

## 拉曼增益对孤子传输特性的影响\*

乔海龙<sup>†</sup> 贾维国 刘宝林 王旭东 门克内木乐 杨军 张俊萍

(内蒙古大学物理科学与技术学院, 呼和浩特 010021)

(2012年12月3日收到; 2013年1月19日收到修改稿)

利用考虑拉曼增益效应的非线性薛定谔方程, 在忽略光纤损耗的情况下, 采用基于 MATLAB 的分步傅里叶数值算法, 得出线性算符和非线性算符具体的表达式, 分步作用于光孤子脉冲传输方程, 仿真模拟了光孤子在光纤中传输时的演变. 与不考虑拉曼增益的光孤子在光纤中传输相对比, 探析了拉曼增益对孤子传输特性的影响. 拉曼增益会破坏孤子的传输周期, 导致孤子在光纤中传输时快速衰减, 并且影响程度和输入孤子的脉冲峰值功率大小有关, 拉曼增益对基态孤子和高阶孤子的影响也不相同.

**关键词:** 拉曼增益, 孤子, 对称分步傅里叶法, 非线性薛定谔方程

**PACS:** 42.65.Dr, 42.65.Tg, 02.30.Nw

**DOI:** 10.7498/aps.62.104212

对孤子传输特性的影响.

## 1 引言

光脉冲在光纤的反常色散区传输时, 群速度色散 (GVD) 效应使光脉冲展宽, 而自相位调制 (SPM) 效应使光脉冲变窄, 当二者相平衡时, 其作用相互抵消, 光孤子就是利用 GVD 和 SPM 之间的平衡实现了光脉冲的稳定传输<sup>[1]</sup>. 光孤子可以实现高保真、长距离传输, 在光纤通信中对传输速率、容量和无中继传输距离方面有着较高要求的今天, 光孤子在光纤通信方面有着重要的潜在应用价值<sup>[2,3]</sup>. 当输入光孤子的峰值功率较大时, 孤子脉冲会和光学声子相互作用, 产生拉曼散射效应<sup>[4,5]</sup>; 在同时考虑电子的非线性效应和拉曼散射效应下, 拉曼散射效应会改变光孤子脉冲调制不稳定性增益特性, 在拉曼效应的参与和影响下, 在不同的传输介质和不同的参数下, 斯托克斯波和反斯托克斯波增益谱特性发生了变化<sup>[6-8]</sup>. 但对如何影响光脉冲传输特性的相关研究较少. 本文利用在单模光纤中非线性效应和拉曼增益效应共同作用下, 光孤子在各向同性介质中传输时所满足的非线性薛定谔方程, 采用分步傅里叶方法, 模拟了光孤子非线性效应和拉曼增益效应共同作用下的传输规律, 探析了拉曼增益

## 2 理论模型

单模光纤中, 非线性效应和拉曼散射效应共同作用下, 光孤子在各向同性介质中传输时, 在群速度  $v_g$  移动的运动坐标系中, 所满足的非线性薛定谔方程为<sup>[6,7]</sup>

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}A - \frac{i}{2}\beta_2\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\left(\gamma - i\frac{g_0''(\Omega)}{8}\right)|A|^2A, \quad (1)$$

其中,  $A$  为光场的复振幅,  $\alpha$  为光纤损耗系数,  $\beta_2$  为二阶色散系数,  $\gamma$  为非线性系数, 平行拉曼增益为  $g_0''(\Omega) = 16i\pi\omega^2\chi_{xxxx}^R(\Omega)/c^2k_pA_p$  的虚部, 所以  $ig_0''(\Omega)$  的实部为平行拉曼增益, 其中  $\Omega$  表示抽运波和斯托克斯波 (或反斯托克斯波) 的频率差, 对于斯托克斯波  $\Omega = (\omega_0 - \omega_s) > 0$ , 而反斯托克斯波  $\Omega = (\omega_0 - \omega_a) < 0$ .

