

圆柱尾流温度标量场的小波分析*

戈阳祯 徐敏义 米建春†

(北京大学, 湍流与复杂系统研究国家重点实验室, 北京 100871)

(2012年8月21日收到; 2013年1月10日收到修改稿)

通过使用一排 16 根冷线探头排在多个空间点同时测量微加热圆柱的尾流温度场, 用小波分析技术对瞬时温度场的时间序列信号进行多尺度分析, 目的是研究不同尺度脉动温度对总体温度场的贡献. 直径为 $d = 12.7 \text{ mm}$ 的圆柱产生了被测的尾流, 对应的雷诺数为 5500, 测量区域位于下游距离为 $2d$ 和 $20d$ 之间. 基于小波多尺度分辨技术, 尾流温度场被分解为不同温度脉动特征尺度的小波分量. 通过分析这些小波分量的瞬时温度等值线图, 能够直接观测到不同特征尺度的涡结构运动特征和湍流间歇过程. 特别地, 我们在近场区从原始信号分解获得的高频区域中发现了 K-H 涡的存在. 不同尺度的温度方差沿流向的变化表明, 在下游距离为 $x = 3d$ 和 $20d$ 之间, 中等尺度的结构比大尺度和小尺度结构对总的温度均方根的贡献更大. 不同尺度的自相关函数表明, 大尺度和中等尺度的结构显示出较大的相关性, 而高频的小波分量则更快地失去了原有的拟序性.

关键词: 湍流尾流, 被动标量, 小波分析

PACS: 47.27.wb, 47.51.+a

DOI: 10.7498/aps.62.104701

1 引言

流体绕过圆形柱体, 卡门涡不断形成和脱落, 使圆柱尾流在近场区具有高度的组织性, 这一特性一直吸引了很多研究者对此流动的关注^[1,2]. 研究者通过考察拟序涡结构的运动特征以及弄清它们在输运过程中起的作用来研究尾流湍流结构. 在这种流动中, 湍流结构包括一系列分布广泛的尺度, 包括展向大尺度结构和相对较小尺度的涡结构, 诸如连接前后卡门涡的流向二次涡, K-H 涡以及纵向的肋状结构. Rinoshika 等^[3] 使用一种正交的小波多尺度分辨技术分析各种圆柱尾流近场区的多尺度湍流结构. 这项技术使我们可以把速度场的脉动值分解为若干小波分量, 这些分量基于特征频率带宽和尺度, 分别代表不同尺度的湍流结构. 因此该技术补充了传统的涡探测技术; 注意后者难以识别大尺度结构以外的湍流结构. Rinoshika 等^[4,5] 使用这项技术研究了近场区和远场区的多种尺度湍流

结构对各种尾流生成装置或者初始条件的依赖, 他们指出中间尺度和大尺度结构的行为特征在很大程度上均与初始条件密切相关.

上述研究对了解涡结构之间以及涡结构与周围自由流之间的相互作用非常重要, 但对于尾流与周围环境流的混合没有太多帮助. 另一方面, 微加热的圆柱后的尾流的被动标量的混合特性, 包括尾流的整体结构, 已经得到了一定的研究^[6-11]. 结果发现, 标量平均值扩展得比平均动量更快, 而且标量的总体脉动强度沿下游方向衰减也比湍流强度来得快. 但具体到各种不同大小尺度的标量场, 尚缺少相关报道. 本文的研究对此是一个补充.

为了分解出不同尺度的温度脉动, 并提供每种尺度的湍流混合特征的定量信息, 本文扩展了正交小波多分辨率技术的应用范围, 用其分析微加热的圆柱尾流近场区的被动温度标量沿流向的演化. 通过研究温度瞬时值等值线, 包括各自不同尺度结构对整体温度方差的贡献, 以及它们的自相关性来研究分解后的小波分量的温度脉动.

* 国家自然科学基金(批准号: 10921202, 11072005)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: jemi@coe.pku.edu.cn

2 实验详情

本研究涉及的实验是在一个循环低湍流风洞中进行的, 该风洞的工作段长 24 m, 横截面的尺寸为 0.35 m × 0.35 m, 为了实现流向压力梯度为零, 其底壁略倾斜. 直径为 $d = 127$ mm 的圆柱体被安装在中间平面并且圆柱长度为风洞工作区的整个宽度, 距离收缩段的出口平面为 0.2 m; 对应于的长宽比和堵塞率分别为 27.6 和 36%. 圆柱体被轻微电加热后形成的准二维湍流尾流的温度高于环境自由流的温度, 本研究就是在该尾流中进行瞬时温度的测量及其测后的统计计算. 为了能使尾流温度可做被动标量来处理, 实验时将圆柱加热温度控制在适当的范围. 实验中选取了 65 m/s 的“自由来流”速度, 对应的特征雷诺数为 $Re = 5500$. 本实验风洞产生的“自由来流”的纵向和横向湍流度分别为 0.05% 和 0.08%.

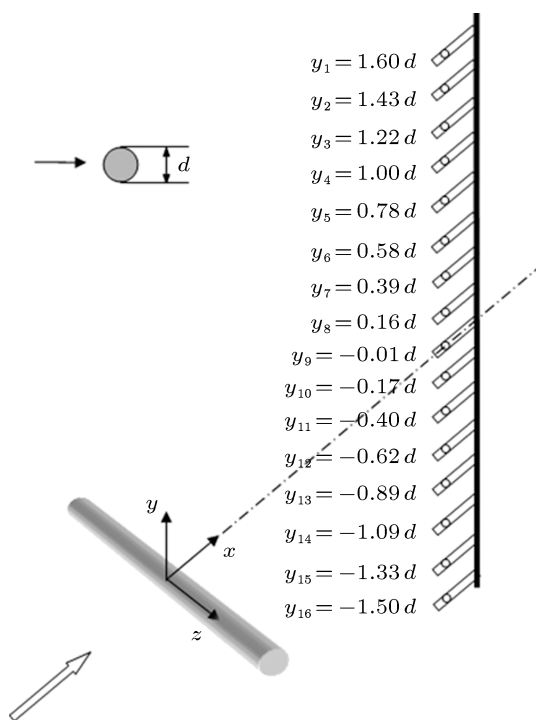


图 1 实验测量示意图

实验在 $x = 3d$ 到 $2d$ 之间进行, 使用了 16 个冷线探头同时测量 16 个垂直于中心线横向排列空间点上的温度值, 其中 x 是离开圆柱轴线的下游距离, 如图 1 所示. 冷线用 Wollaston (Pt-10%Rh) 线, 中间冷线段长度约为 0.7 mm, 直径 0.63 μm ; 该线的长径比为 $0.7 \times 1000 / 0.63 \approx 1111$, 足够大, 故使用时其输出的低频信号衰减会非常小. 冷线在 0.1 mA 的

恒定低电流电路中操作; 在这个电流下, 冷线对速度波动的敏感性很小; 冷线的频率响应 (-3 dB 下的频率估计在 5 m/s 时为 4.5 kHz) 也足以避免均方值 $\langle \theta^2 \rangle$ 的高频衰减. 电路输出的信号放大后使用一个 12 位的 A/D 板来数字化; 对所有测试的雷诺数, 输出信号都采用 1.6 kHz 的低通过滤, 然后使用 3.2 kHz 的采样频率; 采用记录的时间为 60 s, 这样可以获得足够大的信号数据, 使后续的对温度脉动信号的统计计算, 特别是高阶矩 (最高到 8 阶) 的计算, 可以获得比较准确的结果

3 正交小波多尺度分辨分析

一维离散的小波变换是线性正交的, 用矩阵形式定义为

$$S = W\Theta, \quad (1)$$

其中 Θ 是个一维矩阵, 即

$$\Theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \cdots \quad \theta_{2N}]^T, \quad (2)$$

S 和 W 称为离散小波系数 (或谱) 矩阵, 各自来分析小波矩阵 Θ . (2) 式中上标 T 表示一个转置矩阵. W 是正交的且满足 $W^T W = I$, 其中 I 是单元矩阵, 它由正交小波基函数的层叠算法构造而成. 在本文中使用了 20 阶^[12] 的 Daubechies 小波基.

