

# 三能级闭合环路系统控制的位相和幅度相关的无反转增益\*

张志颖 付申成 苟立丹 姚治海<sup>†</sup>

(长春理工大学理学院, 长春 130022)

(2012年11月22日收到; 2013年1月11日收到修改稿)

为了获得位相敏感的无粒子数反转探测增益, 研究了一个三能级闭合环路子系统控制的四能级原子系统. 在三光子共振情况下, 获得了大的稳态无反转探测增益. 由于量子干涉效应, 探测增益对三能级闭合环路子系统的相对位相是敏感的. 三能级闭合环路子系统中的场强也是影响探测场增益特性的重要参数.

**关键词:** 量子干涉, 位相敏感效应, 无反转增益

**PACS:** 42.50.Gy, 42.50.Hz

**DOI:** 10.7498/aps.62.104206

## 1 引言

近年来, 在吸收和自发辐射光谱中的位相敏感效应一直是量子光学的研究热点, 相关的理论和实验工作已有很多报道<sup>[1-12]</sup>. 在这些研究中, 主要用两种方法来研究位相敏感效应. 第一种方法是利用真空感应相干效应<sup>[1-5]</sup>, 第二种方法依赖于闭合环路系统中的量子干涉效应<sup>[6-12]</sup>. 真空感应相干效应是基于两个接近简并的上能级到一个下能级(或一个上能级到两个接近简并的下能级)的不可分辨的弛豫通道, 两个相关偶极矩需要满足非正交的特性<sup>[1,4]</sup>. 偶极矩的方向很难控制, 并且很难在真实的原子系统中找到合适的原子模型. 因此, 由真空感应相干导致的位相敏感效应很难在实验中实现, 相关的研究工作主要停留在理论研究阶段. 目前的研究表明, 闭合环路系统中的位相敏感效应相对比较容易在实验中实现. 基于闭合环路系统中的量子干涉效应, 研究者已经开展了利用光场位相控制原子动力学的研究工作. 例如, 在三能级和四能级系统中位相敏感的粒子数动力学过程实验已经有报道<sup>[7-9]</sup>. 利用闭合环路系统, 研究者进一步研究

了位相敏感的光致电离、激光冷却和原子局域化等效效应<sup>[10-12]</sup>.

无反转激光在真空紫外和 X 射线激光方面有着重要的应用, 近年已受到国内外研究者的广泛关注. 研究者已经设计了很多无反转激光的理论模型, 并计算了无反转增益与系统参数之间的关系<sup>[13-20]</sup>. 在这些无反转激光模型中, 一部分是基于量子干涉效应, 其导致了原子系统发射和吸收线型的变换; 另一部分是利用外加相干光场产生原子相干, 从而导致在无粒子数反转的情况下获得探测增益. 这些效应导致的无反转激光的成功实验研究已经报道<sup>[21-24]</sup>. 在这些研究中, 探测增益主要通过调节激光的强度和频率来控制, 不能通过调节激光的位相来控制. 最近, Wu 和 Gao<sup>[4,5]</sup> 利用真空感应相干设计了位相敏感的无反转激光, 实现了无反转增益的多样化控制.

本文研究了一个四能级系统中的无反转增益特性, 其中的探测光场通过一个三能级闭合环路系统来控制. 我们将闭合环路系统的位相敏感效应和无反转激光理论相结合, 研究位相控制的无反转增益特性. 在三光子非共振的情况下, 该系统不能获

\* 国家自然科学基金(批准号: 61007006)、吉林省科技发展计划(批准号: 20090309)和吉林省自然科学基金(批准号: 20101510)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: yaozh@cust.edu.cn

得稳态. 因此, 在三光子共振的条件下研究探测光场的稳态增益. 由于闭合环路系统中的量子干涉效应, 探测光场的增益特性对三能级闭合环路系统的相对位相敏感. 在其他参数不变的情况下, 可以仅仅调节光场位相来操控探测增益行为, 从而获得大的无反转探测增益. 进一步研究发现, 闭合环路系统中的光场强度也强烈地影响着探测增益特性. 通过调节光场的位相和强度, 可以在不同的探测失谐处获得大的无反转增益.

