

## 层流圆管潜射流生成蘑菇形涡结构特性数值研究\*

陈云祥 陈科 尤云祥<sup>†</sup> 胡天群

(上海交通大学海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

(2012年12月17日收到; 2013年2月18日收到修改稿)

基于不可压 Navier-Stokes 方程, 采用计算流体力学方法, 数值模拟与分析了层流圆管潜射流在密度均匀黏性流体中的演化机理及其表现特征, 定量研究了蘑菇形涡结构无量纲射流长度  $L^*$ 、螺旋形涡环半径  $R^*$  及其包络外形长度  $d^*$  等几何特征参数随无量纲时间  $t^*$  的变化规律. 数值结果表明, 蘑菇形涡结构的形成与演化过程可分为三个阶段: 启动阶段、发展阶段和衰退阶段. 在启动阶段,  $L^*$  和  $d^*$  随  $t^*$  线性变化, 而  $R^*$  则近似为一个常数; 在发展阶段, 蘑菇形涡结构的演化具有自相似性,  $L^*$ ,  $R^*$  和  $d^*$  与  $t^{*1/2}$  均为同一正比关系, 而且雷诺数和无量纲射流时间不影响该正比关系; 在衰退阶段,  $L^*$  和  $R^*$  正比于  $t^{*1/5}$ , 而  $d^*$  则近似为一个常数. 此外, 还对蘑菇形涡结构二次回流点、动量源作用中心及其几何中心的速度变化规律、垂向涡量分布特征和涡量-流函数关系进行了分析.

关键词: 圆管潜射流, 蘑菇形涡结构, 演化机理

PACS: 47.11.-j, 47.15.-x, 47.60.Kz, 47.32.C-

DOI: 10.7498/aps.62.114701

## 1 引言

在海洋遥感卫星图像上经常会观测到海面上存在一类形似蘑菇状的特殊流动结构<sup>[1]</sup>. 研究表明, 这种特殊流动结构实际上是一类大尺度相干涡结构在海洋卫星遥感图像中的影像, 而且源于海洋中的某种动量源效应<sup>[2,3]</sup>. 潜艇推进器和冷却水排放的力学效应相当于有动量传递给周围流体, 形成射流动量尾迹<sup>[4]</sup>. 在海洋背景流体作用下射流动量会形成一种类似蘑菇状的大尺度相干涡结构, 称为蘑菇形结构 (mushroom-like pattern). 这类结构的水平尺度可达 1—200 km, 垂向尺度可达 10—100 m, 衰减所需时间可以达到 1—30 d, 在海洋卫星遥感图像中的影像为一对旋转方向相反的偶极子对<sup>[1]</sup>. 因此, 针对射流动量在背景流体作用下产生蘑菇形涡结构的形成机理及其表现特征等问题进行研究, 对发展潜艇非声遥感探测技术有重要军事价值, 同时相关问题也一直是国际流体力学界的前沿热点研究领域之一<sup>[3,5]</sup>.

对于同种流体中以射流出口动量作为源动力

的动量射流, 研究表明, 其流态特性与雷诺数  $Re$  有关. 当  $Re < 500$  时, 射流属于层流状态; 当  $Re > 500$  时, 在距离水平喷口的某个位置处, 射流变得不稳定, 湍流涡出现, 而且随着  $Re$  的增大, 层流区逐渐消失, 射流逐渐发展为完全湍流, 直至其锥形角近似为一个常数<sup>[6-8]</sup>. 在湍流射流中包含着剪切层不稳定性触发的丰富拟序结构, 包括涡环、单螺旋结构和双螺旋结构等拟序结构等<sup>[9-12]</sup>. 当湍流射流动量作用在密度分层或密度均匀浅水流体中时, 由于密度分层产生的浮力效应或浅水条件下流体上下边界产生的浅水效应的作用, 动量尾迹的垂向运动会受到抑制, 从而形成准二维偶极子形大尺度相干涡结构<sup>[13-17]</sup>.

层流射流涉及到层流失稳等非线性流动现象<sup>[18-20]</sup>. 在密度均匀黏性流体中, Reynolds<sup>[21]</sup> 和 McNaughton 等<sup>[22]</sup> 在实验中发现, 在背景静止流体作用下, 层流射流液体在维持有限长度后会汇集在射流前部, 形成足靴状或蘑菇状. Reynolds<sup>[21]</sup> 在实验中进一步发现在层流射流上可以看到轴对称缩胀和正弦波动, Gill<sup>[23]</sup> 的研究表明这种轴对称失稳是有限振幅扰动造成的. Schneider<sup>[24]</sup> 从理论上

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11072153) 及海洋工程国家重点实验室基金 (批准号: GP010819) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: youyx@sjtu.edu.cn

指出,层流射流在有限范围内将被背景静止流体逐渐滞止,并形成环形回流流动,而 Petrov<sup>[25]</sup> 和陈远等<sup>[26]</sup> 则采用实验方法研究了层流射流中环形回流流动的形成机理.

研究表明,蘑菇形涡结构实际上是层流射流在背景静止流体作用下产生的一类环形回流流动结构<sup>[21,22,25,26]</sup>. Afanasyev 等<sup>[27]</sup> 采用 Stokes 近似理论研究了蘑菇形涡结构的渐近理论解,基于该理论解所获得的蘑菇形涡的形态结构、运动轨迹及流场特征等与实验结果相符. Voropayev 等<sup>[28]</sup> 进一步采用该理论方法建立了两个层流射流生成蘑菇形涡结构的头部迎撞问题的渐近理论解,结果表明基于该理论解所获两个蘑菇形涡结构的形态变化特征与实验结果相符.

总体上,采用实验和渐近理论分析等方法,目前对蘑菇形涡结构的形成机理及相关特征已经有了一定的认识.但在层流圆管射流的演化过程中,蘑菇形涡结构的射流长度、螺旋形涡环半径及其包络外形长度等几何特征参数随时间是变化的,而且其变化特性不仅与射流雷诺数有关,而且还与射流时间等有关.有关这些问题的研究不仅在学术上是重要的,而且对解读其在卫星遥感影像中的表现特征及其空间分布规律等也是重要的,但迄今对这些问题的认识尚不清楚.

随着计算机技术的发展,计算流体力学 (computational fluid dynamics, CFD) 方法已成为研究射流演化和发展特性的重要手段之一.采用基于湍流模式的 RANS 方法以及大涡模拟方法等,在湍流射流形成机理及其大尺度拟序结构特性等方面,国内外学者已经开展大量研究工作<sup>[29-31]</sup>,但迄今还尚未见采用 CFD 方法对层流射流生成蘑菇形涡结构特性进行研究的文献报道.有鉴于此,本文采用 CFD 方法,研究层流圆管射流在密度均匀黏性流体中的演化机理及其表现特征,分析蘑菇形涡结构的射流长度、螺旋形涡环半径及其包络外形长度等几何特征参数随时间的变化规律.