小波分析矩阵和小波基都是正交的, 说明离散小波变换有可逆变换. 简单的反向执行该过程, 由最小级别开始, 从右向左进行, 倒置后的离散小波变换如下:

$$\Theta = W^T S. \quad (3)$$

离散小波变换产生了多尺度, 该系数包含的信息是各种频宽对转换后数据的局部贡献, 而不是原始数据的频率分量. 为了得到转换后数据的成组的频率分量, 离散小波系数 S 开始被分解为各阶的集合:

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_i + \cdots + S_N \\ &= [s_1^m, s_2^m, 0, \cdots, 0]^T + [0, 0, d_1^2, d_2^2, 0, \cdots, 0]^T \\ &\quad + [0, 0, 0, 0, d_1^3, d_2^3, d_3^3, d_4^3, 0, \cdots, 0]^T \\ &\quad + \cdots + [0, \cdots, 0, d_1^i, d_2^i, \cdots, d_{2^{i/2}}^i, 0, \cdots, 0]^T \\ &\quad + \cdots + [0, \cdots, 0, d_1^N, d_2^N, \cdots, d_{2^{N/2}}^N]^T. \end{aligned} \quad (4)$$

接下来, 倒置小波变换应用于各阶的系数, 表达式如下:

$$\Theta = \mathbf{W}^T \mathbf{S}_1 + \mathbf{W}^T \mathbf{S}_2 + \mathbf{W}^T \mathbf{S}_3 + \dots + \mathbf{W}^T \mathbf{S}_i + \dots + \mathbf{W}^T \mathbf{S}_N. \quad (5)$$

在式 (5) 的右侧第一项 $\mathbf{W}^T \mathbf{S}_1$ 和最后一项 $\mathbf{W}^T \mathbf{S}_N$ 分别代表了小波分量的第 1 级, 即最低频率和第 N 级, 即最高频率. 这项分解方法被称为小波多尺度分辨分析. 事实上, 各级小波分量用该级小波系数的倒置小波变换计算得到, 同时把其他级的小波系数设为零^[1]. 因此每一项小波分量的时间序列数应该和原始数据是相同的, 并且各自的时间序列独立. 进一步的, 小波分量的集合可以使用任何的正交小波基彻底重构. 值得指出的是, 和常见的带通滤波技术相比, 小波分量更独立于彼此, 并不含冗余信息. 这一优势使得对现象的解释更加可靠.

4 结果与讨论

4.1 温度信号的频谱函数

为了进行小波多解析度分析, 应先确定温度脉动的基础中心频率. 我们用傅里叶方法分析了温度信号, 图 2 给出了 $x/d = 3$ 处 16 根冷线探头在多个横向位置上同时测量的温度信号的能量谱密度函数 $\Phi_\theta(f)$. 首先, 图中清楚地显示了 Φ_θ 在频率 $f_0 = 106 \text{ Hz}$ 附近出现明显的峰值, 这表明大尺度结构或者卡门涡的平均脱落频率近似为 106 Hz . 其次, Φ_θ 在频率为 $2f_0$ 处亦有峰值, 而且非常明显的是, 这个峰值与 f_0 对应的峰值相互关联性非常强; 越靠近中心, 该峰值越高, 但后者却越低; 到了中心面, 该峰值达到了最大值, 而后者则消失了. 这些观察可以通过理解圆柱尾流流动过程而得到很好的解释. 由于在 $x/d = 3$ 处柱体两侧卡门涡已经完全形成并交替脱落, 它们将柱体不断提供的热携带到下游, 以高温涡团与其卷吸的较低温度的环境流进行热交换; 一侧的涡将总是会窜到另一侧, 所以在 $x/d = 3$ 的尾流区域很大的范围内都会感受到来自两侧的热卡门涡的周期性影响, 从而使几乎 16 根冷线探头都能检测到两侧涡的作用, 使它们的温度信号的频谱 Φ_θ 在频率为 $2f_0$ 时都呈现出或强或弱的峰值. 另外, 图 2 也显示了在 $y/d \leq 0.6$ 的中心区域, 频谱 Φ_θ 在频率为 $4f_0$ 时也具有峰值. 这进一

步说明了来自两侧的卡门涡在很大的区域内具有极强的周期性作用.

根据图 2 的结果, 我们确定卡门涡脱落的主频率 f_0 为小波多分辨率技术中的温度脉动的基频率. 为了找到每个小波分量的频谱特征, 中心线上的温度信号同样用小波多分辨率技术加以分析. 中心频率 f_0 的小波分量代表了大尺度的结构, 而数值是 f_0 数倍的频率对应较小的脉动尺度. 因此, 在下游不同位置大小差不多的结构之间的对比可简化为放大同样倍数的 f_0 对应的各个小波分量之间的对比.

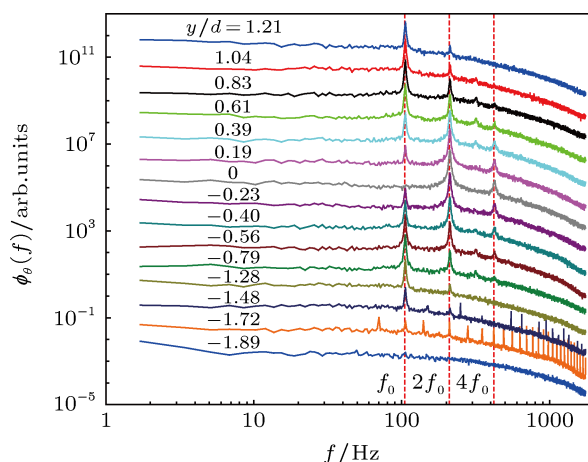


图 2 在 $x/d = 3$ 处不同 y 位置上的温度信号频谱 (纵横坐标均取对数)

4.2 温度脉动强度

图 3 给出了从 $x/d = 2$ 到 20 利用 16 根冷线探头在多个横向空间点同时测量得出的表示总温度脉动强度的均方根值 $\langle \theta^2 \rangle^{1/2}$ (这里方括号 $\langle \bullet \rangle$ 表示对时间平均). 图 3(a) 是 16 根冷线探头位置上所有数据都包含的横向分布, 而图 3(b) 给出的只是 $y > 0$ 的实验数据以最佳拟合曲线. 图中结果清晰地显示: 在尾流卡门涡街还未完全形成的初始段, 即在 $x/d \leq 5$ 范围内, 最高温度脉动强度最开始发生在圆柱下游的分离剪切层, 尔后逐步转移到中心面附近并且逐渐增强, 至 $x/d = 5$ 处, 在中心面上取最大值的 $\langle \theta^2 \rangle^{1/2}$, 此时沿流动方向 $\langle \theta^2 \rangle^{1/2}$ 似乎达到了最高值; 而有意思的是, 在卡门涡街的范围 ($x/d > 5$), 最高温度脉动强度则随 x 的增大而衰减, 且逐步偏离中心面. 图 3 显示, 在 $3 \leq x/d \leq 10$ 的范围内, $\langle \theta^2 \rangle^{1/2}$ 的最大值发生在中心面 ($x/d = 5$) 或者中心面附近 ($x/d = 3, 10$), 这说明来自两侧的卡门涡在这个区域内都窜到了另一侧并对其流动

具有极强的周期性脉冲式的影响,使温度脉动在中心面附近最强.图2显示的频谱也说明了这一点,它不仅在频率 f_0 处具有峰值也在频率为 $2f_0$ 上具有峰值.随着 x 的继续增大, $\langle\theta^2\rangle^{1/2}$ 的最大值的发生位置已离开中心面附近,间接地说明两侧卡门涡的活动中心离尾流中心面越来越远.到了 $x/d=20$ 处, $\langle\theta^2\rangle^{1/2}$ 的最大值发生在 $y=d$ 附近.