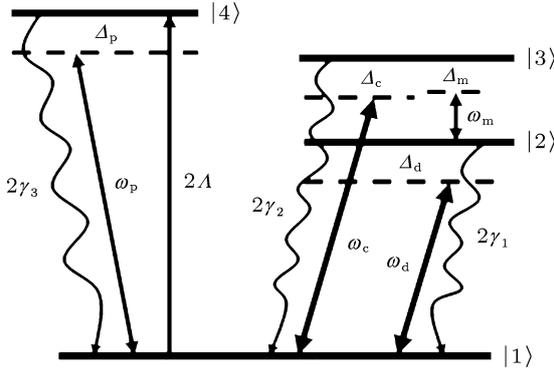


图 1 具有三能级闭合环路系统的四能级原子系统的结构图

## 2 原子系统和密度矩阵方程

本文研究的具有闭合环路系统的四能级原子系统如图 1 所示. 跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ , 跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  和跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  是电偶极允许跃迁; 跃迁  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  是电偶极禁止跃迁, 但是磁偶极允许跃迁. 两个频率为  $\omega_d$  和  $\omega_c$  的强激光场分别驱动跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  和跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ , 频率为  $\omega_m$  的微波场耦合跃迁  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ , 这三个场构成了一个三能级闭合环路系统. 一个弱的探测场  $\omega_p$  作用于跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ .  $2\gamma_1$ ,  $2\gamma_2$  和  $2\gamma_3$  分别是能级  $|2\rangle$ ,  $|3\rangle$  和  $|4\rangle$  到能级  $|1\rangle$  的自发弛豫速率;  $2\Lambda$  代表能级  $|1\rangle$  到能级  $|4\rangle$  的非相干抽运速率;  $\Delta_m = \omega_{32} - \omega_m$ ,  $\Delta_d = \omega_{21} - \omega_d$ ,  $\Delta_c = \omega_{31} - \omega_c$ ,  $\Delta_p = \omega_{41} - \omega_p$  分别是相应光场的失谐.  $\Omega_m = \frac{\mu_{32} \cdot \mathbf{H}_m}{2\hbar}$ ,  $\Omega_d = \frac{d_{21} \cdot \mathbf{E}_d}{2\hbar}$ ,  $\Omega_c = \frac{d_{31} \cdot \mathbf{E}_c}{2\hbar}$ ,  $\Omega_p = \frac{d_{41} \cdot \mathbf{E}_p}{2\hbar}$  分别是相应光场的拉比频率.

在电偶极近似、磁偶极近似和旋转波近似下, 这个四能级原子系统的半经典哈密顿为

$$H_I = \Delta_d |2\rangle\langle 2| + (\Delta_d + \Delta_m) |3\rangle\langle 3| + \Delta_p |4\rangle\langle 4| - (\Omega_p |4\rangle\langle 1| + \Omega_c e^{-i\Delta\omega t} |3\rangle\langle 1| + \Omega_d |2\rangle\langle 1| + \Omega_m |3\rangle\langle 2| + \text{h.c.}), \quad (1)$$

这里  $\Delta\omega = \omega_c - \omega_d - \omega_m = \Delta_d + \Delta_m - \Delta_c$  是三光子失谐.

