

可压缩涡流场中空泡运动规律及声辐射特性研究*

叶曦 姚熊亮 张阿漫[†] 庞福振

(哈尔滨工程大学船舶工程学院, 哈尔滨 150001)

(2012年12月18日收到; 2013年2月11日收到修改稿)

基于可压缩流体力学基本理论, 通过边界积分方程, 采用不同表面压力模型, 求解空泡在计及可压缩性的涡流场中的运动规律; 通过表面离散及坐标变换, 采用 Kirchhoff 动边界积分方程, 将空泡表面视为运动变形边界, 作为直接噪声源, 获得涡流场中空泡运动产生的时域声压分布; 分析了涡流场参数对空泡运动规律及声辐射特性的影响. 研究表明: 计及流场可压缩性, 空泡的脉动幅度会随时间减弱, 辐射声压幅值随之减小; 空泡在涡流场中会发生延展、颈缩、撕裂, 并在撕裂后子空泡中形成射流; 当流场中的压力减小时, 空泡运动过程中的最大半径与撕裂前的最大长度逐渐增加, 且当流场中压力较小时, 空泡撕裂时形成的子空泡增多; 空泡辐射声压的指向性较弱, 撕裂会使辐射声压产生突变, 形成极大峰值; 随着涡通量的增大或空泡数的减小, 空泡脉动周期及其诱导的辐射声压波动周期随之延长, 辐射声压峰值逐渐滞后并减小. 本文结果旨在为涡流场中空泡运动规律及声辐射特性的相关研究提供参考.

关键词: 可压缩, 涡流场, 空泡, 声辐射

PACS: 47.40.-x, 47.32.C-, 47.55.dd, 43.30.+m

DOI: 10.7498/aps.62.114702

1 引言

流体通过有限翼展的翼状结构, 会在其后释放自由涡^[1]. 由流场中存在的气核, 以及翼状结构高速运动所形成的低压区内生成的空泡, 被涡流场捕捉后, 会发生如延展、撕裂、射流等一系列复杂的运动^[2-6]. 船舶高速航行时, 螺旋桨旋转在船后形成涡流场, 而尾迹内存在大量的空泡^[7], 同时空泡在坍塌、溃灭过程中会对螺旋桨表面产生剥蚀, 并辐射大量噪声, 对于隐身性、安全性要求较高的军用舰船, 不仅会使其易被敌方侦测而暴露位置, 且会对舰船的强度及操纵性造成负面影响. 因此, 研究涡流场中的空泡运动规律及声辐射特性, 有助于提高舰船航行的安全、隐蔽性, 具有较高的工程实用价值.

空泡辐射噪声的求解多是采用边界积分方程. Kirchhoff 边界积分方程假定流场满足线性波动方程, 广泛应用于内外声场的求解^[8,9]. 考虑到运动结

构声场求解的需要, Morgans^[10] 和 Farassat^[11] 将广义 Kirchhoff 方程进行扩展, 由包围结构的运动变形边界, 求得内外场声辐射. 然而, Farassat 在求解过程中提出的坐标变换方法, 对于某些形状的面, 边界积分方程中的被积函数是多值的, 无法直接进行求解, 因此对边界面的形状有所限制.

由于流体的可压缩性, 空泡的能量会在运动过程中不断耗散^[12], 以声能的形式向外传播. 以往所采用的数值模型多是基于流场不可压缩的假设^[13,14], 流场中的气泡运动及声能不随时间衰减, 总能量不守恒. 如 Choi 等人在文献^[2-4]中关于辐射声压的结果, 由拉普拉斯方程对应的边界积分方程直接求得, 未计空泡能量的衰减和声波传播的延迟效应. 鲁传敬、戚定满^[15,16] 基于混合边界元法, 采用不可压缩边界元法求解空泡的运动规律, 在空泡近场处设置一包围空泡的固定虚拟面作为辐射声源, 采用定边界积分方程求解流场中的声压分布. 然而, 为了便于将节点造成的扰动在测点处叠加, 虚拟面上网格的划分取决于测点与空泡的相

* 国家自然科学基金重点项目 (批准号: 50939002), 国家安全重大基础研究项目 (批准号: 613157) 和优秀青年科学基金 (批准号: 51222904) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: amanzhang@gmail.com

对位置,同时单元长度与时间步相关;改变测点位置后需对虚拟面重新离散,多测点求解时较为不便,而减小时间步则会增加网格数量,提高计算耗费. Turangan 等^[17]采用自由拉格朗日法求解冲击波诱导下的气泡运动,通过定边界 FH-W 方程^[18,19]与 Kirchhoff 方程,同样借助设置固定虚拟面求解流场中的辐射声压.基于固定虚拟面的辐射噪声求解,实际上将空泡的运动与噪声计算相分离.一方面虚拟面的布设位置不能距离空泡表面过远,在使用定边界的 Kirchhoff 方程时,虚拟面需包围所有非线性因素^[18],故也不能距离空泡表面过近;另一方面,当空泡运动过程中的最大尺寸与最小尺寸、不同时刻的空泡位置相差过大,或是多空泡的辐射噪声计算,使固定虚拟面与空泡表面相距较远,无法获得准确结果.可知,固定虚拟面在布设位置及求解工况上有较多限制.

本文基于可压缩流体力学理论,借鉴 DAA 法^[20-22]思想,采用计及流场可压缩性的边界积分方程,求解涡流场中的空泡运动规律.为了克服固定虚拟面的不足,本文将动边界积分方程直接用于运动中的空泡表面,将空泡表面作为噪声源,求解其声辐射特性.采用单元离散映射的方式,可将动边界积分方程用于任意形状的面.