平行拉曼增益可以用洛伦兹曲线近似表示

$$g_0''(\Omega) = \left\{ \frac{100(\Omega - 5)f_R}{[(\Omega - 5)^2 - \omega_p^2]^2 + [2(\Omega - 5)f_R]^2} + 0.55 \right\} \times \frac{1}{1.6}, \quad (2)$$

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61167004) 和内蒙古自然科学基金 (批准号: 2010MS0102) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: qiaohl1986@163.com

其中系数  $f_R = 3.125$  THz,  $\omega_r = 8.2$  THz. 图 1 为归一化拉曼增益  $g_0''(\Omega)$  与频移  $\Omega$  的变化关系 [9].

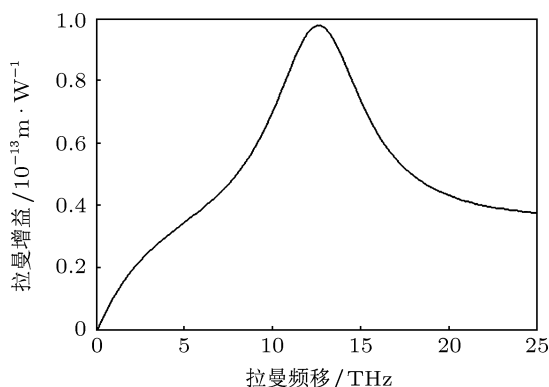


图 1 平行拉曼增益系数  $g''(\Omega)$  的洛伦兹模型

为了研究方便, 忽略光纤中的损耗 ( $\alpha = 0$ ), 则非线性薛定谔方程可简化为

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\left(\gamma - i\frac{g_0''(\Omega)}{8}\right) |A|^2 A. \quad (3)$$

引入一个对初始输入脉宽  $T_0$  归一化的时间尺度

$$\tau = \frac{T}{T_0}, \quad (4)$$

同时, 引入归一化场分布

$$A(z, T) = \sqrt{P_0} U(z, \tau), \quad (5)$$

$P_0$  为入射脉冲的峰值功率. 由 (3)—(5) 式可得归一化场振幅满足的非线性薛定谔方程:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2T_0^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + iP_0\left(\gamma - i\frac{g_0''(\Omega)}{8}\right) |U|^2 U. \quad (6)$$

### 3 数值分析

本文采用分步傅里叶法对方程 (6) 进行数值计算. 首先将方程 (6) 改写为如下形式

$$\frac{\partial U}{\partial z} = (\widehat{D} + \widehat{N})U, \quad (7)$$

式中,  $\widehat{D}$  是微分算符, 表示线性介质的色散;  $\widehat{N}$  算符是非线性算符, 决定脉冲传输过程中光纤非线性效应的影响. 这两个算符分别为

$$\widehat{D} = -\frac{i\beta_2}{2T_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}, \quad (8)$$

$$\widehat{N} = i\gamma P_0 |U|^2 + \frac{g_0''(\Omega)}{8} P_0 |U|^2. \quad (9)$$

下面对 (8) 和 (9) 式分别进行求解, 得出线性算符和非线性算符.

### 3.1 线性算符的求解

令  $\widehat{N} = 0$ , (6) 式则成为

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2T_0^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2}. \quad (10)$$

对  $U(z, \tau)$  进行傅里叶变换得  $\tilde{U}(z, \omega)$ , 其表达式为

$$\tilde{U}(z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(z, \tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau. \quad (11)$$

对方程 (10) 进行傅里叶变换, 可得到一个常微分方程, 这时  $\frac{\partial^2 U(z, \tau)}{\partial \tau^2} \xrightarrow{F} (i\omega)^2 \tilde{U}(z, \omega)$ , 所以方程 (10) 化为

$$\frac{\partial \tilde{U}(z, \omega)}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2T_0^2} (i\omega)^2 \tilde{U}(z, \omega). \quad (12)$$

解 (12) 式得

$$\tilde{U}(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp\left(\frac{i\beta_2}{2T_0^2} \omega^2 z\right). \quad (13)$$

