

均匀椭球粒子对拉盖尔-高斯光束的散射特性研究*

欧军 江月松[†] 邵宇伟 屈晓声 华厚强 闻东海

(北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100191)

(2012年9月15日收到; 2013年2月2日收到修改稿)

基于广义 Mie 理论, 研究了椭球粒子对在轴入射的拉盖尔-高斯光束的散射特性. 通过局域近似法求解椭球坐标系中的波束因子, 计算得到了波束因子之间满足的普遍关系. 对散射强度随椭球粒子不同尺寸参数和扁圆程度的变化特性进行了数值计算, 并针对不同拓扑荷时的散射强度进行了对比分析. 结果表明: 当椭球粒子尺寸在与入射光波长可比拟的范围内变化时, 散射强度随尺寸参数的增大而增大, 随椭球长短轴之比和拓扑荷的增大而减小. 本文的理论研究能够为拉盖尔-高斯光束在粒径测量、大气激光通信、大气遥感等领域的应用提供更准确的粒子模型和参考价值.

关键词: 椭球粒子, 拉盖尔-高斯光束, 波束因子, 散射强度

PACS: 42.25.Fx, 42.62.-b, 42.50.-p, 42.60.Jf

DOI: 10.7498/aps.62.114201

1 引言

自 1992 年 Allen 等^[1]发现具有方位角相位为 $\exp(i l \varphi)$ (l 为整数) 的光束的每个光子在其传播方向上携带有 $l \hbar$ 的轨道角动量之后, 具有螺旋波前的光束如拉盖尔-高斯 (Laguerre-Gaussian, LG) 光束在量子信息处理^[2]、粒子操纵^[3,4]、空间通信^[5,6]等领域得到了广泛的应用. 尤其是在空间通信领域, 可以大大增强通信的传输数据容量^[5]和保密性^[6]. 然而光波在传播过程中将不可避免地遇到大气粒子如雨滴、气溶胶、冰晶等, 这些粒子对光的作用主要是粒子的散射而引起光能的衰减^[7]. 已有部分专家学者致力于研究 LG 光束入射时球形粒子的散射特性^[8,9], 针对非球形粒子对 LG 光束的散射研究仍然很少. 由于自然界中的粒子形状很多都是非球形的, 并且椭球模型更接近粒子的实际形状, 因此研究椭球粒子对 LG 光束的散射作用是很有意义和必要的.

对于椭球粒子的散射研究工作, 最著名的是由 Asano 等^[10]开展的, 尤其是他们提出的对于椭球粒子边界条件的处理方法, 是一种公认的能够解决

边界问题的好方法. 韩一平等^[11]纠正了 Asano 对于边界条件处理的错误参数, 基于广义 Mie 理论^[11]计算得到高斯波束在椭球坐标系中的波束因子^[12], 研究了均匀椭球粒子对于高斯波束的散射特性^[13]. 本文在以上工作的基础上对在轴入射的 LG 光束与椭球粒子相互作用过程展开了理论研究. 采用局域近似法求解 LG 光束在椭球坐标系中的波束因子, 然后由散射系数求得散射强度. 讨论了散射强度随椭球粒子尺寸参数和扁圆程度的变化特性, 并针对不同拓扑荷时的散射强度进行了对比分析.

2 理论分析

2.1 拉盖尔-高斯光束

LG 光束最突出的两个特点是具有螺旋形的波前和光束是中空的即中心强度为零^[14]. 忽略时间因子 $\exp(-i \omega t)$, LG 光束可以写为^[15,16]

$$u_{pl}(r_0) = G(\tilde{\rho}, \tilde{z}) R_{pl}(\tilde{\rho}) \Phi_l(\varphi) Z_p(\tilde{z}), \quad (1)$$

$$G(\tilde{\rho}, \tilde{z}) = \frac{w_0}{w(\tilde{z})} \exp(-\tilde{\rho}^2) \times \exp(i \tilde{\rho}^2 \tilde{z}) \exp[-i \psi(\tilde{z})], \quad (2)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 41140035)和北京航空航天大学博士研究生创新基金资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: yuesongjiang@vip.sina.com

$$R_{pl}(\tilde{\rho}) = (\sqrt{2}\tilde{\rho})^{|l|} L_{(p-|l|)/2}^{|l|}(2\tilde{\rho}^2), \quad (3)$$

$$\Phi_l(\varphi) = \exp(il\varphi), \quad (4)$$

$$Z_p(\tilde{z}) = \exp[-ip\psi(\tilde{z})], \quad (5)$$

式中 r_0 为位置矢量对应的标量值, $\tilde{\rho} = \rho/w(z)$ 是柱坐标系中径向分量 ρ 与光斑半径 $w(z) = w_0\sqrt{1+(z/z_0)^2}$ 的比值, w_0 是束腰半径, \tilde{z} 为光束传播距离与瑞利距离 $z_0 = \pi w_0^2/\lambda$ 的比值. 古依相位 $\psi(z) = \arctan(z/z_0)$, $L_{(p-|l|)/2}^{|l|}$ 为广义拉盖尔多项式, p 为径向节点数, l 为拓扑荷, p 和 l 满足关系式

$$p = |l|, |l| + 2, |l| + 4, |l| + 6 \dots \quad (6)$$

相位因子 $\exp(il\varphi)$ 表明此模式的光束具有螺旋波前.