2 可压缩涡流场中的空泡运动基本理论

2.1 可压缩涡流场中的边界积分方程

本文计算模型如图 1 所示,空泡周围为可压缩流体,空泡运动过程绝热,且不计及粘性的影响,流场有一沿 z 轴正向的稳定流速 u_w ,考虑球形气核被涡流捕捉后的空泡运动特性.由 Helmholtz 分解定理可知,流场中的全速度矢量 \mathbf{u}_f 可表示为 $\mathbf{u}_f = \mathbf{u}_b + \mathbf{w}_f = \nabla\phi + \mathbf{w}_f$.其中, $\mathbf{u}_b = \nabla\phi$ 由空泡诱导产生, ϕ 为流场速度势, \mathbf{w}_f 为有旋流场速度.假定流场的扰动速度仅由空泡诱导产生,同时空泡的存在及其运动不影响背景涡流场,而涡流场的存在会对空泡运动产生影响,即空泡与涡流场之间为单向耦合^[2].考虑小幅扰动,将涡流场表示为某矢量势 β 的旋度 $\mathbf{w}_f = \nabla \times \beta$,由连续性方程可知

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}_f) &= \rho_0 \nabla \cdot (\mathbf{u}_b + \mathbf{w}_f) \\ &= \rho_0 \nabla^2 \phi + \rho_0 \nabla \cdot (\nabla \times \beta) = -\frac{\partial \rho'}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, ρ_0 为静止流体的密度, ρ' 为密度扰动.由于 $\nabla \cdot (\nabla \times \beta) = 0$,可知

$$\rho_0 \nabla^2 \phi = -\frac{\partial \rho'}{\partial t}. \quad (2)$$

将压力扰动 p 与速度势的关系式 $p = -\rho_0(\partial\phi/\partial t)$,以及物态方程 $p = c^2\rho'$ 代入上式即可推得线性波动方程

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

其中,对于小振幅扰动而言 $c \approx 1500\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.利用波动方程的格林函数^[23]并结合格林第二定理可得 Kirchhoff 延迟势方程

$$\begin{aligned} \alpha\phi(r_p, t) &= -\iint_{S(t)} \frac{\mathbf{r}_{pq} \cdot \mathbf{n}_q}{r_{pq}^3} \phi(r_q, \tau) dS \\ &\quad - \iint_{S(t)} \frac{\mathbf{r}_{pq} \cdot \mathbf{n}_q}{cr_{pq}^2} \frac{\partial\phi(r_q, \tau)}{\partial\tau} dS \\ &\quad - \iint_{S(t)} \frac{1}{r_{pq}} \frac{\partial\phi(r_q, \tau)}{\partial n} dS, \end{aligned} \quad (4)$$

其中, α 为立体角; \mathbf{r}_p 为场点位置矢量, \mathbf{r}_q 为源点位置矢量; \mathbf{n}_q 为源点处的单位法向量; $\tau = t - r_{pq}/c$ 为源点时间, t 为场点时间.为了求解空泡的运动规律,将场点 p 及源点 q 都布置在空泡表面上.当空泡运动时间较小时,表面某点的物理量仅与周围极小的球面微元相关^[20],由此可得空泡的前期局部近似

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}(r, t) + c\kappa\phi(r, t) = -c\frac{\partial\phi}{\partial n}(r, t), \quad (5)$$

其中, κ 为气泡表面的曲率.随着空泡的运动,表面上某点的速度势开始与整个表面相关^[22],此时将(4)式进行泰勒展开,并保留至前 2 阶,可得空泡运动的后期全局近似

$$\begin{aligned} \alpha\phi(r_p, t) &= -\iint_{S(t)} \frac{\mathbf{r}_{pq} \cdot \mathbf{n}_q}{r_{pq}^3} \phi(r_q, t) dS \\ &\quad - \iint_{S(t)} \frac{1}{r_{pq}} \frac{\partial\phi}{\partial n}(r_q, t) dS \\ &\quad - \frac{1}{c} \iint_{S(t)} \frac{\partial^2\phi}{\partial n \partial t}(r_q, t) dS. \end{aligned} \quad (6)$$

将(6)式表示为如下形式:

$$\Im\phi = -\Theta\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{c}\Re\frac{\partial^2\phi}{\partial n \partial t}, \quad (7)$$

其中, $\mathfrak{S}, \Theta, \mathfrak{K}$ 为对应的系数矩阵. 将 (5) 式与 (7) 式进行匹配, 可得可压缩流场中的边界积分方程^[24,25]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + c(\mathbf{\Pi} + \kappa) \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathbf{\Pi} \Theta^{-1} \mathfrak{S} c^2 \Phi \\ & = -c \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial n \partial t} + c \mathbf{T} \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

其中, Φ 为空泡表面的速度势矩阵; κ 为空泡表面的局部曲率矩阵; $\mathbf{\Pi} = (\Theta^{-1} \mathfrak{S} - \kappa)(\delta - \Theta^{-1} \mathfrak{K} \Theta^{-1} \mathfrak{S})^{-1}$, δ 为单位矩阵. 令声速无穷大, (8) 式即简化为不可压缩流场中的边界积分方程.

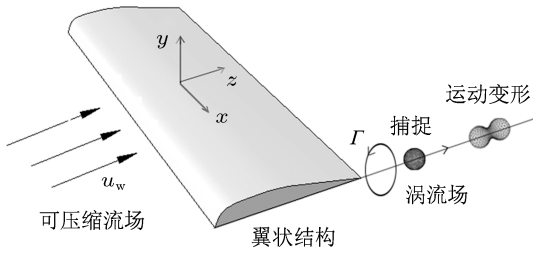


图1 涡流场及空泡模型

2.2 涡流场中空泡运动边界条件

在 Lagrange 观点下, 本文中空泡表面满足的运动学边界条件为

$$\frac{d\mathbf{x}_b}{dt} = \nabla \phi + \mathbf{u}_w, \quad (9)$$

其中, \mathbf{x}_b 为空泡表面节点的位置矢量. 将 \mathbf{u}_f 代入 Navier-Stokes 方程, 由于单向耦合的假设, 背景涡流场仍满足 Navier-stokes 方程, 同时忽略密度的小幅度扰动, 可得到修正的伯努利方程

$$\begin{aligned} & \nabla \left\{ \frac{P - P_{\text{vor}}}{\rho_0} + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \mathbf{w}_f \cdot \nabla \phi \right\} \\ & = \nabla \phi \times (\nabla \times \mathbf{w}_f), \end{aligned} \quad (10)$$

其中, P, P_{vor} 分别为流场中的压力与涡流场诱导压力. 采用高斯涡模型^[26] 描述涡流场, 流场中的涡流诱导压力为

$$\begin{aligned} P_{\text{vor}} = P_0 - \frac{\alpha \rho_0}{2} \left(\frac{\Gamma}{2\pi a_c} \right)^2 \\ \times \left[\xi^{-1} (1 - e^{-\xi})^2 + 2 \int_{\xi}^{2\xi} \frac{e^{-x}}{x} dx \right], \end{aligned} \quad (11)$$

其中, P_0 为流体静压力, Γ 为涡通量, a_c 为涡核半径; $\xi = \alpha(r/a_c)^2$, r 为场点到涡线的径向距离, $\alpha = 1.256$.