多能级系统的密度矩阵主方程为

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} = -i[H_I, \tilde{\rho}] + \Lambda \tilde{\rho}. \quad (2)$$

在三光子共振的情况下  $\Delta\omega = 0$ ,  $H_I$  不依赖于时间, 方程 (2) 可以获得稳态解. 为了获得系统的稳态解, 我们设定  $\Delta_m = \Delta_d = \Delta_c = 0$ , 三光子共振的条件被满足. 在三光子共振的条件下, 利用方程 (1) 和方程 (2) 可以求解密度矩阵元  $\tilde{\rho}_{ij}$ . 由于三能级闭合环路系统中的量子干涉效应, 这个原子系统对施加光场的相对位相敏感. 把施加场的拉比频率作为复数, 对方程 (2) 进行正则变换.  $\phi_m$ ,  $\phi_d$  和  $\phi_c$  分别是施加光场的位相. 重新定义拉比频率  $\Omega_m = G_m \exp(-i\phi_m)$ ,  $\Omega_d = G_d \exp(-i\phi_d)$ ,  $\Omega_c = G_c \exp(-i\phi_c)$  和  $\Omega_p = G_p$ . 这里  $G_m$ ,  $G_d$ ,  $G_c$ ,  $G_p$  是实数. 密度矩阵元定义为  $\rho_{ii} = \tilde{\rho}_{ii}$ ,  $\rho_{12} = \tilde{\rho}_{12} \exp(-i\phi_d)$ ,  $\rho_{13} = \tilde{\rho}_{13} \exp(-i\phi_c)$ ,  $\rho_{14} = \tilde{\rho}_{14}$ ,  $\rho_{23} = \tilde{\rho}_{23} \exp(-i\phi_m)$ ,  $\rho_{24} = \tilde{\rho}_{24} \exp(i\phi_d)$  和  $\rho_{34} = \tilde{\rho}_{34} \exp(i\phi_c)$ . 最终, 我们得到重新定义的密度矩阵方程为

$$\dot{\rho}_{22} = -2\gamma_1 \rho_{22} + iG_d(\rho_{12} - \rho_{21}) + iG_m(\rho_{32} - \rho_{23}), \quad (3a)$$

$$\dot{\rho}_{33} = -2\gamma_2 \rho_{33} + iG_c(\rho_{13} - \rho_{31}) + iG_m(\rho_{23} - \rho_{32}), \quad (3b)$$

$$\dot{\rho}_{44} = -2\gamma_3 \rho_{44} + 2\Lambda \rho_{11} + iG_p(\rho_{14} - \rho_{41}), \quad (3c)$$

$$\dot{\rho}_{12} = -\Lambda \rho_{12} + iG_d(\rho_{22} - \rho_{11}) + iG_c e^{i\Phi} \rho_{32} - iG_m e^{i\Phi} \rho_{13} + iG_p \rho_{42}, \quad (3d)$$

$$\dot{\rho}_{13} = -(\gamma_2 + \Lambda) \rho_{13} + iG_c(\rho_{33} - \rho_{11}) + iG_d e^{-i\Phi} \rho_{23} - iG_m e^{-i\Phi} \rho_{12} + iG_p \rho_{43}, \quad (3e)$$

$$\dot{\rho}_{14} = (i\Delta_p - \gamma_3 - \Lambda) \rho_{14} + iG_p(\rho_{44} - \rho_{11}) + iG_d \rho_{24} + iG_c \rho_{34}, \quad (3f)$$

$$\dot{\rho}_{23} = -(\gamma_1 + \gamma_2) \rho_{23} + iG_m(\rho_{33} - \rho_{22}) + iG_d e^{i\Phi} \rho_{13} - iG_c e^{i\Phi} \rho_{21}, \quad (3g)$$

$$\dot{\rho}_{24} = (i\Delta_p - \gamma_1 - \gamma_3) \rho_{24} + iG_d \rho_{14} - iG_p \rho_{21} + iG_m e^{-i\Phi} \rho_{34}, \quad (3h)$$

$$\dot{\rho}_{34} = (i\Delta_p - \gamma_2 - \gamma_3) \rho_{34} + iG_c \rho_{14} - iG_p \rho_{31} + iG_m \rho_{24} e^{i\Phi}, \quad (3i)$$

这里  $\Phi = \phi_c - \phi_d - \phi_m$  是三能级闭合环路系统的相

对位相, 上面的方程满足  $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44} = 1$ . 由于三能级闭合环路系统的存在, 从方程 (3) 可以看到这个原子系统对相对位相  $\Phi$  敏感, 经过正则变换后不能消除相对位相  $\Phi$ . 因此, 可以调节闭合环路系统的相对位相来控制这个原子系统的吸收和色散特性, 以及粒子数的功力学规律.

跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  的增益吸收系数是正比于  $\rho_{14}/G_p$  的虚部, 如果  $\text{Im}(\rho_{14}/G_p) > 0$ , 将获得探测增益.  $\text{Im}(\rho_{14}/G_p)$  的稳态解是非常复杂的, 它依赖于 13 个参数 ( $G_m, G_d, G_c, G_p, \Delta_m, \Delta_d, \Delta_c, \Delta_p, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \Lambda, \Phi$ ), 因此我们将通过数值解来进行讨论. 除了位相  $\Phi$ , 其他参数都以  $\gamma_3$  为单位, 定义  $\gamma_3 = 1$ .

### 3 数值结果及讨论

假设探测场是非常弱的, 从方程 (3) 可以获得  $\Lambda\rho_{11} \cong \gamma_3\rho_{44}$ , 因此, 只要  $\Lambda < \gamma_3$ , 探测跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  总是无粒子数反转. 在下面的讨论中, 为了获得无反转增益, 设定  $\Lambda = 0.7$ .

从方程 (3) 可以看到该原子系统依赖于三能级闭合环路系统的相对位相, 因而探测场的增益特性必将与相对位相  $\Phi$  相关联. 当参数条件选取为  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1, \Delta_m = \Delta_d = \Delta_c = 0, \Lambda = 0.7, G_p = 0.1, G_m = 3$  和  $G_d = G_c = 10$  时,  $\Phi$  取值不同, 探测增益  $\text{Im}(\rho_{14}/G_p)$  随探测失谐  $\Delta_p$  的变化情况如图 2 所示. 我们发现由于闭合环路系统中的量子干涉效应, 探测增益对相对位相十分敏感. 在相对位相不同取值时, 获得了不同的增益吸收线型.  $\Phi = \pi/2$  和  $\Phi = 3\pi/2$  的增益线型叠加在一起, 此时探测增益在一个非常大的光谱范围内, 在探测共振频率处有一个明显的增益峰. 由于三能级闭合环路系统的作用, 基态能级  $|1\rangle$  劈裂成两个缀饰能级, 它们对应着两个吸收峰, 左右两边的缀饰吸收峰具有相同的幅值. 当  $\Phi = 0$  时, 共振频率 ( $\Delta_p = 0$ ) 处的增益变得平滑, 同时增益也变小, 左右两个吸收峰的幅度不相等, 左边的吸收峰幅度小于右边的幅度, 此时的增益线型整体向左平移,  $\Phi = 0$  与  $\Phi = \pi$  的增益线型在  $\Delta_p = 0$  两边是反对称的.  $\Phi = 0$  与  $\Phi = \pi$  的增益幅度比  $\Phi = \pi/2$  和  $\Phi = 3\pi/2$  的增益

幅度小一个量级, 不会在某一频率处出现明显的增益峰. 因此为了在共振频率处获得大的无反转增益, 应调节相对位相  $\Phi = \pi/2$  或  $\Phi = 3\pi/2$ .