2.2 入射 LG 光束在椭球坐标系中展开

对于计算 LG 光束在球坐标系中的展开系数, 文献 [8, 9] 已给出具体方法. 但是针对 LG 光束在椭球坐标系中波束因子的计算, 至今还很少人开展过这方面的工作. 本文先将 LG 光束在球坐标系中用球矢量波函数展开, 根据球矢量波函数与椭球矢量波函数的关系, 得到椭球坐标系中的展开系数.

图 1 为设计的粒子散射模型图. 由于研究的粒子粒径与光束的波长处于同一数量级, 所以将 LG 光束经过透镜聚焦后, 入射在椭球粒子的中心, 粒子位于透镜的焦平面处.

椭球粒子内外电磁场满足标量 Helmholtz 方程

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0, \quad (7)$$

其中 k 是波数, 标量 Helmholtz 方程的通解形式^[17] 为

$$\Psi_{mn}(c; \zeta, \eta, \varphi) = S_{mn}(c; \eta) R_{mn}(c; \zeta) \exp(im\varphi), \quad (8)$$

m 和 n 为整数, $-\infty < m < \infty$, $|m| \leq n < \infty$. c 为介质的特征量且 $c = kf$, f 为椭球的半焦长度, k 为介质中的波数. 在长椭球坐标系中 $-1 \leq \eta \leq 1$, $1 \leq \zeta \leq \infty$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. $S_{mn}(c; \eta)$ 是椭球角波函数, $S_{mn}(c; \eta)$ 可以用连带勒让德函数的无限级数和来表示:

$$S_{mn}(c; \eta) = \sum_{r=0,1}^{\infty} 'd_r^{m|n}(c) P_{|m|+r}^{|m|}(\eta), \quad (9)$$

其中 $d_r^{m|n}$ 是待定的与椭球坐标系有关的展开系数. 求和号上的撇号表示当 $n - |m|$ 是偶数时, 仅对偶数 r 求和; 当 $n - |m|$ 是奇数时, 仅对奇数 r 求和. 类似连带勒让德函数, 角波函数在 $-1 \leq \eta \leq 1$ 范围内满足正交关系

$$\int_{-1}^1 S_{mn}(c; \eta) S_{m'n'}(c; \eta) d\eta = \begin{cases} N_{mn}, & n' = n, \\ 0, & n' \neq n, \end{cases} \quad (10)$$

N_{mn} 由连带勒让德函数的归一化因子得到

$$N_{mn} = 2 \sum_{r=0,1}^{\infty} \frac{(r+2|m|)! (d_r^{m|n})^2}{(2r+2|m|+1)r!}. \quad (11)$$

$R_{mn}^{(j)}(c; \zeta)$ 为椭球径向波函数.

由标量波动方程的解便可得到矢量椭球波函数

$$\mathbf{M}_{mn} = \nabla \times (\mathbf{a} \Psi_{mn}), \quad (12a)$$

$$\mathbf{N}_{mn} = k^{-1} \cdot \nabla \times \mathbf{M}_{mn}. \quad (12b)$$

\mathbf{a} 取单位矢径 \mathbf{r} .

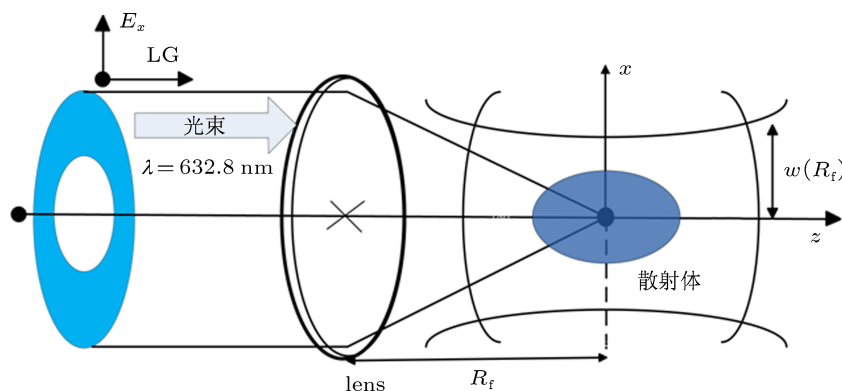


图 1 散射模型图, R_f 为透镜焦距, $w(R_f)$ 为透镜焦平面处的光斑半径

在球坐标系中入射光可表示为球矢量波函数的无限级数和^[18]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(i)} = & \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=|m|}^{+\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} i^{n+1} [i g_{n,\text{TE}}^m \mathbf{m}_{mn}^{r(1)}(r, \theta, \varphi) \\ & + g_{n,\text{TM}}^m \mathbf{n}_{mn}^{r(1)}(r, \theta, \varphi)], \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{(i)} = & \frac{-ik}{w\mu_0} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=|m|}^{+\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \\ & \times i^{n+1} [g_{n,\text{TM}}^m \mathbf{m}_{mn}^{r(1)}(r, \theta, \varphi) \\ & + i g_{n,\text{TE}}^m \mathbf{n}_{mn}^{r(1)}(r, \theta, \varphi)], \end{aligned} \quad (13b)$$