空泡表面处的压力分布 P_{vorb} 采用 SAP(Surface Average Pressure) 模型^[2] 与 NP(Node Pressure) 模型

描述. 其中, SAP 模型可用于涡流场中球状空泡运动规律的求解, 其对应的 P_{vorb} 为空泡表面压力的面积加权平均, 即表面流场一侧各处的压力相同, 当气泡半径较小, 空泡表面压力的梯度相比空泡表面张力可以忽略不计时, 采用 SAP 模型计算所得运动规律与实际情况极为相近; 而 NP 模型可用于非球状空泡的求解, 对应的 P_{vorb} 表达式如 (11) 式所示.

假定涡流场仅存在于轴线方向, 且在无穷远处空泡对流场的扰动衰减为 0, 由此将 (10) 式简化, 并采用 Lagrangian 形式表示, 可得空泡表面动力学边界条件

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{P - P_{\text{vorb}}}{\rho_0} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2. \quad (12)$$

考虑空泡壁面处表面张力的作用, 空泡壁面处的压力 P 满足

$$P = P_c + P_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma - \iota \kappa, \quad (13)$$

其中, P_0, V_0 为空泡内部的初始压力与初始体积, P_c 为饱和蒸汽压, γ 为气体比热, ι 为表面张力系数. 注意到流场中静压 $P_0 = 0.5\rho_0 u_w^2 \sigma_\infty + P_c$, 其中 σ_∞ 为空泡数. 联合求解 (8), (9), (12) 式以及 (13) 式即可获得可压缩涡流场中空泡的运动规律.

3 空泡运动诱导辐射声压的求解

3.1 求解运动边界声辐射的边界积分方程

在空泡运动及其表面上物理量可知的基础上, 求解其在流场中诱导的声辐射. 用于运动可变形边界声辐射求解的边界积分方程为^[11]

$$\begin{aligned} 4\pi\phi(\mathbf{x}, t) = & - \int_{S(\tau)} \left\{ \frac{1}{r(1-M_r)} \left[\frac{\partial \phi}{\partial n} + c^{-1} M_n \right. \right. \\ & \times \left(\frac{\partial \phi}{\partial \tau} - c M_n \frac{\partial \phi}{\partial n} \right. \\ & \left. \left. - c \mathbf{M}_l \cdot \nabla_2 \phi \right) \right\} dS_{y,\text{ret}} \\ & + \int_{S(\tau)} \left[\frac{(\phi \cos \theta)}{r^2(1-M_r)} \right]_{y,\text{ret}} dS \\ & + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S(\tau)} \left[\frac{(\cos \theta - M_n) \phi}{r(1-M_r)} \right]_{y,\text{ret}} dS, \end{aligned} \quad (14)$$

其中, \mathbf{y} 为流场中测点的位置矢量, 下标 \mathbf{x} 表示为边界面上各点的位置矢量; $S(\tau)$ 为运动边界; Φ 为流体速度势; $r = |\mathbf{y} - \mathbf{x}|$ 为测点与边界面上各

点之间的距离; 令马赫数 $M = v/c$, v 为边界面的运动速度, 法向马赫数 $M_n = v \cdot n/c = M \cdot n$, 辐射马赫数 $M_r = v \cdot \bar{r}/c$, $\bar{r} = (y - x)/r$ 为单位辐射矢径, $M_l = (M \cdot l)l$ 为马赫数 M 的切向分量, l 为边界面的单位切向量; θ 为辐射矢径与外法向量之间的夹角; ∇_2 为表面梯度算符, 其表达式为 $\nabla_2 \phi = \nabla \phi - n(n \cdot \nabla \phi)$; “ret” 表示计及边界面上不同位置的点到流场中测点之间, 声波传播的时间延迟. t 时刻在观测点 y 处的声压波动是由 τ^* 时刻的声源扰动所造成, 且 $\tau^* = t - |y - x|/c$.

3.2 动边界积分方程与涡流场中空泡的耦合

对于涡流场中的空泡而言, 其表面本身由流体质点构成, 因此表面运动变形的位移、速度与表面处流体的运动位移、速度一致. 本文中, 流场有一向前的流速 u_w , 而空泡随着流体一同向前运动, 即空泡与流体仍保持相对静止, 故此处马赫数 M 中的边界面运动速度取为 $v = \nabla \phi$, ϕ 取为空

泡表面速度势, 同时边界面上各点的位置矢量取为 $x = x_b$.

Farassat^[11] 的求解方式对于某些边界面形状可能会使 Kirchhoff 方程的被积函数为多值. 为了将 (14) 式所示的动边界积分方程直接应用于空泡运动诱导的声辐射求解, 本文采用表面离散映射的方式求解 (14) 式. 假定流场中观测点在某观测时刻的一部分扰动是由空泡表面的节点 n 在空泡的运动时刻 τ^* 造成, 称节点 n 为测点在此观测时刻的扰动节点, 其周边单元离散及映射方式如图 2 所示. 将各三角形单元映射到 $\xi-\eta$ 坐标系中, A, B, C 三个顶点坐标分别为 (1,0), (0,1), (0,0), 单元上任意位置处的物理量 λ 可用线性插值表示:

$$\lambda = \xi \lambda_A + \eta \lambda_B + (1 - \xi - \eta) \lambda_C, \quad (15)$$