探测场的增益也依赖于闭合环路系统的场强, 其他参数与图 2 中的相同, 不同  $G_m$  和  $\Phi$  取值下探测增益  $\text{Im}(\rho_{14}/G_p)$  随探测失谐  $\Delta_p$  的变化情况如图 3 所示. 从图 3 中看出, 对于不同的  $G_m$  值, 探测场的增益行为是明显不同的. 对比图 3(a) 和 3(c),  $\Phi = 0$  与  $\Phi = \pi$  的增益曲线仍然是反对称的. 对于  $\Phi = 0$ , 当  $G_m$  比较弱时 ( $G_m = 3, 5$ ) 时, 在共振频率处获得小的增益; 当  $G_m$  比较强时 ( $G_m = 9$ ) 时, 左边的吸收峰变为增益峰, 右边的吸收峰变得更大, 强的  $G_m$  对应的增益比弱的  $G_m$  对应的增益大. 因此, 当  $\Phi = 0$  (或  $\Phi = \pi$ ) 时, 应该施加强大的  $G_m$  才能获得比较大的探测增益, 此时的大增益峰出现在缀饰能级所在的位置, 这样可以用改变场强的方法来调节增益所对应的频率位置. 对于  $\Phi = \pi/2$  和  $\Phi = 3\pi/2$ , 探测增益出现在共振频率附近, 共振频率处的增益最大. 共振频率处的增益峰随着  $G_m$  的变大而变大 ( $G_m = 3, 5$ ); 当  $G_m$  足够大时 ( $G_m = 9$ ), 共振频率处的增益峰变为吸收峰, 缀饰能级的吸收峰会往两侧移动, 整个增益吸收线型变宽. 因此, 当和  $\Phi = 3\pi/2$  或  $\Phi = \pi/2$ , 为了获得大的探测增益, 不能施加太强的  $G_m$ . 为了在不同频率处获得大的探测增益, 需要调节相对位相  $\Phi$  和场强  $G_m$  进入合适的值, 这两个参数都强烈地影响着探测场的增益行为, 最大探测增益或者出现在共振频率处, 或者出现在缀饰能级对应的频率处.