其中 k 为自由空间中的波数, $g_{n,\text{TE}}^m, g_{n,\text{TM}}^m$ 为描述入射光的波束因子, $\mathbf{m}_{mn}^{r(1)}(r, \theta, \varphi)$ 和 $\mathbf{n}_{mn}^{r(1)}(r, \theta, \varphi)$ 为球矢量波函数. 球矢量波函数在椭球坐标系中可展开为^[10,11]

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{mn}^{r(1)}(r, \theta, \varphi) = & \sum_{l=|m|, |m|+1}^{\infty} \prime \frac{2(n+|m|)!}{(2n+1)(n-|m|)!} \cdot \frac{i^{l-n}}{N_{|m|l}} \\ & \times d_{n-|m|}^{|m|l} \mathbf{M}_{mn}^{r(1)}(c; \zeta, \eta, \varphi), \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{mn}^{r(1)}(r, \theta, \varphi) = & \sum_{l=|m|, |m|+1}^{\infty} \prime \frac{2(n+|m|)!}{(2n+1)(n-|m|)!} \cdot \frac{i^{l-n}}{N_{|m|l}} \\ & \times d_{n-|m|}^{|m|l} \mathbf{N}_{mn}^{r(1)}(c; \zeta, \eta, \varphi). \end{aligned} \quad (14b)$$

经过一系列的代数运算可以得到入射电场矢量在椭球坐标系中的展开式

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(i)} = & \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=|m|}^{+\infty} i^{n+1} [i G_{n,\text{TE}}^m \mathbf{M}_{mn}^{r(1)}(c; \zeta, \eta, \varphi) \\ & + G_{n,\text{TM}}^m \mathbf{N}_{mn}^{r(1)}(c; \zeta, \eta, \varphi)] \\ = & \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=|m|}^{+\infty} i^{n+1} \left[\sum_{r=0,1}^{+\infty} \prime \frac{2(r+2|m|)!}{(r+|m|+1)(|m|+r)r!} \right. \\ & \cdot \frac{1}{N_{|m|n}} d_r^{|m|n} g_{r+|m|,\text{TE}}^m \mathbf{M}_{mn}^{r(1)}(c; \zeta, \eta, \varphi) \\ & + \sum_{r=0,1}^{+\infty} \prime \frac{2(r+2|m|)!}{(r+|m|+1)(|m|+r)r!} \cdot \frac{1}{N_{|m|n}} \\ & \left. \times d_r^{|m|n} g_{r+|m|,\text{TM}}^m \mathbf{N}_{mn}^{r(1)}(c; \zeta, \eta, \varphi) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

3 数值结果与分析

3.1 波束因子的数值求解

本文采用局域近似法来计算波束因子, 局域近似法计算速度快, 对计算机的配置要求不高, 可在微机上进行. 在大多数场合与积分法^[19]和有限级数法^[20]相比其引起的误差很小, 并且在可接受范围内^[21].

球坐标系中的波束因子 $g_{n,\text{TM}}^m, g_{n,\text{TE}}^m$ 只跟电磁场的径向分量 E_r, H_r 有关. LG 光束经过透镜聚焦后的径向分量可表示为^[8,9]

$$\begin{aligned} E_r = & \int_0^{k\text{NA}} E_{pl}(k_\rho) e^{i\varphi + ik_z z} \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{k_z}{k} \right) [(a+ib) \right. \right. \\ & \times \exp(-i\varphi) + (a-ib) \exp(i\varphi)] J_l(k_\rho \rho) \\ & + \left(1 - \frac{k_z}{k} \right) [(a+ib) \exp(-i\varphi) J_{l-2}(k_\rho \rho) \\ & + (a-ib) \exp(i\varphi) J_{l+2}(k_\rho \rho)] \right\} \sin \theta \\ & + \frac{k_\rho}{k} [(ia-b) \exp(-i\varphi) J_{l-1}(k_\rho \rho) \\ & - (ia+b) \exp(i\varphi) J_{l+1}(k_\rho \rho)] \cos \theta \Big\} dk_\rho, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} H_r = & \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \int_0^{k\text{NA}} \frac{E_{pl}(k_\rho)}{kk_z} e^{i\varphi + ik_z z} \left\{ \frac{1}{2} (k^2 - k_\rho^2 + kk_z) \right. \\ & \times (ia-b) \exp(-i\varphi) J_l(k_\rho \rho) \sin \theta \\ & - \frac{1}{2} (k^2 - k_\rho^2 + kk_z) (ia+b) \\ & \times \exp(i\varphi) J_l(k_\rho \rho) \sin \theta \\ & - \frac{1}{2} (k^2 - k_\rho^2 - kk_z) [(ia-b) \\ & \times \exp(-i\varphi) J_{l-2}(k_\rho \rho) - (ia+b) \\ & \times \exp(i\varphi) J_{l+2}(k_\rho \rho)] \sin \theta \\ & - k_\rho k_z [(a+ib) \exp(-i\varphi) J_{l-1}(k_\rho \rho) \\ & \left. + (a-ib) \exp(i\varphi) J_{l+1}(k_\rho \rho)] \cos \theta \right\} dk_\rho, \end{aligned} \quad (17)$$