其中, 下标 A, B, C 表示物理量在单元顶点处的值. 由于映射后坐标 ξ, η 独立于时间, 但其对应的雅各比矩阵 J 仍为时间的函数. 因此, 对于运动中的空泡而言, 由 (14) 式可得某个扰动节点对流场中任意位置测点造成的速度势 $\phi_{\text{node}}(x, t)$ 为

$$4\pi\phi_{\text{node}}(x, t) = \sum_{\text{周边单元}} \int_{\xi-\eta} \left[-\frac{\phi_n + c^{-1}\phi_n(\Phi - \nabla\phi \cdot \phi_n - \phi_l l \cdot \nabla\phi)}{r(1 - c^{-1}\phi_r)} + \frac{\phi \cos\theta}{r^2(1 - c^{-1}\phi_r)} \right]_{\tau^*} J d\xi d\eta + \sum_{\text{周边单元}} c^{-1} \int_{\xi-\eta} \left[\frac{1}{1 - c^{-1}\phi_r} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\phi J \cos\theta - c^{-1}\phi \phi_n J}{r(1 - c^{-1}\phi_r)} \right) \right]_{\tau^*} d\xi d\eta, \quad (16)$$

其中, $\partial/\partial t = 1/(1 - M_r)\partial/\partial \tau$; ϕ_n, ϕ_l, ϕ_r 分别为对应的方向导数; \sum 表示空泡表面某节点在测点处造成的扰动由该节点周边单元叠加而得. 等号右侧各物理量取自空泡表面, 且对应空泡运动的时刻, 而等号左侧速度势对应流场中测点位置及其时刻. 测点在时刻 t 的总速度势为

$$\phi(x, t) = \sum_{\text{扰动节点}} \phi_{\text{node}}(x, t), \quad (17)$$

其中, \sum 表示对 t 时刻观测点的所有扰动节点进行叠加求和. 通过 (8) 式获得各时刻空泡表面节点位置及速度势分布, 并由 (16) 式和 (17) 式求得观测点处对应时刻的速度势, 再由 $p = -\rho_0(\partial\phi/\partial t)$ 可得测点处的声压. 将 (16) 式中各物理量分别用 (15) 式的形式表示后, 即可用高斯三角形积分公式^[27] 进行求解.

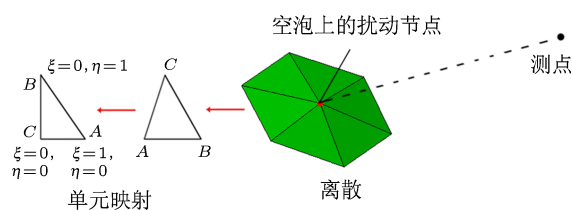


图2 扰动节点周边的离散及单元映射

4 数值验证

单个空泡脉动声场的解析表达式如下所示^[28], 将空泡视作小脉动单极子声源, 获得其远场声辐射:

$$p(r_m, t) = \frac{\rho_\infty R}{r_m} \left\{ R\dot{R} \left(t - \frac{r_m}{c} \right) + 2\dot{R}^2 \left(t - \frac{r_m}{c} \right) \right\}, \quad (18)$$

其中, r_m 为测点位置与空泡中心间的距离, 由于空泡随流场移动, r_m 将随时间改变; r_m/c 表示延迟时

间; $R = R(\tau^*)$ 为空泡半径, 由球状空泡的 Gilmore 方程 [29] 求得.

为验证本文方法的正确性, 由可压缩流场中的边界积分方程 (8) 求解空泡运动, 由动边界积分方程计算空泡运动过程中的辐射噪声, 并将数值结果与解析结果进行比较. 计算参数为: $R_0 = 1 \text{ mm}$, $a_c = 5.6 \text{ mm}$, $u_w = 10 \text{ m/s}$, $\Gamma = 0.28 \text{ m}^2/\text{s}$, 空泡数 $\sigma_\infty = 3$, 空泡初始位置为 $(0,0,0)$, 流场中测点位置 $(15 \text{ mm}, 0, 0)$. 为便于和解析解进行比较, 数值计算中表面压力采用 SAP 模型. 对比结果如图 3 和图 4 所示, 可知本文方法所得结果与解析解符合较好, 可用于可压缩涡流中空泡运动规律及其声辐射的求解. 由图 3 可知, 由于计及流场的可压缩性, 空泡的半径随运动周期发生衰减. 由图 4 可知, 空泡随着流体向前运动, 与测点间的距离增加, 因此声压幅值不断减小. 考虑可压缩性的影响时, 由于空泡运动幅度减弱, 其诱导声压随时间的衰减与不可压缩时相比更为明显. 空泡脉动的周期约为 0.36 ms , 可知其脉动所形成的声波波长远大于空泡脉动过程中的最大尺寸.

为进一步验证本文方法可用于涡流场中非球状空泡运动的求解. 采用文献 [5] 中的实验参数, 由可压缩边界积分方程计算梢涡场中的空泡运动历程. 其中, 流场相关参数 $\Gamma = 0.2123 \text{ m}^2/\text{s}$, $a_c = 4.51 \text{ mm}$, $u_w = 10 \text{ m/s}$, $\sigma_\infty = 1.72$, 空泡初始半径 $R_0 = 750 \mu\text{m}$, 保持空泡内部压力不变, 而空泡表面流场一侧的压力分布采用 NP 模型. 如图 6(a) 所示, 为可压缩边界积分方程所得结果, 6(b) 为对应的试验结果. 图中颜色表示速度势的分布, 红色

表示高速速度势, 蓝色表示低速速度势. 试验中空泡变形后的最大长度为 20 mm , 数值计算中空泡的最大长度为 20.19 mm . 由此可知, 对于梢涡流场中的非球状空泡, 本文数值方法仍能获得正确的计算结果.