对 (13) 式进行傅里叶变换, 即可得到  $U(z, \tau)$ ,

$$U(z, \tau) = F^{-1}\left\{\exp\left(\frac{i\beta_2}{2T_0^2} \omega^2 z\right) F[U(0, \tau)]\right\}. \quad (14)$$

$F$  表示傅里叶变换,  $F^{-1}$  表示傅里叶逆变换. 则线性算符的表达式为

$$\exp\left(\frac{h}{2} \widehat{D}\right) = \exp\left(\frac{i\beta_2}{4T_0^2} \omega^2 h\right), \quad (15)$$

式中  $h$  表示步长,  $\beta_2$  为二阶色散系数.

### 3.2 非线性算符的求解

令  $\widehat{D} = 0$ , (6) 式则成为

$$\frac{\partial U}{\partial z} = i\gamma P_0 |U|^2 U + \frac{g_0''(\Omega)}{8} P_0 |U|^2 U, \quad (16)$$

此方程是常微分方程, 初值为  $U(0, \tau)$ , 则

$$U(z, T) = U(0, T) \exp\left\{i\gamma P_0 |A|^2 z + \frac{g_0''(\Omega)}{8} P_0 |U|^2 z\right\}. \quad (17)$$

非线性算符的表达式为

$$\exp(h\widehat{N}) = \exp\left\{\left[i\gamma P_0 |U|^2 + \frac{g_0''(\Omega)}{8} P_0 |U|^2\right] h\right\}. \quad (18)$$

得出线性算符和非线性算符时, 就可以利用 MATLAB 软件计算线性算符和非线性算符以及脉冲传输过程中的具体数值, 并进行曲线仿真 [10-12].

### 4 仿真与分析

本文研究拉曼增益对孤子在光纤中传输特性的影响, 输入的孤子脉冲表达式为

$$U(0, \tau) = N \operatorname{sech}(\tau), \quad (19)$$

当  $N = 1$  时为一阶孤子, 当  $N = 2$  时为二阶孤子, 当  $N = 3$  时, 为三阶孤子. 一阶孤子又称基态孤子, 二阶孤子和三阶孤子统称为高阶孤子. 下面分别在不同参数下, 分析无拉曼增益时孤子传输特性和拉曼增益对孤子传输特性的影响. 在本文中, 输入初始脉宽  $T_0 = 1$  ps, 中心波长是 800 nm 的窄脉冲, 采取步长为  $\Delta z = 1/10000$ , 孤子在传输距离  $z$  上的周期  $z_0 = \frac{T_0^2 \pi}{|\beta_2| 2}$  [13]. 程序中模拟孤子在一个周期的传输距离上脉冲的演化过程.

#### 4.1 一阶孤子 ( $N = 1$ )

二阶色散系数  $\beta_2 = -1$  ps<sup>2</sup>/km, 非线性系数  $\gamma = 0.2$  W<sup>-1</sup>/km. 输入脉冲峰值功率为  $P_0 = 5$  kW 的一阶孤子时, 其在光纤中传输时脉冲演化为图 2 所示.