式中, NA 为透镜的数值孔径, $k_z = (k^2 - k_\rho^2)^{1/2}$, $J_n(x)$ 为第一类 Bessel 函数, a 和 b 分别表示沿 x 轴和 y 轴的极化状态. 函数 $E_{pl}(k_\rho)$ 只要满足快速的向零

收敛以保证场能量有限, 可取为

$$E_{pl}(k_\rho) = E_0 (-1)^p i^{l-1} \frac{k_\rho R_f}{\sqrt{k_z z_0}} \left(\frac{k_\rho^2 R_f^2}{k z_r} \right)^{|l|/2} \times L_p^{|l|} \left(\frac{k_\rho^2 R_f^2}{k z_r} \right) \exp \left[-\frac{k_\rho^2 R_f^2}{2k z_r} \right], \quad (18)$$

其中 E_0 满足关系式 $E_0^2 = p! / [(1 + \delta_{0l}) \pi (p + |l|)!]$.

本文选择 LG_0^2 作为入射光束, 光波波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 电场沿着 x 轴极化. 透镜的数值孔径 $NA = 0.1 = w(R_f) / R_f$, 取 $w(R_f) = 0.1 \text{ mm}$, 则 $R_f = 1 \text{ mm}$. 波束因子的计算表达式为 [22]

$$g_{n,\text{TM}}^m = \frac{1}{2\pi E_0} \int_0^{2\pi} E_r \left(\rho = \left(n + \frac{1}{2} \right) \times \frac{\lambda}{2\pi}, \theta = \frac{\pi}{2}, z = 0 \right) \exp(-im\varphi) d\varphi, \quad (19)$$

$$g_{n,\text{TE}}^m = \frac{1}{2\pi H_0} \int_0^{2\pi} H_r \left(\rho = \left(n + \frac{1}{2} \right) \times \frac{\lambda}{2\pi}, \theta = \frac{\pi}{2}, z = 0 \right) \exp(-im\varphi) d\varphi. \quad (20)$$

由 $\exp(-im\varphi)$ 函数的正交性可知, 只需考虑 $m = l \pm 1$ 两种情况. 根据球矢量波函数与椭球矢量波函数的关系, 椭球坐标系中的波束因子 $G_{n,\text{TE}}^m$ 和 $G_{n,\text{TM}}^m$ 可以由球坐标系中的波束因子 $g_{n,\text{TE}}^m$ 和 $g_{n,\text{TM}}^m$ 计算得到.

对于 $m = 1$,

$$G_{n,\text{TE}}^1 = \sum_{r=0,1} ' \frac{2}{N_{1n}} d_r^{1n} g_{r+1,\text{TE}}^1, \quad (21)$$

$$G_{n,\text{TM}}^1 = \sum_{r=0,1} ' \frac{2}{N_{1n}} d_r^{1n} g_{r+1,\text{TM}}^1. \quad (22)$$

对于 $m = 3$,

$$G_{n,\text{TE}}^3 = \sum_{r=0,1} ' \frac{2(r+6)!}{(r+3)(r+4)r!} \cdot \frac{1}{N_{3n}} d_r^{3n} g_{r+3,\text{TE}}^3, \quad (23)$$

$$G_{n,\text{TM}}^3 = \sum_{r=0,1} ' \frac{2(r+6)!}{(r+3)(r+4)r!} \cdot \frac{1}{N_{3n}} d_r^{3n} g_{r+3,\text{TM}}^3. \quad (24)$$

表 1 列出 $c = 3$ 时波束因子的计算结果.

从表 1 中数据可以得到

$$iG_{n,\text{TM}}^{l-1} = G_{n,\text{TE}}^{l-1},$$

$$G_{n,\text{TM}}^{l+1} = iG_{n,\text{TE}}^{l+1}. \quad (25)$$

在计算其他 c 值 ($c = 4, c = 5$) 时波束因子也都满足这种关系. 当拓扑荷 $l = 0$ (基模高斯光束) 时, $m = \pm 1$, (25) 式可具体写为

$$iG_{n,\text{TM}}^{-1} = G_{n,\text{TE}}^{-1},$$

$$G_{n,\text{TM}}^1 = iG_{n,\text{TE}}^1. \quad (26)$$

波束因子的这种关系与文献 [12] 相符. 这较好地验证了本文采用的计算方法的正确性.