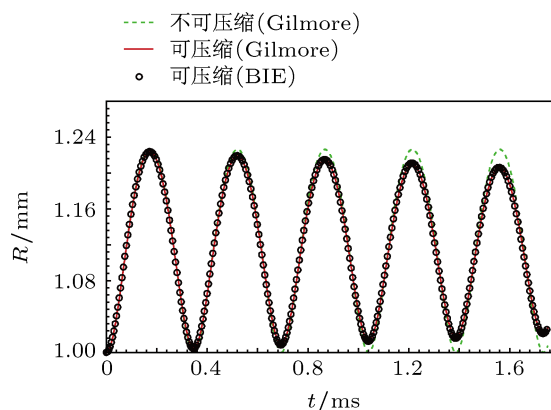


图 3 空泡半径对比曲线

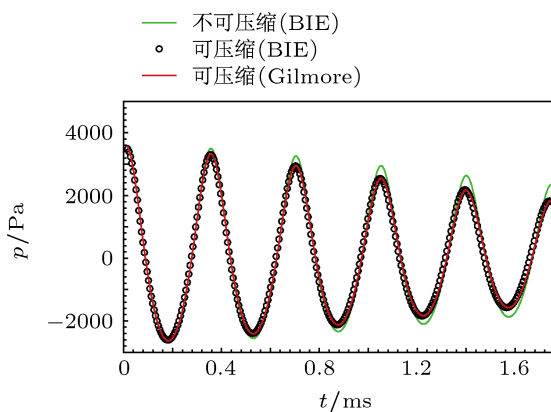


图 4 空泡脉动辐射声压对比曲线

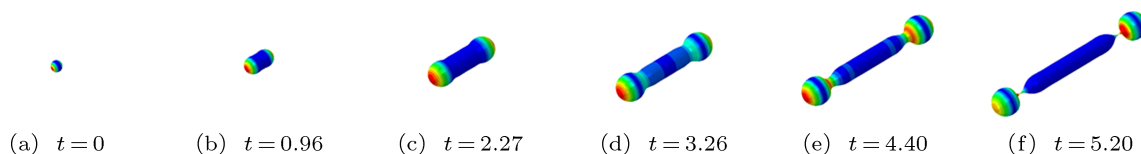


图 5 涡流场中的空泡形态 (单位: ms)



图 6 数值结果与试验结果对比 (a) 数值结果; (b) 实验结果 (文献 [5])

如图 5 所示, 初始为球形的静止空泡, 由于涡流场中诱导压力的作用, 球形空泡两端处流场的压力低于中部的压力, 空泡开始伸长. $t = 3.74 \text{ ms}$ 后在空泡两端发生颈缩, 形成球形腔体. $t = 5.20 \text{ ms}$ 时, 空泡颈缩处与涡轴线间的距离极小, 将发生分裂, 形成三个子空泡.

5 数值计算及结果讨论

5.1 可压缩涡流场中的空泡运动规律及声辐射特性

如图 7 所示为涡流场中, 初始静止球形空泡延展、撕裂、射流的完整过程. 空泡初始半径为 $R_0 = 2 \text{ mm}$, 流场参数为 $\Gamma = 0.3 \text{ m}^2/\text{s}$, $a_c = 5 \text{ mm}$, $u_w = 10 \text{ m/s}$, $\sigma_\infty = 2.8$. 空泡运动规律以及辐射声压的求解截止于射流冲击之前.

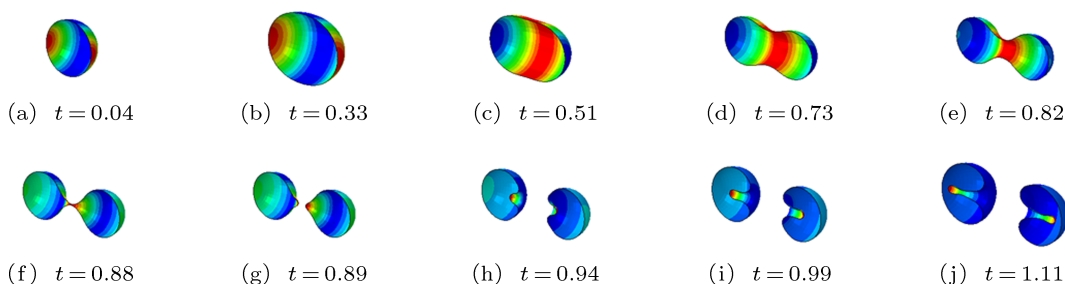


图 7 涡流场中空泡延展、颈缩、撕裂的变形历程 (单位: ms)

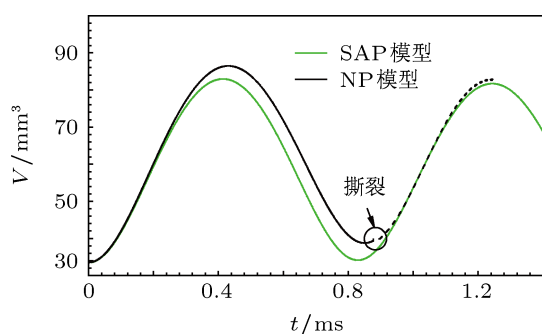


图 8 SAP 模型与 NP 模型体积对比曲线

如图 9 所示, 当空泡运动达到最大体积时, 其诱导的辐射声压达到波谷; 而随着空泡的溃灭, 辐射声压在空泡达到最小体积时取到波峰. 撕裂前, 非球状空泡与球状空泡辐射声压特性相近, 但球状空泡的声压波动周期短于非球状空泡. 非球状空泡撕裂时, 对应的辐射声压发生突变. 除空泡撕裂对

运动初期, 空泡在涡流场诱导压力的作用下发生延展, 如图 7(a)—(c) 所示. 随后, 空泡在延展的同时, 由于中部流场压力较大, 故此处发生颈缩, 逐渐形成两个连通的球形腔, 如图 7(d)—(f). 在 $t = 0.89 \text{ ms}$ 时, 空泡发生撕裂, 形成两个子空泡. 撕裂后的空泡运动如图 7(g)—(j) 所示, 子空泡间的距离不断增加, 同时分别自撕裂处朝向子空泡内部形成射流.

如图 8 和图 9 所示为采用边界积分方程由 SAP 模型所得球状空泡与 NP 模型所得非球状空泡体积历程曲线, 以及在 $(0, 8\text{m m}, 0)$ 处的辐射声压曲线. 运动初期两者体积曲线基本重合; 自 $t = 0.3 \text{ ms}$ 开始, 随着非球状空泡的不断延展, 两者体积的差异开始增大, 非球状空泡的体积大于球状空泡. 在空泡达到最小体积附近, 非球状空泡发生撕裂, 子空泡无明显延展, 总体积与球状空泡相近.

压突变也有所贡献^[3]. 撕裂后, 空泡脉动所产生的声波波长远大于空泡尺寸, 因此子空泡间的声散射可忽略不计^[30]. 由于空泡随流场向前运动, 空泡与测点间的距离不断增大, 且考虑到流场可压缩性对空泡能量的耗散, 除撕裂造成的峰值外, 辐射声压的峰值按周期递减.