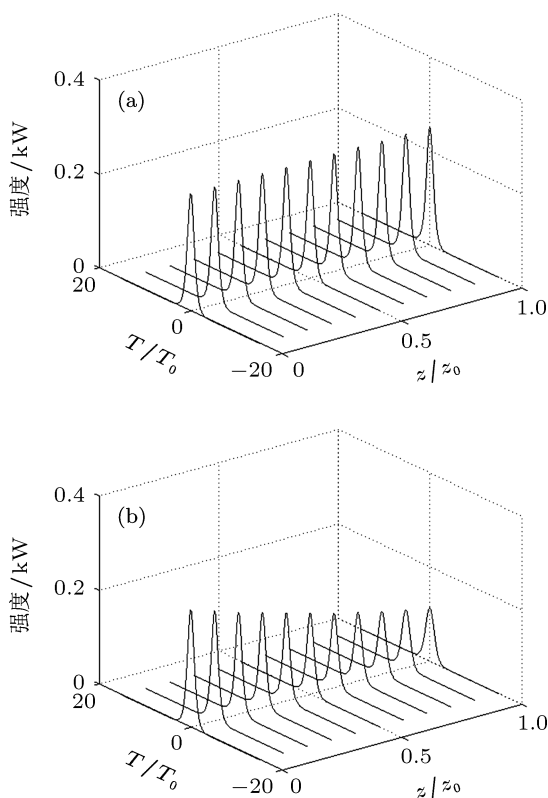


图 2 (a) 不考虑拉曼增益的一阶孤子; (b) 考虑拉曼增益的一阶孤子

光脉冲在反常色散区传输时, GVD 致啁啾为下啁啾, 而 SPM 致啁啾为上啁啾, 两者的作用相互抵消时, 使得光脉冲在传输过程中脉冲形状保持不变, 形成孤子. 从图 2 中可以看出, 在不考虑拉曼增益的影响时, 在色散和非线性效应的共同作用下, 孤子在光纤中呈稳定传输, 波形不发生变化; 而考虑拉曼增益效应时, 由于拉曼增益的影响, GVD 和 SPM 二者的平衡被破坏, 孤子的传输波形不再呈现稳定的状态, 随着孤子在光纤中传输, 脉冲宽度不变, 孤子的峰值不断地衰减.

若增加输入孤子脉冲的峰值功率, 同时增加光纤的二阶色散系数, 孤子峰值功率为  $P_0 = 10$  kW,  $\beta_2 = -2$  ps<sup>2</sup>/km. 这时孤子仍处于平衡状态, 如图 3(a) 所示. 图 3(b) 显示为考虑拉曼增益时一阶孤子在光纤中传输时波形的演化过程. 从图中可以看出, 在拉曼增益的影响下, 孤子在传输过程中其波形的基本形状保持不变, 而脉冲的峰值衰减加快. 这是由于输入孤子脉冲的峰值功率增大, 拉曼效应的作用增强, 其在光纤中传输时, 衰减加快. 可见输入初始脉冲的功率不同, 拉曼增益的影响程度也不同, 初始输入功率越大, 拉曼增益的影响也越大, 孤子在传输过程中衰减也越快.

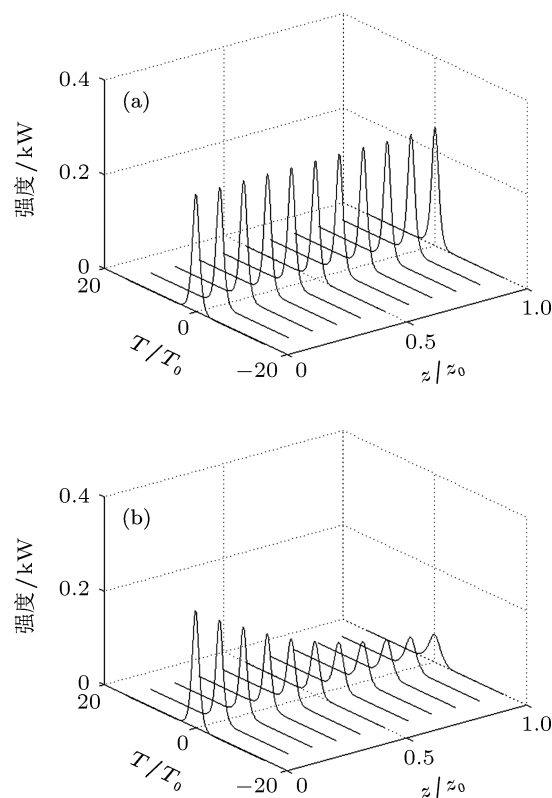


图 3 (a) 不考虑拉曼增益的一阶孤子; (b) 考虑拉曼增益的一阶孤子

### 4.2 二阶孤子 ( $N = 2$ )

二阶色散系数  $\beta_2 = -1 \text{ ps}^2/\text{km}$ , 非线性系数  $\gamma = 0.2 \text{ W}^{-1}/\text{km}$ . 输入脉冲峰值功率为  $P_0 = 5 \text{ kW}$  的二阶孤子时, 二阶孤子在光纤中传输时脉冲演化为图 4 所示.

