# 4pi 聚焦系统中振幅和相位调制的径向偏振涡旋 光束聚焦特性的研究<sup>\*</sup>

常强 杨艳芳\* 何英 刘海港 刘键

(上海大学理学院物理系,上海 200444)(2012年10月30日收到;2012年12月7日收到修改稿)

基于 Richards-Wolf 矢量衍射积分公式,研究了径向偏振涡旋光束在振幅和相位调制下的 4pi 聚焦特性. 振幅调制是通过振幅滤波实现,即改变入射光束起始积分值达到调节,相位调制是通过添加相位延迟角  $\delta$  的液晶相位延迟器来改变入射光束的偏振态. 模拟结果显示,随着振幅的减小, 4pi 聚焦系统焦点附近的光轴上呈现出多光球结构; 而相位调制对焦点附近的光强分布产生拉伸作用,即调节入射光束的拓扑核 m 和相位延迟器的延迟角  $\delta$ ,可以得到特殊的光强分布.随着相位  $\delta$  增大, m = 0 产生的多光球结构慢慢向光链结构转变,最终变成暗通道;而 m = 1 产生的光链结构慢慢变成光球结构; m = 2 产生的暗通道变成光球和光链叠加的结构,这种特殊聚焦光束在光学微操纵领域具有潜在的应用价值.

关键词:物理光学,偏振,光链,4pi聚焦系统 PACS: 42.25.-p, 42.25.Ja, 42.30.Lr, 42.60.Jf

### 1 引 言

近年来,光束强聚焦产生较小光斑的研究成为 光学微操控领域的一个重要课题,这是由于小的聚 焦光斑在很多领域有非常重要的应用,如粒子加 速<sup>[1,2]</sup>、激光扫描显微镜<sup>[3]</sup>、光数据存储<sup>[4]</sup>、平版 印刷术和纳米颗粒探测<sup>[5]</sup>等.矢量光束由于在强 聚焦后会产生比标量光束聚焦更小的光斑,因此矢 量光束的研究受到越来越多学者的关注.目前国 内外已有大量关于矢量光束的理论和强聚焦特性 的研究<sup>[6-8]</sup>.研究表明,焦斑的大小与聚焦透镜的 数值孔径和入射光束的波长有关,数值孔径越大, 产生的焦斑越小.因此为了得到更小的焦斑尺寸, Hell 和 Stelzer<sup>[9]</sup>提出了 4pi 聚焦系统, 4pi 聚焦系 统是由两个焦点重合的相同透镜组合而成,光束由 左右两侧同时入射到透镜上.相比于单透镜聚焦 系统, 4pi 聚焦系统有更大的数值孔径,可以产生更 DOI: 10.7498/aps.62.104202

小的光斑. 由于 4pi 聚焦系统左右两侧光束的相干 作用,使得光束在聚焦后的结构会随着入射光束的 振幅,相位以及偏振状态的改变而发生一系列的重 组. 研究表明选取合适的光学参量, 可以在焦点附 近获得高亮度的单光球或者多光球<sup>[10,11]</sup>.或者中 心光强为 0, 四周光强较大的光学囚笼以及光链等 结构. 例如, Boker 和 Davidson<sup>[10]</sup> 证明径向偏振光 束在 4pi 聚焦系统中形成一个带有较低旁瓣强度 的光球. Chen 和 Zhan<sup>[11]</sup> 提出振幅调制的径向光束 在 4pi 聚焦系统中可获得单光球, 若改变偶极天线 长度可得到两个光球,径向偏振光束经过相位调制 后在 4pi 聚焦系统中能产生多光球 [12], 当改变调 制函数时光球会在焦点附近实现三维实时移动<sup>[13]</sup>. Chen 和 Zhao<sup>[14]</sup> 提出改变涡旋径向光束的拓扑核 就可以在4pi聚焦系统中获得单光球、光链和光学 暗通道结构.

本文基于 Richards-Wolf 矢量衍射积分公式,进 一步研究了光束拓扑核改变的径向偏振涡旋光束

\* 国家自然科学基金(批准号: 61108010, 11204170)、上海市自然科学基金(批准号: 11ZR1412300)、上海市重点学科建设项目(批准号: S30105) 和上海大学科技创新基金资助的课题.

http://wulixb.iphy.ac.cn

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: yyfzhaoyb@yahoo.com.cn

<sup>© 2013</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

在振幅和相位同时调制时的 4pi 聚焦场的特性. 通 过改变振幅、相位和拓扑核, 能够获得许多特殊的 光束模型, 而且能够实现特殊光束之间的转换, 比 如从光球转换到光链.