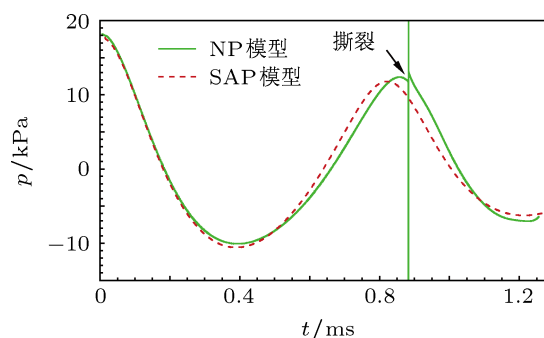


图 9 SAP 模型与 NP 模型辐射声压对比曲线

图 10 为空泡运动过程中周向声压分布情况, 测点布置在半径为 8 mm 且平行于来流方向圆上, 随着空泡一同向前运动. 初始时刻, 由于空泡以延展为主, 两端的辐射声压幅值较大, 如图 10(a) 所示. 随着空泡中部形成颈缩, 对流场的扰动增大, 导致中部的声压幅值增大, 如图 10(b) 所示. 空泡的延展、颈缩使得空泡两端与测点的距离减小, 而中部与测点的距离增大, 因此撕裂前, 空泡两端的声压幅值再次增大, 如图 10(c) 所示. 空泡颈缩至极

限后, 撕裂成两个子空泡, 分别朝向位于最前和最后处的测点运动, 并形成射流, 此时空泡与两端测点距离进一步减小, 故空泡辐射声压的极大值仍位于两端, 如图 10(d) 所示. 由图 10 可知, 空泡运动过程中的周向辐射声压幅值的差距并不大, 这是由于空泡延展颈缩直至撕裂形成子空泡的过程中, 都类似于单个小球源或是同相小球源的脉动, 小球源之间的距离远小于声波波长, 故声压指向性较弱 [30].

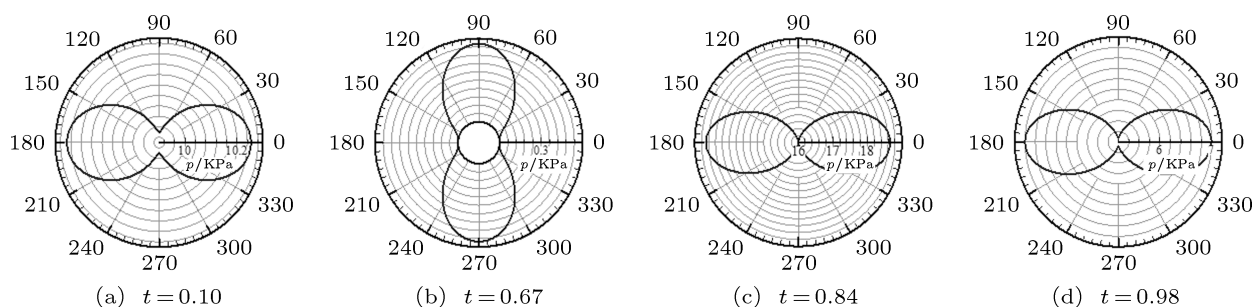


图 10 空泡辐射声压指向性 (单位: ms)

5.2 涡流场参数对空泡运动规律及声辐射特性的影响

涡流场的涡通量、空泡数、以及流速等会对空泡运动及其声辐射特性产生影响. 以下分析中空泡初始半径 $R_0 = 1$ mm, 流场中 $u_w = 10$ m/s, $a_c = 4.5$ mm. 由 (11) 式可知, 涡通量的增大, 空泡数以及流速的减小, 会使涡流场诱导压力降低. 如图 11 所示, 令涡通量 $\Gamma = 0.28$ m²/s 保持不变, 随着空泡数的增大, 流场压力增加, 空泡运动过程中的最大等效半径 (与空泡体积相等的球体半径, 已用初始半径无量纲化) 逐渐减小. 空泡数较小时, 非球状空泡的最大半径高于球状空泡. 高空泡数时, 由于空泡半径较小, SAP 模型采用的平均压力与非球状空泡各位置处的压力差距较小, 因此两者的最大等效半径基本相同.

即随着涡通量的增大, 子空泡的数量增多.

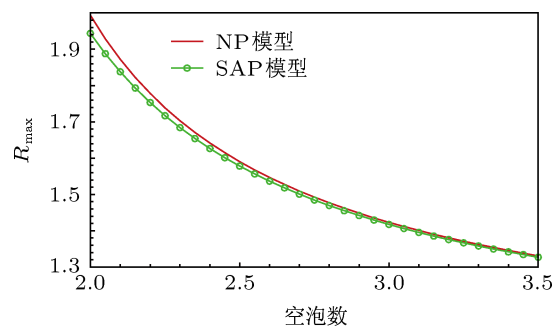


图 11 空泡数对空泡最大半径的影响

如图 12 所示为空泡数 $\sigma_\infty = 2.5$ 不变, 涡通量增加时, 空泡撕裂时刻的总长度变化曲线. 由 (11) 式可知, 随着涡通量的增大, 流场同一位置处沿空泡延展方向的压力梯度增大, 空泡撕裂时刻的总长度不断增加. 当 $\Gamma > 0.34$ m²/s 时, 总长度随涡通量近似线性增长. 以 $\Gamma \approx 0.34$ m²/s 为界, 当 $\Gamma < 0.34$ m²/s 时, 空泡撕裂后形成两个子空泡, 而 $\Gamma > 0.34$ m²/s 时, 空泡撕裂后将形成三个子空泡,

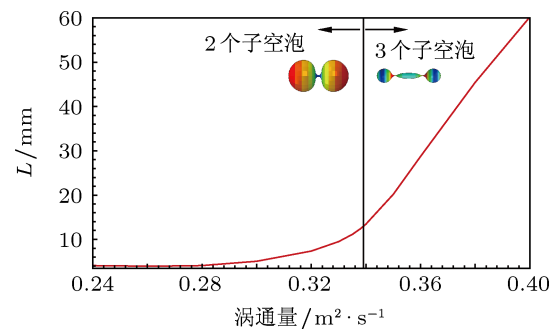


图 12 涡通量对最大空泡长度的影响

图 13 为 $\Gamma = 0.35$ m²/s 时的空泡运动历程. 运动初期空泡在体积膨胀的同时不断延展, 如图

13(a), (b) 所示. 随后空泡中部发生颈缩, 同时仍不断的进行延展, 如图 13(c)—(e) 所示. 随着延展的进行, 空泡发生两次颈缩, 在空泡两端形成两个球形腔体, 中间则为一梭形腔体, 如图 13(f), (g) 所示. $t = 1.82$ ms 时, 空泡发生撕裂, 形成三个子空泡, 如图 13(h) 所示. 撕裂后, 子空泡间的距离不断增大, 同时在撕裂处, 两侧的球形子空泡向各自内部形成射流, 而中部的梭形子空泡形成对射流, 如图 13(i), (j) 所示.