## 2 数值方法

本文考虑圆管射流在矩形容器中的演化问题.将一个圆形射流管置于盛水矩形容器中,其中心轴线位于一半水深处,一端位于矩形容器左侧壁面处,如图 1 所示.其中,射流管长为  $L_0$ ,直径为  $D$ ,矩形容器长为  $200D$ ,宽和水深均为  $80D$ .建立直角坐标

系,使坐标原点  $o$  位于圆管射流出口中心处,  $ox$  轴与圆管射流中心轴线重合且向右为正,  $oz$  轴垂直向上为正,  $oy$  轴垂直纸面向内为正.

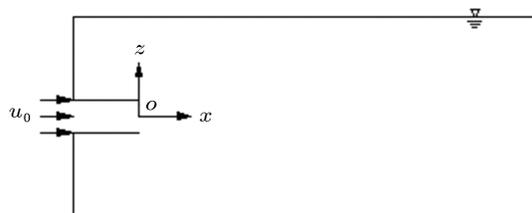


图 1 计算区域侧视图及其坐标系

设射流流体与矩形容器中的背景流体为同种介质的流体,则圆管层流射流在矩形容器背景流体中的运动满足如下不可压 Navier-Stokes 方程:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

其中,  $\nu$  为运动黏性系数,  $p$  为动压力,流体密度已被吸收入压力中,  $\mathbf{u}$  为流体运动的速度矢量.

为了研究层流射流在矩形容器背景流体中的演化问题,采用 CFD 方法对流场控制方程 (1) 进行数值模拟与分析.在数值模拟中,将射流管左端设置为入口边界,入口速度为  $u_0$ ,在经过时间  $T_{inj}$  后停止射流;将矩形容器左侧面也设置为入口边界,入口速度为零;矩形容器底部和两个侧壁均设置为壁面边界条件,自由面和右端出口均设置为自由出流条件;射流管外壁和内壁均设置为壁面边界条件;以进口边界条件作为流场计算的初始条件.此外,为保证数值模拟的稳定性,要求在射流管出口处的流动达到充分发展阶段,因此其长度需要超过管内流动发展段的长度,将其设置为  $L_0 = 10D$ <sup>[32]</sup>.

计算网格均采用结构化六面体网格,将计算域划分为三个子区域,分别为射流管内部区域、外部主体区域和外层区域.主体区域是一个环形结构的区域,其外径为  $60D$ .采用等分圆周和等分半径的方法获得六面体网格,外层区域采用分块方法将其划分为六面体网格.射流管内部区域网格划分足够密集,而外层区域几乎没有射流流体到达,用  $N_x \times N_r \times N_\theta$  表示环形主体区域的网格数,其中  $N_x$  为沿射流轴向的网格划分数,  $N_r$  和  $N_\theta$  分别为径向和圆周方向网格划分数.在本文中,采用的网格为  $300 \times 120 \times 48$ .在图 2 中,给出了含射流管区域网格的横视图,图 2(a) 中白点为射流管的内部区域,其网格划分如图 2(b) 所示.

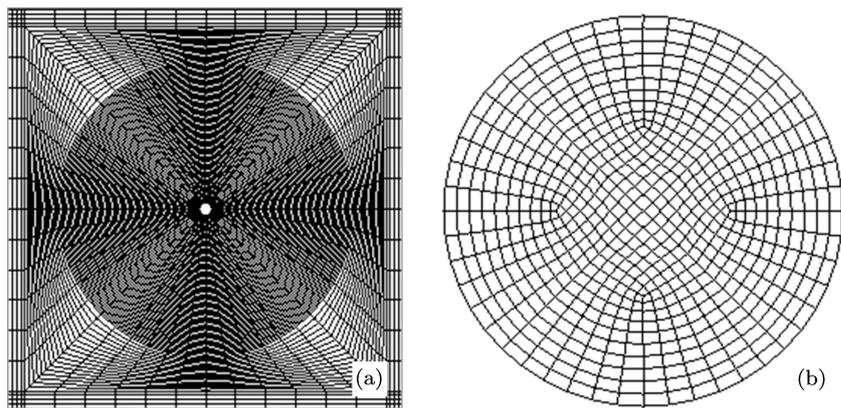


图2 含射流管区域网格划分横视图

使用商业软件 FLUENT 对所述问题进行数值模拟与分析, 在求解中采用有限体积法离散动量方程和连续性方程, 对流项离散采用三阶精度 QUICK (quadratic upstream interpolation for convective kinetics) 格式, 扩散项离散采用二阶中心差分格式, 压力速度耦合迭代采用 PISO (pressure implicit with splitting of operators) 算法. 计算初始时间步长为  $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$  s, 计算过程中根据每个时间步长的收敛情况逐渐增加时间步长以缩短计算时间.

由于圆管射流的管径远小于矩形水箱宽度和水深, 因此可将其等效为一个点动量源, 其动量流量为<sup>[33]</sup>

$$J = \frac{1}{4} \pi D^2 u_0^2 \quad (2)$$

该射流动量可以用如下 4 个参数进行表征, 即动量流量  $J$ , 运动黏性系数  $\nu$ , 射流时间  $T_{inj}$  和演化时间  $t$ . 利用这些参数可以获得 3 个无量纲参数, 分别为雷诺数  $Re$ 、无量纲射流时间  $T_{inj}^*$  和无量纲演化时间  $t^*$ ,

$$Re = \left( \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) J^{1/2} / \nu, \quad T_{inj}^* = T_{inj} \nu / D^2, \quad t^* = t \nu / D^2. \quad (3)$$

### 3 结果与分析

蘑菇形涡结构属于低雷诺数射流下的一种流动现象, 由射流稳定性的分析结果可知<sup>[19,20]</sup>, 要形成稳定的蘑菇形涡结构, 其雷诺数一般在 200 以内. 有鉴于此, 在本文中取 36, 60 和 160 三个雷诺数, 以考察不同雷诺数条件下蘑菇形涡结构的生成与演

化特性. 在计算中, 根据所给雷诺数, 由 (2) 和 (3) 式确定数值计算的入口速度  $u_0$ . 同时, 取两个射流时间  $T_{inj}^* = 2.2$  和 4.5, 重点研究考察在多种雷诺数和射流时间组合下蘑菇形涡结构的形成机理、表现特征及其流场特性等问题.

#### 3.1 蘑菇形涡形成机理

首先对层流射流下蘑菇形涡结构形成机理及其表现特征进行分析. 在图 3 和图 4 中, 给出了当  $Re = 160$  和  $T_{inj}^* = 2.2$  时蘑菇形涡生成演化过程的数值结果. 由图可见, 从射流管出口水平流出的射流液体, 会有序地在同种介质的背景流体中演化, 并形成蘑菇形涡结构. Petrov<sup>[25]</sup> 采用实验方法研究了低雷诺数射流中环形回流流动的形成机理, 并根据实验结果总结了射流演化的若干典型的形态结构. 根据本文数值模拟结果, 参考 Petrov 基于实验总结的演化示意图<sup>[25]</sup>, 在图 5 中, 给出了在  $Re = 160$  和  $T_{inj}^* = 2.2$  时射流演化形态结构的示意图.