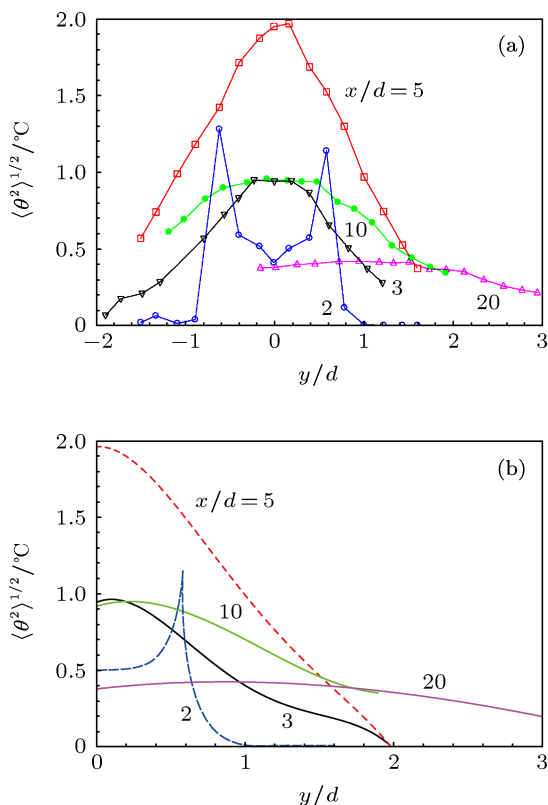


图3 在不同下游距离下温度强度均方根 $\langle\theta^2\rangle^{1/2}$ 的横向分布 (a)原始测量; (b)最佳拟合曲线

不过,值得注意的是,上述显示在图3中的均方根值 $\langle\theta^2\rangle^{1/2}$ 是传统统计方法获得的均方根值,它是所有不同尺度的脉动温度对总温度脉动强度的贡献.显然,这些数据无法告诉不同湍流尺度或不同尺度的温度脉动的相对贡献;这是本文使用多尺度小波分辨技术要解决的问题,下面一节给出相应的结果.

4.3 各种尺度的瞬时温度等值线分析

为了更好地“可视化尾流的整体结构”,图4给出了基于每一个小波分量以及测得的温度的瞬时等值线图.这些温度等值线是基于固定在迁移速度为 $U_c=0.87U_\infty$ 的大尺度结构上的一个坐标系上观察的结果.

图4(a)显示了测得的 $x/d=2$ 处的温度瞬时值

等值线图,而图4(b)—(e)显示了不同尺度的瞬时温度等值线,分别用中心频率 $f_0, 2f_0, 4f_0$ 和 $8f_0$ 来计算温度的小波分量.显然,在 $x/d=2$ 这个位置上尾流还处在圆柱后分离剪切层曲卷成涡的阶段,完整的卡门涡还未由此脱落、向下游滚动,故来自16根冷线的瞬时温度还无法组成可辨认的卡门涡的信号.但有意思的是,通过中心频率 f_0 的小波分析后,温度信号似乎非常有规律地反映了卡门涡的存在,但没有完全体现出涡的交替脱落的规律[见图4(b)]:只是偶尔出现交替、偶尔又似乎同时形成.中心频率为 $2f_0$ 时,小一点的相干结构似乎存在但规律性不是很强[见图4(c)].当中心频率取为 $4f_0$ 时,获得的温度信号与小尺度联系在一起了.将16个横向位置的信号所产生的等值线画出来,其结果似乎看不出太多有规律的东西[见图4(d)].但非常有趣的是,中心频率为 $8f_0$ 时,小波分析的结果就变得有规律了!在对称的两侧的分流剪切层中,可以看到明显的小涡团的间歇式的出现;这就是有名的K-H涡在 $x/d=2$ 这个位置上的分离剪切层中仍然存在[见图4(e)].K-H涡是非稳定的分离剪切层在非常靠近柱体的上游卷动而成的,它们的形成频率与卡门涡的脱落频率之间具有一定的关系,这在Mi等的论文^[11]中已经报道过了.不过,再往下游走,比如到达 $x/d=3$ 处,这种很小的K-H涡已被卷入卡门涡,因此不复存在.有一点值得一提,K-H涡无法直接从原始温度信号组建的等值线里清晰地体现出来[见图4(a)],这从另一个角度反映了小波分析的功效.

图5(a)显示了测得的 $x/d=5$ 处的温度瞬时值等值线图.交替的正的峰值在中心线附近出现,指明了卡门涡街的位置.也观察到交替的负的峰值,这一现象表明自由流被卡门涡向中心线拖拽并越过中线.不过,只有大尺度的结构比较明显.研究除大尺度以外其他结构的行为比较困难.图5(b)—(e)显示了不同尺度的瞬时温度等值线,分别用中心频率 $f_0, 2f_0, 4f_0$ 和 $8f_0$ 来计算温度的小波分量.图5(b)展示了中心线两侧共六对正的峰值,代表了卡门涡的中心,并与图5(a)和中的大尺度结构相契合.位于正峰值(即大尺度结构)之间的负峰值和“马鞍区”或间歇区域相关,表明“冷的”流体被卡门涡卷吸混合,频率为 f_0 .这些结构在图5(b)中显示出更好的组织性和更强的周期性,代表了大尺度的湍流间歇过程.在大尺度结构向下游迁移过程中,所携带的热量被传递给被湍流混合卷吸的流体.