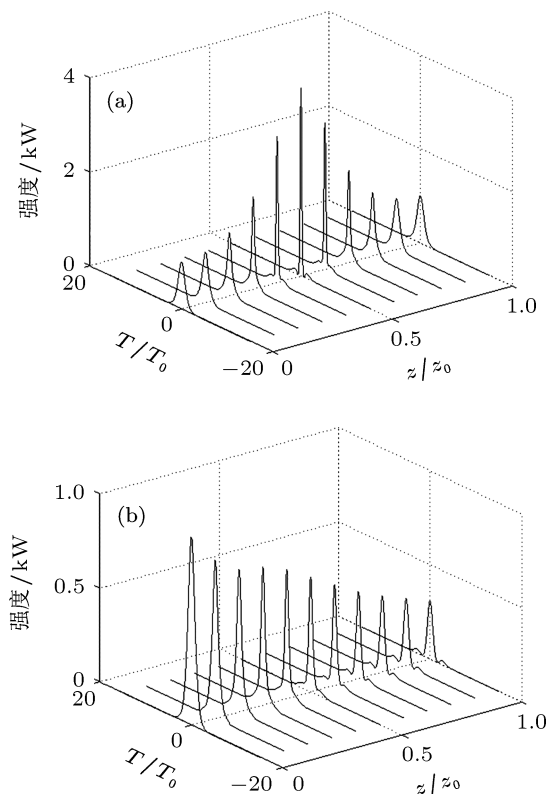


图 4 (a) 不考虑拉曼增益的二阶孤子; (b) 考虑拉曼增益的二阶孤子

图 4(a) 显示不考虑拉曼增益效应的情况下, 二阶孤子在光纤中传输时脉冲的演化过程. 从图中可以看出, 二阶孤子在光纤中传输时, 其脉冲形状是周期性变化的. 随着孤子的传输, 脉冲逐渐变窄, 峰值不断增高, 在脉冲的前后沿出现了两个峰值较小的峰, 随着传输距离的增加, 前后沿的两个小峰逐渐消失, 主峰的峰值不断减小, 脉冲展宽, 变化为初始输入脉冲的形状. 孤子的这种周期性变化, 使得孤子在光纤中实现长距离的传输而不失真. 图 4(b) 是考虑拉曼增益对二阶孤子传输的影响时, 二阶孤子在传输过程中的波形变化. 从图中可以看出, 二阶孤子的周期性被破坏, 随着传输距离的增加, 在其前后沿出现了两个较小的峰, 孤子保持三峰结构不变, 且脉冲的主峰峰值不断减小. 可见拉曼增益不仅使光孤子在传输过程中峰值不断地衰减, 而且破坏了孤子的周期性, 使得二阶孤子不再呈周期性传输.

当增大二阶孤子的初始输入脉冲功率时, 在二阶色散系数为  $\beta_2 = -2 \text{ ps}^2/\text{km}$  的光纤中传输时, 二阶孤子的波形如图 5 所示.