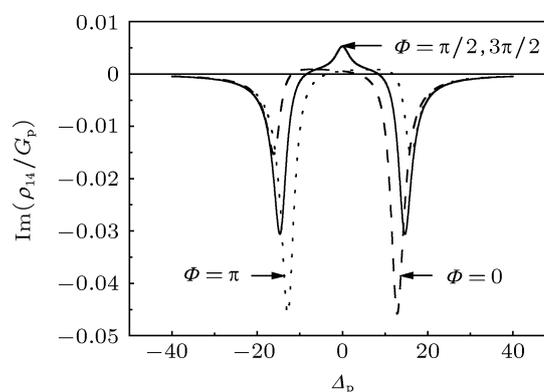


图 2 对于不同的相对位相  $\Phi$ , 探测增益  $\text{Im}(\rho_{14}/G_p)$  随探测失谐的变化情况

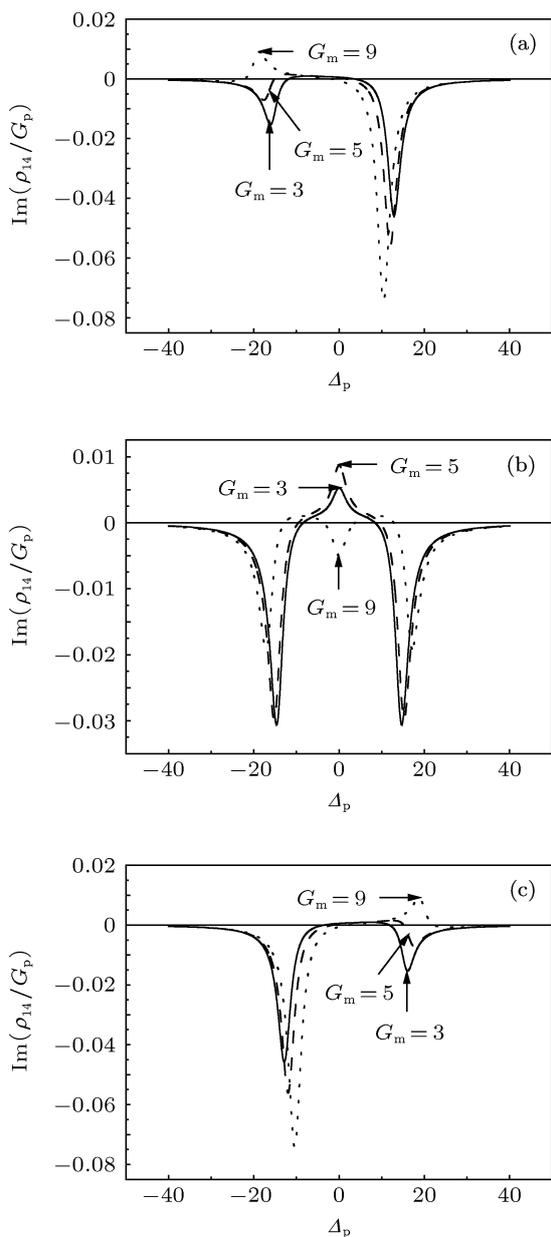


图3 对于不同的  $G_m$ , 探测增益  $\text{Im}(\rho_{14}/G_p)$  随探测失谐的变化情况 (a)  $\Phi = 0$ ; (b)  $\Phi = \pi/2$ ; (c)  $\Phi = \pi$

进一步研究了共振频率处 ( $\Delta_p = 0$ ) 探测增益与闭合环路系统的位相  $\Phi$  和场强  $G_m$  的关系, 其他参数与图 2 中的相同, 场强  $G_m$  取不同值时, 共振探测增益  $\text{Im}(\rho_{14}/G_p)$  随相对位相  $\Phi$  的变化规律如图 4 所示. 结果表明, 探测增益  $\text{Im}(\rho_{14}/G_p)$  是相对位相  $\Phi$  的周期函数, 其周期等于  $\pi$ . 当  $G_m$  不是很强时 ( $G_m = 2, 5, 7$ ), 通过调节相对位相进入合适的值, 总能获得探测增益. 最大探测增益对应  $\Phi = k\pi + \pi/2$ , 其中  $k$  是整数. 当  $G_m$  接近等于 5 时, 探测增益达到饱和. 进一步提高场强 ( $G_m = 7$ ), 最

大探测增益反而变小. 由于闭合环路的作用, 基态将劈裂成两个缀饰能级. 当微波场的强度越强时, 基态劈裂的两个缀饰能级的间隔变大, 增益谱线的宽度变大, 相应的增益就会变小. 当  $G_m$  变得足够强时 (例如  $G_m = 9$ ), 不论相对位相  $\Phi$  怎么变化都不能获得探测增益, 仅仅能获得探测吸收. 探测吸收也是相对位相  $\Phi$  的周期函数, 最大探测吸收对应着  $\Phi = k\pi + \pi/2$ . 因此闭合环路系统的幅度和位相都强烈地影响着探测场的增益行为.

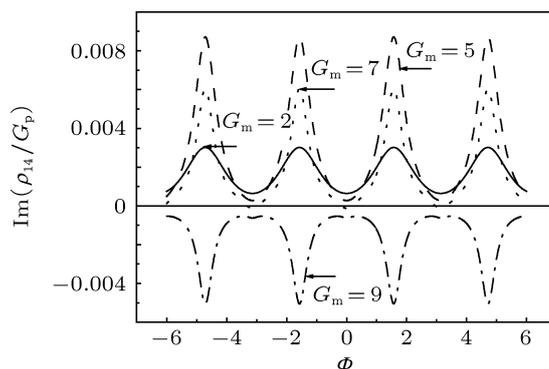


图4 对于不同的  $G_m$ , 共振探测增益  $\text{Im}(\rho_{14}/G_p)$  随相对位相  $\Phi$  的变化情况

位相敏感的无反转增益的实验观察取决于闭合环路系统中激光场和微波场的关联度, 包括频率和位相的关联, 两个关联的激光场可以通过声光调制器的帮助来实现. 将一束激光用分束片分成两束, 分别通过两个声光调制器移频, 就获得两个频率和位相关联的激光场. 两个关联的激光场施加到混频器, 从而获得微波频率输出, 并进一步放大微波并作用于原子系统, 就保证了闭合环路的三个场的频率和位相相关联. 利用这样的方法可保证三光子共振的条件, 使原子系统获得稳态解, 并且保持作用场之间的频率和位相相关.