#### 2 理论模型

4pi聚焦系统是由两个焦距相等且共焦的相同 高数值孔径的透镜组成,如图1所示.该系统由于 高的对称性,在焦点处可获得高对称性的光学结构. 我们用径向偏振涡旋光束作为源入射光束,两边入 射的光束相差π相位,这样由于左右两侧光束的相 干作用可以使焦平面附近产生的光场的纵向场增 强.本文对入射光束的振幅调制是依靠振幅滤波实 现,即在模拟计算时通过改变入射光束积分的起始 值达到调节作用.相位调制是通过添加相位延迟角

-

δ 的可调液晶相位延迟器实现. 该相位延迟器通过 调节外加电压使 y 方向附加任意相位延迟 δ, 这样 可以调节光束的偏振状态, 获得非均匀混合偏振矢 量光束<sup>[15,16]</sup>.



图 1 4pi 聚焦系统示意图

根据 Richards-Wolf 经典的矢量衍射原理<sup>[17]</sup>, 直角坐标系下光束透过高数值孔径透镜聚焦在焦 点的电场分布为

$$\begin{bmatrix} E_x(r,\phi,z) \\ E_y(r,\phi,z) \\ E_z(r,\phi,z) \end{bmatrix} = A \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{2\pi} \sqrt{\cos\theta} \sin\theta \exp[ik(z_s\cos\theta + r_s\sin\theta\cos(\phi - \phi_s))] \\ \times \begin{bmatrix} E_x^0(\cos\theta + (1-\cos\theta)\sin^2\phi) + E_y^0(\cos\theta - 1)\sin\phi\cos\phi \\ E_x^0(\cos\theta - 1)\cos\phi\sin\phi + E_y^0(1 + (\cos\theta - 1)\sin^2\phi) \\ E_x^0\sin\theta\cos\phi + E_y^0\sin\theta\sin\phi \end{bmatrix} d\theta d\phi,$$
(1)

式中 $\theta$ 为光束边界与z轴的夹角,积分起始值 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 体现了振幅调制的作用; $r_s$ , $\phi_s$ , $z_s$ 是聚焦后像空间的柱坐标系,坐标原点在焦点处, $z_s$ 的正方向是光束传输方向, $\phi_s$ 是相对于x轴的方位角; $E_x^0$ , $E_y^0$ 是入射光束在x,y方向的电场分量,大小为

$$\begin{cases} E_x^0 = l(\theta, \phi) \cos \phi, \\ E_y^0 = l(\theta, \phi) \sin \phi \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\delta}, \end{cases}$$
(2)

式中 $\delta$ 为光束在y方向的附加相位, $l(\theta, \phi)$ 为入射 光束的电场, Laguerre-Gaussian (LG) 是涡旋光束的 一个特例, 模拟中选用的 LG 光束表达式为 <sup>[14,18]</sup>

$$l(\theta, \phi) = E_0 \exp\left[-\left(\frac{f\sin\theta}{w}\right)^2\right] \\ \times \left(\frac{f\sin\theta}{w}\right)^m \exp(jm\phi), \qquad (3)$$

其中 E<sub>0</sub> 是一常数, w 是光束束腰, m 是拓扑核, f 为 高数值孔径透镜的焦距.

依据 4pi 聚焦系统结构, 光束在此系统中焦点

附近的电场表达为

$$E(r,\phi,z) = E_1(r,\phi,z) + E_2(r,\phi,-z), \quad (4)$$

其中  $E_1$  和  $E_2$  分别表示左右两个透镜聚焦产生的 电场. 从上面的公式可明显看出 4pi 聚焦系统的聚 焦场强烈依赖于积分的起始值  $\theta_1$  和  $\theta_2$ , 以及相位 延迟  $\delta$ . 依靠选择合适的积分起始值  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  和相位 延迟  $\delta$ , 能够产生一些特殊光束模型. 下面详细分 析 4pi 聚焦场随参量  $\theta$  和相位延迟  $\delta$  以及拓扑核 m的变化.