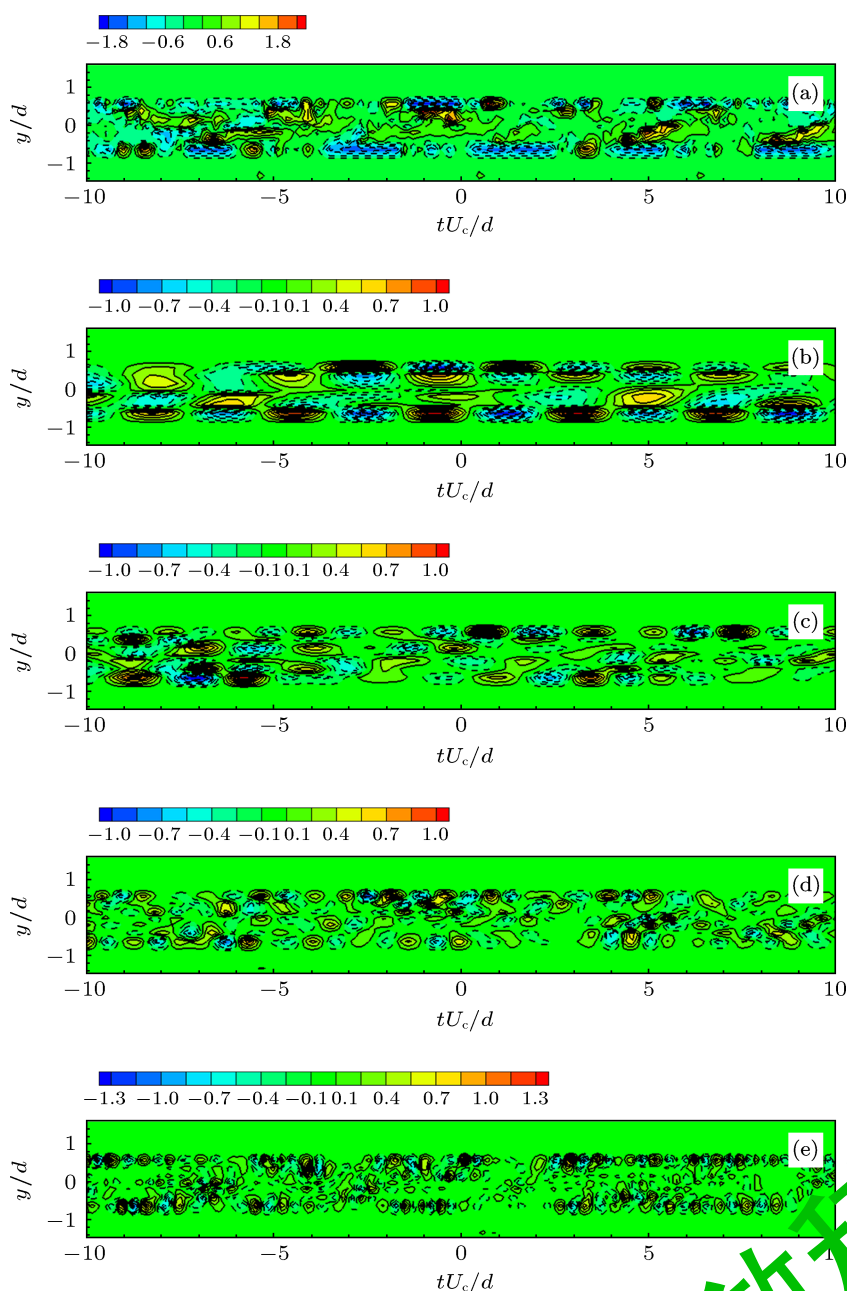


图4 在 $x/d = 2$ 处的瞬时温度等值线 (对应的卡门涡脱落频率为 $f_0 = 106$ Hz) 实线和虚线分别代表了正和负的等值线; 时间起点是任意的; (a) 原始测量信号; (b) 中心频率 = f_0 ; (c) $2f_0$; (d) $4f_0$; (e) $8f_0$

当中心频率增加到 $2f_0$, 如图 5(c) 所示, 结构的频率更高, 不过比图 5(b) 中显示的结构尺寸更小. 一些正的峰值明显地与频率为 f_0 的大尺度相联系, 比如在 $tU_c/d \approx 0$ 和 4 处. 其余的在位于相继的大尺度涡之间的鞍区或者间歇区域出现, 比如 $tU_c/d \approx -2$ 和 2 时, 后者和纵向或肋状结构的出现相契合. 它们在相继的展向结构之间出现, 而不被湍流混合所卷吸. 值得指出的是, 由中心频率为 $2f_0$ 的温度信号所反映的较小的流动结构在 $x/d = 3$ 处还未完全跨越中心面联成一体, 但到了 $x/d = 5$ 就

联成一体了. 这一点与图 3 的温度均方根值的横向分布似乎一致, 即在 $x/d = 3$ 时 $\langle \theta^2 \rangle^{1/2}$ 的最大值发生在中心面附近, 而在 $x/d = 5$ 处 $\langle \theta^2 \rangle^{1/2}$ 的最大值发生在中心面上. 当中心频率达到 $4f_0$ 和 $8f_0$ 时, 到了 $x/d = 5$ 处小尺度的结构出现在整个流动中 [图 6(d), (e)].

图 7(a) 显示了测得的 $x/d = 10$ 处的瞬时温度等值线图. 虽然较热的流体团在 $x/d = 10$ 处似乎不像在 $x/d = 3$ 处那样非常清晰地反映了卡门涡向下游的迁移、它们之间相互作用以及和它们与环境

流体的卷吸混合,但这里的瞬时温度等值线图还是基本上能够界定卡门涡. 同样地,交替的正的峰值在中心线附近出现,指明了卡门涡街的位置比较靠近中心;也能观察到交替的负的峰值,表明自由流被卡门涡向中心线拖拽并仍然可越过中心线. 不过,这里已不像在 $x/d = 3$ 处那里一样只有大尺度的结构显现,这里破碎的小尺度流团也随处可见;显然,在这个位置上利用瞬时温度等值线图研究比卡门涡小的结构的行为比较困难.

图 7(b)—(e) 显示了不同尺度的瞬时温度等值线图,分别用中心频率 f_0 , $2f_0$, $4f_0$ 和 $8f_0$ 来计算温

度的小波分量. 有意思的是,除了中心频率为 $8f_0$ 的瞬时温度等值线图显得非常凌乱外,其他的比原始瞬时温度等值线图要更清晰地反映流团涡结构. 特别是中心频率为 f_0 的等值线图非常清晰地定义了卡门涡以及被卷吸进来的“冷的”流体(位于正峰值之间的负峰值);这些流动结构在图 7(b) 中显示出更好的组织性和更强的周期性,代表了卡门涡的间歇过程,以及它们在向下游迁移的过程中,所携带的热量被逐步传递给环境流. 另外,显然,迁移到了这里,卡门涡也比在上游 $x/d = 3$ 处长大了不少.