表 1 $c = 3, LG_0^2$ 在椭球坐标系中波束因子 $G_{n,\text{TE}}^m, G_{n,\text{TM}}^m$ 的值 (光束的束腰半径 $w_0 = 2.025 \text{ }\mu\text{m}$, 粒子折射率 $n = 1.33$)

n	$G_{n,\text{TM}}^1$	$G_{n,\text{TE}}^1$	$G_{n,\text{TM}}^3$	$G_{n,\text{TE}}^3$
1	0.1477i	-0.1477	—	—
2	0.1844i	-0.1844	—	—
3	0.1925i	-0.1925	0.1400i	0.1400
4	0.2745i	-0.2745	0.2149i	0.2149
5	0.3053i	-0.3053	0.2545i	0.2545
6	0.3831i	-0.3831	0.3332i	0.3332
7	0.4218i	-0.4218	0.3787i	0.3787
8	0.4949i	-0.4949	0.4542i	0.4542
9	0.5378i	-0.5378	0.5017i	0.5017
10	0.6078i	-0.6078	0.5740i	0.5740
11	0.6534i	-0.6534	0.6228i	0.6228
12	0.7213i	-0.7213	0.6925i	0.6925
...
38	1.6338i	-1.6338	1.6208i	1.6208
39	1.6865i	-1.6865	1.6740i	1.6740
40	1.7480i	-1.7480	1.7358i	1.7358

3.2 远场散射光强

实际中人们通常考虑远场 ($c\zeta \rightarrow \infty$) 的散射光强, 借助于 $c\zeta \rightarrow \infty$ 时忽略高于 $1/r$ 的高阶项, 利用第三类椭球矢量波的渐近表达式, 可得电场远场的各分量为

$$E_\eta^{(s)} = -\frac{i}{k_1 r} e^{ik_1 r} I_\eta,$$

$$E_{\varphi}^{(s)} = -\frac{1}{k_1 r} e^{ik_1 r} I_{\varphi}. \quad (27)$$

$$I_{\varphi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=|m|, n \neq 0}^{\infty} \left| \alpha_{mn} \frac{m S_{|m|n}(\cos \theta)}{\sin \theta} + \beta_{mn} \frac{dS_{|m|n}(\cos \theta)}{d\theta} \right|^2, \quad (29)$$

其中 I_{η}, I_{φ} 为幅度函数且

$$I_{\eta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=|m|, n \neq 0}^{\infty} \left| \alpha_{mn} \frac{dS_{|m|n}(\cos \theta)}{d\theta} + \beta_{mn} \frac{m S_{|m|n}(\cos \theta)}{\sin \theta} \right|^2, \quad (28)$$

α_{mn}, β_{mn} 为散射系数, 这些未知系数的求解需应用电磁场在无源环境中介质表面切向连续的边界条件 [10,11]. 由此可得远场散射强度的渐进表达式