由图 3(a) 和图 4(a) 可知, 当射流启动后, 在管内射流动量的作用下, 射流液体从水平管出口处流出, 并在背景流体中沿纵向以直线轨迹运动, 形成轴对称的柱状主干流动, 其形态结构如图 5(a) 所示, 这一阶段称为射流启动阶段. 由图 3(b) 和图 4(b) 可知, 当射流液体在主干流前方汇集的过程, 由于背景流体的阻滞作用, 主干流开始出现横向输运现象, 并在其头部逐渐形成一个类似半球形的圆突结构, 其形态结构如图 5(b) 所示, 这一阶段称为射流过渡阶段.

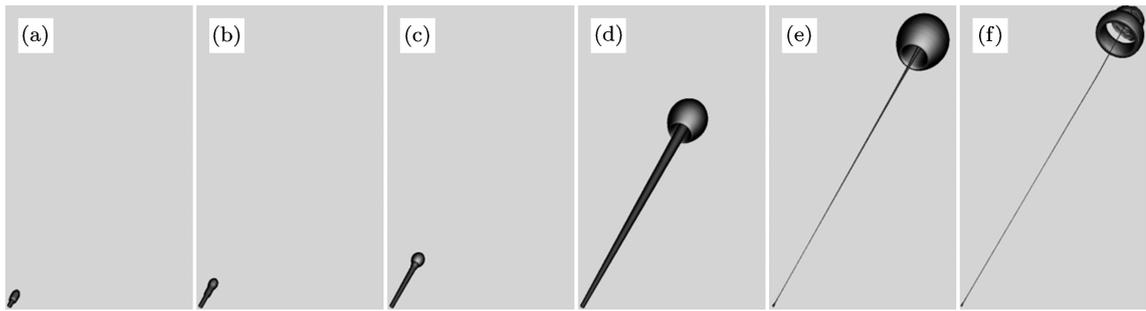


图3 当  $Re = 160$  和  $T_{inj}^* = 2.2$  时, 蘑菇形涡生成演化过程三维结构的数值结果 (观察视角: 方位角  $143^\circ$ , 仰角  $110^\circ$ ) (a)  $t^* = 0.045$ ; (b)  $t^* = 0.089$ ; (c)  $t^* = 0.22$ ; (d)  $t^* = 2.2$ ; (e)  $t^* = 4.5$ ; (f)  $t^* = 17.8$

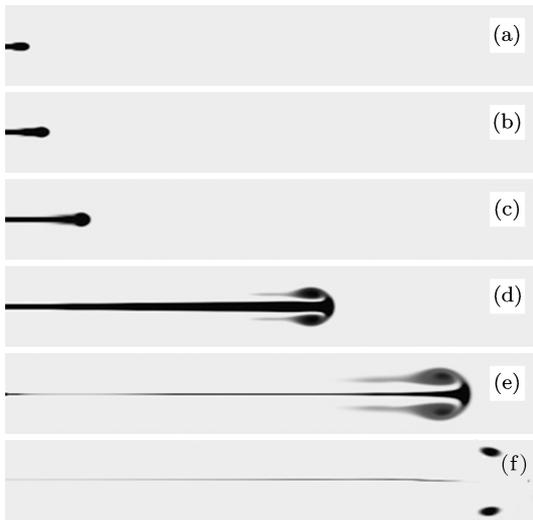


图4 当  $Re = 160$  和  $T_{inj}^* = 2.2$  时, 蘑菇形涡生成演化过程二维俯视结构的数值结果 (a)  $t^* = 0.045$ ; (b)  $t^* = 0.089$ ; (c)  $t^* = 0.22$ ; (d)  $t^* = 2.2$ ; (e)  $t^* = 4.5$ ; (f)  $t^* = 17.8$

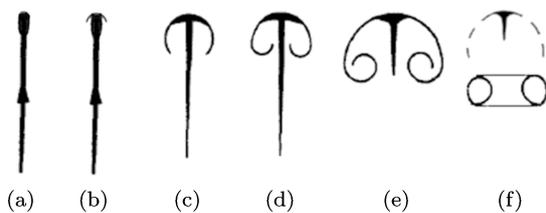


图5 射流演化形态结构示意图

在过渡阶段之后的阶段称为射流发展阶段, 这个阶段包括三个过程. 第一个过程如图 3(c) 和图 4(c) 所示, 在射流液体被卷吸进入圆突结构的过程中, 圆突结构与背景流体形成一个剪切层, 并在剪切层作用下发生弯曲, 其形态结构如图 5(c) 所示. 第二个过程如图 3(d) 和图 4(d) 所示, 在圆突结构弯曲的过程中, 会逐渐转变为与射流方向相反的回流, 其中回流液体紧贴在主干流周围, 被包裹在圆突结

构内部, 其形态结构如图 5(d) 所示. 第三个过程如图 3(e) 和图 4(e) 所示, 随着射流液体不断被卷吸进入圆突结构内部, 回流逐渐远离主流, 使得圆突结构不断“膨胀”, 并在剪切层的作用下产生二次回流, 其形态结构如图 5(e) 所示.

在射流发展阶段, 射流形态在横截面上呈现为螺旋涡结构, 而其三维结构则表现为螺旋涡环形式. 由于螺旋涡环的包络外形犹如张开的蘑菇菌伞, 而射流主干流形似菌柄, 因此这是一种典型的蘑菇形涡结构. 当蘑菇形涡结构形成后, 在射流液体的不断注入下随时间稳定增长. 当射流停止后, 主干流动逐渐消失, 但残余射流液体继续进入蘑菇形涡结构内部, 直到射流液体全部被吸入其内部, 最终形成“无柄”的蘑菇形涡结构, 其形态结构如图 5(e) 所示.

由图 3(f) 和图 4(f) 可知, 当射流液体全部被吸入蘑菇形涡结构内部后, 主干流动完全消失, 涡环逐渐脱离蘑菇菌伞, 其形态结构如图 5(f) 所示. 由于螺旋涡环得不到射流提供的动量, 其发展受到抑制, 蘑菇形涡结构开始逐渐衰退, 最终在背景流体中耗散, 这个阶段称为射流衰退阶段.