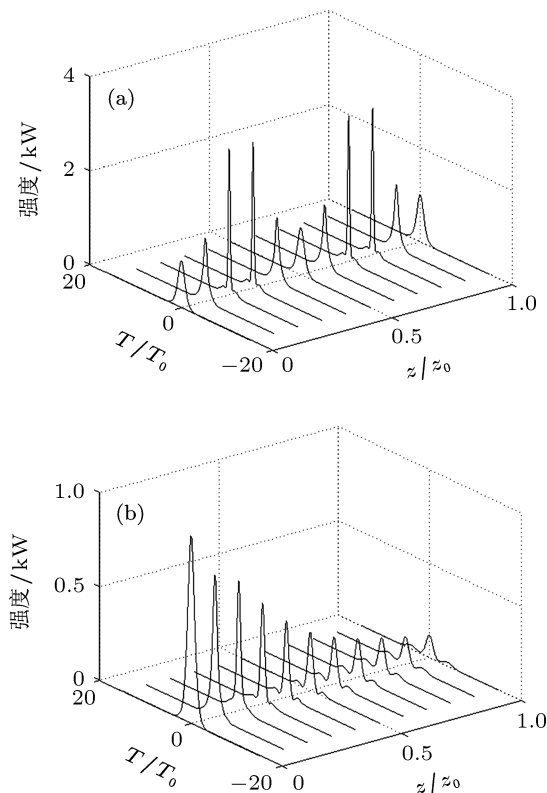


图 5 (a) 不考虑拉曼增益的二阶孤子; (b) 考虑拉曼增益的二阶孤子

从图 5 可以看出, 不考虑拉曼增益效应的情况下, 功率为  $P_0 = 10 \text{ kW}$  的二阶光孤子脉冲在光纤中传输时, 仍保持周期性传输, 但周期变短, 一个周期后其脉冲形状不变. 增大输入功率, 考虑拉曼增益效应后, 二阶孤子的周期性被破坏, 脉冲在传输过程中前后沿出现了峰值较小的波峰, 脉冲呈三峰结构向前传输. 在传输过程中, 前后沿两小波峰的峰值保持不变, 宽度逐渐增宽, 中间主峰的峰值在不断地减小. 可见输入脉冲的功率增大后, 拉曼增益的影响增大, 二阶孤子在传输过程中衰减加快.

### 4.3 三阶孤子 ( $N = 3$ )

二阶色散系数  $\beta_2 = -1 \text{ ps}^2/\text{km}$ , 非线性系数  $\gamma = 0.2 \text{ W}^{-1}/\text{km}$ . 输入脉冲峰值功率为  $P_0 = 5 \text{ kW}$  的三阶孤子时, 其在光纤中传输时脉冲演化为图 6 所示.

三阶孤子在光纤中传输时, 光孤子呈周期性变化, 传输过程中孤子的脉冲不断变窄, 在前后沿出现了两个小峰, 中间峰不断地变窄变高. 在  $1/4$  周

期后,孤子的中间峰相对变宽变低,两边峰也逐渐消失;传输到 1/2 周期时,孤子分裂为对称的四峰结构,中间两峰峰值较大,两边峰的峰值较小;一个周期后,孤子脉冲形状变为初始输入脉冲的形状.在考虑拉曼增益效应后,拉曼增益改变了三阶孤子传输特性,孤子不再呈周期性传输.脉冲在传输过程中,在最初衰减后,然后衰减相对较慢,脉冲根部展宽,呈波动形,脉冲相对窄化.随着传输距离的增加,脉冲根部波动边峰分裂,在前后沿对称的出现了两个峰值较小的波峰,孤子脉冲峰值衰减加快,孤子呈对称的五峰结构向前传输.在接近一个传输周期时,主峰两侧的两个小峰的峰值突然增大;在传输一个周期时,孤子脉冲消失.考虑到孤子作为抽运脉冲输入,高阶孤子在光纤的反常色散区传输时,在一个周期时,孤子脉冲消失,其能量可能会发生转移,抽运能量要转移给拉曼脉冲,形成其他形式的脉冲继续向前传播<sup>[14]</sup>.