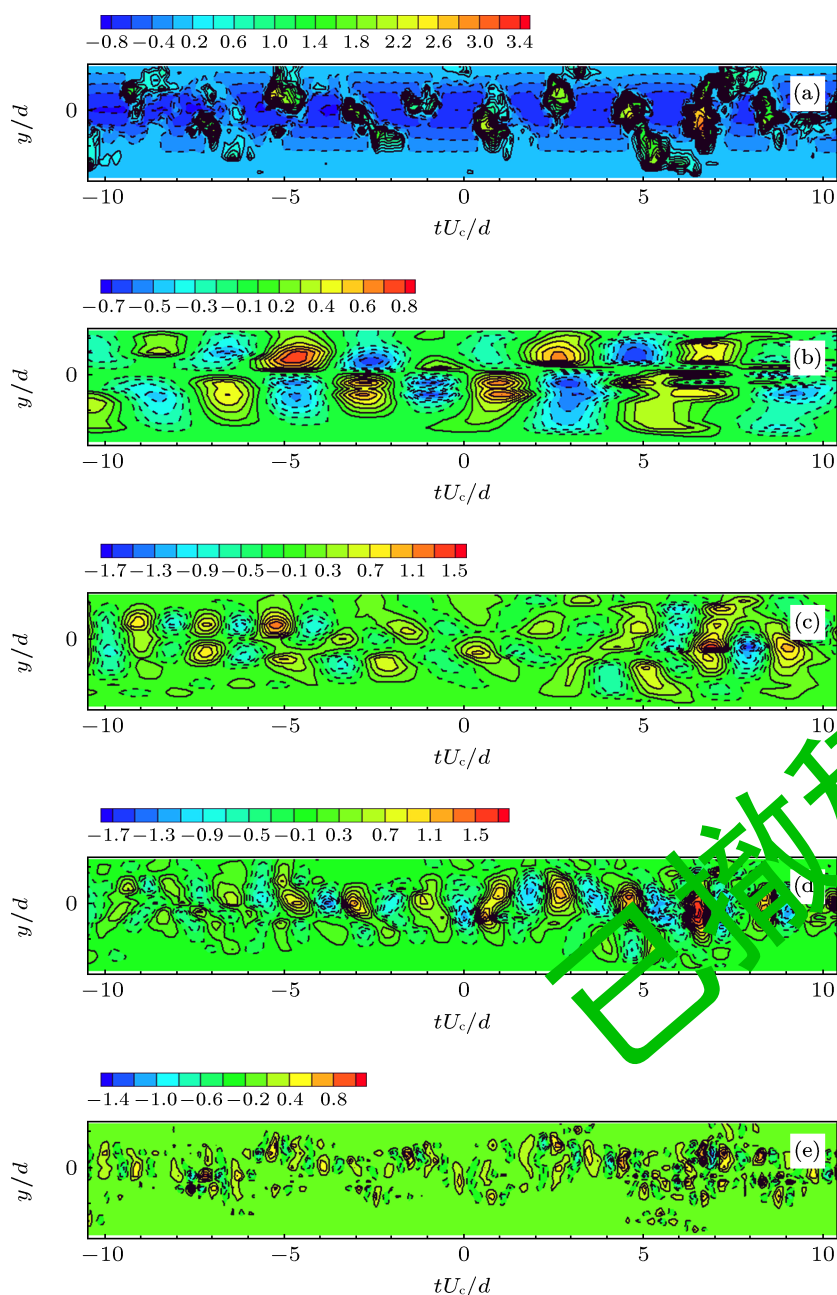


图 5 在 $x/d = 3$ 处的瞬时温度等值线图(对应的卡门涡脱落频率为 $f_0 = 106$ Hz) 实线和虚线分别代表了正的和负的等值线;时间起点是任意的; (a) 原始测量信号; (b) 中心频率 = f_0 ; (c) $2f_0$; (d) $4f_0$; (e) $8f_0$

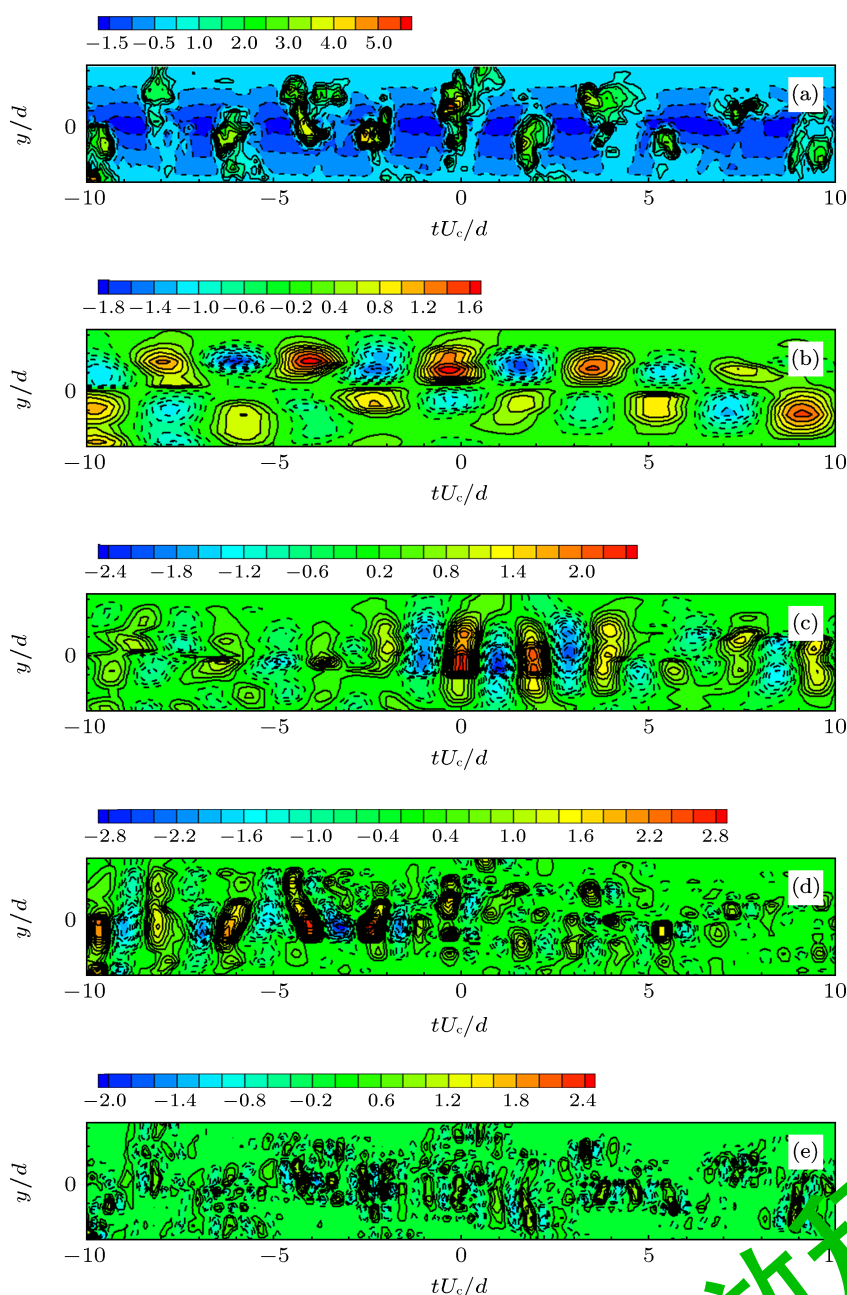


图6 在 $x/d = 5$ 处的瞬时温度等值线 (对应的卡门涡脱落频率为 $f_0 = 106$ Hz) 实线和虚线分别代表了正、负的等值线; 时间起点是任意的; (a) 原始测量信号; (b) 中心频率 = f_0 ; (c) $2f_0$; (d) $4f_0$; (e) $8f_0$

当中心频率增加到 $2f_0$, 如图 7(c) 所示, 其定义的流团结构出现的频率增高, 比图 7(b) 中显示的结构尺寸小很多, 但它们与中心频率为 $4f_0$ 的流团结构 [见图 7(d)] 大小似乎差不多, 都是聚集在中心面附近. 然而, 不出意料, 中心频率为 $8f_0$ 的流团结构 [图 7(e)] 的尺度已非常小, 它们几乎出现在整个流动中, 明显具有湍流的性质.

图 4—图 7 展示的是 16 根冷线在 16 个横向位置上的瞬时信号在不同中心频率下所产生的等值线. 它们所体现的是不同尺度的流动对温度脉动的

影响; 或者说不同的温度脉动尺度所反映的不同尾流流动结构. 但它们没有将不同尺度的流体运动对温度脉动强度的贡献分别计算和表达出来. 这就是下一节的研究内容.

4.4 各尺度的温度方差

上一节我们展示了在不同中心频率下 16 个横向空间位置上的瞬时温度等值线图. 这一节将展示由瞬时温度计算的均方根值的横向分布, 并分析其中包含的物理意义.