### 3.2 蘑菇形涡的几何结构参数特性

结果表明, 在圆管潜射流的三个不同阶段, 其演化特征有着较大的差异. 为了对三个不同演化阶段中蘑菇形涡几何结构的变化规律进行定量分析, 定义如下三个特征参数, 分别称为射流长度  $L$ 、螺旋形涡环半径  $R$  和螺旋涡环包络外形长度  $d$ , 如图 6 所示. 其中, 射流长度为射流头部与射流喷嘴出口  $O$  之间的距离, 螺旋涡环包络外形长度为射流头部与回流所在位置的纵向间距.  $O'$  为射流虚拟原点,  $T$ ,  $G$  和  $M$  分别为蘑菇形涡结构的二次回流点、几何中心和动量源作用中心, 具体讨论见下一节.

设  $L_{\text{ref}}$ ,  $R_{\text{ref}}$  和  $d_{\text{ref}}$  分别为  $L$ ,  $R$  和  $d$  的参考值, 在本文中取为各参数在  $T_{inj}^* = 2.2$  时的计算结果. 利用这些参考值, 定义无量纲射流长度  $L^*$ 、螺旋形涡环半径  $R^*$  和螺旋涡环包络外形长度  $d^*$  如下:

$$L^* = L/L_{\text{ref}}, \quad R^* = R/R_{\text{ref}}, \quad d^* = d/d_{\text{ref}}. \quad (4)$$

图 7 给出了  $L^*$ ,  $R^*$  和  $d^*$  随无量纲时间  $t^*$  变化特性的数值结果, 其中  $S^*$  表示  $L^*$ ,  $R^*$  或  $d^*$ . 由图可知, 随着无量纲时间  $t^*$  的变化,  $S^*$  与  $t^*$  具有不同的对应关系, 整个曲线有两个明显的转折点, 这两个转折点正好对应于射流演化的三个阶段, 即启动阶段、发展阶段与衰退阶段.

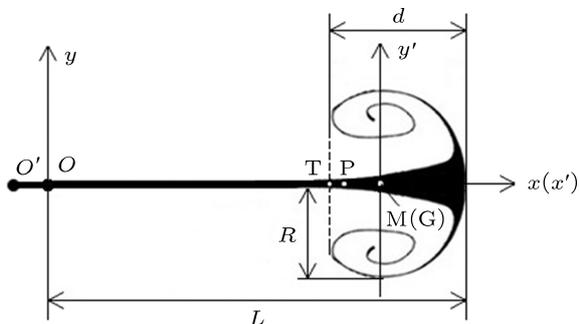


图 6 蘑菇形涡几何结构参数定义示意图

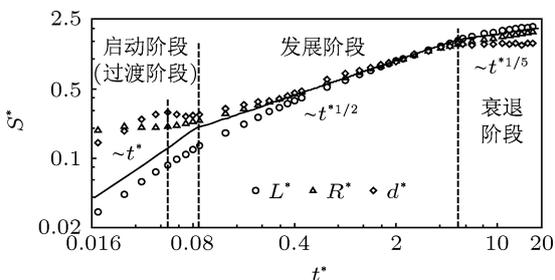


图 7 当  $Re = 160$  和  $T_{inj}^* = 2.2$  时,  $L^*$ 、 $R^*$  和  $d^*$  随无量纲时间  $t^*$  的变化特性

由图 7 可知, 射流启动阶段持续时间很短, 其无量纲时间约为  $t_j^* = 0.08$ . 在射流启动阶段, 在射流液体进入其头部区域的过程中, 由于受背景流体的阻滞作用, 进入头部区域的射流液体与背景流体形成一个剪切层, 因此螺旋涡环包络本质上是由剪切层流动引起的. 在这个过程中, 由于进入头部区域射流液体的流量是恒定的, 因此圆突结构的半径变化很小, 即无因次螺旋形涡环半径  $R^*$  近似为常数, 而无因次射流长度  $L^*$  和包络外形长度  $d^*$  则随无因次时间  $t^*$  近似线性增大. 在射流启动阶段结束后, 由于射流动量的作用增大, 在背景流体的黏性

阻力作用下, 会出现一个持续时间很短的过渡阶段. 由图 7 可知, 在射流过渡阶段, 包络外形长度  $d^*$  近似为一个常数, 而无因次射流长度  $L^*$  和螺旋形涡环半径  $R^*$  则随无因量纲时间  $t^*$  近似线性增大.

在射流启动阶段,  $R^*$  近似为一个常数, 虽然  $L^*$  和  $d^*$  均随无因量纲时间  $t^*$  近似线性变化, 但其斜率是不同的. 另一方面, 在射流过渡阶段,  $d^*$  近似为一个常数, 虽然  $L^*$  和  $R^*$  均随无因量纲时间  $t^*$  近似线性变化, 但其斜率也是不同的. 这意味着射流启动和过渡阶段的  $R^*$ ,  $L^*$  和  $d^*$  都不是自相似或自保持的. 但当流动进入发展阶段后, 如图 7 所示, 在对数坐标系下,  $R^*$ ,  $L^*$  和  $d^*$  随无量纲时间  $t^{*1/2}$  的变化规律近似为一条直线, 这意味着在射流发展阶段中蘑菇形涡结构是自相似或自保持的. 利用图 7 中的数据, 采用数据拟合方法可得

$$S^* = C_S t^{*1/2}, \quad (5)$$

其中,  $C_S = 0.7$ .

从机理上看, 层流射流的发展是依靠射流提供动量的不断作用来维持的. 当射流动量在作用一段时间消失后, 射流的发展将必然无法继续维持, 射流结构不可避免地会进入衰退阶段. 由图 7 可知, 当射流演化进入衰退阶段后,  $L^*$ ,  $R^*$  和  $d^*$  随无量纲时间  $t^*$  的变化规律发生显著变化, 而且并不存在一个明显的过渡期. 其中,  $L^*$  和  $R^*$  近似与  $t^{*1/5}$  相关, 而  $d^*$  近似为一个常数, 即此时螺旋涡环包络外形长度已不再随时间发生变化, 这意味着在衰退阶段中蘑菇形涡结构已不在具有自相似或自保持性.

下面进一步考察不同雷诺数和射流时间的组合对蘑菇形涡结构参数特性的影响, 结果如图 8 所示. 由图可知, 对发展阶段的蘑菇形涡结构, 在雷诺数和无量纲射流时间的不同组合下, 其  $L^*$ ,  $R^*$  和  $d^*$  随  $t^*$  的变化规律仍然满足 (5) 式中的正比关系, 即雷诺数和无量纲射流时间的不同组合并不影响  $L^*$ ,  $R^*$  和  $d^*$  随  $t^*$  的变化规律, 其影响主要表现在启动和衰退阶段. 这意味着在发展阶段中雷诺数和无量纲射流时间的不同组合并不影响蘑菇形涡结构的自相似或自保持性.

下面对数值结果进行简化理论分析与解释. 在圆管潜射流的发展阶段, 可以将其视为一个轴对称局部点动量源在一个无界同质流体中的演化问题. 由动量平衡及质量守恒条件可得 [27]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} &= -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + H(t) J \delta(x), \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{J} = (J, 0, 0)$  为射流动量矢量,  $\delta(x)$  为狄拉克函数,  $H(t)$  为单位跃阶函数, 即当  $t < 0$  时,  $H(t) = 0$ ; 当  $t = 0$  时,  $H(t) = 0.5$ ; 当  $t > 0$  时,  $H(t) = 1$ .