## 4 结论

本文研究了四能级原子系统的闭合环路系统控制的无反转增益特性. 在三光子共振的情况下, 我们获得了大的稳态的无反转增益. 无反转增益特性对三能级闭合环路系统的相对位相敏感, 可以仅仅通过调节位相来控制无反转增益. 这种位相敏感特性来自闭合环路系统中的量子干涉效应, 同时闭合环路系统中的场强也强烈影响着增益特性.

- [1] Menon S, Agarwal G S 1998 *Phys. Rev. A* **57** 4014  
 [2] Paspalakis E, Knight P L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 293  
 [3] Paspalakis E, Keiter C H, Knight P L 1998 *Phys. Rev. A* **58** 4868  
 [4] Wu J H, Gao J Y 2002 *Phys. Rev. A* **65** 063807  
 [5] Wu J H, Gao J Y 2002 *J. Opt. Soc. Am. B* **19** 2863  
 [6] Kosachiov D V, Matisov B G, Rozhddestvensky Y V 1992 *J. Phys. B* **25** 2473  
 [7] Shahriar M S, Hemmer H R 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 1865  
 [8] Maichen W, Gaggl R, Korsunsky E 1995 *Europhys. Lett.* **31** 189  
 [9] Georgiades N P, Polzik E S, Kimble H J 1996 *Opt. Lett.* **21** 1688  
 [10] Li G X, Peng J S 1996 *Phys. Lett. A* **218** 49  
 [11] Unanyan R G, Yatsenko L P, Bergmann K 1997 *Opt. Commun.* **139** 48  
 [12] Kosachiov D, Matisov B, Rozhddestvensky Y 1993 *Europhys. Lett.* **22** 11  
 [13] Harris S E 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 1033  
 [14] Scully M O, Zhu S Y, Gavrielides A 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 2813  
 [15] Agarwal G S, Ravi S, Cooper J 1990 *Phys. Rev. A* **41** 4721  
 [16] Block V R, Krochik G M 1990 *Phys. Rev. A* **41** 1517  
 [17] Nottelmann A, Peters C, Lange W 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1783  
 [18] Keitel C H, Kocharovskaya O A, Narducci L M 1993 *Phys. Rev. A* **48** 3196  
 [19] Zhu Y F 1997 *Phys. Rev. A* **55** 4568  
 [20] Zhu S Y, Wang D Z, Gao J Y 1997 *Phys. Rev. A* **55** 1339  
 [21] Gao J Y, Guo C, Guo X Z 1992 *Opt. Commun.* **93** 323  
 [22] Kleinfeld J A, Streater A D 1994 *Phys. Rev. A* **49** R4301  
 [23] Zibrov A S, Lukin M D, Nikonov D E 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 1499  
 [24] Sellin P B, Wilson G A, Meduri K K 1996 *Phys. Rev. A* **54** 2402

# Phase and amplitude-dependent inversionless gain controlled by a three-level closed loop system\*

Zhang Zhi-Ying Fu Shen-Cheng Gou Li-Dan Yao Zhi-Hai<sup>†</sup>

(School of Science, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

(Received 22 November 2012; revised manuscript received 11 January 2013)

## Abstract

We study a four-level atomic system controlled by a three-level closed loop subsystem in order to obtain the phase-sensitive probe gain without population inversion. In the case of three-photon resonance, a large steady-state inversionless probe gain can be obtained. Due to the quantum interference effect, the inversionless gain is sensitive to the relative phase of the three-level closed loop subsystem. Further, the field intensity of the three-level closed loop subsystem is also an important parameter that can affect gain characteristic of the probe field.

**Keywords:** quantum interference, phase-dependent effect, inversionless gain

**PACS:** 42.50.Gy, 42.50.Hz

**DOI:** 10.7498/aps.62.104206

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61007006), the Science and Technology Development Program of Jilin Province, China (Grant No. 20090309) and the Natural Science Foundation of Jilin Province, China (Grant No. 20101510).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: yaozh@cust.edu.cn