如图 14 所示为不同涡通量、空泡数下, 空泡撕裂瞬时的形态及射流形态. 涡通量较小或空泡数较

大时, 空泡撕裂瞬时两端球形腔体较为饱满, 腔体的形心偏向于撕裂点. 随着涡通量的增大或是空泡数的减小, 撕裂瞬时的空泡被逐渐“拉长”, 球形腔体的形心逐渐远离撕裂点. 且涡通量较小时 (或空泡数较大时), 子空泡射流前端呈明显的水滴状. 图 15 为测点 (0.8 mm, 0) 处, $\Gamma = 0.25, 0.28, 0.32$ m²/s 时的空泡辐射声压比较曲线. 随着涡通量的增大, 空泡脉动周期与辐射声压的波动周期延长, 撕裂时刻滞后, 且空泡撕裂后直至射流冲击的时间也逐渐减少. 同时, 空泡运动初期辐射声压值增大, 而撕裂前空泡辐射声压的峰值逐渐滞后并减小.

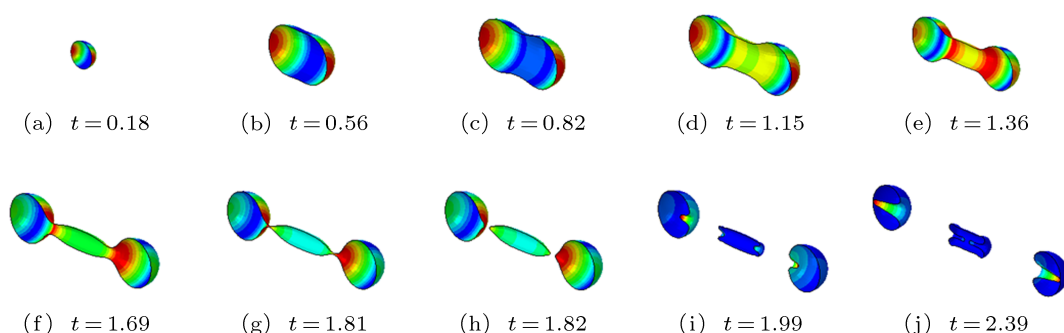


图 13 涡流中空泡撕裂为多个子空泡 (单位: ms)

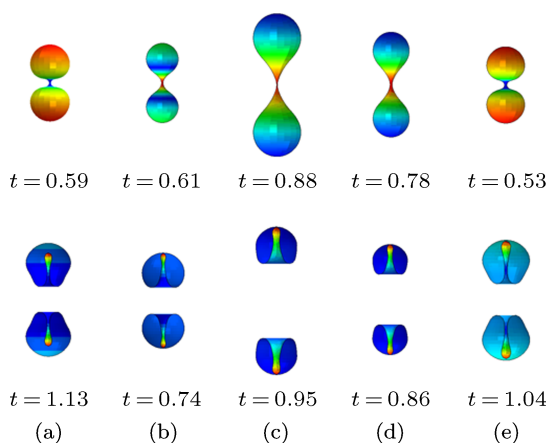


图 14 涡流场参数对空泡形态的影响 (单位: ms) (a) $\Gamma = 0.25$ m²/s, $\sigma_\infty = 2.5$; (b) $\Gamma = 0.28$ m²/s, $\sigma_\infty = 2.5$; (c) $\Gamma = 0.32$ m²/s, $\sigma_\infty = 2.5$; (d) $\Gamma = 0.28$ m²/s, $\sigma_\infty = 2.1$; (e) $\Gamma = 0.28$ m²/s, $\sigma_\infty = 3$

6 结论

本文基于可压缩流场中的边界元法, 采用 SAP 模型与 NP 模型, 求解了可压缩涡流场中的空泡运动规律; 通过单元离散及映射的方式, 将动边界积

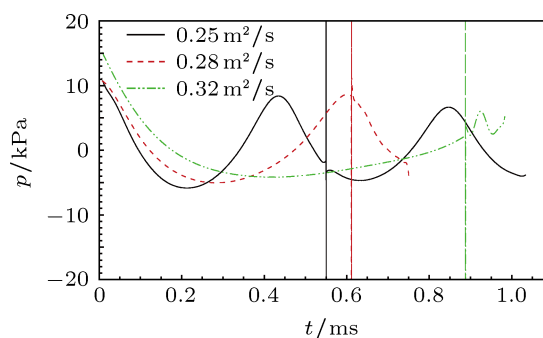


图 15 涡通量对空泡辐射声压的影响

分方程直接用于空泡表面, 求得流场中的辐射声压分布; 分析比较了涡流场参数对空泡运动形态及声辐射的影响. 得出以下结论:

1. 计及流场可压缩性, 空泡运动会造成流场中的声辐射; 空泡脉动幅度随时间不断减小, 流场中某点的辐射声压幅值也随之减小.

2. 空泡在涡流场中发生延展, 同时形成颈缩, 最终分裂成若干个子空泡, 并分别形成朝向子空泡内部的射流. 随着涡通量、空泡数的变化, 空泡周围流场中的压力会随之改变. 当流场中的压力减小 (空泡数减小或涡通量增大) 时, 空泡运动过程中的

最大半径及撕裂前的最大长度逐渐增加,且当流场中压力较小时,空泡撕裂时形成的子空泡增多.