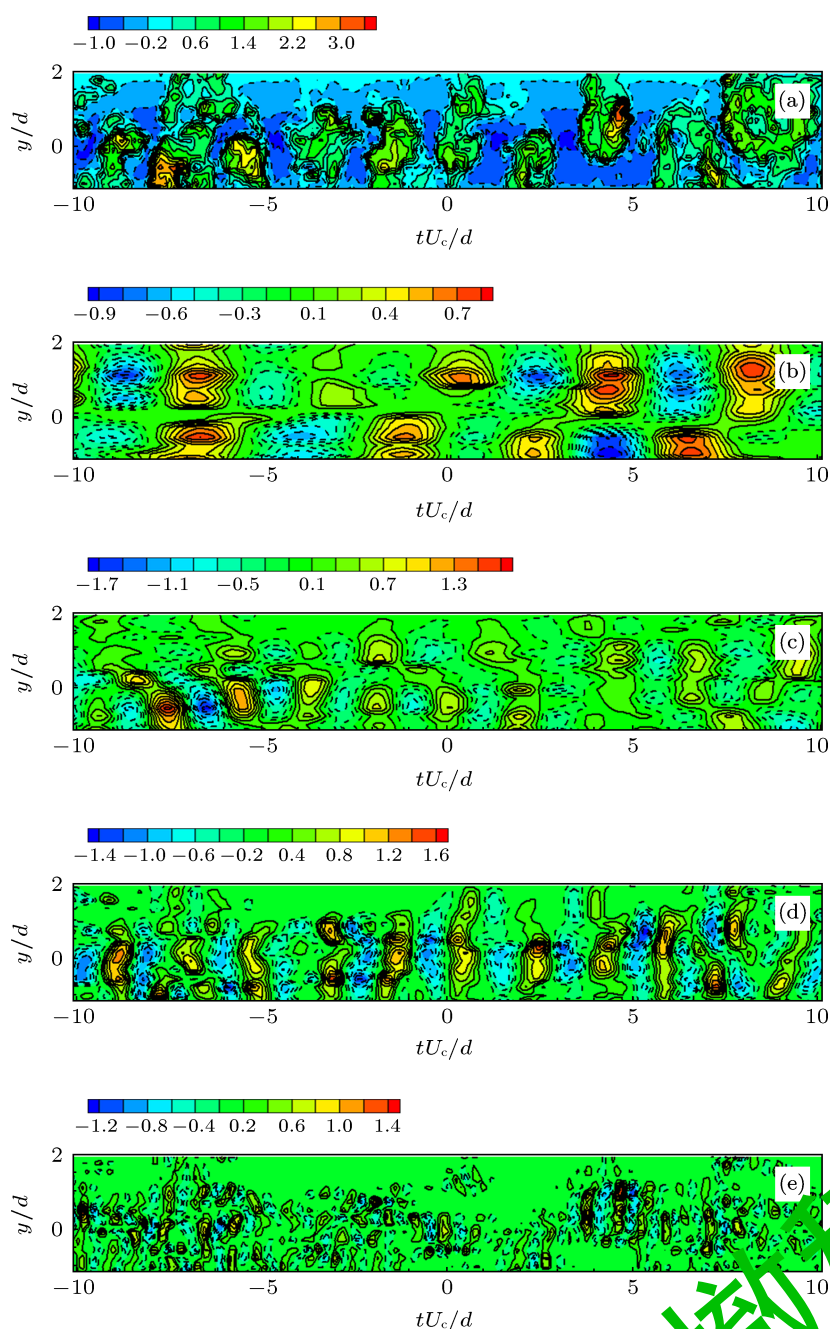


图 7 在 $x/d = 10$ 处的瞬时温度等值线 (对应的卡门涡脱落频率为 $f_0 = 106$ Hz) 实线和虚线分别代表了正的和负的等值线; 时间起点是任意的 (a) 原始测量信号; (b) 中心频率 = f_0 ; (c) $2f_0$; (d) $4f_0$; (e) $8f_0$

图 8(a)—(e) 分别显示了在 $x/d = 2, 3, 5, 10$ 和 20 五个横截面上六个中心频率 ($f_0/2, f_0, 2f_0, 4f_0, 8f_0$ 和 $16f_0$) 下温度的均方根值 $\langle \theta_i^2 \rangle^{1/2}$ 因为 $1/2f_0$ 和 $16f_0$ 的贡献最少、量也极小, 故中心频率的小波分量里小于 $1/2f_0$ 和大于 $16f_0$ 的部分就不予计算了. 仔细观察和分析五张标记为图 8(a)—(e) 上的温度均方根值的横向分布, 我们可以总结如下几点.

1) 在 $x/d = 2$ 处, 卡门涡街还没有发展起来, 尾流表现的是回流区, 不管大小尺度的运动如何, 高

温区永远都固定在门侧的分离剪切层内, 而下游携带热的卡门涡对此处的影响很有限. 所以, 反映在温度分布上的结果必然是: 在所有中心频率下, $\langle \theta_i^2 \rangle^{1/2}$ 的横向分布定性上都相似, 与图 2 显示的总 $\langle \theta^2 \rangle^{1/2}$ 分布一致, 即呈双峰变化, 在两侧的剪切层取最大值.

2) 当 $x/d \geq 3$ 时, 小波分量为 f_0 的温度均方根值 $\langle \theta_i^2 \rangle^{1/2}$ 的横向分布呈双峰变化. 究其原因, 位于两侧携带热的卡门涡在间歇且周期性地向下

游运动, 抛开它们向对侧的运动, 冷热流体交替通过每一根冷线引起当地温度信号的波动是以 $1/f_0$ 为周期的. 仅仅考虑这个波动对 $\langle \theta_i^2 \rangle^{1/2}$ 的贡献, 最大值应该发生在卡门涡的运动中心位置. 有趣的是, 在 $x/d = 3-10$, 对应的 $\langle \theta_i^2 \rangle^{1/2}$ 的峰值都在 $|y/d| \approx 0.6$ 上取得; 而到达 $x/d = 20$ 后, 对应的峰值却在 $|y/d| \approx 1.2$ 上取得.

3) 当 $x/d = 3-10$ 时, 除了小波分量为 f_0 时的情况外, 定性地来看, $\langle \theta_i^2 \rangle^{1/2}$ 随 y 的变化和图 2 中显示的总的 $\langle \theta^2 \rangle^{1/2}$ 的变化类似, 而且都在中心线上达到最大值. 这间接地反映了这样一个事实: 即两侧携带热的卡门涡在此尾流区段比较靠近中心面, 加之它们交替地向对侧卷吸冷环境气流, 使中心面周围“地带”冷热交换频率比卡门涡的脱落频

率至少高一倍. 其结果是这个高温“地带”的温度脉动更频繁, 使小波分量为 $2f_0$ 和 $4f_0$ 的 $\langle \theta^2 \rangle^{1/2}$ 在这一“地带”都比小波分量为 f_0 的大.

4) 尾流流动过程从 $x/d = 3$ 发展到 $x/d = 20$, 大尺度和中间尺度的温度脉动的小波分量之间存在明显的区别. 但有一点是一致的, 即 $\langle \theta_i^2 \rangle^{1/2}$ 随 y 的增大或向自由流方向是降低的, 并总体向下游方向是衰减的. 有趣的是, 尽管 f_0 对应的 $\langle \theta_i^2 \rangle^{1/2}$ 在 $|y/d| \approx 0.6$ 处达到最大值, 但其值在 $|y/d| \leq 1.0$ 的区间相对较小, 说明这里大尺度和小尺度一样对于总温度强度的贡献相不是最大的. 贡献最大的是中心频率为 $2f_0$ 和 $4f_0$ 对应的 $\langle \theta_i^2 \rangle^{1/2}$. 也就是说, 在 $|y/d| \leq 1.0$ 的区间, 中间尺度的脉动对整体温度强度的贡献最大.