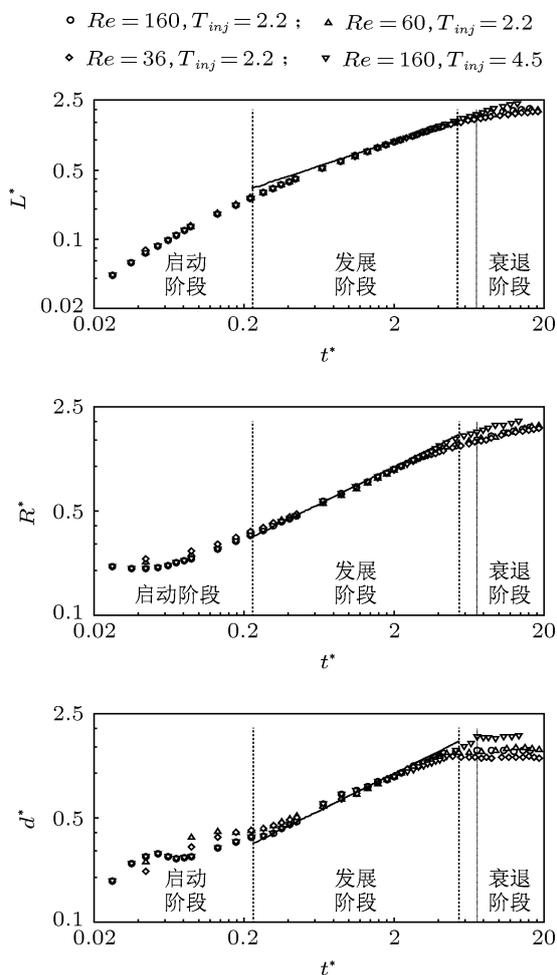


图8 不同雷诺数和射流时间组合下,  $L^*$ ,  $R^*$  和  $d^*$  随无量纲时间  $t^*$  的变化特性

对处于发展阶段的射流, 可将其演化视作一个远场问题, 即在坐标原点处的奇性可以忽略. 忽略掉动量方程中的非线性部分, 在线性近似下, 可得(6)式的时间依赖线性解为<sup>[27]</sup>

$$\mathbf{u} = -Jt \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^3} \right). \quad (7)$$

上式为欧拉观点下的速度场解, 若以拉格朗日的观点来考量, 从射流启动瞬间, 设有一个流体质点从射流的水平管出口流出, 沿  $ox$  轴正方向沿着射流中心轴线运动, 并且处于射流的最前端. 那么, 此流体质点随时间所经过的位移即射流最前端的位置  $L$ , 设其运动速度为  $u_{hp}$ , 此即射流头部的运动速度. 由(7)可得

$$u_{hp} = Jt \frac{1}{2\pi} L^{-3}. \quad (8)$$

将  $u_{hp} = dL/dt$  代入(8)式可得

$$L = \left( \frac{J}{\pi} \right)^{1/4} t^{1/2}. \quad (9)$$

对蘑菇形涡结构, 其体积  $V$  的增长是由射流流体的进入所引起的, 参考液滴模形<sup>[6]</sup>,  $V$  随时间的变化率可表示为

$$\frac{dV}{dt} = 8\pi v x \left[ 1 - \left( \frac{u_B}{u_m} \right)^{1/2} \right]^2, \quad (10)$$

其中,  $u_B$  为蘑菇形涡结构的整体水平移动速度,  $u_m$  为射流中心轴线上纵向速度的最大值. 由文献<sup>[7]</sup>可知,  $u_m$  和  $u_B$  皆与  $t^{1/2}$  成正比关系, 而  $x$  也与  $t^{1/2}$  成正比关系, 故(10)式可改写为

$$\frac{dV}{dt} = C_B t^{1/2}, \quad (11)$$

其中,  $C_B$  为一个常数.

由(11)式可得

$$V = \frac{2}{3} C_B t^{3/2}. \quad (12)$$

根据蘑菇形涡结构的空问结构特征, 其体积可表示为  $V = V(R, d)$ , 将启动阶段结束时蘑菇形涡结构的体积作为其初值, 即

$$V = 2\pi R_0^2 d_0 / 3, \quad (13)$$

其中,  $R_0$  和  $d_0$  分别为启动阶段结束时蘑菇形涡结构的半径及其包络外形长度.

根据发展阶段蘑菇形涡结构在其演化过程中的自相似性, 结合(13)式可得,  $V \propto R^2$  和  $V \propto d$ , 再由(12)式可得

$$R \propto t^{1/2}, d \propto t^{1/2}. \quad (14)$$

由此可见, 在发展阶段, 蘑菇形涡结构的无量纲射流长度  $L^*$ 、螺旋形涡环半径  $R^*$  和螺旋涡环包络外形长度  $d^*$  均与  $t^{*1/2}$  成正比关系, 理论预测结果与数值结果一致.

下面考虑网格适应性问题. 为此, 将  $300 \times 120 \times 48$  称为网格1, 同时采用另外两种网格, 分别为, 网格2:  $200 \times 120 \times 64$  和网格3:  $200 \times 120 \times 48$ . 在三套网格下,  $L^*$ ,  $R^*$  和  $d^*$  的数值结果如图9所示. 由图可见,  $L^*$  和  $R^*$  在这三套网格下的差异均较小, 特别是在网格1和2下基本重合.  $d^*$  在网格1和2基本重合, 但在启动阶段网格3与网格1及2的结果有较大差异. 由此可见, 采用网格1进行计算是合理可靠的.