#### 3 模拟结果与讨论

本文主要研究了径向偏振涡旋光束在 4pi 聚 焦系统中焦平面附近光强的分布.模拟计算中分 别对入射光束进行振幅和相位调制来研究振幅和 相位对 4pi 聚焦系统焦点处场的影响.在方程 (1) 中 A 只表示相对振幅,不影响数值模拟结果,所以 在数值模拟时可以取 A = 1. 其他参数取值分别为  $\theta_2 = \arcsin(NA/n), NA = 0.95$ 为透镜的数值孔径, n = 1.05为透镜折射率, w = 0.01 m, f = 0.01 m.

为了说明在 4pi 聚焦系统中对入射光束的振幅调制作用,首先给出 m = 0,  $\delta = 0$  的径向偏振光 束在不同起始积分限的 4pi 聚焦场分布,如图 2 所 示.可以看出随着起始积分  $\theta_1$  值的增大,焦平面附 近产生的亮斑个数增多,亮斑由椭圆形慢慢变成圆 形,并且周围产生的旁瓣强度变小.这是因为 4pi 聚 焦系统中从两个相反方向入射的光束带有  $\pi$  相位



 $^{-1}$ 

-2

-3 -3 -2

差,由于互相干涉,导致聚焦光场沿 z 轴的纵向场 增强,而 r 方向的横向场减弱.与单透镜聚焦场相 比,随着积分  $\theta_1$  值的增大,聚焦场会慢慢变成圆形. 结果显示当  $\theta_1 = 0.85$  时,焦平面附近获得多个球 形光斑,聚焦光斑不仅在横截面上是圆对称的,在 r-z 平面也是圆对称的 (如图 2(d) 所示),将此对称 光斑称之为光球. 经过计算中心光球的体积大小约 为 0.047 $\lambda^3$ ,这与文献 [10, 11] 所用方法给出的光球 体积相一致,可以应用于囚禁粒子或数据存储.





图 2 m = 0,  $\delta = 0$  时振幅调制下径向偏振光束的 4pi 聚焦光场强度分布 (a)  $\theta_1 = 0$ ; (b)  $\theta_1 = 0.6$ ; (c)  $\theta_1 = 0.85$ ; (d)  $\theta_1 = 0.85$  时光强沿径向和横向分布的线图

0.3

0.1

除光球结构外,如果选择合适的拓扑核 m 和 相位延迟  $\delta$ ,一些特殊光学结构也能够获得,比如, 光学囚笼<sup>[19]</sup>、光链<sup>[20]</sup> 和暗通道<sup>[14]</sup>等.为了研究 焦点附近特殊光学结构之间的转换,在后面的模拟 中均取  $\theta_1 = 0.85$ .下面研究相位调制时径向偏振 涡旋光束在 4pi 聚焦系统中的聚焦特性.图 3 给出 了  $m = 0, \delta$  分别为  $\pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$ 时的聚焦光 场强度分布图.可以看出相位调制对焦点附近的 光强分布产生拉伸作用,随着  $\delta$  的增大,多光球结 构慢慢变成光链,然后光链结构慢慢向上下两侧分 裂,形成上下强度高而左右强度减弱的光场结构, 中间亮斑光强持续减小.当  $\delta$  变化到  $\pi$  时,聚焦光 场完全分为上下两部分,中间光强变为 0,形成一

 $-1 \quad 0$ 

 $z/\lambda$ 

 $1 \ 2 \ 3$ 

个宽度大约 0.4λ 的光学暗通道. 对比图 3(b), 暗通 道可以认为是光链的横向打开状态, 因此如果将 δ 在 π/2 和 π 之间变化, 就可以实现光链的横向闭 合和打开, 这在光学微操控中可以实现对粒子的 囚禁和释放.

图 3 表明  $\delta$  相位调制可以实现特殊光束之间 的转换.下面研究当拓扑核 m 改变时聚焦光场之间 是如何改变的.图 4 给出  $m = 1, \delta$  变化的径向偏振 涡旋光束的 4pi 聚焦光场强度分布图.  $\delta = 0$  时,在 焦平面附近形成上下两侧强度高,左右两侧强度略 低的非均匀光链结构.由于相位调制的拉伸作用, 当  $\delta$  变化到  $\pi/4$  时,光链结构变为上下和左右强度 大小基本相等的均匀光链,在囚禁粒子时,这种光 链结构最为稳定. 随着 δ 继续增大, 拉伸作用逐渐 增强, 光链结构慢慢变为上下两侧强度弱、左右两 侧强度强的非均匀光链结构, 进而向光球结构变化, 如图 4(d) 所示. 为了说明是光球结构, 图 4(e) 给出 了  $\delta = \pi$  的聚焦强度沿径向和纵向分布线图, 明显 看出图 4(d) 中的 6 个亮斑均为光球结构. 另外对比 图 4(b) 和图 4(d), 当 δ 在 π/4 和 π 之间变化时, 可 以实现光链在纵向的开关与闭合.