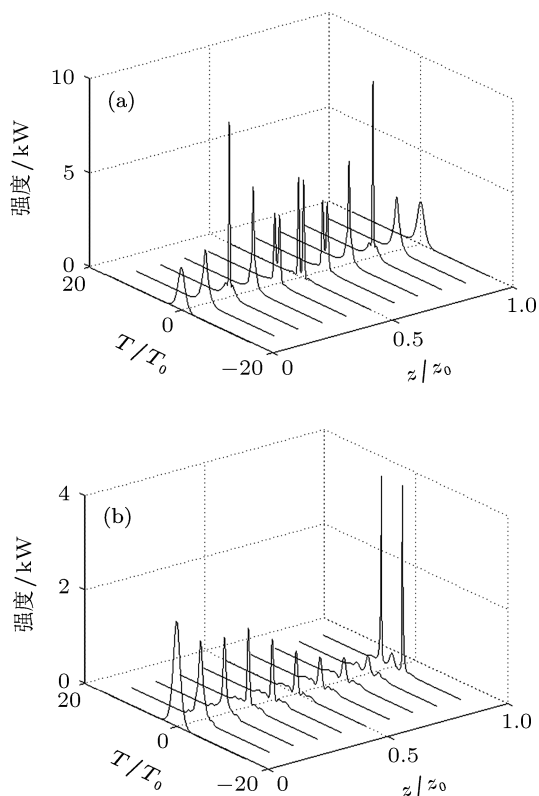


图 6 (a) 不考虑拉曼增益的三阶孤子; (b) 考虑拉曼增益的三阶孤子

当增大三阶孤子的初始输入脉冲功率  $P_0 = 10 \text{ kW}$  时,在二阶色散系数为  $\beta_2 = -2 \text{ ps}^2/\text{km}$  的光纤中传输时,三阶孤子的波形如图 7 所示.

从图 7 可以看出,增大输入脉冲功率时,同时增大光纤的二阶色散系数,三阶孤子仍为周期性传

输,传输周期缩为改变参数前的一半.孤子的周期性传输可以使光脉冲在光纤中长距离传输时不损波形.当考虑拉曼效应时,其传输特性和输入功率  $P_0 = 5 \text{ kW}$  时相似,孤子的周期性被破坏,峰值衰减速度加快,传输距离缩短,孤子脉冲中间峰值降到很低的值,前后沿的两个小峰的值突然增大,在一个传输周期时,孤子脉冲消失,形成其他形式的脉冲继续向前传播.

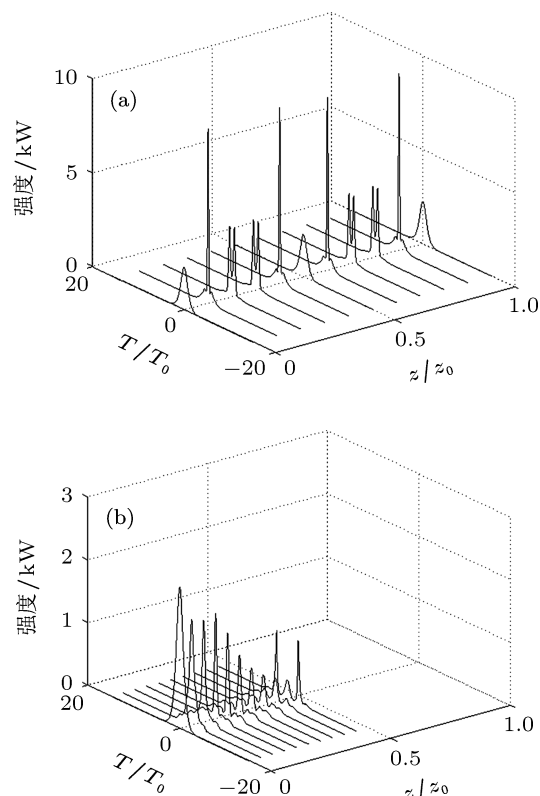


图 7 (a) 不考虑拉曼增益的三阶孤子; (b) 考虑拉曼增益的三阶孤子

## 5 结论

从理论上分析,孤子是在 GVD 和 SPM 二者平衡下的结果,在我们所导出的包含拉曼增益的非线性薛定谔方程中,  $(\gamma - i \frac{g_0''(\Omega)}{8})$  为考虑了光孤子与电子和光学声子总的相互作用下的非线性系数,拉曼增益的存在,改变了 SPM 的大小,改变了电子的非线性效应与群速度色散的相对平衡,孤子的传输必然会受到影响.通过仿真模拟可以看出,拉曼增益改变了孤子的传输特性,破坏孤子的传输平衡,导致孤子随着传输距离的增加而衰减,改变了孤子的周期性传输特性,使得高阶孤子在传输过程中失真.若增大孤子脉冲的峰值功率,孤子脉冲和光学声子相互作用增大,增大了拉曼增益效应对孤子传

输的影响, 导致孤子的衰减速度增加, 孤子的传输距离缩短, 而且会让高阶孤子脉冲的形状产生形变, 进而会产生信号失真. 所以在孤子通信中, 要避免拉曼增益效应的产生, 孤子脉冲的输入功率不宜太

大, 在保证孤子稳定传输的情况下, 应取合适的脉冲输入功率, 减小拉曼增益对孤子传输的影响, 保证在孤子通信中的长距离传输、较高的传输速率和较高的传输容量.