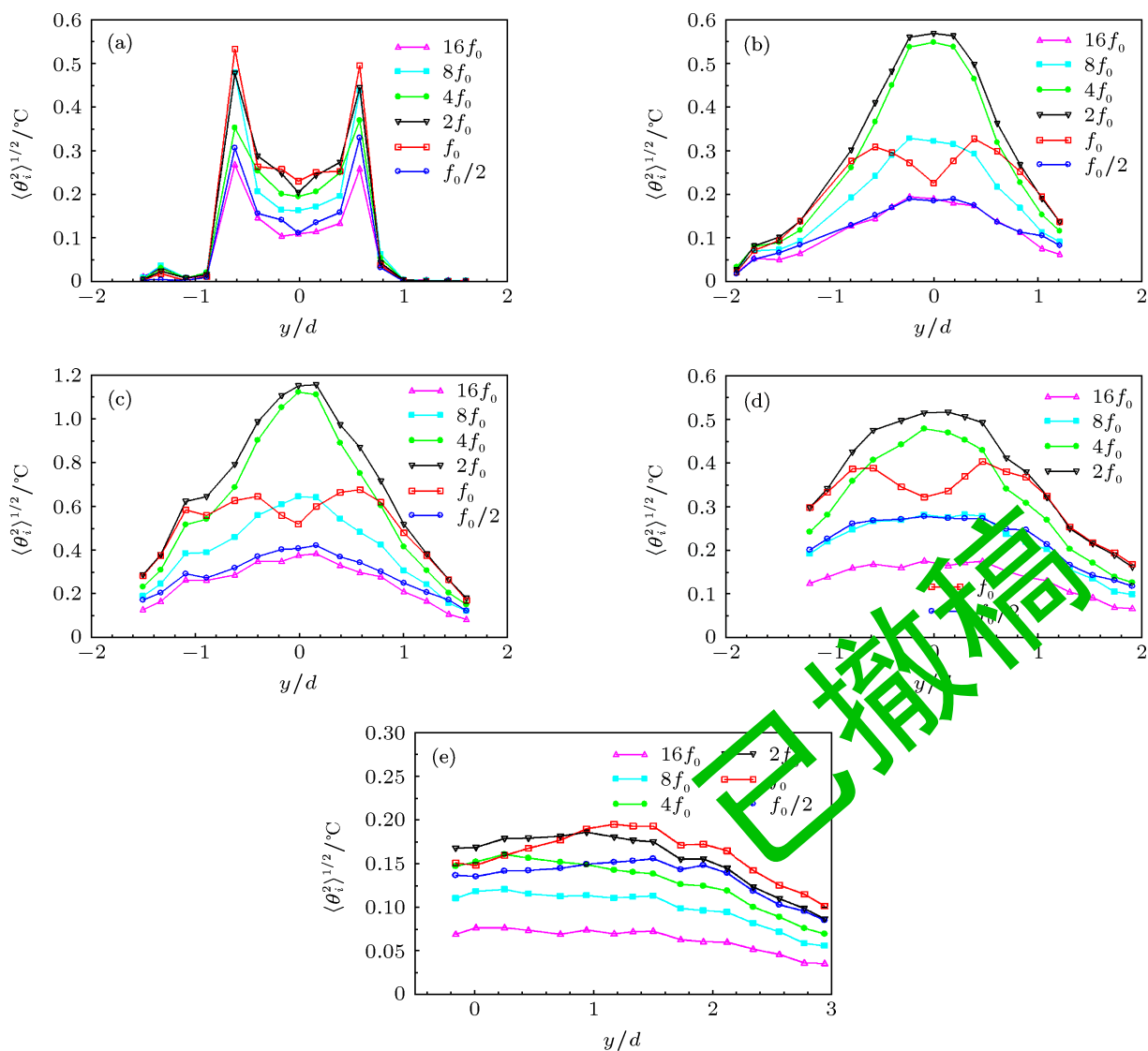


图 8 各种不同中心频率下的小波分量的温度脉动均方根值 $\langle \theta_i^2 \rangle^{1/2}$ (a) $x/d = 2$; (b) $x/d = 3$; (c) $x/d = 5$; (d) $x/d = 10$; (e) $x/d = 20$

5) 图 3 和图 8 上的数据显示, 在圆柱尾流中温度强度最高的位置位于 $x/d = 5$ 附近, 而且不管中心频率是多少都一样! 如果这个结果是准确的, 这意味着: 在尾流中, 由 $x/d = 3$ 往下游走, 卡门涡运动的波动性变得越来越强烈, 至 $x/d = 5$ 处或附近, 达到了极点. 为什么会有此现象发生? 这个问题值得今后进一步研究.

4.5 各尺度的自相关函数

在估算不同尺度的温度场的纵向分布范围时,

小波多分辨率自相关系数^[13] 定义为

$$R_{\theta_i}(\tau) = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \theta_i(t) \theta_i(t + \tau) dt}{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \theta_i^2(t) dt}, \quad (6)$$

其中 τ 为时间滞后或在时间序列上两点的时间差. 自相关系数 R_{θ_i} 能反映流动中不同尺度运动的一些特征, 比如周期性运动. 图 9(a)—(e) 给出了各种小波分量 θ_i 的自相关系数 R_{θ_i} , 温度信号分别是在 $x/d = 2, 3, 5, 10$ 和 20 的中心线上测得的; 横坐标 τ