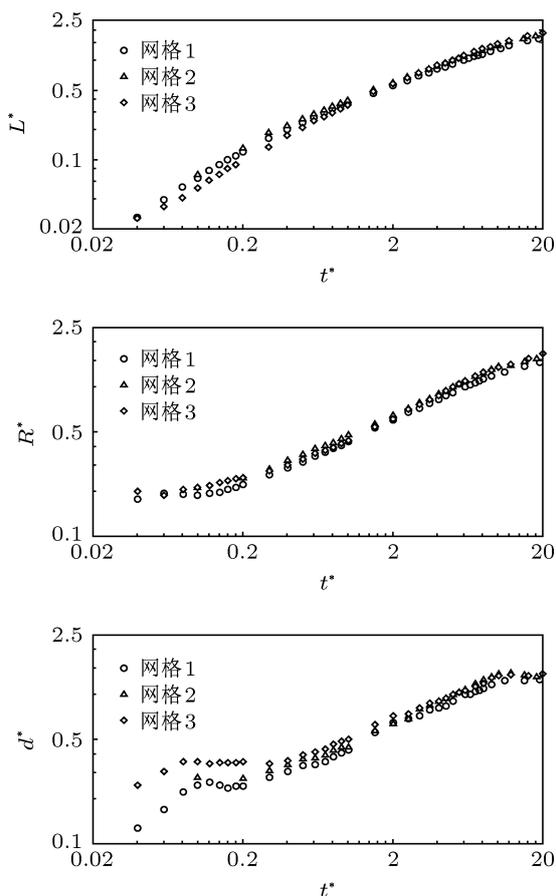


图9 在三套不同网格下,  $L^*$ ,  $R^*$  和  $d^*$  的数值结果

### 3.3 速度与涡量场变化特性

在湍流射流的情况, 保持射流出口速度不变的区域称为射流核心区, 沿着水平管纵向从出口至核心区末端的区域称为射流的初始段, 在初始段下游区域绝大部分为充分发展的湍流混掺区, 称为射流主体段. 湍流射流的一个重要特点是: 在射流主体段, 各断面纵向速度分布是自相似的或自保持的 [34].

下面考虑层流射流时各断面纵向速度分布的自相似或自保持性. 为此, 设  $u$  为某断面任意一点的纵向速度,  $u_m$  为断面中心轴线上纵向速度的最大值, 定义射流名义半扩展厚度  $b_{1/2}$  为  $u = u_m/2$  时  $y$  的值, 记  $\eta = y/b_{1/2}$  为横向归一化坐标. 在图 10 中, 给出了当  $Re = 160$ ,  $T_{mj}^* = 2.2$  和  $t^* = 3.6$  时, 不同断面上纵向速度分布的数值结果. 由图可知, 随着横向归一化坐标  $\eta$  的增加, 射流纵向归一化速度分布  $u/u_m$  从中心轴处的最大值逐渐地衰减到零值. 数值结果表明, 对发展阶段的不同时刻  $t^*$ , 在不同断面上射流纵向归一化速度分布  $u/u_m$  均满足如

下关系:

$$u/u_m = 1/(1 + 0.25(\xi_{1/2}\eta)^2)^2, \quad (15)$$

其中,  $\xi_{1/2} = 1.287$ .

由此可见, 层流射流时各断面纵向速度分布也似自相似或自保持的. 设  $\bar{u}_0$  为断面中心轴线上纵向速度,  $x$  为断面中心轴线上点到射流管出口  $O$  的距离,  $x_0$  为虚拟原点  $O'$  到坐标轴原点  $O$  的距离, 在本文雷诺数下  $x_0 = 8D$  [35]. 下面考虑不同时刻下  $\bar{u}_0$  随其位置变化特性, 结果如图 11 所示. 由图可知, 在给定时刻,  $\bar{u}_0$  随  $x$  的增加首先是减小的, 在断面中心轴线的某个位置 (P 点) 达到其局部极小; 然后随  $x$  的增加而增大, 并在断面中心轴线的某个位置 (M 点) 达到其局部极大; 之后, 随  $x$  的增加而减小. 由图还可以发现,  $\bar{u}_0$  局部极小值点的几何位置与蘑菇形结构的二次回流有关, 而且二次回流点的位置 (T 点) 与局部极小值点的位置几乎重合, 这意味着可以将局部极小值的位置近似为二次回流点的位置.

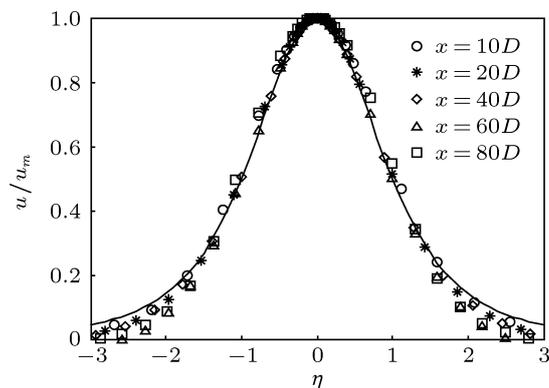


图 10 当  $Re = 160$ ,  $T_{mj}^* = 2.2$  和  $t^* = 3.6$  时, 不同断面上纵向速度分布数值结果

将在蘑菇形涡结构内部位于射流中轴线上速度的局部极大值点称为动量源作用中心, 设  $G$  为蘑菇形涡结构的几何中心, 而  $u_M$  和  $u_G$  分别为动量源作用中心和几何中心沿中心轴线的纵向速度. 记  $u^* = u_M/u_0$  或  $u^* = u_G/u_0$ , 则在蘑菇形涡结构的发展阶段  $u^*$  随时间变化特性的数值结果如图 12 所示. 由图可知, 蘑菇形涡结构的动量源作用中心  $M$  和几何中心  $G$  沿中心轴线的纵向速度几乎是相同的, 这意味着可以将几何中心近似视为蘑菇形涡结构的动量源作用中心. 利用图 12 中的数据, 采用数据拟合方法可得

$$u^* = 0.4t^{*-1/2}. \quad (16)$$

如图 6 所示, 定义直角坐标系  $Mx'y'z'$ , 其中  $Mx'$  轴与  $ox$  轴重合,  $My'$  轴与  $oy$  轴平行,  $Mz'$  轴与  $oz$  轴平行.  $Mz'$  轴向上的涡量定义为  $\omega_z = \frac{\partial u}{\partial y'} - \frac{\partial v}{\partial x'}$ . 在图 13 中, 给出了当  $Re = 160$ ,  $T_{inj}^* = 2.2$  和  $t^* = 4.5$  时, 在平行  $My'$  轴的直线上涡量  $\omega_z$  分布的数值结果. 由图可知, 在平行  $My'$  轴的直线上涡量  $\omega_z$  关于  $Mx'$  轴是反对称的, 即此时蘑菇形涡结构在过  $Mx'$  轴的平面上属于偶极子形的. 此外, 涡量  $\omega_z$  峰值的绝对值在过动量源作用中心且垂直于  $Mx'$  轴的直线 (即  $x' = 0$ ) 上最大, 而且在射流轴线附近涡量  $\omega_z$  与  $y'$  近似呈线性关系, 而在过动量源作用中心后方的直线 (即  $x' < 0$ ) 上涡量  $\omega_z$  出现纽结 (kink) 现象, 这种纽结现象表现为在动量源作用中心后方存在一个很长的尾巴状结构 (tail-like structure)<sup>[36]</sup>.