3. 空泡诱导的辐射噪声分别在最大体积时取到峰值,而在最小体积时取到谷值,同时非球状空泡撕裂会使辐射声压产生突变,形成极大峰值;球形空泡模型的辐射声压脉动周期短于非球状空泡

模型. 涡通量越大,运动初期的空泡辐射声压越高,且随着涡通量的增大,空泡脉动周期也随之增加,辐射声压峰值逐渐滞后并减小. 撕裂之前,空泡在流场中的脉动类似于脉动小球源,而撕裂后则类似于多个同相脉动小球源,因此辐射声压的指向性较弱.

- [1] Hsiao C T, Pauley L L 1999 *J. Fluids Eng.* **121** 198
- [2] Choi J K, Chahine G L 2002 *International Association for Boundary Element Method* Austin, TX, USA, 2002, May 28–30, 2002 p1
- [3] Choi J K, Chahine G L 2003 *The 8th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics* Busan, Korea, September 22–25 2003
- [4] Hsiao C T, Pauley L L 2003 *J. Fluids Eng.* **125** 53
- [5] Rebow M, Choi J, Choi J K, Chahine G L, Ceccio S L 2004 *11th International Symposium on Flow Visualization* Indiana, USA, August 9–12 2004 p1
- [6] Ni B Y, Zhang A M 2012 *Appl. Math Mech.* **33** 701
- [7] Carrica M 1999 *Int. J. Multiphas. Flow* **25** 257
- [8] Pierce A D 1981 *Acoustic: An Introduction to Its Physical Principles and Applications* (New York: McGraw-Hill) p180
- [9] Hawkings D L 1979 *Mechanics of sound generation in flows* Goettingen, West Germany, August 28–31 1979 p294
- [10] Morgans W R 1930 *Philos. Mag.* **9** 141
- [11] Farassat F 1988 *J. Sound Vib.* **123** 451
- [12] Wang S P 2011 *Ph. D. Dissertation* (Harbin: Harbin Engineering University) (in Chinese) [王诗平 2011 博士学位论文(哈尔滨: 哈尔滨工程大学)]
- [13] Zhang A M, Yao X L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 339 (in Chinese) [张阿漫, 姚熊亮 2008 物理学报 **57** 339]
- [14] Zhang A M, Yao X L, Li J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1672 (in Chinese) [张阿漫, 姚熊亮, 李佳 2008 物理学报 **57** 1672]
- [15] Qi D M, Lu C J 2001 *J. Hydrodyn* **16** 9 (in Chinese) [戚定满, 鲁传敬 2001 水动力学研究与进展 **16** 9]
- [16] Qi D M 1999 *Ph. D. Dissertation* (Shanghai: Shanghai Jiaotong University) (in Chinese) [戚定满 1999 博士学位论文(上海: 上海交通大学)]
- [17] Jamaluddin A R, Turangan C K 2011 *J. Fluid Mech.* **677** 305
- [18] Francantonio Di 1997 *J. Sound Vib.* **202** 491
- [19] Farassat F 1983 *Vertica* **7** 309
- [20] Geers T L 1978 *J. Acoust. Soc. Am.* **64** 1500
- [21] Geers T L 1971 *J. Acoust. Soc. Am.* **49** 1505
- [22] Geers T L 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **173** 1152
- [23] Liang K M 2010 *Methods of Mathematical Physics* (Beijing: Higher Education Press) (in Chinese) [梁昆淼 2010 数学物理方法(北京: 高等教育出版社)]
- [24] Wang S P, Sun S L, Zhang A M 2012 *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics* **44** 513 (in Chinese) [王诗平, 孙士丽, 张阿漫 2012 力学学报 **44** 513]
- [25] Zhang A M, Wang S P, Wu G X 2013 *Eng. Anal. Bound. Elem.* DOI: 10.1016/j.enganabound. 2013.04.013
- [26] Saffman P G 1992 *Vortex Dynamics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [27] Best J P 1993 *J. Fluid Mech.* **251** 79
- [28] Rose D 1976 *Mechanics of Underwater Noise* (Pergamon) p62
- [29] Gilmore F G 1952 *Hydro Lab California Institute Technical Report* **26** 117
- [30] Du G H, Zhu Z M 2001 *Acoustics Foundation* (Nanjing: Nanjing University) (in Chinese) [杜功焕, 朱哲民, 2001 声学基础(南京: 南京大学出版社)]

The motion and acoustic radiation characteristics for cavitation in the compressible vortex fluid*

Ye Xi Yao Xiong-Liang Zhang A-Man[†] Pang Fu-Zhen

(College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(Received 18 December 2012; revised manuscript received 11 February 2013)

Abstract

Based on the compressible fluid theory, the boundary integral equation is used to solve the motion law of cavitation in vortex flow within different surface pressure models. The time-domain sound pressure characteristics induced by cavitation in vortex field are obtained by the moving surface Kirchhoff formulation. With the surface discretion and coordinate transformation, the cavitation surfaces are treated as the moving deformable boundary and the acoustic source directly. The influence of vortex field parameters on motion and radiation of cavitation is analyzed. Results show that with the consideration of compression, the amplitude of cavitation's pulsation as well as the sound pressure will be decreased. In the vortex fluid, cavitation will be extended, necked and splitted, and may generate a jet in sub-bubbles. While the pressure is reduced in the fluid field, the maximum radius and length before splitting of the cavitation will be enlarged. The number of sub-bubbles will increase when the pressure is small in the fluid field. The directive property of cavitation is weak. And the splitting of cavitation will generate a great peak value of sound pressure. With the increase in vortex flux or the decrease in the cavity number, the period of the cavitation oscillation and its radiation sound pressure are elongated, and the peak of sound pressure is retarded and reduced. The results in this paper could be used as the reference data for the research about the motion and sound radiation characteristics of cavitation in vortex fluid.

Keywords: compressible, vortex flow field, cavitation, sound radiation

PACS: 47.40.-x, 47.32.C-, 47.55.dd, 43.30.+m

DOI: 10.7498/aps.62.114702

* Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50939002), the National Basic Research Program of China (Grant No. 613157), and the Excellent Young Scientist Foundation of NSFC (Grant No. 51222904).

[†] Corresponding author. E-mail: amanzhang@gmail.com