- 
- [1] Agrawal G P 2008 *Nonlinear Fiber Optics* (2nd Ed.) (Boston: Academic Press) pp136–190
  - [2] Diaz-Otero F J, Chamorro-Posada P 2012 *Math. Comput. Simulat.* **82** 1093
  - [3] Ganapathy R 2012 *Commun. Nonlinear Sci.* **17** 4544
  - [4] Louangvilay X, Mitatha S, Yoshida M, Komine N, Yupapin P P 2012 *Opt. Eng.* **51** 5010
  - [5] Huang K, Han R Q 2010 *Solid-State Physics* (1st Ed.) (Beijing: Higher Education Press) p513 (in Chinese) [黄昆, 韩汝琦 2010 固体物理学 (北京: 高等教育出版社) 第 513 页]
  - [6] Jia W G, Qiao L R, Wang X Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 094215 (in Chinese) [贾维国, 乔丽荣, 王旭颖 2012 物理学报 **61** 094215]
  - [7] Wang X Y, Jia W G, Yin J Q 2011 *Acta Opt. Sin.* **31** 0606001 (in Chinese) [王旭颖, 贾维国, 尹健全 2011 光学学报 **31** 606001]
  - [8] Jia W G, Qiao L R, Wang X Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 194209 (in Chinese) [贾维国, 乔丽荣, 王旭颖 2012 物理学报 **61** 194209]
  - [9] Lin Q, Agrawal G P 2006 *Opt. Lett.* **31** 3086
  - [10] Bale B G, Boscolo S 2010 *J. Opt.* **84** 015202
  - [11] Lin Q, Painter O J, Agrawal G P 2007 *Opt. Express* **15** 16604
  - [12] Li L, Yin A 2011 *Optik* **122** 1195
  - [13] Agrawal G P 2008 *Nonlinear Fiber Optics* (2nd Ed.) (Boston: Academic Press) pp101–102
  - [14] Agrawal G P 2008 *Nonlinear Fiber Optics* (2nd Ed.) (Boston: Academic Press) pp227–232

# Effect of Raman gain on the characteristic of soliton propagation\*

Qiao Hai-Long<sup>†</sup> Jia Wei-Guo Liu Bao-Lin Wang Xu-Dong Menke Neimule  
Yang Jun Zhang Jun-Ping

(School of Physical Science and Technology, Inner Mongolia University, Hohhot 010021, China)

(Received 3 December 2012; revised manuscript received 19 January 2013)

## Abstract

Using the nonlinear Schrödinger equation (NLSE) including Raman gain effect but ignoring fiber loss situation, the linear operator and nonlinear operator specific expression are obtained based on MATLAB fractional Fourier numerical algorithm. They are applied to the NLSE including Raman gain, and the evolutions of soliton pulse are simulated in optical fiber through changing parameters. The result shows that soliton propagation stability is destroyed compared with the case considering no Raman gain, leading to the rapid attenuation of optical soliton. The influence degree depends on input soliton pulse peak power. The effects of Raman gain on ground state soliton and high order soliton are not the same.

**Keywords:** Raman gain, soliton, symmetry fractional fast Fourier transform method, nonlinear Schrödinger equation

**PACS:** 42.65.Dr, 42.65.Tg, 02.30.Nw

**DOI:** 10.7498/aps.62.104212

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61167004) and Nature Science Foundation of Inner Mongolia, China (Grant No. 2010MS0102).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: qiaohl1986@163.com