$$I = I_{\eta} + I_{\varphi}, \quad (30)$$

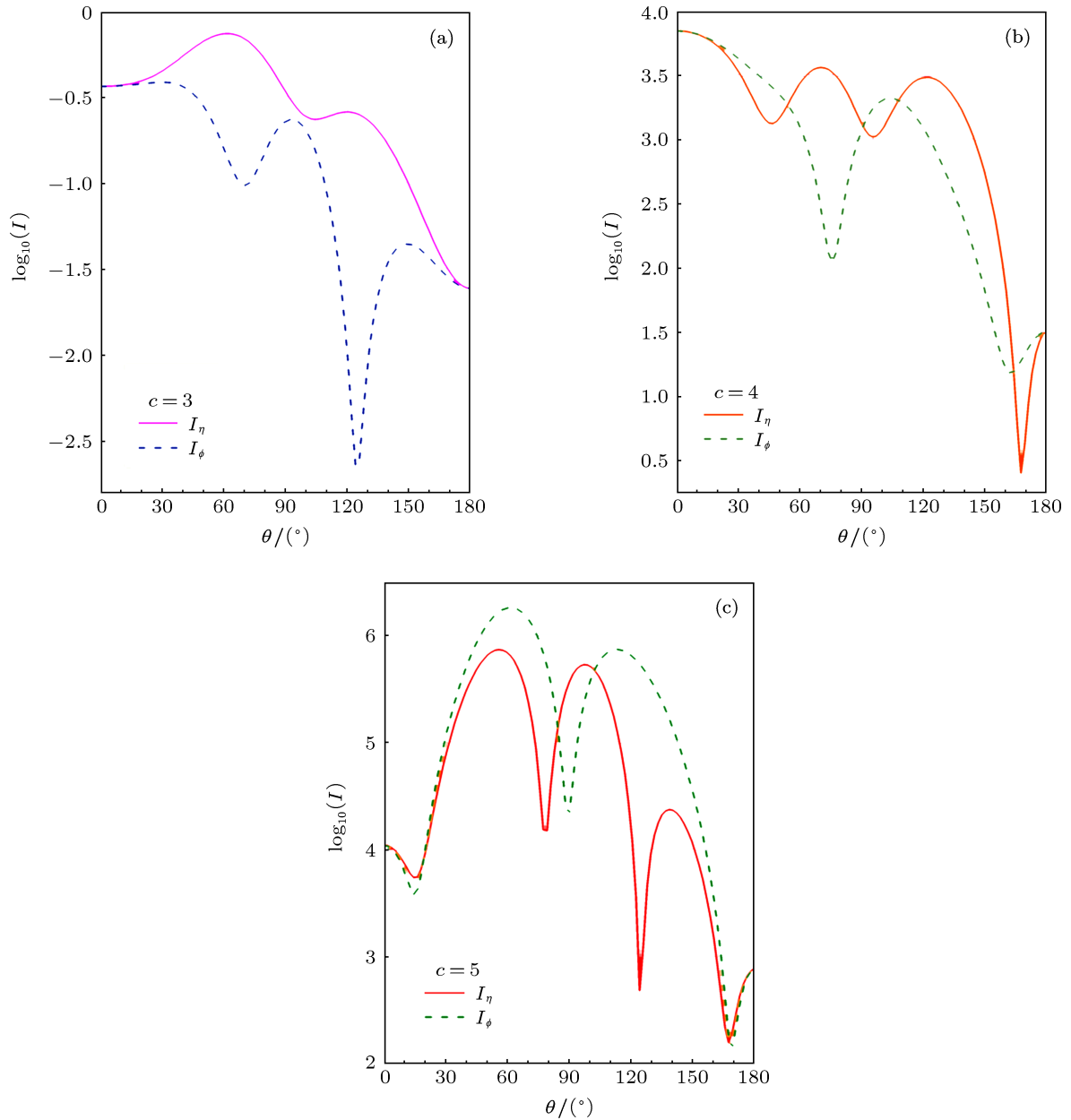


图2 不同尺寸参数的椭球粒子在 LG_0^2 光束入射下散射强度的角分布图 (a) $c = 3$; (b) $c = 4$; (c) $c = 5$

图 2 为扁圆程度 ($a/b = 2$) 相同, 尺寸参数不同 ($c = 3, 4, 5$) 的椭球粒子 (折射率 $n = 1.33$) 在 LG_0^2 光束入射下的散射强度的角分布图. 从图中可以看出, 散射强度随着 c 的增大而有所增大.

图 3 为尺寸参数 ($c = 5$) 相同, 扁圆程度不同 ($a/b = 2, 3, 5$) 的椭球粒子 (折射率 $n = 1.33$) 在 LG_0^2 光束入射下的散射强度分布曲线图, 散射光强随着 a/b 的增大而减小. 这是因为 a 保持不变, 随着 a/b 的增大, 椭球粒子在入射光方向上的投影面积 πb^2 会相应减小, 导致散射光强的减小 [23].

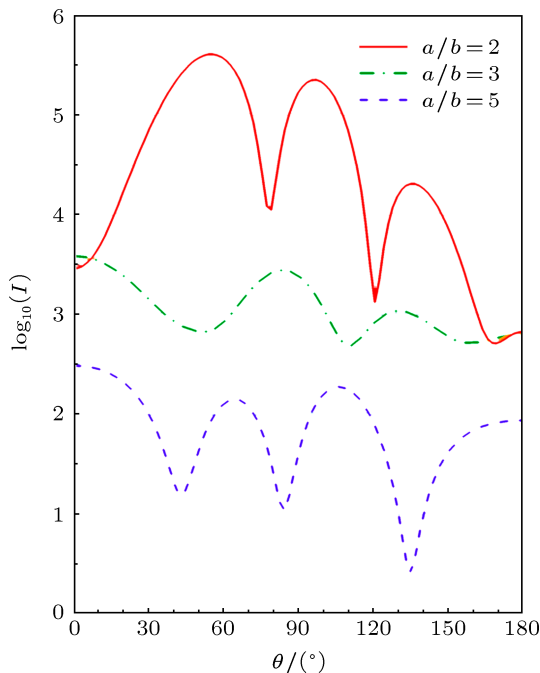


图 3 不同扁圆程度的椭球粒子在 LG_0^2 光束入射下散射强度的角分布图

为验证计算方法的可行性, 本文仿真计算了球形铝粒子 (半径 $r = 3 \mu\text{m}$, 折射率 $n = 0.503 + 4.923i$) 在 LG_0^2 光束入射下散射强度的角分布变化图, 如图 4 所示, 结果与文献 [8] 符合良好. 从图中可以看出, 散射强度变化曲线出现复杂的振荡, 这是由于粒子半径比较大的缘故.

拓扑荷数是 LG 光束的重要参量, 因此本文对椭球粒子 ($c = 5, a/b = 3$) 携带有不同拓扑荷数 ($l = 2, 3, 4$) 的 LG 光束作为入射光时的散射强度进行了仿真计算, 结果如图 5 所示. 从图中可以看出, 散射强度随拓扑荷的增大而相应减小, 这是由随着拓扑荷的增大, 入射光束中空面积将增大, 与椭球粒子的作用面积将减少引起的.