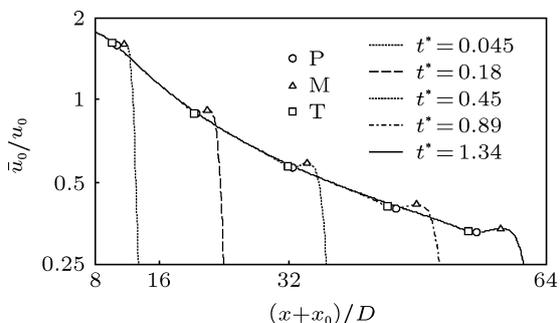


图 11 当  $Re = 160$  和  $T_{inj}^* = 2.2$  时, 断面中心轴线上纵向速度变化特性的数值结果

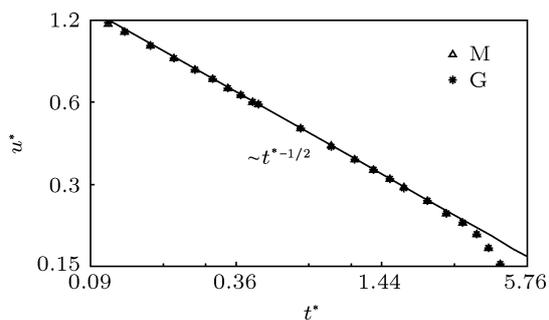


图 12 当  $Re = 160$  和  $T_{inj}^* = 2.2$  时, 动量源作用中心和几何中心沿中心轴线的纵向速度随时间变化特性的数值结果

最后考察涡量-流函数特性, 其中流函数  $\psi$  控制方程为  $\nabla^2 \psi = -\omega_z$ . 设  $u_d$  和  $v_d$  分别为蘑菇形涡结构整体移动速度的纵向和横向分量, 将流函数  $\psi$  修正为  $\psi' = \psi - u_d y' + v_d x'$ . 在图 14 中, 给出了在三个不同时刻下  $Mx'y'$  平面上涡量-流函数散点图. 由图可知, 所得散点图由两个中心对称的分支组成, 由于在动量源作用中心后方区域涡量  $\omega_z$  存在纽结现象, 因此各分支的散点并不集中在某个曲线附近,

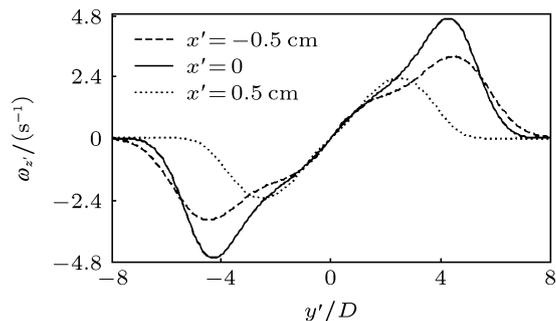


图 13 当  $Re = 160$ ,  $T_{inj}^* = 2.2$  时, 在  $t^* = 4.5$  时刻涡量  $\omega_z$  变化特性的数值结果

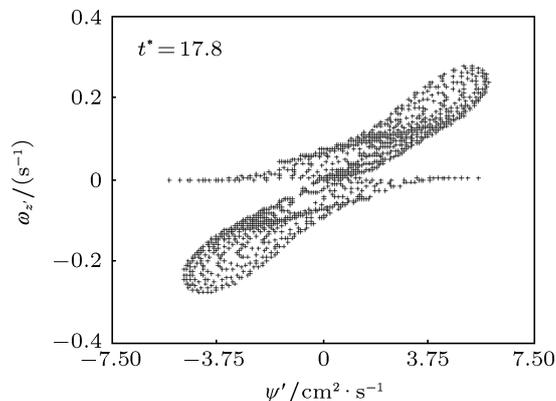
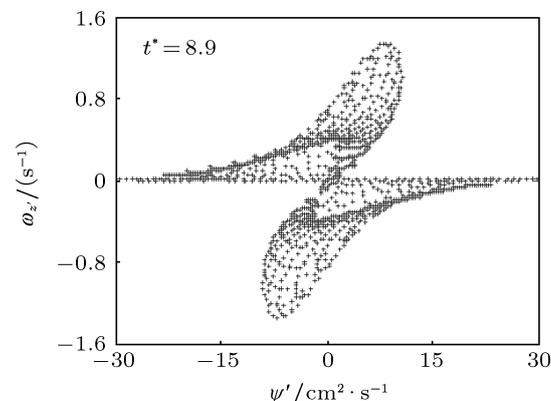
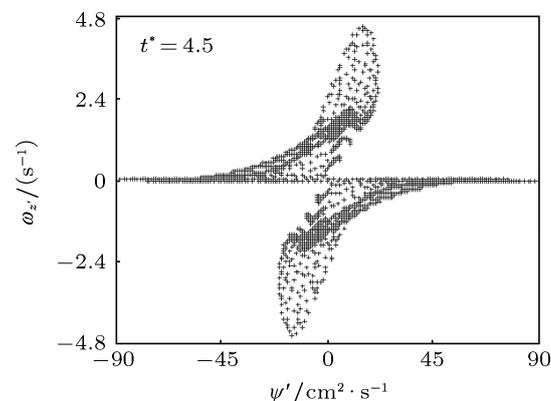


图 14 当  $Re = 160$  和  $T_{inj}^* = 2.2$  时,  $Mx'y'$  平面上涡量-流函数散点图

而是形成一个形似“镰刀”形的区域,这与准二维偶极子涡的涡量-流函数散点图特性不同<sup>[36,37]</sup>.将上分支右侧边缘与下分支左侧边缘连成一条曲线,由图可知,随着演化时间的增大该曲线逐渐近似成为一条直线.

#### 4 结论

采用基于不可压 Navier-Stokes 方程的 CFD 方法,研究了在不同雷诺数和射流时间组合下蘑菇形涡结构的形成机理及其表现特性,主要结果如下:

蘑菇形涡结构是层流射流在背景流体阻滞作用下产生的一类环形回流现象,其形成与演化过程可分为三个不同的阶段,分别为启动阶段、发展阶段和衰退阶段.在启动阶段,回流液体紧贴于主干流动周围, $L^*$ 与 $d^*$ 均随 $t^*$ 线性变化,而 $R^*$ 则近似

为一个常数.在发展阶段,回流逐渐远离主干流并产生二次回流,蘑菇形涡结构具有自相似性, $L^*$ , $R^*$ 和 $d^*$ 均与 $t^{*1/2}$ 成正比关系,而且雷诺数和无量纲射流时间不影响该正比关系.在衰退阶段, $L^*$ 和 $R^*$ 与 $t^{*1/5}$ 相关,而 $d^*$ 则近似为一个常数.

在发展阶段,射流轴线上的纵向速度存在局部极小和极大值点,局部极小值点与蘑菇形涡结构的二次回流点位置重合,局部极大值点与蘑菇形涡结构的几何中心重合,该点亦为蘑菇形涡结构的动量源作用中心.在过射流中心轴线的平面上,垂向涡量关于该中心轴线反对称,而且在动量源作用中心后方垂直于射流轴线的直线上垂向涡量分布出现扭结现象.涡量-流函数散点图由两个中心对称的分支组成,但各分支的散点并不集中在某个曲线附近,而是随着演化时间的增大上分支右侧边缘与下分支左侧边缘连线逐渐近似成为一条直线.