图 3 m = 0的径向偏振涡旋光束在 4pi 聚焦系统中的聚焦特性随相位  $\delta$  的变化 (a)  $\delta = \pi/4$ ; (b)  $\delta = \pi/2$ ; (c)  $\delta = 3\pi/4$ ; (d)  $\delta = \pi$ 



图 4 m = 1的径向偏振涡旋光束在 4pi 聚焦系统中的聚焦特性随相位  $\delta$  的变化 (a)  $\delta = 0$ ; (b)  $\delta = \pi/4$ ; (c)  $\delta = \pi/2$ ; (d)  $\delta = \pi$ ; (e)  $\delta = \pi$  时光强沿径向和横向分布线图



图 5 m = 2的径向偏振涡旋光束在 4pi 聚焦系统中的聚焦特性随相位  $\delta$ 的变化 (a)  $\delta = 0$ ;(b) $\delta = \pi/2$ ;(c) $\delta = \pi$ ;(e) $\delta = \pi$ 时 光强沿径向和横向分布线图

图 5 给出了 m = 2 时相位调制的径向偏振涡 旋光束的 4pi 聚焦光场强度分布图. 从图中可以看 出没有相位调制时 (图 5(a) 所示), 产生暗通道结构, 这是由于随着拓扑核的增大, 涡旋光束聚焦产生的 中心暗斑变大 <sup>[21]</sup>. 对比图 4(a), 沿着 z 轴的亮斑部 分会消失, 因而产生暗通道. 随着  $\delta$  的增大, 由于 相位调制的向内拉伸作用, 暗通道慢慢向光链结构 转变. 当  $\delta = \pi$  时, 聚焦场整体上显示是不均匀的 光链结构, 如果将沿着 z 轴的亮斑作强度分布线图 (如图 5(d) 所示), 明显看出沿着 z 轴的亮斑均为光 球结构. 对比图 5(a) 与 5(c), 可以看到通过改变  $\delta$  在 0 与  $\pi$  之间变化即可实现光学囚笼的横向开关 与闭合.

从上面分析可以看出,无相位调制时,拓扑核 m的变化会使径向偏振涡旋光束的 4pi 聚焦场强度 分布向上下两侧拉伸. m = 0时,在焦点处产生多光 球结构,随着拓扑核 m 增大,焦平面附近的光强分 布向上下两侧偏离,中心亮斑强度减弱; m = 2时, 沿着 z 轴的强度分布完全分离,中间强度变为 0,形 成光学暗通道.有相位调制时,4pi 聚焦场强度在 焦平面附近的分布随着  $\delta$ 的增大向上下两侧拉伸. m = 0时,光强在焦平面附近的分布随着  $\delta$ 的增大 向上下两侧拉伸;当m > 0时,与m = 0时相反,随 着  $\delta$ 的增大焦平面附近的光强分布由上下两侧向 中间拉伸.正是由于相位调制和拓扑核的改变,能 够获得多光球、光链和暗通道特殊的光束模型,并 且能实现特殊光束之间的转换.

#### 4 结 论

通过对振幅和相位调制的径向偏振涡旋光束 在 4pi 系统中聚焦场的研究发现,随着入射光束起 始积分角  $\theta_1$  的增大,即入射光束振幅的减小,由于 相反方向两束光的相干作用,在焦平面附近产生的 光斑个数逐渐增多,且光斑的形状趋近于光球结构. 相位调制对焦点附近的光强分布产生拉伸作用,调 节入射光束的拓扑核 *m* 和延迟角  $\delta$ ,可以获得光 链、光球和暗通道等特殊的光强分布,并且可以实 现特殊光束之间的转换.由于延迟角  $\delta$ 的变化是通 过外加电压可调液晶相位延迟器的外加电压实现, 因而可以实时改变特殊光束之间的转换,这在光学 微操纵方面具有非常重要的应用.