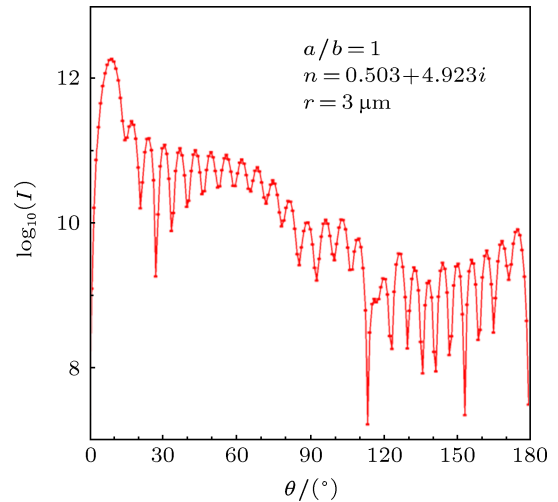


图 4 球形铝粒子在 LG_0^2 光束入射下散射强度的角分布图

4 结论

本文研究了均匀椭球粒子对 LG 光束在轴入射下的散射特性. 通过局域近似法计算得到了 LG 光束椭球坐标系中波束因子, 仿真计算得到散射光强随椭球粒子不同尺寸参数和扁圆程度的变化特性曲线. 对比分析具有不同拓扑荷数的 LG 光束入射下的椭球粒子的散射特性, 利用入射光在粒子尺度范围内的能量分布特点解释了两者的区别. 本文的理论成果和数值方法可作为研究基础, 进一步推广到离轴入射以及复折射率介质椭球的电磁散射中.