- [1] Ivanov A Y, Ginsburg A I 2002 *Proc. Indan Acad. Sci. (Earth Planet. Sci.)* **111** 281
- [2] Fedorov K N, Ginsburg A I 1989 *Mesoscale/Synoptic Coherent structures in Geophysical Turbulence* **50** 1
- [3] Van Heijst G J F, Clercx H J H 2009 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **41** 143
- [4] Meunier P, Spedding G R 2006 *J. Fluid Mech.* **552** 229
- [5] Wei G, Dai S Q 2006 *Advances in Mechanics* **36** 111 (in Chinese) [魏岗,戴世强 2006 力学进展 **36** 111]
- [6] Abramovich S, Solan A 1973 *J. Fluid Mech.* **59** 791
- [7] Sozou G, Pickering W M 1977 *J. Fluid Mech.* **80** 673
- [8] Sozou G 1979 *J. Fluid Mech.* **91** 541
- [9] Fan Q L, Wang X L, Zhang H Q, Guo Y C, Lin W Y 2002 *Advances in Mechanics* **32** 109 (in Chinese) [范全林,王希麟,张会强,郭印诚,林文漪 2002 力学进展 **32** 109]
- [10] Yule A J 1978 *J. Fluid Mech.* **89** 413
- [11] Tso J, Hussain F 1989 *J. Fluid Mech.* **203** 425
- [12] Fiedler H E 1988 *Progress in Aerospace Science* **25** 231
- [13] Sous D, Bonneton N, Sommeria J 2004 *Phys. Fluids* **16** 2886
- [14] Sous D, Bonneton N, Sommeria J 2005 *European Journal of Mechanics B/Fluids* **24** 19
- [15] Praud O, Fincham A M 2005 *J. Fluid Mech.* **544** 1
- [16] Meunier P, Diamessis P J, Spedding G R 2006 *Phys. Fluids* **18** 1
- [17] Chen K, You Y X, Hu T Q, Zhu M H, Wang X Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 024702 (in Chinese) [陈科,尤云祥,胡天群,朱敏慧,王小青 2011 物理学报 **60** 024702]
- [18] Danaila I, Dusek J, Anselmet F 1997 *Phys. Fluids* **9** 3323
- [19] O'Neil P, Soria J, Honnery D 2004 *Exp. Fluids* **36** 473
- [20] Kwon S J, Seo I W 2005 *Exp. Fluids* **38** 801
- [21] Reynolds A J 1962 *J. Fluid Mech.* **14** 552
- [22] McNaughton K J, Sinclair C G 1966 *J. Fluid Mech.* **25** 367
- [23] Gill A E 1965 *J. Fluid Mech.* **14** 557
- [24] Schneider W 1985 *J. Fluid Mech.* **154** 91
- [25] Petrov P A 1973 *Fluid Dynamics* **8** 190
- [26] Chen Y, Li D H, E X Q 1991 *Acta Mechanica Sinica* **23** 721 (in Chinese) [陈远,李东辉,鄂学金 1991 力学学报 **23** 721]
- [27] Afanasyev Y D, Korabel V N 2004 *J. Fluid Mech.* **16** 3850
- [28] Voropayev S I, Afanasyev Y D, Korabel V N, Filippov I A 2003 *Phys. Fluids* **15** 3420
- [29] Qu Y P, Chen S Y, Wang X P, Teng S G 2008 *Journal of Engineering Thermophysics* **29** 957 [曲延鹏,陈颂英,王小鹏,腾书格 2008 工程热物理学报 **29** 957]
- [30] Zhao P H, Ye T H, Zhu H M, Chen J, Chen Y L 2012 *Journal of Engineering Thermophysics* **33** 529 [赵平辉,叶桃红,朱昊明,陈靖,陈义良 2012 工程热物理学报 **33** 529]
- [31] Du C, Xu M Y, Mi J C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6331 (in Chinese) [杜诚,徐敏义,米建春 2010 物理学报 **59** 6331]
- [32] Durst F, Ray S, Unsal B, Bayoumi O A 2005 *J. Fluids Eng.* **127** 1154
- [33] Lee J H W, Chu V H 2003 *Turbulent Jets and Plumes: A Lagrangian Approach* (Dordrecht: Kluwer Academic Publisher) p6
- [34] Schlichting H 1979 *Boundary Layer Theory* (7th Edn.) (New York: McGraw-Hill) 230
- [35] Antonio R, Antonio L S 2002 *Phys. Fluids* **14** 1821
- [36] Beckers M, Clercx H J H, van Heijst G J F 2002 *Phys. Fluids* **14** 704
- [37] Meleshko V V, van Heijst G J F 1994 *J. Fluid Mech.* **272** 157

# Numerical investigation on the characteristics of the mushroom-like vortex structure generated by a submerged laminar round jet\*

Chen Yun-Xiang Chen Ke You Yun-Xiang<sup>†</sup> Hu Tian-Qun

(State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai JiaoTong University, Shanghai 200240, China)

(Received 17 December 2012; revised manuscript received 18 February 2013)

## Abstract

A numerical investigation on the evolution mechanism and characteristics of the submerged laminar round jet in a viscous homogeneous fluid is conducted by using the computational fluid dynamics method based on the incompressible Navier-Stokes equation. Three non-dimensional parameters for the mushroom-like vortex structure, including the length of the jet  $L^*$ , the radius of the mushroom-like vortex  $R^*$  and the length of vortex circulation  $d^*$ , are introduced and the variation characteristics of these parameters with the non-dimensional time  $t^*$  are quantitatively analyzed. Results show that there exist three distinct stages in the formation and evolution procedures of the mushroom-like vortex structure, including the starting, developing and decaying stages. In the starting stage,  $L^*$  and  $d^*$  increase linearly with  $t^*$ , while  $R^*$  approximately remains to be a constant; in the developing stage, a considerable self-similarity is confirmed, and  $L^*$ ,  $R^*$ ,  $d^*$  display the same proportional relationship to  $t^{*1/2}$  regardless of the variations of Reynolds number and injection duration; in the decaying stage,  $L^*$  and  $R^*$  are approximately proportional to  $t^{*1/5}$ , while  $d^*$  nearly levels off as a constant. Moreover, velocity characteristics at the secondary backflow point and the momentum and geometry centers, the distribution features of the vertical vorticity, as well as the vorticity-stream function relationship are analyzed for the mushroom-like vortex structure.

**Keywords:** submerged round jet, mushroom-like vortex, evolution mechanism

**PACS:** 47.11.-j, 47.15.-x, 47.60.Kz, 47.32.C-

**DOI:** 10.7498/aps.62.114701

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11072153), and the Foundation of state key Lab. of Ocean Engineering (Grant No. GP010819).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: youyx@sjtu.edu.cn