- [1] Ashkin A, Dziedzic J M, Yamane T 1987 Nature 330 769
- [2] Brouhard G J, Schek H T, Hunt A J 2003 IEEE T. Bio-med. Eng. 50 121
- [3] Kawata S, Inouye Y, Sugiura T 1994 Jpn. J. Appl. Phys. 33 1725
- [4] Parthenopoulos D A, Rentzepis P M 1989 Science 25 843
- [5] Ignatovich F V, Hartschuh A, Novotny L 2003 J. Mod. Opt. 50 1509
- [6] Li C F 2009 Phys. Rev. A 80 063814
- [7] Eriksen R L, Mogensen P C, Glückstad J 2002 Opt. Lett. 27 267
- [8] Li J L, Ueda K, Musha M, Shirakawa A, Zhong L X 2006 Opt. Lett. 31 2969
- [9] Hell S, Stelzer E H K 1992 J. Opt. Soc. Am. A 9 2159
- [10] Bokor N, Davidson N 2004 Opt. Lett. 29 1968
- [11] Chen W B, Zhan Q W 2009 Opt. Lett. 34 2444
- [12] Yan S H, Yao B L, Zhao W, Lei M 2010 J. Opt. Soc. Am. A 27 2033

- [13] Yan S H, Yao B L, Rupp R 2011 Opt. Express 19 673
- [14] Chen Z Y, Zhao D M 2012 Opt. Lett. 37 1286
- [15] Chang Q, Yang Y F, He Y, Leng M, Liu H G 2012 Acta Opt. Sin. 32 0626001 (in Chinese) [常强, 杨艳芳, 何英, 冷梅, 刘海港 2012 光学 学报 32 0626001]
- [16] Xu K, Yang Y F, He Y, Han X H, Li C F 2010 Acta Phys. Sin. 59 6125 (in Chinese) [徐凯, 杨艳芳, 何英, 韩小红, 李春芳 2010 物理学 报 59 6125]
- [17] Richards B, Wolf E 1959 Proc. R. Soc. Lond. A 253 358
- [18] Fang G J, Tian B, Pu J X 2012 Opt. Laser Technol. 44 441
- [19] Wang X L, Ding J P, Qin J Q, Chen J, Fan Y X, Wang H T 2009 Opt. Commun. 282 3421
- [20] Zhao Y Q, Zhan Q W, Zhang Y L, Li Y P 2005 Opt. Lett. 30 848
- [21] Iketaki Y, Watanabe T, Bokor N, Fujii M 2007 Opt. Lett. 32 2357

## Study of the focusing features of spatial amplitude and phase modulated radially polarized vortex beams in a 4pi focusing system<sup>\*</sup>

Chang Qiang Yang Yan-Fang<sup>†</sup> He Ying Liu Hai-Gang Liu Jian

( Department of Physics, College of Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China )

(Received 30 October 2012; revised manuscript received 7 December 2012)

#### Abstract

The focusing properties of phase and amplitude modulated radially polarized vortex beams in a 4pi focusing system are theoretically investigated near the focal plane by using Richards-Wolf vectorial diffraction method. The amplitude modulation of vortex beams can be adjusted by changing the start integration value. The phase modulation of vortex beams can be realized by adding liquid crystal variable retarder with the phase delay angle  $\delta$ . The simulated results show that multiple spherical spots can be obtained near the focus of the 4pi focusing system with the decrease of amplitude. The phase delay angle  $\delta$  of the input beams can generate extruding effect for the electrical field distribution near the focus of the 4pi focusing system. Some special intensity distributions can be obtained by changing topological charge *m* and phase delay angle  $\delta$ . Optical chain can be generated in the case of m = 1. Dark channel can be obtained in the case of m = 2. These special focusing beams can also transform with phase modulation. With the increase of phase  $\delta$ , the multiple spherical spots at m = 0 change slowly into an optical chain, and finally become a dark channel. In contrast, the optical chain at m = 1 changes slowly into multiple spherical spots; and the dark channel at m = 2 changes into the superposition of optical spherical spots and the optical chain. These special focusing beams have potential applications in optical trapping and micro-manipulation.

Keywords: physical optics, polarization, optical chain, 4pi focusing system

PACS: 42.25.-p, 42.25.Ja, 42.30.Lr, 42.60.Jf

DOI: 10.7498/aps.62.104202

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61108010, 11204170), the Natural Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 11ZR1412300), the Key Disciplines Construction Project of Shanghai of China (Grant No. S30105) and the Science and Technology Innovation Fund of Shanghai University, China.

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: yyfzhaoyb@yahoo.com.cn