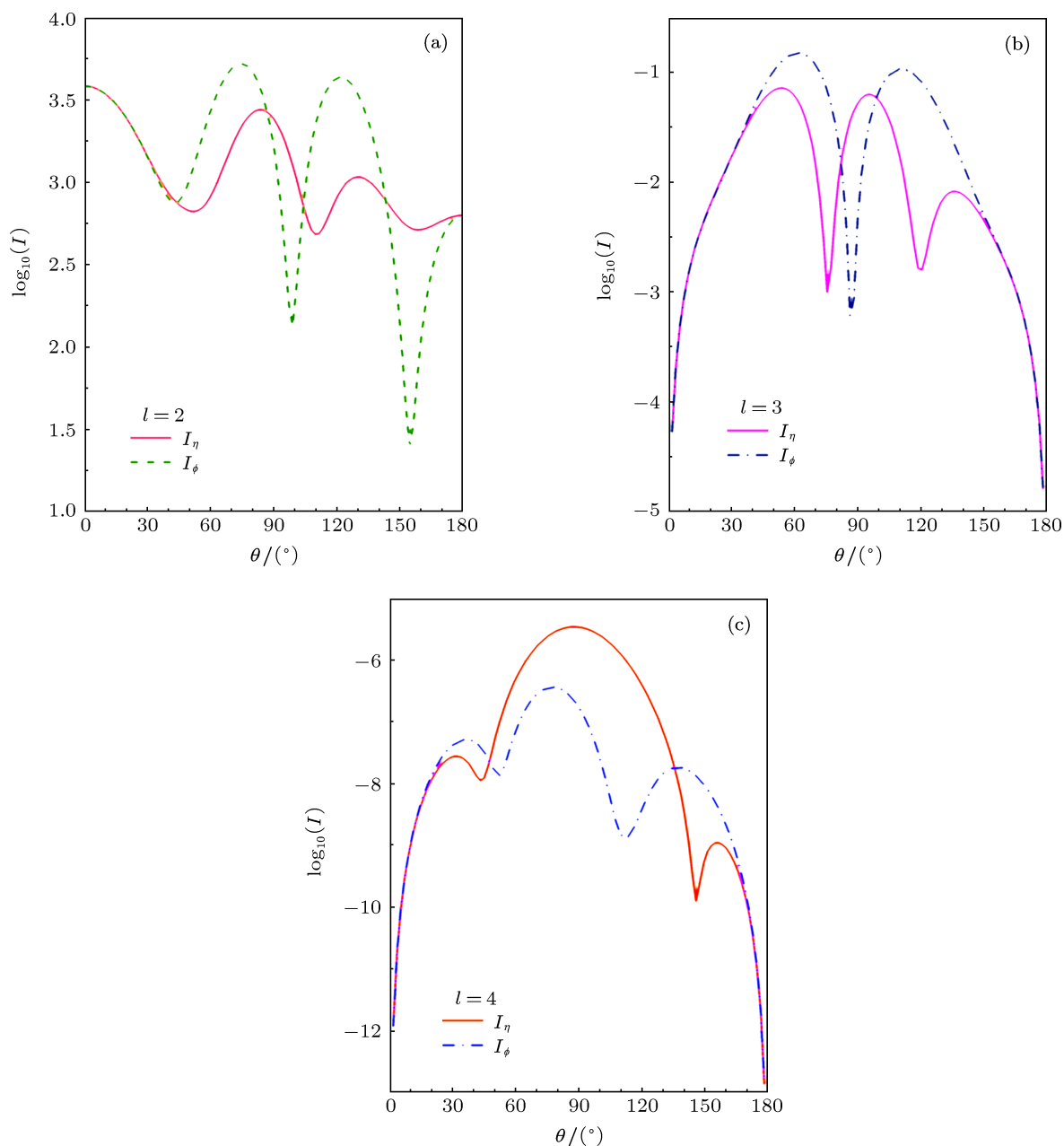


图5 散射强度随入射光束不同拓扑荷的变化曲线图 (a) $l=2$; (b) $l=3$; (c) $l=4$

[1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. Lett.* **45** 8185
 [2] Mair A, Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A 1990 *Nature* **412** 313
 [3] He H, Friese M E J, Heckenberg N R, Rubinsztein-Dunlop 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 826
 [4] Simpson N B, Dholakia K, Allen L, Padgett M J 1997 *Opt. Lett.* **22** 52
 [5] Molina-Terriza G, Torres J, Torner L 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 13601
 [6] Franke-Arnold S, Barnett S, Yao E, Leach J, Courtial J, Padgett M 2004 *New J. Phys.* **6** 103
 [7] Li L W, Kooi P S, Leong M S, Yeo T S, Gao M Z 1995 *IEEE Trans. Antennas and Propagation* **43** 811
 [8] Zhao J Z, Jiang Y S, Ou J, Ye J H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 064202 (in Chinese) [赵继芝, 江月松, 欧军, 叶继海 2012 物理学报 **61** 064202]
 [9] van de Nes A S, Török P 2007 *Opt. Express.* **15** 13360
 [10] Asano S, Yamamoto G 1975 *Appl. Opt.* **14** 29
 [11] Gouesbet G, Maheu B, Grehan G 1988 *J. Opt. Soc. Am. A* **5**(9) 1427
 [12] Han Y P 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5139 (in Chinese) [韩一平 2005 物理学报 **54** 5139]
 [13] Han Y P, Wu Z S 2001 *Appl. Opt.* **40** 2501
 [14] Allen L, Lembessis V E, Babiker M 1996 *Phys. Rev. A* **53** R2937
 [15] Piestun R, Schechner Y Y, Shamir J 2000 *J. Opt. Soc. Am. A* **17** 294
 [16] Siegman A E 1986 *Lasers* (University Science)

- [17] Flammer C 1957 *Spheroidal Wave Functions* (California: Stanford University Press)
- [18] Xu F, Ren K F, Gouesbet G, Grehan G, Cai X 2007 *J. Opt. Soc. Am. A* **24** 119
- [19] Gouesbet G, Grehan G, Maheu B 1988 *Appl. Opt.* **37** 4218
- [20] Maheu B, Gouesbet G, Grehan G 1988 *J. Opt.* **19** 59
- [21] Grehan G, Maheu B, Gouesbet G 1986 *Appl. Opt.* **25** 3539
- [22] Ren K F, Gouesbet G, Grehan G 1998 *Appl. Opt.* **37** 4218
- [23] Asano S 1979 *Appl. Opt.* **18** 712

Scattering of the Laguerre-Gaussian beam by a homogeneous spheroid*

Ou Jun Jiang Yue-Song[†] Shao Yu-Wei Qu Xiao-Sheng
Hua Hou-Qiang Wen Dong-Hai

(School of Electronic and Information Engineering, BeiHang University, Beijing 100191, China)

(Received 15 September 2012; revised manuscript received 2 February 2013)

Abstract

The scattering features of a spheroidal particle illuminated by the Laguerre-Gaussian (LG) beam have been studied based on the generalized Lorenz-Mie theory. By using the localized approximations method, the beam shape coefficients are evaluated and the results obtained agree with the cases of on-axis incidence. Calculations of the far-field scattering intensity are performed to study the LG beam scattered by spheroids, of different size parameters and eccentricities. The simulation results show that when the particle's size parameter is within the range that can be compared to the wavelength of the incident light, the magnitude of the scattering intensity will increase as the particle's size parameter increases, and it will decrease as the ratio of the spheroid's major axis to minor axis increases. Comparisons between LG beams with different topological charges illumination are made and explained physically. It turns out that the magnitude of the scattering intensity decreases as the topological charge increases. The theoretical investigation in this paper may provide a more accurate particle model and reference for applications of LG beams in areas such as particle size measurement, atmospheric laser communication, atmospheric remote sensing and so on.

Keywords: spheroid, Laguerre-Gaussian, beam shape coefficients, scattering intensity

PACS: 42.25.Fx, 42.62.-b, 42.50.-p, 42.60.Jf

DOI: 10.7498/aps.62.114201

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41140035), and the Innovation Foundation of BUAA for PhD Graduates.

[†] Corresponding author. E-mail: yuesongjiang@vip.sina.com