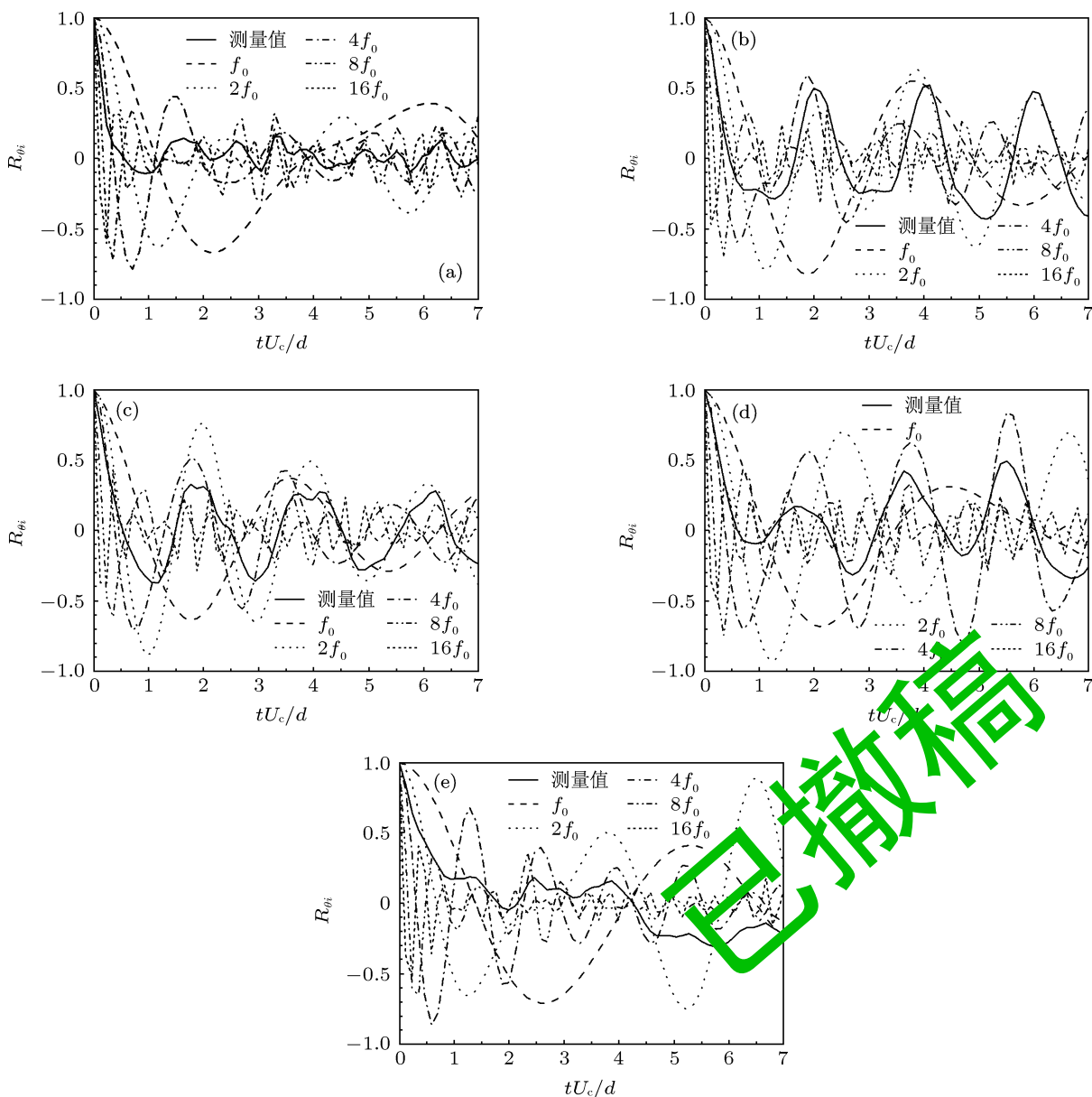


图 9 位于中心线上的直接测得的和不同中心频率的小波分量所对应的自相关系数的变化 (a) $x/d = 2$; (b) $x/d = 3$; (c) $x/d = 5$; (d) $x/d = 10$; (e) $x/d = 20$

已被中心线上的速度 U_c 和圆柱直径 d 无量纲化. 在 $x/d = 2$ 和 20, 直接测得的不做小波分析的 R_{θ} 随着 $\tau U_c/d$ 的增加而下降得很快, 没有明显显示与卡门涡脱落有关的或者其他有规律波动的信息. 但有意思的是, 在 $x/d = 3, 5,$ 和 10 处, R_{θ} 却明显地展示了与卡门涡脱落有关的波动. 上述差别反映了这样的事实: 一是在 $x/d = 2$ 处卡门涡街还没有形成; 二是到了在 $x/d = 20$ 处卡门涡街已经比较弱; 而在 $3 \leq x/d < 20$ 尾流区, 两侧的卡门涡相当强, 其影响范围跨越中心面, 甚至可以到达对侧相当远的位置.

而做小波分析后, 情况出现很大的变化, 不管中心频率是什么, 也不管在哪个位置, $R_{\theta i}$ 都表现出准周期性. 当中心频率为 f_0 和 $2f_0$ 甚至 $4f_0$ 时, $R_{\theta i}$ 除了表现出准周期性地波动外, 衰减得也不快. 在 $3 \leq x/d < 20$ 尾流区的中心面上, 中心频率为 $2f_0$ 的小波信号, 与原始信号一样, 反映了两侧卡门涡的交替影响, 使 $R_{\theta i}$ 的波动周期数在 $\tau U_c/d = 7$ 的时间内约为 3.5. 特别值得指出的是, 这样的情况没有发生在 $x/d = 2$ 和 20 的位置上 [见图 9(a) 和

图 9(e)]; 在这两处, 中心频率为 $2f_0$ 的 $R_{\theta i}$ 的波动在 $\tau U_c/d = 7$ 的时间内不到 3 个周期.

5 结论

一种小波多尺度分辨技术被用于分析实验的温度信号, 该信号由放置在微加热的圆柱尾流中的一排 16 个冷线组成的探头在 16 个空间位置上同时测量得到. 使用该小波技术, 温度脉动值被分解为很多基于中心频率的小波分量. 通过研究分析这些数据, 本文获得以下结论:

- 1) 利用小波多尺度分辨技术和多点同时测量的瞬时温度场, 流动结构和各尺度的间歇过程可被可视化;
- 2) 中间尺度的结构比大尺度和小尺度结构对温度均方根值的贡献更大;
- 3) 大尺度和中间尺度的结构显示了很强的相关性, 而对应小波分量频率为 $8f_0$ 或更高时的小尺度结构和大尺度之间的相干性则非常弱.

[1] Lepore J, Mydlarski L 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 034501
 [2] Fernando L P, Hassan A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 084501
 [3] Rinoshika A, Zhou Y 2005 *J. Fluid Mech.* **524** 229
 [4] Rinoshika A, Zhou Y 2005 *Phys. Rev. E* **71-4** 057504
 [5] Rinoshika A, Zhou Y 2007 *Int. Heat and Fluid Flow* **28** 948
 [6] Freymuth P, Uberoi M 1971 *Phys. Fluids* **14** 2574
 [7] LaRue J C, Libby P A 1974 *Phys. Fluids* **17** 873
 [8] Sreenivasan K R 1981 *Phys. Fluids* **24** 1232

[9] Antonia R A, Browne L W B 1986 *J. Fluid Mech.* **163** 393
 [10] Mi J, Antonia R A 1999 *Int. Community Heat Mass Transfer* **26** 45
 [11] Mi J, Xu M, Antonia R A, Wang J J 2011 *Experiments in Fluids* **50** 429
 [12] Daubechies I 1992 *No 61 Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia*, 1992 p357
 [13] Li H 1998 *J. Fluids Engineering* **120** 778

已撤稿

Wavelet analysis of passive temperature in a turbulent cylinder wake^{*}

Ge Yang-Zhen Xu Min-Yi Mi Jian-Chun[†]

(State Key Laboratory of Turbulence and Complex Systems, Peking University, Beijing 100871, China)

(Received 21 August 2012; revised manuscript received 10 January 2013)

Abstract

A wavelet multi-resolution technique is applied to analysing the temperature field simultaneously obtained by a rake of 16 cold-wires in the turbulent near-wake of a slightly heated circular cylinder with a diameter of $d = 12.7$ mm in a range of x/d from 3 to 20, where x is the downstream distance from the cylinder axis. This technique enables us to decompose the fluctuating temperature field into a number of wavelet components based on different characteristic frequency bandwidths or scales, which are representative of the temperature fields of different scales. The turbulent mixing characteristics of various fluctuating scales are examined in terms of instantaneous temperature contours of each wavelet component. The flow structures and intermittent processing of various scales are visualized. The streamwise evolutions of temperature variance of various scales suggest that the intermediate-scale structures make larger contribution to the total temperature than the large- and small-scale structures. The wavelet auto-correlation function indicates that the large- and intermediate-scale structures display larger correlation and the wavelet component of higher frequency loses coherence quickly.

Keywords: turbulent wake, passive scalar, wavelets

PACS: 47.27.wb, 47.51.+a

DOI: 10.7498/aps.62.104701

已撤稿

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10921202, 11072005).

[†] Corresponding author. E-mail: jcmi@coe.pku.edu.cn