, 顾巍, 彭卫东, 马华 2011 物理学报 **60** 087802]
- [20] Gu C, Qu S B, Pei Z B, Xu Z, Ma H, Lin B Q, Bai P, Peng W D 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 107801 (in Chinese) [顾超, 屈绍波, 裴志斌, 徐卓, 马华, 林宝勤, 柏鹏, 彭卫东 2011 物理学报 **60** 107801]
- [21] Alici K B, Turhan A B, Soukoulis C M, Ozbay E 2011 *Opt. Express* **19** 14260
- [22] Yu N F, Genevet P, Kats M A, Aieta F, Tetienne J P, Capasso F, Gaburro Z 2011 *Science* **334** 333
- [23] Ni X J, Emani N K, Kildishev A V, Boltasseva A, Shalaev V M 2012 *Science* **335** 427
- [24] Pendry J B, Schurig D, Smith D R 2006 *Science* **312** 1780
- [25] Leonhardt U 2006 *Science* **312** 1777

# General laws of reflection and refraction for metasurface with phase discontinuity\*

Sun Yan-Yan<sup>1)</sup> Han Lu<sup>1)</sup> Shi Xiao-Yu<sup>1)</sup> Wang Zhao-Na<sup>1)†</sup> Liu Da-He<sup>1)2)</sup>

1) (*Applied Optics Beijing Area Major Laboratory, Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China*)

2) (*Key Laboratory of Nondestructive Test (Ministry of Education), Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China*)

(Received 12 November 2012; revised manuscript received 11 January 2013)

## Abstract

The general reflection and refraction laws at the metasurface with an abrupt phase shift are derived by two methods based on Fermat's principle and the boundary conditions of continuity, it is found that one or two critical angles for total internal reflection exist not only when a light beam impinges on the optical sparse material from the optical denser material, but also when a light beam spreads from the optical sparse material to the optical denser material. Anomalous reflection and refraction, such as, negative reflection and negative refraction may occur when a light beam passes through the metasurface, and the conditions of their occurrence are given. Finally, a kind of metasurface based on one-dimensional phase mask is designed to control the light propagation.

**Keywords:** metamaterials, metasurfaces, reflection law, refraction law

**PACS:** 42.25.Gy, 42.79.Wc, 78.68.+m, 42.70.-a

**DOI:** 10.7498/aps.62.104201

---

\* Project supported by National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11104016, 11074024, 61275130) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20100003120009).

† Corresponding author. E-mail: zhnwang@bnu.edu.cn